

宇宙航空研究開発機構研究開発報告

JAXA Research and Development Report

液糸からの液滴分裂における伝播性表面張力波の
作用の解明に関する数値解析

新城 淳史, 松山 新吾, 溝渕 泰寛, 小川 哲, 梅村 章

2008年2月

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

液糸からの液滴分裂における伝播性表面張力波の 作用の解明に関する数値解析*

新城 淳史^{*1}、松山 新吾^{*1}、溝渕 泰寛^{*1}、小川 哲^{*1}、梅村 章^{*2}

A numerical study on the role of propagative capillary waves in droplet formation from a ligament*

Junji SHINJO^{*1}, Shingo MATSUYAMA^{*1}, Yasuhiro MIZOBUCHI^{*1}
Satoru OGAWA^{*1} and Akira UMEMURA^{*2}

Abstract

A novel understanding of droplet formation mechanism from a ligament is presented. In the scaled-up microgravity experiment, it is observed that droplets are always created at the ligament tip at a shorter wavelength than that of Rayleigh's analysis. In the new theoretical analysis by Umemura [1-6], the role of capillary waves from the tip is considered and it is shown that destabilization of these waves lead to pinch-off from the tip. In this report, a numerical study on this phenomenon is conducted to investigate the effects of ligament tip and internal liquid flow. It is shown that there is a short-wave self-sustained cycle of droplet breakup that is driven by the capillary force at the tip. Liquid jet elongation due to gas flow creates internal liquid flow and this modifies the characteristics of each region of the liquid column. This type of breakup mechanism is different from Rayleigh's analysis. After a certain time, however, the liquid column length no longer increases and converges to an average value. At the same time with this change, longer waves appear on the liquid surface upstream of the tip. The wavelength corresponds to Rayleigh's most unstable wave. It is observed that small-wavelength waves that have higher propagation speed have reached the nozzle exit and reflected. As the liquid column becomes longer, these perturbations have come to get enough time to grow to Rayleigh's wave. Thus, the liquid breakup phenomenon from the tip is not a single phenomenon, but a combination of two mechanisms. This study gives a new insight into liquid atomization mechanism.

概 要

本研究では、液糸からの液滴生成過程についての数値解析を実施し、これまでとは異なる理解を得るに至った結果を報告する。物性値を適正に取ることによってスケールアップされた微小重力実験では、端面でレーリー解析から予測されるよりも短い波長での分断が観察された。梅村らの提唱する理論[1-6]では、端面からの伝播性表面張力波の役割が考慮され、これらの波の不安定化によって分断が引き起こされることが示されている。ここでは、端面と内部流れの影響をより詳しく見るために対応する数値計算を行う。その結果、端面からの表面張力波によって短波長の分断が引き起こされていることが示された。気体による液柱の伸張も分断を促進する方向に働き、レーリーのモードとは異なる分断を起こしている。また、一定時間経過後に液柱長さが長くなったときに、今度は長波長のレーリーモードが出現する。これは短波長の伝播速度の速い表面張力波が表面を遡り、ノズル出口で反射されて不安定化することによって出現するモードである。このように、液滴分断は2つのモードが関係していることが分かったが、いずれも端面からの表面張力波によって駆動されており、液滴分断に新しい理解を与える結果となった。

* 平成 19 年 11 月 26 日受付 (Received 26 November, 2007)

*1 総合技術研究本部 計算科学研究グループ (Computational Science Research Group, Institute of Aerospace Technology)

*2 名古屋大学大学院 工学研究科 航空宇宙工学専攻 (Department of Aerospace Engineering, Nagoya University)

1. はじめに

液体の微粒化は工学的応用の広さから非常に重要であるが、その物理過程が完全に理解されているとは言い難い。液体の微粒化の仕組みを理解するには、液体の分断を支配する要素過程を抽出して調べる必要がある。一見複雑極まりない乱流微粒化も、微視的に見たときの局所的な液体の変形は比較的簡単な法則に従って起きているものと思われる。見かけの複雑さは、バックグラウンドの非定常的な擾乱との相互作用の積分的な結果として現れ、この関係はちょうど基礎方程式の単純さと解の複雑さの関係と同じであろう。特に、気体ウェーバー数が1程度になる条件で液系の分断が効率的に起きることを考えれば、液体の微粒化を支配する基礎的な法則の探求に一番ふさわしい研究は、ウェーバー数が1程度の液体ジェットの挙動を調べることである。そこで、我々は微小重力環境と近臨界面液ジェットを利用して現象の時空分解能を拡大し、ウェーバー数が1程度のときの液柱の変形の様子を詳しく調べ、液体の分断を支配する基本的な物理の解明と新たな知見の体系化を行っている。その一連の研究において、液系の先端の収縮によって作られる表面張力波が液系の分断を引き起こす鍵の過程であることが明らかになってきた[1-6]。これは、これまで考えられてきた液系の分断機構とは異なる自励的かつ継続的な分断機構である。

分断が起こるには液柱表面に凸凹ができていないといけないため、我々は、文献[7]で液膜の端の収縮時に発生する表面張力波の特性を解析した。しかし、母線方向に作用する表面張力による表面張力波だけ考えたのでは分断につながらないことは明らかである。乱流微粒化における液系の分断は、円周方向に作用する表面張力による括れ効果と他の流体力学的な効果が合わさって、括れ部が局所的に不安定化して起きる。更に、ガス流の渦運動によって液体が伸張されて液系が作られるものとするれば、ガス流によって伸張される液系の分断機構を考えることは乱流微粒化機構を理解する上でとりわけ重要である。

そこで、本研究では、ガス流による伸張状態に置かれた液系の端面からの短波長の分断現象について数値的に詳しく調べた。乱流微粒化での液系の分断現象は小スケールで高速であるが、噴射液の表面状態を臨界面状態に近づけて、表面張力を非常に小さくすることによって低速噴射液でも液体ウェーバー数を1程度にすることができる。加えて、臨界混合表面状態では噴射液の蒸気が噴射液を薄く包み、蒸気の分子量が大きければ、気体ウェーバー数も1に近い状態にすることができる。このような低速噴流を重力下で作ったときには、ノズル出口の濡れが支配する滴下としてしか実現できないが、微小重力実験では浮遊した液体の挙動（表面張力支配）に近い

ものまで観察することができる。噴射速度が小さくなると、棒状の液柱が長く残り、明らかに滴下（濡れによる張力と重力の釣り合いの破綻として液滴が生成される）のときと異なった、噴射液柱の先端で1つずつ液滴が短い間隔で作られるような結果が得られる。

従来の微粒化理論は（滴下の解析を除いて）無限長さの領域での周期的な変動の時間的成長、あるいは半無限ジェットの根元に擾乱を与え流下する間の不安定の発達を考えている。しかし、端面の影響は十分に理解されておらずまた擾乱の源も不明である[8]。実際の分断では同時に至るところで分断が起きることはなく、端から分断する。文献[9,10]には、せん断流中に液滴を置いて液柱を作り、流れを止めた後の分断挙動を実験および数値解析で調べ、端の影響を考察している記述がある。しかしながら、端面から発生する伝播性の表面張力波の役割については考察されておらず、また依然としてレーリーモードの擾乱源については曖昧なまま（外部から与えている）である。そこで、端から発生する表面張力波が動的にどのような影響を持つかは理論の適用に際して理解されているべきであるが、そのような考察は過去の文献に全く見られない。

我々の一連の研究では[1-6]、噴射液の表面状態が臨界面状態に近く表面張力が非常に小さいときに微小重力実験で観察された液柱の分断現象について、端の影響を考えることによって、レーリーの不安定性に代表される考え方に対する別の見方を行い、従来の理論で看過されてきた分断時の端面の影響と流体力学効果の重要性を指摘してきた。本報告では、ノズルからガス流と平行に噴出して作られる液柱が端から分断する現象について数値計算で調べ、微小重力実験で観察された現象と同様の現象が発生するかどうか、また発生するならどのようにして先端液塊の分断が起きているのか解明することにした。特に、実験および理論では観測や取り扱いが難しい粘性や液系内の流れの影響を含んだ数値解析を行い新しい知見を得ることを目的にした。

2. 実験事実

図1は、微小重力環境下において、温度300Kの SF_6 液を口径0.1mmの平頭ノズルから圧力9.1MPa、温度308Kの窒素ガス中に噴射したときのバックライト法による高速度撮影画像である。噴射液の表面を SF_6 蒸気が覆っている。噴射液の表面は臨界混合状態に近い状態になっているので、表面張力係数は $0.02\text{e-}3\text{N/m}$ であり、例えば常圧の水の $71.7\text{e-}3\text{N/m}$ と比べると格段に小さい。このため、表面張力波の作用による現象を明確に見ることができる。また、気体の拡散係数が小さいので、分子量の大きな SF_6 蒸気が窒素ガスと混合する部分では大きな

密度勾配が作られ、蒸気影として写真に写っている。

この実験では、高圧液体タンクに貯めた SF_6 液を自身の圧力で噴射させている。そのため、最初勢いよく噴射してもすぐに噴射速度が低下し、ほぼ軸対称な噴射液の分断が起きようになる。図 1 は、このような最終段階において撮影されたものである。初期の高速ジェットによって容器内に作られた大規模な気体の循環流は微小重力実験中（約 4 秒間）継続する。そのため、噴射液の挙動は、高速同軸ガス流中に液体が低速噴射された場合に似たものになり、実際の液系がさらされる状況にも近い。この分断様式は、より低圧（例えば 7MPa）で表面張力係数がより大きい場合において静止ガス中に SF_6 液を噴射したときに観察された、ノズル出口直後から乱れた蒸気影が見え短距離で噴射液が分断する様式とは異なっている[2]。

主な違いは、噴射液の目立った形状変化が先端近傍に局限されており、噴射液の分断は、下記サイクルを繰り返して先端から短い間隔で一つずつ液滴が作られている点である。

- ① 分断によって先細な形をした噴射液先端が新たに作られる。
- ② 表面張力の作用によって噴射液の先端が丸まり収縮し、液塊が形成される。
- ③ 液塊のサイズがある程度大きくなると、扁平化し液塊上流側で分断する。

もし上流（ノズル出口）から流下する不安定波の発達によって直接的に分断が起きているのであれば、不安定波の発展段階を示す液柱の凸凹が成長液塊の上流にはっきりと認められてしかるべきである。しかし、上流側に目立った噴射液の形状変化は認められない。しかも、極めて短時間の間に液塊が形成される。このような短距離・短時間の間に大きな変化を生む不安定波であれば、ノズル出口から分断点まで移動する時間の間に初期の揺らぎの影響が顕現するから、完全に同期した不安定波の成長が起きていない限り、分断点の揺らぎがあつてしかるべきである。これに対して、先端近傍で起きている分断は、分断の履歴を反映して変化している。実験条件では粘性の効きが強く、粘性による減衰が強く効かないような短時間の現象が起きるのは周期的に衝撃的な力が作用する先端部近傍だけである。これらの事柄は、先端だけで不安定化できる機構の存在を示唆している。

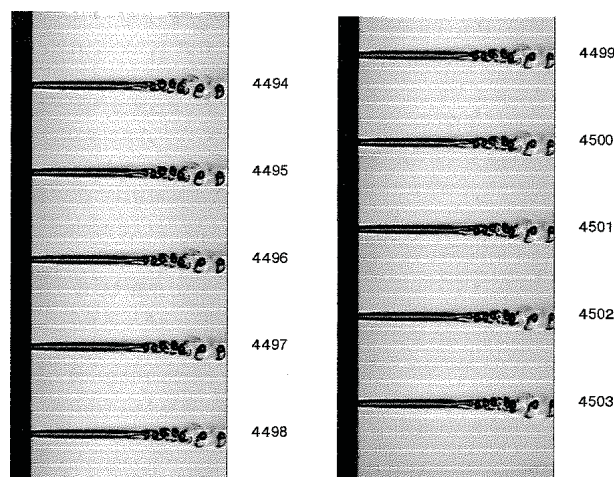


図 1 微小重力実験でのバックライト撮影画像。番号は実験での撮影コマ数を表し、毎秒 1000 コマで撮影している。

3. 数値計算

ガス流に平行に液体を噴射したときの流れを数値計算した。本研究では、非圧縮の NS 方程式と界面追跡のレベルセット関数を解いている[7]。数値計算法は CIP 法[11]およびレベルセット-VOF 法[12-15]に基づいている。表面張力の定式化は体積力に変換する CSF 法で行った[16]。

実験と同じく、噴射液体として SF_6 、周囲気体として窒素を用いた。ノズル直径を $D=2a=0.1\text{mm}$ とし、解析領域を長さ $50a$ 、幅 $10a$ 、高さ $10a$ の直方体領域とした。格子点数は、 $500 \times 100 \times 100$ である。ノズル内の液の噴射速度は一定とし、それ以外の各境界は自由流出条件である。

表 1 に計算条件をまとめた。初期条件として長さ $L=4.7a$ の円柱状の噴射液を配置した。この液柱は噴射速度と同じ初期速度を持っている。気体の初期速度は液柱と平行であり一様とした。液相内の圧力には、初期半径で決まる圧力上昇分を付加した。 SF_6 液の密度 ρ は、 1394kg/m^3 と水とほぼ同じ程度であるが、表面張力係数 σ が 0.02e-3N/m と非常に小さな値を取るため、表面張力波の特性速度 $U_c = \sqrt{\sigma/\rho a}$ で無次元化した液体と気体の噴射速度はそれぞれ 1.18 および 5.92 となる。また、気体の動粘性係数が $0.17\text{e-6m}^2/\text{s}$ であることにより、気体流速で見積もったレイノルズ数は約 58 である。本計算のレイノルズ数では境界層厚さは液柱半径 a の数倍のオーダーであり計算において十分に捉えられている。この計算で重要な点は、一切外的な擾乱を加えていない点である。

表 1 計算条件

ノズル直径 $D=2a$	初期液柱長さ	初期液体速度	初期気体速度	周囲圧力
0.1mm	$4.7a$	0.02m/s	0.1m/s	9.1MPa

液体密度	液体温度	気体温度	表面張力係数	液体粘性係数
1394kg/m^3	300K	308K	0.02e-3N/m	$9.06\text{e-5Pa}\cdot\text{s}$



図 2 各時刻における液柱の形状

4. 計算結果と考察

4. 1. 液柱分断の様子

噴射液の形態の時間変化を図 2 に示す。図に示す時刻は、表面張力波の特性速度 $U_c = \sqrt{\sigma/\rho a}$ と液柱半径 a を用いて無次元化してある。ノズルから低速噴射された液体は、高速ガス流からせん断応力を受けて加速される。そのため、表面張力がなければ、流れに任せて先端は次第に細く尖っていく。しかし、実際には表面張力によって先端が丸まり収縮しようとするために尖ることはない。表面張力の作用によって初期液柱の先端が丸まり、その上流に括れ部ができると、それが発展して分断が起きている。以降、同様の過程を繰り返す。この間、噴射液の長さは伸び続けている。しかし、ある時刻を過ぎると分断と釣り合うようになり、液柱の長さは平均するとある値に落ち着くようになる。 $t=30$ 以降の時刻では、比較的に長く伸びた液柱の先端付近で定期的に液柱の分断が起きていることが観察される。しかも、分断の波長(間隔)が初期段階に比べて長くなっているように見える。これ

は、2つの現象が起きていることを示唆する。

以下ではこの2つのモードについて考察する。

4. 2. 短波長分断

ここでは、初期に見られる短波長の分断様式について考察する。

分断に至る過程は、各時刻における噴射液の表面変位を噴射液の先端からノズルに向かって測った距離の関数としてグラフに表すと見やすい。図 3 は、初期液柱および分断によって作られた新たな噴射液の先端から測った無次元距離(ノズル半径 a で無次元化)を横軸にとって、無次元変位(ノズル半径 a で無次元化)の絶対値の変化を示す。絶対値を取っているため、初期状態(一様円柱状態)から膨らんだ箇所と窪んだ箇所が山形になって現れる(イラスト参照)。左端の点 A (図の原点) から数えて 1 番目の山は先端液塊の膨らみ(点 B)を表し、2 番目の山は第 1 括れ部(点 C)を表す。第 1 括れ部を表す山の頂点の値が 1 になったときが分断時刻である。

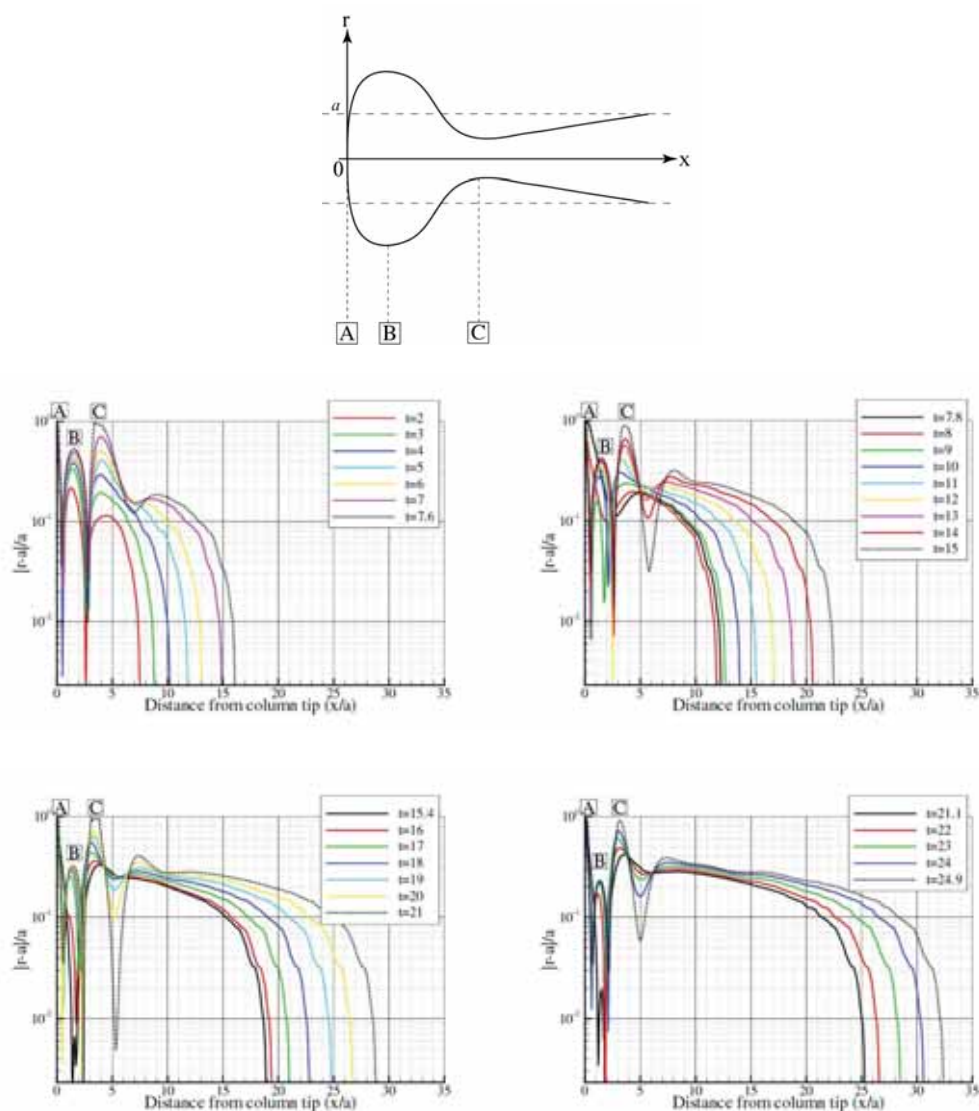


図3 各分断（1回目から4回目）における噴射液表面変位の時間履歴。横軸は各時刻における先端からの無次元距離を示す。縦軸は無次元変位の絶対値を対数表示してある。この図では、右側がノズル出口側（上流側）である。

噴射液はガス流からせん断応力を受けて加速されるので、下流に行くに従って断面半径が縮小する。そのため、第1括れ部の上流側はノズル出口まで負の変位のままになっており、図3において第1括れ部を表す山の右側の裾野が時間の経過と共に次第に右に広がっていく。この裾野の形状は、各時刻においてほぼ同じ形状をしており、右に移動しているのみなので、同じ伸張が起きていることが分かる。すなわち、この計算の範囲においては下流の影響がノズル近傍まで有意に及ぶことはなく、噴射液の分断は先端近傍で起きる現象だけによってもたらされている。

各図の最初の時刻の変位曲線には、顕著な山型が現れていないことより、後の時刻に見られる顕著な山型は、ガス流による加速によって先細になった液柱の端が収縮して表面張力波が作られた結果としてできたものである

ことが知れる。実際、定常波に近い形の表面張力波が先端から作られていく速度を定常表面張力波の伝播速度で見積もると、各図の無次元経過時間と顕著な山型ができている区間の無次元長さが同じになっている。さらに、各時刻において、括れ部を表す山の頂点（点C）は、その間隔が時間と共に指数関数的に増大し続けていることより、先端の収縮による表面張力波の発達と同時に、括れ部が局所的に不安定化していることがわかる。しかも、先端の膨らみ部と括れ部の長さは約 $3a$ 程度であり（先述したように形成される液滴も $3.1a$ 程度の大きさである）、単に液柱の表面張力による不安定性だけ考えたのでは、波長が短すぎて不安定化しないことより、この不安定性は液柱の端の効果が効いてもたらされているはずである。そこで、流れ構造を詳しく調べ、括れ部が局所的に不安定化する機構を明らかにした。

4. 2. 1 第1括れ部の不安定性の特性付け

4. 2. 1. 1 括れの増幅率

表面張力による噴射液先端の収縮によって作られる括れ部は、はじめ括れの幅と深さが増すとしても、先端近くより次第に定常値に落ち着いていく特性を持つ。これに対して、図3に見える第1括れ部を表す山の頂点の高さは時間の経過と共に指数関数的に増大して分断に至っていることより、先端液塊が作られる過程で第1括れ部が不安定化していることが分かる。

そこで、第1括れ部の括れの増幅率を考える。1次元理論[4]によれば、連続の式より

$$\frac{\partial r}{\partial t} + u \frac{\partial r}{\partial x} = -\frac{r}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1)$$

が成立するから、最括れ部（ $x = x_{neck} : \partial r / \partial x = 0$ ）において増幅率 γ は

$$\gamma = \frac{1}{\delta} \frac{d\delta}{dt} = \frac{a - \delta}{2\delta} \frac{\partial u}{\partial x} \bigg|_{x=x_{neck}} \quad (2)$$

によって算出される。ここで、 δ は表面変位を表わし $r = a - \delta$ である。また、座標 x と噴射液の軸速度 u はノズルから噴射液先端に向かった方向を正に取っている。図4に増幅率 γ の計算結果を示す。時間の代わりに括れの程度を表す無次元量（ $a/r - 1$ ）を横軸に取ってある。ガス流による噴射液の伸張が増幅率にもたらす寄与は赤細線のようにになる。計算開始直後に急速に減少するところを除いて小さな値（0.02程度）に落ち着いている。従って、毎回の分断過程において噴射液の伸張が本質的な役割を果たしているとは考えられない。各回の分断に共通した増幅率の変化を分析することにより、第1括れ部の分断過程は、次の3段階から構成されていることがわかった。

第1段階：噴射液先端の収縮による表面張力波の発達

この段階は初回の分断過程で顕現する。初回の分断の増幅率の変化において、最初の単調減少部が、この段階の増幅率の変化を特性付ける。実際、このことは次のようにして確認される。

前の論文[7]で、静止ガス中に置かれた液膜の端の収縮によって作られる表面張力波の数値計算を行っている。その結果を用いて、第1括れ部の括れの程度の時間変化を算出した結果を図5に示す。表面張力波の発達に伴って括れが進展し、0.5程度の一定値に漸近しているのがわかる（先端液塊の振動に伴って漸近値の回りに振動するが）。この計算において、括れ部の膜の厚みを $2r$ とし

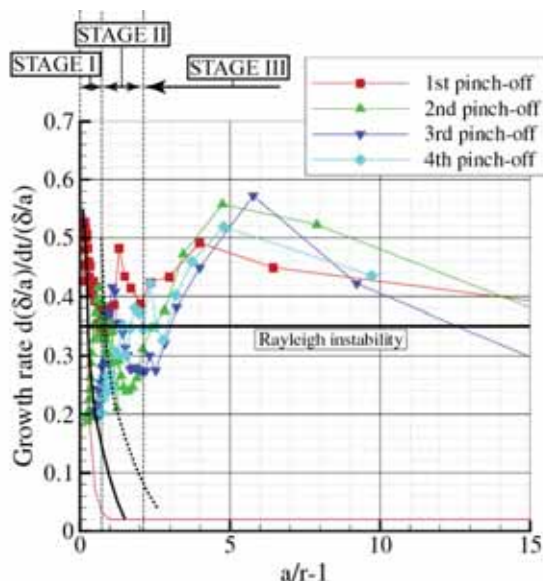


図4 表面変位の増幅率。

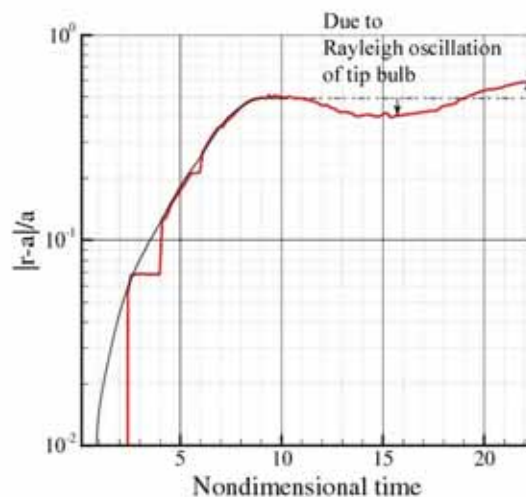


図5 液膜端の収縮による第1括れ部の発展。 $t < 2.5$ では括れはまだ形成されていないが、計算メッシュ幅が0.1であるので、それより小さい振幅の表面張力波がうまく分解して捉えられていないことによる。

て図4の横軸に対応する量を求め、増幅率の変化を図4にプロットすると太実線になり、本計算結果とほぼ重なる。静止ガス中に3次元の液糸を配置した場合の計算では、母線方向の表面張力だけでなく円周方向の表面張力も作用するが、結果は液膜と基本的に変わらないことが確認された。

分断が起きるたびに、新しくできた噴射液の先端から表面張力波が放射され、その挙動は静止ガス中に置かれた液糸の端の収縮によって作られる表面張力波と同じである。しかし、ここで考えている問題においては、ガス流による噴射液の伸張によって、先端近くの液柱の半径が変化する。また、それまでの分断で表面張力波が上流

まで発達しているときには、分断前の第2括れ部が分断後第1括れ部に移るので、第2回目以降の分断における第1括れ部は、はじめからある程度括れが進行していることになる。これらの点を考慮するには、太実線のグラフが一般の半径 a_B の液糸に対する結果を表わすとみなし、次に述べる操作をすればよく、それにより、太実線から第2回目以降の分断における第1括れ部の挙動も予測できる。すなわち、表面張力を零に置いた計算で得られる第1括れ部の表面半径を a_B とする。一般に

$$d(\delta/a_B)/dt / (\delta/a_B) = d\delta/dt / \delta - da_B/dt / a_B \quad (3)$$

が成立することより、まず、太実線を上方に $da_B/dt / a_B = 0.02$ ずらす。次に、横座標を

$$\frac{a}{r} - 1 = \frac{a}{a_B} \left[\left(\frac{a_B}{r} - 1 \right) + \left(1 - \frac{a_B}{a} \right) \right] \quad (4)$$

に従って変換し、グラフを右に伸張させれば求めるグラフが得られる。すると、例えば $a_B/a = 0.7$ (第4回目の分断時の値に対応する) の場合には図の太破線になり、この曲線上の1点(定常表面張力波状態に近ければ下の方に位置する)から増幅率が減少する。第2回目の分断におけるはじめのピークを与える増幅率の変化は、これに一致する。しかし、第3回目以降においては、このような変化は顕著には現れていないことより、第1括れ部は初めから定常表面張力波に近い状態になっていることが知れる。

第2段階：逆表面張力波の発生

先端の収縮によって作られる表面張力波の特性として、(先端液塊も含めて) 各膨らみ部の平均液圧は先端から離れるに従って次第に小さくなっている。しかし、先端液塊の特殊性によって、この特性は、時間が経つと破綻する宿命にある。この事実に着目し、第2段階を下記のように同定した。この段階は、第1括れ部が局所的に不安定化するのに不可欠な前段階である。

先の解析[7]で明らかにしたように、液糸の端の収縮によって作られる表面張力波は、先端圧が一定値(先端の収縮速度 V で流れる流体を淀ませるに必要な圧力値、以下“基準圧”と呼ぶ)に保たれているときには、先端近くから定常表面張力波が実現していく。第1段階の増幅率が時間の経過に伴って零に近づくのは、図5に見るように、先端の収縮によって作られる表面張力波は、初め定常表面張力波に近づこうとする特性を持っているから

である。そこで、先端近くに定常的な表面張力波が実現している場合を基準に取って考えれば、実際の噴射液の先端の挙動は次のようになっている。すなわち、初め先端の液圧は基準圧より高い状態にあり、上流の液柱を強く押し、先端を膨らみ部とした表面張力波(“圧縮表面張力波”と名付ける)が発展する。第1段階で考えられている表面張力波はこのタイプの波である。この表面張力波においては、膨らみ部の液体は、圧力が高く、且つ、先端から見て上流に向かった速度を持っており、上流の液柱を押して、表面張力波を上流に伝播させる原動力を担っている。これに対して、括れ部の液体は下流に向かって流れており、表面張力波の伝播に伴って上流側の膨らみ部の液体を下流側に膨らみ部に移し、下流に向かった正味の流れが作られる。先端の膨らみ部の特徴は、第1括れ部を通して流れてきた液体をさらに下流に流すことができない点である。そのため、第1括れ部を通過する流体は先端液塊になって溜まり、時間の経過と共に先端液塊のサイズが増大する。このことは、溜まった液体量に対応して、先端液塊の圧力が下がることを意味する。先端が上流の液柱を押す力を持つのは、先端液塊の圧力が基準圧より高い間だけである。先端液塊が大きくなり、基準圧より低くなると、先端液塊が上流の流体を吸い込む状態になるので、吸い込み口から、これまで放射されていた表面張力波とは逆の符号をもった表面張力波(“希薄表面張力波”)が上流に伝播しはじめ、すでに存在する圧縮表面張力波に重畳する。その結果、第1括れ部に先端液塊に向かった流れの加速が起き、括れの進行速度が増大する(圧縮表面張力波が噴射液先端での不連続的な圧力上昇によって発生するのに対して、希薄表面張力波は、先端液塊での連続的な圧力降下によって発生する。従って、その効果は上流の液柱部と先端液塊との間の圧力差に応じて生じるような加速流として特性付けた方がむしろよいであろう)。このように考えれば、分断直前の括れ部の形状変化がよく説明できる。実際、図6において、上側の細線が基準状態での先端液塊と第1括れ部の形状をあらわすものとする。これに下側の細線で描いた希薄表面張力波を重畳させると、太線で描いたような表面形状に移る。この形は分断前に第1括れ部が共通してとる形になっている。

注意すべき事柄は、先端液塊から放射される表面張力波の変化によって第1括れ部の括れの増幅率の変化が起きることである。圧縮表面張力波の定常表面張力波状態への接近は増幅率の減少をもたらす。しかし、希薄表面張力波が放出されるようになると、重畳によって先端液塊近くの第1括れ部の半径が小さくなっていくので、増幅率が増大に転じる。しかし、以降単調に増加し続ける訳ではない。先端液塊のサイズの増加率は先端液塊が大

きくなるに従って次第に低下するので、増加に転じた増幅率はあるところで極大化し、その後減少に向かう。重要な点は、この間第1括れ部の液体は先端液塊に吸い込まれ続けるから最括れ部の半径は減少し続けるということである。さらに、先端液塊の圧力が下がり続けるので、圧縮表面張力波による括れの進展とは異なり、希薄表面張力波による括れの進行には限界がない点に注意しよう。このことが、全段階を通して第1括れ部の括れが進行し続ける理由である。また、分断によって作られた新しい噴射液の先端の第1括れ部は、分断前の第2括れ部の状態から変形していくことになるので、最初から r はある程度小さくなっており、増幅率は大きな値を持たない。分断前の第1膨らみ部は分断して先端液塊になった時点で既に基準状態に近づいているから、先端液塊のサイズの増大に伴って上述の変化が起きる。図4に現れている第2回目以降の分断過程における最初の鋸歯状ピークは、このようにして出来たものであると考えられ、それらは、初期液塊のサイズと圧縮表面張力波の進展の程度によってピークの位置は異なってもほぼ同じ形状をしており、同じ原理でできていることを暗示している。

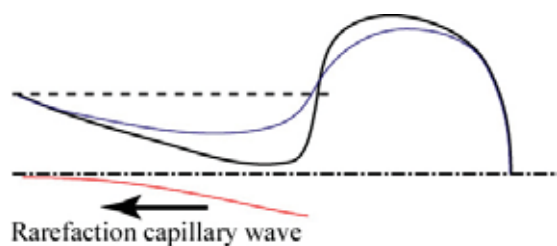


図6 希薄表面張力波の重量

第3段階：第1括れ部の局所的不安定化

第2段階の現象の進行の結果、円周表面張力の効果が母線表面張力の効果を上回るようになると、括れ部の圧力が上がるので、第1括れ部は局所的に不安定化し、ますます第1括れ部から先端液塊に流体が流れるようになり括れが加速度的に進行して分断に至る。図4における増幅率の最後の大きな山は、この局所的な不安定化が第1括れ部でできている状態を表わす。

4. 2. 1. 2 液圧変化

表面張力波の性格が強ければ、括れ部の圧力は括れの進行に伴って低くなるのに対して、不安定性によって括れが進行するときは、括れ部の圧力が上昇するため、上述の第1,2段階と第3段階の違いは括れ部の液圧の変化にも現れるはずである。

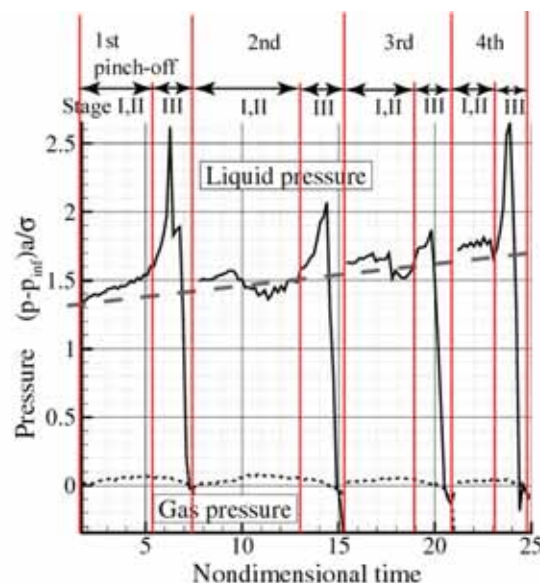


図7 第1括れ部における気相（点線）および液相（実線）の圧力履歴

そこで、図7に、第1括れ部の最も括れた位置の中心軸上における液圧の時間変化を示す。括れ部の液圧が、初めからノズル口径に基づいて評価した液柱の表面張力圧 σ/a より大きくなっているのは、表面張力波の形成による圧力降下よりもガス流による液柱の伸張による圧力上昇の効果の方が勝っているからである。同じ理由によって、(分断位置が時間の経過とともにノズルから遠ざかっていく本計算では)分断によって作られる新しい噴射液の第1括れ部の初期圧力が分断を重ねる度に上がっていき、先端表面張力波の形成はこのような高い液圧を持った液柱に対してできている。図には、同じ位置における表面ガス圧の変化も示してある。ガス圧と液圧の変化の間には大きな開きがあり、ここで考えている不安定化に重要な役割を果たしていないことが分かる。

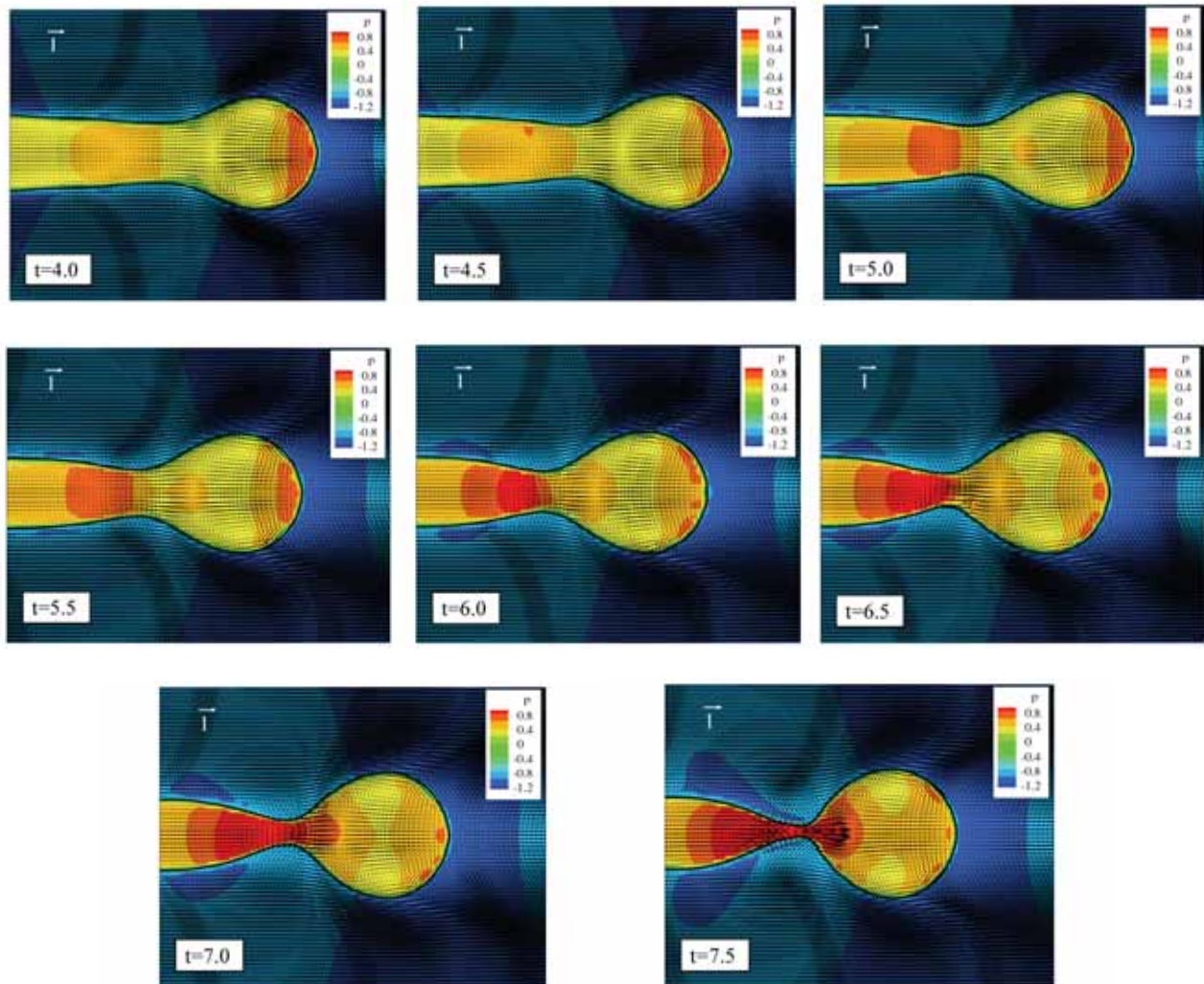
最後のスパイク状の圧力変化部が第3段階を表わしており、それ以前のほぼ一様な圧力部が第1,2段階を表わす。最後に急激に圧力が負圧に落ちるのは、先端液塊に流れる液体の慣性によって真空化が分断位置で起きるからである。

4. 2. 2 流れの変化

図8(a)に初回の分断過程に対して先端近くの流れ速度分布（液体の先端移動速度を引き算し表面張力波速度で無次元化した）と圧力分布（平衡圧からの差圧を平衡液圧で無次元化した）を示す。また、先端位置を合わせて描いた形状変化を図8(b)に示す。最括れ位置を○印で示してある。最括れ位置は、初め先端から遠ざかるが、時刻 $t=6$ ($a/r-1=1$)を過ぎると再び近づいている。 $t<6$ は圧縮表面張力波が発達している期間であり、定常値に向かって

波長が増大していることが、最括れ部を先端から遠ざけている。この期間における増幅率の変化は静止ガス中に置かれた液糸の結果とほぼ同じある。 $t > 6$ では希薄表面張力波が作られ、最括れ部位置が先端に近づき、 $t = 6.5$ ($a/r-1=2.5$) において不安定化している。時刻 $t = 6$ は、図 8(a)の圧力分布において、先端液塊の先端の赤色高圧

部が消失する時刻であり、この時刻において先端液塊は基準圧力より低くなり、第1段階から第2段階に移行したと考えられる。 $t = 6.5$ は最括れ部の圧力が高圧化した時刻であり、確かに第2段階から第3段階への増幅率の変化がそこで起きていることが確認される。



(a)



(b)

図 8 先端近傍の流れ場。

(a)圧力場と速度場。(b)最括れ位置の履歴を(a)図をそれぞれ重ね合わせて描いたもの。

4. 2. 3 内部流動による表面張力波の修正

噴射液の各断面において流体力学的特性（速度、圧力）が一様であると仮定した1次元理論[4]に基づいて噴射液の挙動を考えてみる。1次元理論では、ガスから作用するせん断応力の効果は、体積力に置き換えて記述され、液体が加速されて細くなっていく様子を記述することができる。この場合、加速率が小さければ、噴射液先端近傍はある縮小した半径とある加速された速度を持った液柱とみなすことができるから、その液柱に乗って観察すれば、静止液柱の場合と同じように端の収縮が表面張力によって起き、表面張力波が上流に向かって発達することになる。このとき作られる表面張力波は、波長が半径より十分長ければ、液柱のバルクな特性によって決まるものであるから、1次元理論によって十分記述できるはずである（波長の短い波は断面内の速度の非一様性によって修正される）。その特徴は、先端に液塊ができ、その上流に括れと膨らみが交互にでき、これらの間隔と表面変位が最終的に一定値に近づいていくことである。図5において、静止液柱の収縮によって作られる定常表面張力波の波長に対応する先端液塊と括れができているのは、この特性が現れているためである。しかし、実際の噴射液の各断面の速度は一様ではなく、ガス流によって表面近くの液体は内部の液体よりも大きな速度を持っている。そのため、表面流の存在によってバルクな特性によって決まる表面張力波も修正を受けることになる。本計算によって明らかになった表面流の効果をまとめると、以下の通りである。

4. 2. 3. 1 先端液塊の修正

図9の模式図に示すように、ガス流に引きずられた先端液塊側面の表面流は、先端で会合衝突してその圧力を上げる。図8(a)における先端液塊の高压化は、表面張力に引っ張られて内側に納めた液体を上流に動かそうとする（先端の収縮）ために生じているものであるから、表面流の衝突によって先端の圧力が上がれば、その分、先端の収縮速度が低下しても同じ形状を保つことができることを意味する。一方、ガス流の流線間隔が狭まる液塊の側面ではガス流が加速されて圧力が下がる。そのため、その内側にある液体の圧力が対応して下がっても同じ膨らみ状態を維持できる。これら2つの効果により、表面張力によって生み出される液塊の圧力は全体として小さくなくても構わない。別の言い方をすれば、見かけ上、表面張力が小さくなったと同じ効果が生じる。図8(a)に見える先端近くおよび中央の圧力分布はこのようにして修正されてできたものである。先端で衝突した表面流は向きを変え、中心軸に沿って低圧な上流に向かって流れる。この流れの向きは表面張力波によってもたらされ

るものと同じであるから、定常表面張力波の特性を失わせるものではない。括れ部では、表面張力波によって先端に向かった流れが作られているから、この流れと下流から来た流れが衝突し衝突部の圧力が上がる（この衝突流自体は表面張力波においても存在する）。衝突した流体は、括れ部の表面流と共に先端液塊の側面でガス流に引きずられて流される表面近くの流体を補うように側面に向かって流れて行き、先端液塊内に循環流が形成される。この循環流も圧力を下げるのに寄与する。かくして、先端液塊は全体として表面張力波の特性を保持しながらも、表面流の存在によってその性格が弱められることが分かる。ゆえに第1段階から第2段階への移行が早められている。図10には、代表的な時刻における流線を描いてある。

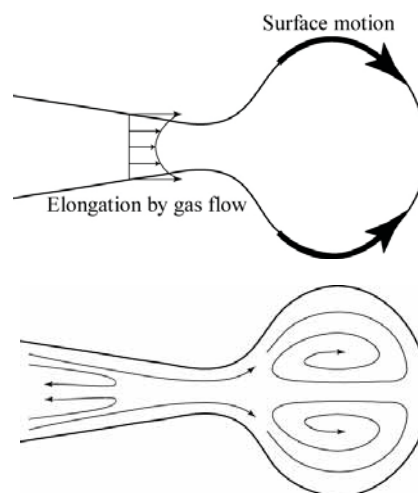


図9 先端液塊付近の流れ場パターンの模式図。括れ部を通過した液体は先端液塊の表面に沿って流れ渦巻きながら内部に溜まっていく。

4. 2. 3. 2 第2膨らみ部の修正

第1括れ部の上流に作られる膨らみ部は、変形量が小さい分、程度は弱いですが、基本的に先端液塊と同じ特性を持つことに注意しよう。すなわち、そこでは上流に向かった流れが作られ、圧力が上がる。そのため、表面流があるときにはその流れにブレーキをかける働きをし、圧力が上がって、その上流側に先端液塊と同じ循環的な流れを作ろうとする。

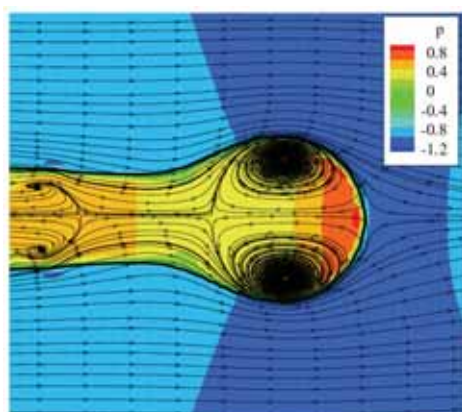
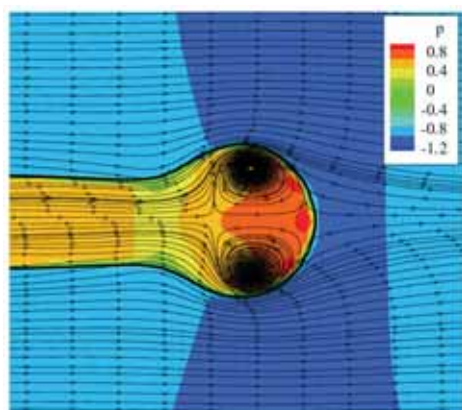
(a) $t=4$ における圧力場と流線(b) $t=10$ における圧力場と流線

図 10 流線図

4. 2. 3. 3 上流縮流部の特徴

液系の先端の収縮によって作られる表面張力波は、先端から離れるに従って波長が短くなる分散波である[4]。文献[7]で示したように、波長の短い波の位相速度は液柱径に独立であり、 $\sqrt{\sigma k / \rho}$ となる。この波は表面近くの変動だけによって伝わるので、実験室系で見た波の伝播速度は表面流の影響を強く受けることになる。取り扱っている問題では、ガス流による表面流の加速によって、噴射液の表面速度は噴射速度より大きくなっているため、波長の短い波しか上流に伝播できない。しかし、波長の短い波成分は振幅が小さい。また、粘性によって減衰し、伝播性を持つ波の波長には下限がある[7]。そのため、上流に早く伝わる波はないか、あるいは存在しても振幅が非常に小さく、それがもたらす効果は無視できる。逆に比較的振幅の大きな波成分は上流に伝わることはできないか、または、伝わるとしても非常にゆっくり伝わっていく。第1括弧部から上流の噴射液の表面にかなり時間が経つまで目立った凸凹が見えないのは、以上の理由による。また、このことより、本計算で現れた分断がノ

ズルの存在と独立に起きていることが実証できた。乱流微粒化における液系の分断を考えた場合、直接ノズルに対応するものはないから、ここで解明した分断機構は重要である。また、ノズル出口で反射して不安定波に転化できる表面張力波の波長には制限があるので、そのような波が到達できなければ不安定波は現れないことも忘れてはならない。図3において、縮流部において定常表面張力波に対応する波だけが作られていることや、噴射液と一緒に流下する不安定波が作られていないように見えるのは、このような理由による。従って、極限的な描像として、粘性が比較的強く効く条件下においては、定常表面張力波だけが噴射液の先端近くに作られ、その上流には表面張力が伝播しない領域が生まれる。このときの噴射液の分断は、噴射液に擾乱が含まれていないので、先端だけの変形によって自然に起きる分断である。

以上のように、液柱に初期擾乱を与えない条件でも端面から分断が起こり液滴を生成するのは、端面からの表面張力波の形成と液柱の伸張による不安定化によって引き起こされていることを示した。これは、従来考えられてきた液系の分断メカニズムに修正を迫るものであり、乱流微粒化を考える上で重要な事実である。

4. 3 長波長モード

時間が経過し噴射液柱が長くなると、先端から上流に伝わる波数が大きく振幅のごく小さい表面張力波がノズルに到達し、反射によって不安定化に転化することが可能であれば、その影響が現れるようになるはずである。ここでは、前半で述べた数値計算をさらに継続しておこない、この可能性について詳しく調べた結果を報告する。また、それから導かれる乱流微粒化研究への新たな知見について述べる。

4. 3. 1 分断の様子

図11に、横軸を液柱先端からの距離、縦軸を表面変位の絶対値とした図を示す。液柱がガス流によって伸張されているために時間が経つにつれて右側に伸びていくが、いつまでも伸びるわけではなく第7回目以降では液柱の平均の長さはほぼ同じになってくる。なお、第7回目の分断では、分断時に括弧部が長く、切れた直後にその部分が急速に縮むためにこの図では液柱長さが一度短くなるように見える。

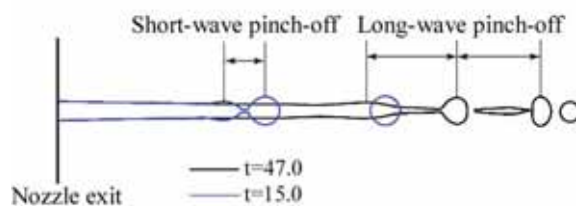
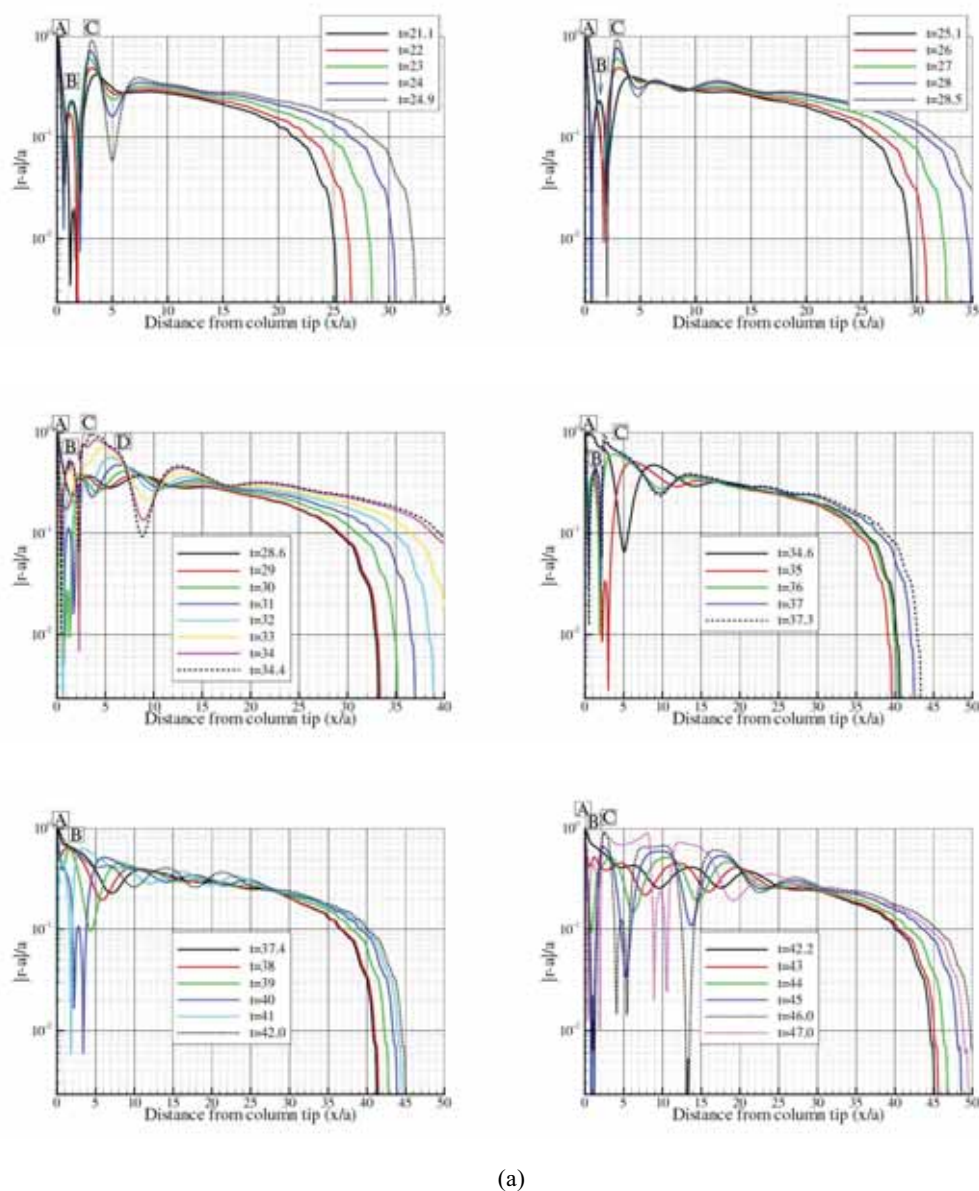


図 11 表面変位の時間履歴。(a)は各分断（4 回目以降）での挙動を示す。(b)は、第 2 回目と第 10 回目の分断時の形状の違いを示す。

特徴的なのは、第5回目の分断以降において、定常表面張力波より長い波長の表面変位が現れることである。そこで、図11(b)に、第2回目と第10回目の分断における分断直前の形状を示す。これによれば、第2回目の分断では先端液塊における第1括れ部のみが特に発達し約 $3a$ の長さでの分断が起こるが、第10回目ではより長く局所半径の約9倍の波長の分断が起こる。この長波長の分断は以下の章で解析するようにレーリー不安定によるものである。

4. 3. 2 レーリー不安定波の励起機構

4. 3. 2. 1 レーリー不安定波の同定

液柱の表面に起きている変位の特性を理解するために、まず表面変位についてその波長特性を調べた。図11に示した表面変位には噴射液の加速による寄与も入っているので、振幅の小さな波の特性を見るのに不便である。表面張力波が生じなければ、ノズル近くの流れは、時間が経つと定常になるはずである。実際、同じ計算条件で仮想的に表面張力をゼロにした計算を行った結果によれば、噴射液はガス流によって加速され、滑らかに先細の形になっていくが、その形状は初期条件の影響が消えると $t=9$ 程度からほとんど変化しないことが確かめられている。図12に表面張力がある場合とない場合の時刻 $t=27.1$ における表面形状を示す。いずれの場合にもノズル近くの形状は基本的に同じになっていることがわかる。従って、十分噴射液が長くなった後においては、ある時刻の表面変位分布を基準にして、それからの変化を見れば、噴射液の加速の寄与が除去されて、波の特性が見やすくなるはずである。図13は、無次元時刻 $t=27$ を基準にして、その形状からの差を各時刻においてプロットしたものである。ノズルから下流に向かって発展する波の

特性を抽出したいので、横軸はノズル出口から下流に向かって測った無次元距離に変更してある。縦軸はノズル出口半径 a で無次元化した変位である。例えば、無次元時刻 $t=27.10$ に $x/a=18.4$ 付近にある波を追跡してみると、初めは振幅を増しながら下流に移動しているが、やがて今度は振幅を減しながら下流に移動していくことがわかる。 $t=29.98$ ではほぼ元の振幅に戻り、続けて今度は負の方向に振幅が増えていく。

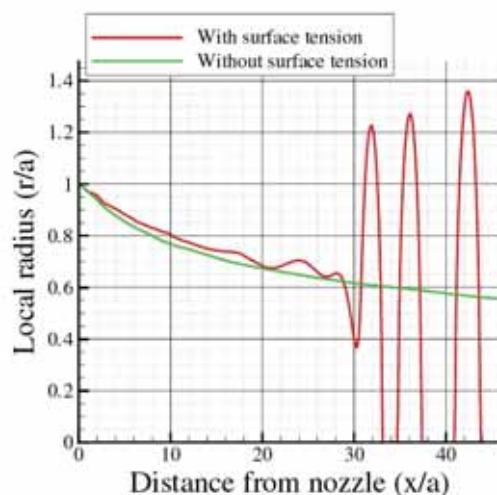


図12 表面張力の有無による形状の違い ($t=27.1$): 噴射液はガス流によって加速され、先に行くに従って細くなるが、表面張力がある場合は先端の収縮による押す力の作用があるために、上流の液体の流れにブレーキをかける作用が働き、表面張力が作用しない場合に比べれば太めの液柱になっている。

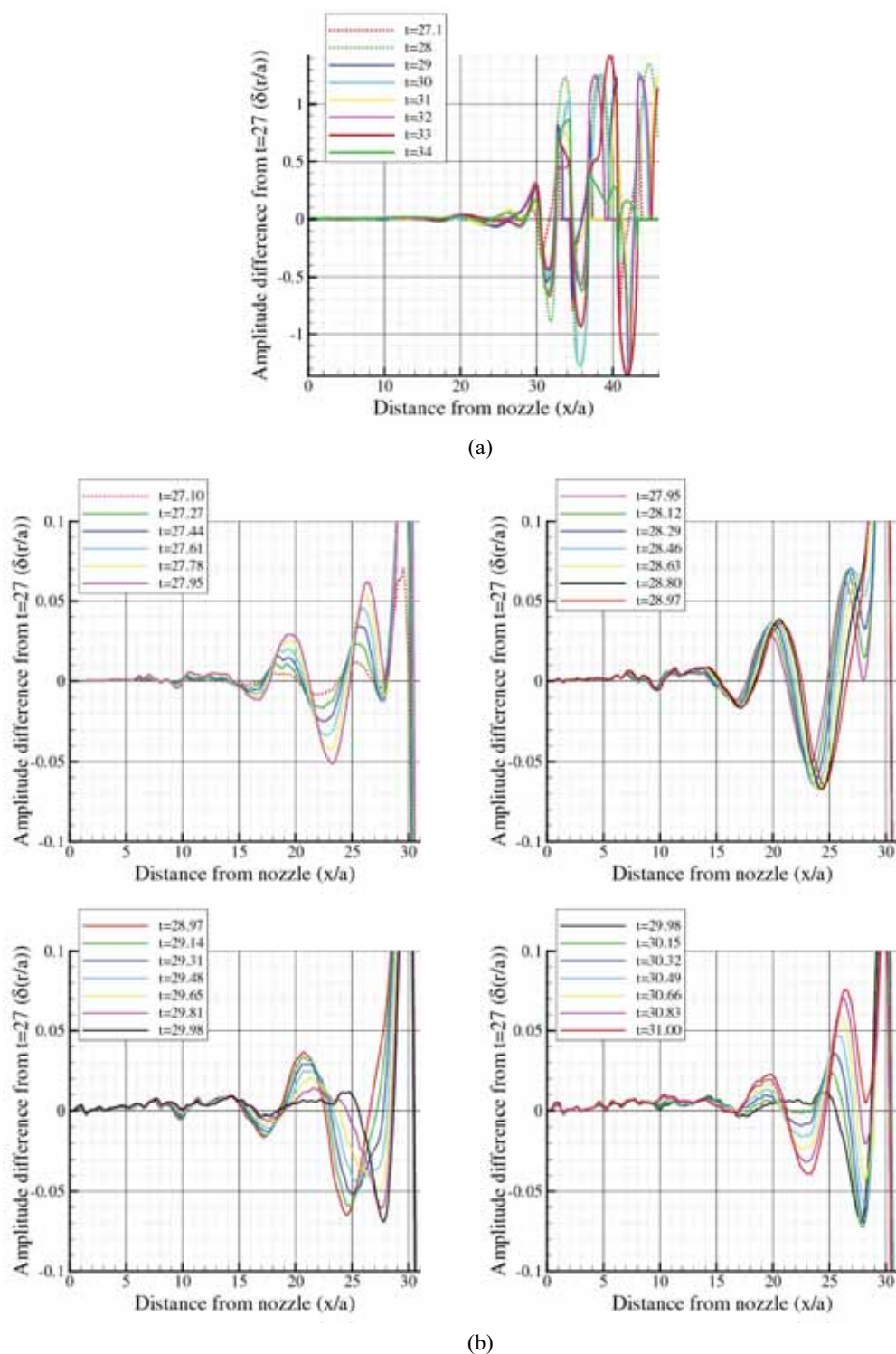


図 13 時刻 $t=27$ での表面形状を基準にして表面形状の差をプロットした図。(a)は全体の動きで(b)はより細分化して見た図である。

この動きは、ある波長の波が一定速度で下流に移動するときの動きに似ている。簡単な例として波長 2π 、最大振幅 1 の正弦波が速度 $2\pi/10$ で平行移動するとき、時間刻み 1 で基準からの変位の差を取ると、図 14 のようになる。例えば $x=\pi$ から見ると頂点が下流に移動しながら 1 周期 $T=10$ の間に振幅が上がった後に下がり元に戻る。

続けて次の 1 周期で振幅が負に振れまた元に戻る。ある基準形状から差を取ったとき、各瞬間形状においてその波長は変わらない。また、正負の頂点があるので 1 つの頂点の軌跡は 1 周期の間に元の正弦波の半波長分移動する。

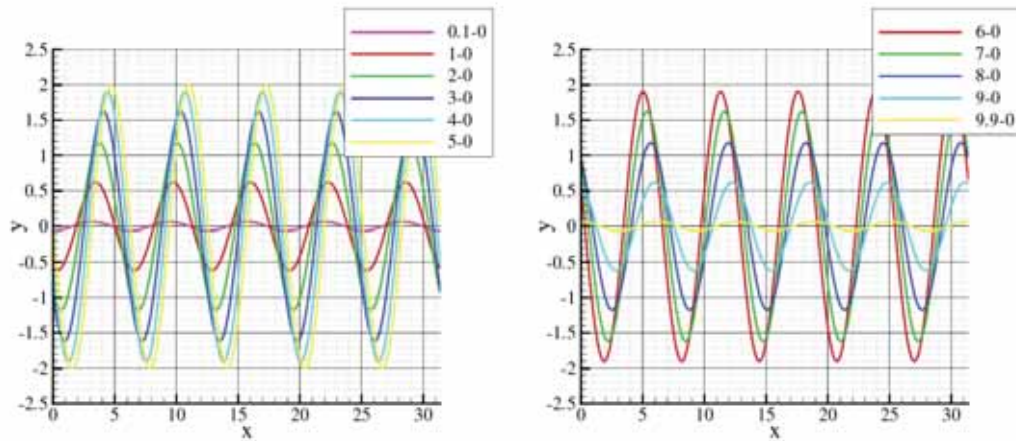


図 14 正弦波が下流に一定速度で移動するとき、初期値を基準にして各時間の形状との差を取ったときの参考図。例えば 3-0 は $t=3$ の形状と $t=0$ の形状の差を表す。

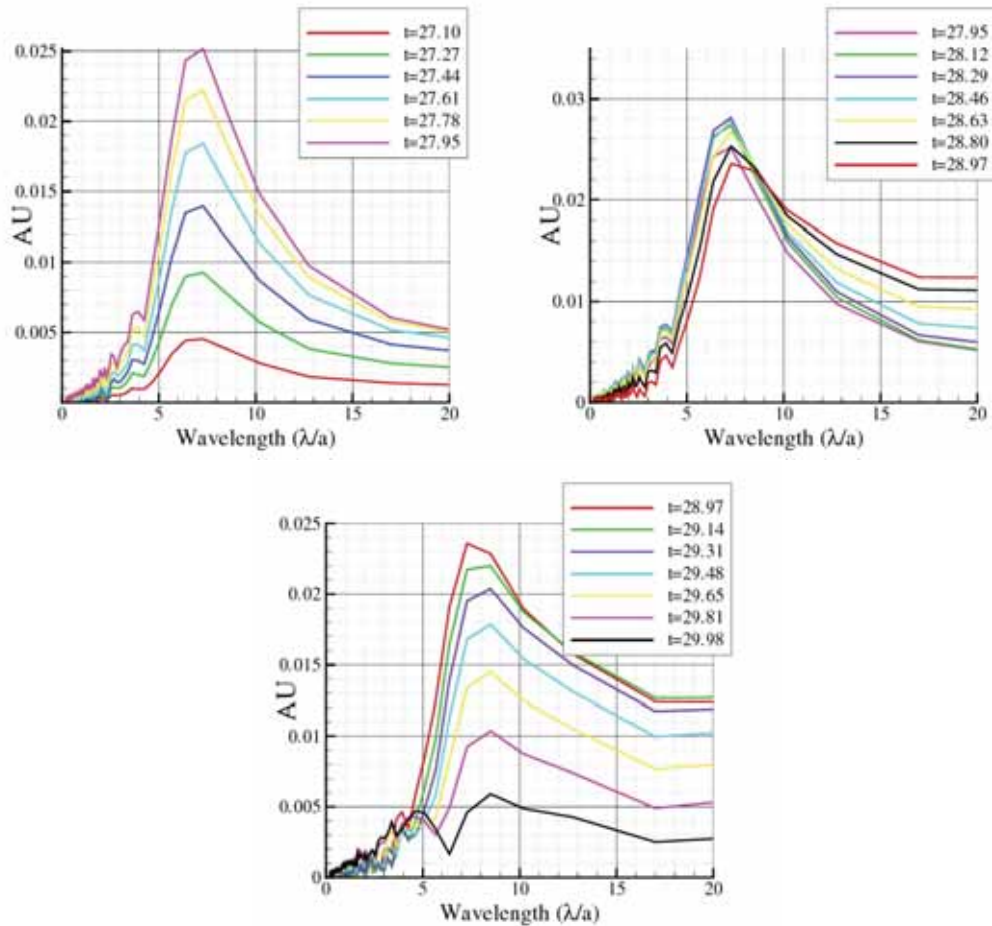


図 15 表面変位の各時刻における FFT 解析結果

図 13 の実際の変位は、完全な正弦波ではないが同様である。表面変位の差について各時間で FFT を取ったときの結果が図 15 である。これにより今考えている頂点の部分の波は波長が約 $7.5a$ の波であることが分かる。

図 16 に $t=27.10$ からの 1 周期に対して、噴射液の半径、

表面軸速度、断面平均軸速度および断面流量の瞬間分布が示してある。考えている時刻において、断面流量 $r^2 U_{ave}$ はどこでもほぼ一定であり、この図からも根元部がほぼ定常的な流れになっていることが確かめられる。表面速度は出口近くで距離の平方根に比例して増大する。断面

平均速度はほぼ直線的に増大している。 $x/a > 3$ では断面平均速度と表面速度が近づいていく。 $x/a = 30$ を越えた位置で急激に断面平均速度が低下しており、その下流で傾きが増大している。傾きの増大はガスからの運動量輸送量が増大したことを意味し、凸凹した表面の効果による。断面平均速度の低下は、その領域において流れを押し止めるような力が作用していることを意味し、この力の起源は噴射液先端を収縮させようとする表面張力の作用による。

先の論文[7]に示したように表面張力波の伝播速度は波数 $ka=1$ を境にして特性を異にする。そのため、実験室系で見た波の伝播を考えるときには、波長の短い上流伝播表面張力波に対しては表面速度、不安定波および波長の長い表面張力に対しては断面平均速度を考慮しなければならない。上の図を用いて着目する波の位置の断面平均速度を読み取り、1 周期間に動く距離を見積ると約 $7.5a$ 程度である。すなわち、1 周期間の表面流の移動距離とそこでの波長がほぼ一致していることより、この表面の波は液柱表面に対して相対的に静止した波であることが分かる。波の振幅は下流に行くにつれて増幅していることから、これは液と共に流下する不安定波である。

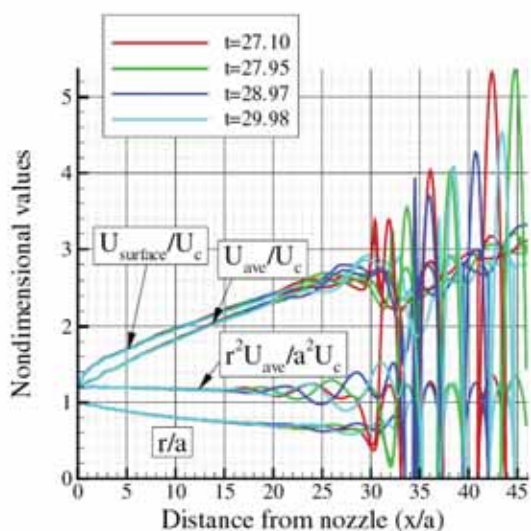


図 16 液柱の表面流速、断面平均流速、断面半径および断面流量。

波長 $7.5a$ というのは、出口の液柱半径を基準に考えたものである。しかしながら、液柱全体はガス流によって伸張を受けており、局所の半径は出口半径よりも小さくなっている。そこで、局所の半径で波長を表現する。時間と共に局所の半径は変化するが、この 1 周期間の平均は約 $0.85a$ である。これを基準に考えると、波長は局所半径の 9.4 倍である。これは、レーリーの解析で求められる最も不安定な波の波長（液柱半径の約 9 倍）にほぼ

一致しており、液柱を流下する間にこの不安定波が卓越してきたことが分かる。

4. 3. 2. 2 励起機構

それでは、このレーリー不安定波はどのようにして作られたのであろうか。本計算では初期条件およびノズル出口の境界条件において擾乱は一切与えていないから、噴射液が自然に生み出す不安定波でなければならない。図 2 では一見噴射液の先端近くでしか変形していないように見えるが、図 13 をよく見ると振幅は非常に小さいが、波長の短い波がノズルに向かって進んでおり、ノズルまで分断の影響が及んでいることが知れる。梅村は、噴射液先端の収縮によって作られた上流伝播表面張力波が不安定波に転化する機構について理論的に考察し、ノズル出口での反射と気液速度差による流体力学的作用を挙げている[1-5]。そして、それによる自己完結的な液糸の分断機構を提唱している[3-5]。レイノルズ数の小さな本計算において、気液速度差によるガス圧作用が支配的になるとは考えにくい。したがって、先端の表面張力波がノズル出口に到達し、反射して不安定波になる可能性を念頭において計算結果を分析した。

$x/a=12$ 付近より上流には、短い波長の変位が見られ時間とともに変位が蓄積している（図 13）。これは、下流から上流に分散波が伝わる様子を表している。変位が全体的に正側に偏っているのは、下流の大変形によって、上流の液体の流れにブレーキを掛ける効果（下流における不安定波による強い括れの効果は、上流にも及び、上流部を膨らまそうとする効果を持つはずである）が現れているためである。表面変位の波長は約 $a \sim 2a$ であり、この波長の表面張力波の伝播速度[7]は、 $1.78 \sim 2.46 U_c$ である。実際の流れ場では、図 16 に見るように液柱表面の速度はこれよりも低いので、粘性による減衰効果を受けながらもノズル出口に達し反射し、不安定波に転化する波が存在することがわかる。この反射波が流下する長い時間の間に特定の波長の不安定波が卓越してレーリーの不安定性が出現する。

このように、液柱長さが伸張によってある程度長くなると、はじめ不安定波の振幅が非常に小さくても、噴射液と共に流下する間に十分振幅を増大させるに足る時間を持つことができるようになるので、前報で見た噴射液先端部の局所的不安定化だけではなくレーリーの不安定性も混在する状態になる。例えば、図 11 で見た第 6 回目の分断の例では、レーリーの不安定性でできた第 2 括れ部が最も不安定になり先端にできた第 1 括れ部を飲み込んで分断に至ったと考えられる。

4. 3. 2. 3 噴射液の分断レジームの多価性

前半の結果と合わせて本計算結果をまとめると、以下の事柄がわかる。

ノズルから液体を噴射したとき、最初の表面張力波が作られだしてから短い時間の間は、ノズルに到達する表面張力波の振幅は非常に小さいため、仮にノズルで反射し不安定波に転化する成分があるとしても、分断距離まで流下する間に振幅が有意に増大することはない。従って、前報で述べたような、他に有効な不安定化機構があれば、それに支配されて噴射液の分断は起きる。しかし、本計算のように短波長分断を繰り返す間に噴射液が長くなる場合には、ある程度噴射液が長くなると、ノズルに達した表面張力の反射によって作られた不安定波の成長が顕現し、不安定波の最大振幅が噴射液先端の収縮による表面張力波の最大振幅より大きくなることができ、それによって分断が起きるようになる。ノズル出口で作られた不安定波によって分断が起きるようになると、その位置の分断によって作られた表面張力波がその後に上流に伝播し続け、同じ大きさの波がノズルに達するようになるので、その後は同じ機構による分断が繰り返されるようになり、分断距離が定まったレーリー分断に移る。

実際、上述の考えが妥当であることは、図 17 に太線で記入した不安定波の増幅率 (Ω) の変化を見て確認できる。このグラフは、初期液柱の先端の収縮によって作られる表面張力波（解析の簡単化のため、集中化し、全ての可能な波数 k_0 の波が初期時刻 $t=0$ において瞬間的にノズルに向かって放出されると仮定した）の軌跡を追跡して作られている。フーリエ分解された表面張力波に対して、それぞれの素波（波数 k_0 ）の軌跡を下記の計算方法に従って追跡した。まず、ノズルから下流に x 離れた位置における液柱の基準半径 $a_B(x)$ 、表面速度 $U_s(x)$ および軸平均速度 $U_{ave}(x)$ は、定常流値で与えられると仮定し、図 16 より、

$$a_B(x)/a = 46.6/(46.6 + x/a) \quad (5)$$

$$U_s(x) = \sqrt{\sigma/\rho a} (1.18 + 0.233\sqrt{x/a}) \quad (6)$$

$$U_{ave}(x) = \sqrt{\sigma/\rho a} (1.18 + 0.056x/a) \quad (7)$$

と近似することにした。すると、初期時刻 $t=0$ において噴射液先端 $x=4.7a$ から上流に遡っていく波数 $k=k_0$ の波の軌跡は

$$\frac{dx_k}{dt} = U_s(x_k) - c_r(k, a_B(x_k)), \quad x_k(t=0) = 4.7a \quad (8)$$

を積分して求まる。ただし、ここに波数 k の表面張力波の位相速度は

$$c_r = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho} \left(k - \frac{1}{ka_B^2} \right)} \quad (9)$$

で与えられる。上流に遡る表面張力波の波長は噴射液の半径に比べて短く、表面流の影響を強く受ける。そのため、波が伝わる媒体の流速には軸平均速度 U_{ave} ではなく、表面速度 U_s が使っている。表面張力波の位相速度 c_r は U_s より大きくなければならない。波のある位置における軸速度の変化に伴って波数 k が初期値 k_0 から変化する。この変化は、表面張力波をフーリエ分解して考えていることに対応して、普通の音波と同じ関係式（表面張力が作用しない定常噴流の中を単純波が定常的に伝わる場合の関係）

$$k[U_s(x_k) - c_r(k, a_B(x_k))] = k_0[U_s(4.7a) - c_r(k_0, a_B(4.7a))] \equiv f_{k_0} \quad (10)$$

に従うものと仮定した。ノズルから遠ざかるに従って表面速度が単調に増大するので、初期にノズルに向かった波は全てノズル出口に到達する。

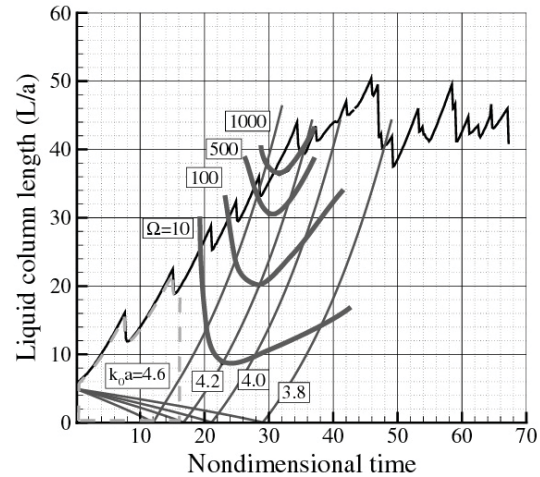


図 17 噴射液先端位置の時間変化と初期噴射液先端から放射される表面張力波の軌跡の関係。鋸歯状の実線は本数値解析による先端位置の時間履歴を示す。

図 17 には、縦軸に x_k/a を取って、 $k_0 a = 4.6, 4.2, 4.0, 3.8$ の場合の波の軌跡が細線で描いてある。また、鋸歯状の実線は本数値解析による先端位置の時間履歴を示す。初

期噴射液先端から出た右下がりの曲線が、ノズル出口に達するまでの波の軌跡を表す。 $x_k=0$ となる時刻を t_{rk} とする。着目している波数の波では無次元時間で 20 程度の値を取る。

ノズル出口に到達した表面張力波は、そこで反射し、式

$$k[c_r(k, a_B(0)) - U_s(0)] = k'[c_r(k', a_B(0)) + U_s(0)] \quad (11)$$

に従って波数が増加する（入射波と区別するため伝播性の反射波にはプライムをつける）。注意しなければいけないのは、反射波は局所的な波数 k' の値によって伝播性の波と不安定波に種類が変化することである。入射波の波数が高いときは反射波も伝播性を持ち、式 (11) が成立する。そして、その波の軌跡は

$$\frac{dx_{k'}}{dt} = U_s(x_{k'}) + c_r(k', a_B(x_{k'})), \quad x_{k'}(t = t_{rk}) = 0 \quad (12)$$

に従う。 U_s が x の増加関数になっていることより下流にいくにしたがって波数が小さくなり、式(10)と同様に、

$$k'[U_s(x_{k'}) + c_r(k', a_B(x_{k'}))] = f_{k_0} \quad (13)$$

が成立しなければならない。波数 k' が減少する間に時刻 $t = t_{ck'}$ において $k'a_B = 1$ となると、表面張力波から不安定波に転化する（ダブルプライムによって不安定波を識別する）。その後は、式

$$\frac{dx_{k''}}{dt} = U_{ave}(x_{k''}) \quad (14)$$

$$k''U_{ave}(x_{k''}) = f_{k_0} \quad (15)$$

に従って不安定波が流下する。不安定波は波長が長く、液柱の流れと一緒に移動するので、流速は軸平均速度 U_{ave} に変えてある。伝播性の波である間は波の振幅 δ に変化はないが、不安定化すると、振幅は次の式に従って増大する。

$$\frac{\delta(t=t)}{\delta(t=t_{ck'})} = \Omega = \exp\left(\int_{t_{ck'}}^t \sqrt{\frac{\sigma k''}{2\rho a_B^2} [1 - (k''a_B)^2]} dt\right) \quad (16)$$

入射波の波数が小さくなると、ノズル出口で反射した時に

$$k[c_r(k, a_B(0)) - U_s(0)] = k''U_{ave}(0) \quad (17)$$

に従って不安定波に転化するようになる。その軌跡と増幅率の時間的发展を求めるには $t_c = t_r$ として式(14)-(16)を積分すればよい。

ノズルに達する表面張力波は単純波の合成として表現されるので、さまざまな波数の波に対して、上記の計算を行わなければならない。 k が大きいときには、反射波も伝播性を持つ。 k が小さくなるに従って、反射波は、はじめ伝播性を持っていても途中で噴射液の伸張によって不安定化するようになる。計算結果によれば、このような表面張力波から不安定波への遷移が起きる時刻はほぼ一定値になっており、無次元時間で 16 である。従って、この時刻より前には噴射液の中に不安定波は存在しない。伝播性を持つ反射波はノズルに達したときの流伝播表面張力波の振幅に等しく、通常非常に小さいので、これが噴射液の分断に強く影響することはない。従って、無次元時間 16 以前に起きている噴射液の分断は、先端の特性だけで起きていることが確認される。無次元時間 16 を越えると、噴射液の中に反射不安定波が現れる。そのため、はじめ小さな振幅であっても、指数関数的に増大するので話が変わってくる。図には Ω の等値線が描いてある。 Ω が大きな値を取る位置は、計算で長波長分断が顕現する分断距離と一致している。短波長分断から長波長の分断にモードが切り替わる分断距離位置（無次元時間 30、無次元分断距離 40）における増幅率は 100 から 1000 になっており、数値計算で得られたノズル近くの表面の凸凹の振幅の大きさと対応していることに注意しよう。変位量が小さいので数値計算結果で波のフロントを追跡することは難しいが、この結果は、数値計算で長波長分断が現れる条件と一致しており、上に述べた機構で長波長分断が起きていることが確かめられる。

以上、初期液柱の先端から放射される表面張力波のノズル出口での反射波を追跡して長波長分断を引き起こす機構を述べてきたが、同じことは、分断によって作られた新しい噴射液の先端が作られるたびに起きる。かくして、ひとたびレーリーの不安定性による分断が起きると、その後は、長波長分断が継続的に起きるようになる。

実際に、不安定波が有意な役割を果たすようになるのは、生成された不安定波に最大増幅率が現れるようになってからであり、それによって分断距離が固定されるようになっていく。この過渡期においては、短波長分断機構と長波長分断機構が共に働く。また、分断によって放射される表面張力波がノズルに達する時刻と関連して長波長分断が起きるので、分断距離に揺らぎが生じるのは

当然である。

前半で述べた微小重力実験結果は、高压タンクに貯めた液体の噴射の最終段階において現れた現象であるから、時間の経過に伴って液体の噴射速度が低下し、気液速度差が増大するので、分断距離が時間と共に短くなる。そのため、短波長分断が主に現れたものと考えられる。

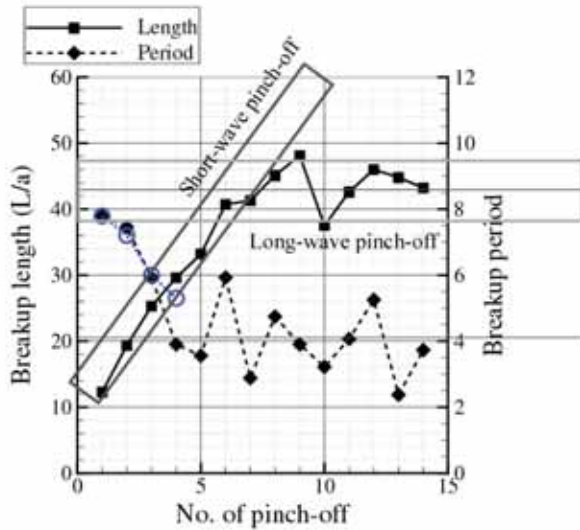


図 18 分断モードの遷移

実際の液系にはノズル出口はなく、またガス流によって液系は伸張を受けるため、現象としては先端からの表面張力波が先端近傍で不安定化する機構が微粒化に際して重要な役割を果たしていると考えられている。しかし、本計算に現れた噴射液の分断は、いずれのモードでも、分断に至る過程は端面の影響によって引き起こされており、端面の影響の考慮なしには正しい微粒化機構の理解はできないことがわかる。

図 18 に各分断の分断距離と分断間隔の推移を示す。はじめの幾つかの分断は前報で詳述した短波長分断モードによる。分断距離が分断ごとに伸びるのは、噴射液先端が分断間隔の間に移動する距離（先端の移動速度 U_{tip} × 分断周期 τ ）が分断波長 λ より長くなっているからである。このモードでは分断は基本的に噴射液先端の特性だけによって起きる。同じモードにあっても、分断ごとに分断間隔が短くなっているのは、ガス流による伸張によって噴射液先端近くの液柱半径が小さくなり、特性時間が短くなっているためである。 n 回目の分断間隔 τ_n は先端部の液柱の半径 a_n によってスケールされるので、

$$\frac{\tau_n}{\tau_0} = \left(\frac{a_n}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (18)$$

の関係が成立しなければいけない。ここに τ_0 は噴射液の太さが一様でノズル半径 $a_0(=a)$ に等しい場合に現れる分断間隔である。第 n 番目の分断に関する噴射液先端の液柱半径 a_n は、表面張力が存在しないときの計算で、分断点と同じ位置における噴射液の半径 a_B として見積もることができる。すると、各分断距離 L_n に対応して a_n の値が定まる。また、第 1 回目の分断条件を用いて、近似的に τ_0 の値を定めることができるから、式(18)に従って $n > 2$ の分断における分断間隔の推移が計算できる。この計算により求めたグラフを白抜きの点で示してある。はじめの 3 回の分断は、この曲線上に乗っており、同じモードによる分断によっていることが確かめられる。しかし、第 4 回目の分断からはそれてきており、この段階で他の要素が分断に効いてきていることが知れる。第 4 回目の分断は無次元時刻 25 において起きており、ノズルで反射した表面張力波が噴射液の伸張によって不安定化できるとすれば、図 17 より、この時刻においても既に反射によって作られた波長の長い不安定波が噴射液先端に達していると考えることができる。このような不安定波は分断によって作られた表面張力波が上流に伝播して作られるので、分断位置によって初期振幅が異なり、分断間隔に揺らぎを伴うのは当然である。たまたま初期振幅が大きくなると、短い時間間隔で分断し、分断位置が上流にさかのぼる。分断時間間隔が短くなり、かつ、分断波長が長くなれば、分断周期 τ の間に先端が移動する距離が分断波長 λ に等しくなる位置に分断距離は落ち着こうとする。計算結果より、この傾向を見てとれる。そこで、図 18 より $L/a \sim 43$ に分断距離が落ち着くと仮定し、そのときの無次元先端移動速を計算結果より 1.8 と評価し、また、不安定波の無次元波長を 7.5 とすると、一定分断距離を与える無次元分断周期は 4.1 と算出される。この値は数値計算で求めた分断間隔の揺らぎの中心に一致している。

5. まとめ

ガス流に平行に低速で噴射液体ジェットの分断現象を解析した。液柱の先端では、表面張力の作用のため丸まろうとする動きが起き上流に表面張力波を伝える。外的な擾乱を一切加えていない本計算で発生した噴射液の分断は、全てこの表面張力波の発生が原因となって起きる自励的な分断である。本計算結果より、先端液塊の成長により首の部分で局所的に不安定化して分断が起きる短波長分断モードと、噴射液の先端から放射された表面張力波のノズル出口での反射波がドップラーシフトを受け波長が伸び不安定化した波が流下しながら振幅を増して分断する長波長分断モードの 2 つがあることが明らかになった。実際に出現するモードは、分断長が短くなる方

があり、時間の経過と共に噴射液の長くなる本計算の流れでは、初め短波長分断が起き、レーリー不安定波が顕現できる長さになった時点で長波長分断モードへの切り替えが起きた。

本研究では、無限長の液柱に対して擾乱を与えその不安定性を見る従来のレーリー解析とは異なり、実際の液糸が置かれているような有限長で端面のある状況で起こる物理機構を解析した点で、微粒化の理解に新しい知見を与えている。

6. 謝辞

本研究は、宇宙航空研究開発機構総合技術研究本部の平成18・19年度先端萌芽的研究課題として研究資金の支援を受けた。ここに記して謝意を表する。

7. 参考文献

- [1] 梅村、日本マイクログラビティ応用学会誌、21、293-299 (2004)
- [2] A. Umemura, Y. Wakashima, *Proc. Combust. Inst.*, 29, 633-640 (2002)
- [3] 梅村、日本燃焼学会誌、46、50-59 (2004)
- [4] 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第1報：噴射液の不安定化に関連する表面張力波)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 640, pp216-223, 2007
- [5] 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第2報：分断フィードバックループ)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 640, pp224-231, 2007
- [6] 梅村、噴射液の自己不安定化機構の理論的研究 (第3報：短距離分断過程の一次元計算)、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 643, pp359-366, 2007
- [7] 新城、小川、梅村、液膜端の収縮により発生する表面張力波の特性、日本航空宇宙学会論文集、Vol. 55, No. 641, pp273-281, 2007
- [8] S. P. Lin, *Breakup of Liquid Sheets and Jets*, Cambridge University Press, 2003
- [9] H. A. Stone, L. G. Leal, *J. Fluid Mech.* 198 (1989) 399-427
- [10] H. A. Stone, *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 26 (1994) 65-102
- [11] H. Takewaki, A. Nishiguchi, T. Yabe, *J. Comput. Phys.* 61 (1985) 261-268
- [12] M. Sussman, P. Smereka, S. Osher, *J. Comput. Phys.* 114 (1994) 146-159
- [13] M. Sussman, E. G. Puckett, *J. Comput. Phys.* 162 (2000) 301-337
- [14] 功刀、日本機械学会論文集 (B 編) 63, 609 (1997) 1576-1584
- [15] 姫野、渡辺、日本機械学会論文集 (B 編) 69, 687 (2003) 2400-2407
- [16] J. U. Brackbill, D. B. Kothe, C. Zemach, *J. Comput. Phys.* 100 (1992) 335-354

宇宙航空研究開発機構研究開発報告 JAXA-RR-07-041

発行 平成 20 年 2 月 29 日

編集・発行 宇宙航空研究開発機構

〒182-8522 東京都調布市深大寺東町 7-44-1

URL : <http://www.jaxa.jp/>

印刷・製本 (有) ノースアイランド

本書及び内容についてのお問い合わせは、下記にお願いいたします。

宇宙航空研究開発機構 情報システム部 研究開発情報センター

〒305-8505 茨城県つくば市千現 2-1-1

TEL : 029-868-2079 FAX : 029-868-2956

© 2008 宇宙航空研究開発機構

※ 本書の一部または全部を無断複写・転載・電子媒体等加工することを禁じます。

