

# 宇宙航空研究開発機構研究開発報告

## JAXA Research and Development Report

---

航空機騒音解析に向けたキルヒホッフ法による  
遠方音場予測コードの精度検証

雨宮 和久, 今村 太郎, 榎本 俊治, 山本 一臣

2008年2月

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency



# 目次

|                         |    |
|-------------------------|----|
| 1 緒言                    | 3  |
| 2 キルヒホッフ法による遠方場解析コードの概要 | 4  |
| 2.1 キルヒホッフの公式           | 4  |
| 2.2 計算スキーム              | 6  |
| 3 キルヒホッフコードの精度検証        | 8  |
| 3.1 検証問題の設定             | 8  |
| 3.1.1 キルヒホッフ面および音場の設定   | 8  |
| 3.1.2 検証の手順             | 9  |
| 3.2 音圧レベルの誤差に基づいた精度検証   | 10 |
| 3.2.1 格子密度に対する精度検証      | 10 |
| 3.2.2 時間微分項の差分化に対する精度検証 | 16 |
| 3.2.3 圧力勾配の差分化に対する精度検証  | 16 |
| 3.2.4 時系列データ数の調査        | 19 |
| 3.2.5 本節のまとめ            | 20 |
| 3.3 一様流がある場合への適用        | 21 |
| 4 適用事例の紹介               | 24 |
| 4.1 単体ナセルの遠方音場予測        | 24 |
| 4.1.1 はじめに              | 24 |
| 4.1.2 問題設定              | 24 |
| 4.1.3 計算結果              | 25 |
| 4.1.4 まとめ               | 27 |
| 4.2 ジェット周辺の遠方音場予測       | 28 |
| 4.2.1 はじめに              | 28 |
| 4.2.2 計算方法              | 28 |
| 4.2.3 計算結果              | 29 |
| 4.2.4 まとめ               | 30 |
| 5 結論                    | 34 |
| A キルヒホッフの公式の導出          | 35 |
| A.1 キルヒホッフ面が静止している場合    | 35 |
| A.2 キルヒホッフ面が移動している場合    | 37 |



# 航空機騒音解析に向けたキルヒホッフ法による 遠方音場予測コードの精度検証\*

雨宮和久<sup>\*1</sup>, 今村太郎<sup>\*2</sup>, 榎本俊治<sup>\*3</sup>, 山本一臣<sup>\*2</sup>

## Validation of Far Field Noise Prediction Code using Kirchhoff Method toward Aircraft Noise Analysis\*

by

Kazuhisa AMEMIYA<sup>\*1</sup>, Taro IMAMURA<sup>\*2</sup>, Shunji ENOMOTO<sup>\*3</sup>,  
Kazuomi YAMAMOTO<sup>\*2</sup>

### ABSTRACT

The aim of this work is to understand the numerical errors resulting from discretization of Kirchhoff method which predicts noise in the far field. This Kirchhoff code uses calculation results from the linearized Euler equations (LEE) or the large eddy simulation (LES) as input data. By changing the size of Kirchhoff surface, grid density and time interval between time-series data, etc., we will validate how the discretization errors, which are caused by four elements in the code, change. Also, we will check whether the errors will enter within our requirements. To understand these values provides guidelines for temporal and spatial data to be output from LEE or LES calculation. In addition, some examples of practical studies using the developed Kirchhoff code are briefly introduced.

### 概 要

本稿では、線形オイラー方程式 (LEE) やラージエディシミュレーション (LES) の計算結果を入力とし、遠方場予測をするキルヒホッフ法の離散化によって生じる数値誤差を把握することを目的とする。離散化に伴う数値誤差の生じる部位は四つあり、キルヒホッフ面の大きさ、格子密度、時系列データの時間間隔などを変化させながら、これらの要素より生じる数値誤差がどのように変化するか、さらにはそれぞれの離散化誤差が要求する誤差内に収まるかどうかを検証する。これらの値を把握することによって、LEE や LES で出力すべきデータ (時間・空間) に対する指針を得られる。また開発したキルヒホッフコードの適用事例について簡単に紹介する。

---

\* 平成19年11月30日受付 (received 30 November, 2007)

\*1 航空プログラムグループ国産旅客機チームSE (Civil Transport Team, Aviation Program Group)

\*2 航空プログラムグループ国産旅客機チーム (Civil Transport Team, Aviation Program Group)

\*3 総合技術研究本部航空エンジン技術開発センター (Aeroengine Technology Center, Institute of Aerospace Technology)

**Nomenclature**

- $c$  一様流体中の音速  
 $H(f)$  ヘビサイド関数  
 $\mathbf{M}$  キルヒホッフ面のマッハ数ベクトル,  $V/c$   
 $M$  キルヒホッフ面のマッハ数,  $|\mathbf{M}|$   
 $\mathbf{n}$  キルヒホッフ面の法線ベクトル．向きは面外部方向．  
 $V$  キルヒホッフ面の速度ベクトル

**Greek :**

- $\delta(f)$  デイラックのデルタ関数

**Superscript :**

- $\hat{\phantom{x}}$  単位ベクトル  
 $\dot{\phantom{x}}$  時間微分

**Subscript :**

- $n$  ベクトルの法線方向 ( $n$  方向) 成分．

## 1 緒言

近年 ICAO による空港周辺の騒音規制が強化される傾向にある。特に航空機の離着陸に伴い発生する航空機機外騒音の低減化は強く求められており、欧米では盛んに研究が進められている。こうした背景から実験的な予測技術のみならず、数値計算を用いた空力騒音予測技術に対するニーズが高まっている。

数値計算による空力騒音予測法には大きく二つに分類できる。音の発生から伝播までを扱う手法は直接解法と呼ばれており、代表的な手法としては、直接数値シミュレーション (DNS, Direct Numerical Simulation) やラージエディシミュレーション (LES, Large Eddy Simulation) がある。一方、音波の発生と伝播を分けて計算する手法を分離解法と呼ぶ。分離解法では、音の発生を含む近傍音場の計算は DNS や LES が担う。遠方場の伝播計算として代表的な方法には、線形オイラー方程式 (LEE, Linearized Euler Equations) を用いる方法や、キルヒホッフ (Kirchhoff) の方法あるいは FW-H (Ffowcs Williams - Hawkins) の式などのライトヒル (Lighthill) の音響アナロジー [1] に代表される積分方程式を用いる方法などがある。

JAXA 航空プログラムグループ国産旅客機チームでは、数値空力音響学 (CAA, Computational Aeroacoustic) ソルバーとして、LES コード (UPACS-LES)[2] および LEE コード (UPACS-LEE)[3] を開発している。両者とも、共通基盤 CFD プログラム UPACS [4] をベースとして開発されたマルチブロック構造格子ソルバーであり、少ない格子点で音響現象を捉えるため、高精度なスキームを採用している。LES コードでは音源および音の伝播計算、LEE コードでは音の伝播計算が出来る。

しかしながら一般的に、DNS、LES および LEE による音の伝播計算は、空間に一樣に細かい格子を必要とするため、遠方音場まで求めるには必要とする格子点数が膨大になる。そのため遠方音場の計算には積分方程式を用いる方法が有効となる。特に音源近傍の限られた領域に非一樣な流れ場や音源分布域が存在するものの、その遠方では一樣流域と認められる場合には、キルヒホッフ法により遠方音場を求める方法が有効である [5, 6]。

そこで本論文では UPACS-LES や UPACS-LEE で計算した近傍音場のデータを利用して、遠方場音圧を計算するキルヒホッフ法に基づいた解析コード (upacsKirchhoff) の開発について報告する。特に、LES や LEE の計算結果から遠方場を計算するため、時間・空間を離散化するが、それに伴い生じる数値誤差を把握することを目的とする。これらの誤差を適切に把握することにより、LES や LEE で出力すべきデータに関する指針を得ることもできる。

本論文の構成は以下の通りである。第 2 章でキルヒホッフの公式の紹介及びコードの計算スキームの説明をする。第 3 章においてキルヒホッフコードの精度検証を行うが、ここで空間および時間の離散化により影響を受ける部位がどの程度の誤差を生み出すかを調査する。(第 4 章では、UPACS-LES や UPACS-LEE の計算データを利用した、キルヒホッフ法の適用例を紹介する。) 第 5 章において結論とする。なお、第 2 章で紹介に留めたキルヒホッフの公式の導出は Appendix で行う。

## 2 キルヒホッフ法による遠方場解析コードの概要

### 2.1 キルヒホッフの公式

一様な静止流体中に、任意の閉曲面  $S$  を考え、 $S$  表面の全ての点において音場が観測されるとする。ただし、 $S$  表面の音場は、閉曲面  $S$  によって閉じられた空間 ( $S$  内部) における流体の何らかの挙動で現れた音源によって作られているとする。 $S$  外部では音源の存在は仮定しない。このような状況において、 $S$  外部の任意の点での音場は、キルヒホッフ法によって  $S$  表面の音場の情報を基に求めることができる。閉曲面  $S$  はキルヒホッフ法における control surface であり、キルヒホッフ面と呼ばれる。

以下では、キルヒホッフ面が一様な静止流体中を移動するときのキルヒホッフの公式について簡単に説明する。キルヒホッフ面が移動する場合の一般的な定式化は Farassat ら [5] によって行われたが、本論文ではキルヒホッフ面は一定の形状を保ち、回転はせず、亜音速で等速直線運動をしていると仮定する。キルヒホッフ面  $S$  を関数  $f(x, t)$  によって方程式  $f(x, t) = 0$  で定義される移動閉曲面とする。関数  $f = f(x, t)$  の性質として、 $S$  の内部および外部においては、

$$\begin{cases} f > 0 & (S \text{ 外部}), \\ f < 0 & (S \text{ 内部}), \end{cases} \quad (1)$$

であり、また  $S$  の面上では  $\nabla f = \mathbf{n}$  を満たすとする。キルヒホッフ面の内部および外部を含む全領域で定義される波動方程式を求めるために、以下の関数  $\tilde{\Phi}(x, t)$  を導入する。

$$\tilde{\Phi}(x, t) \equiv \Phi(x, t)H(f) = \begin{cases} \Phi(x, t) & (f > 0), \\ 0 & (f < 0). \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $S$  外部では一様流体であり、また音源が存在しないので、 $S$  外部における音場  $\Phi(x, t)$  は波動方程式、

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \Phi(x, t) = 0, \quad (3)$$

に従う。(2) 式の時間および空間の二階微分を取ることににより、キルヒホッフ面が速度  $V (= cM)$  で移動しているときの波動方程式は、

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \tilde{\Phi}(x, t) = & - \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_x M_n + \mathbf{n} \cdot \nabla \Phi(x, t) \right) \delta(f) \\ & - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (M_n \Phi \delta(f)) - \nabla \cdot (\Phi(x, t) \mathbf{n} \delta(f)), \end{aligned} \quad (4)$$

となる。ここで (3) 式および  $\partial H(f)/\partial f = \delta(f)$  を用いた。また  $M_n \equiv \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}$  である。(4) 式右辺は、デルタ関数  $\delta(f)$  によってキルヒホッフ面が音源の役割を担うことを示している。(4) 式を解くと、時刻  $t$  における観測点  $x$  での音場  $\tilde{\Phi}(x, t)$  はキルヒホッフの公式、

$$\tilde{\Phi}(x, t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ \frac{E_1}{|\mathbf{r}(\tau)|(1 - M_r)} + \frac{\Phi(\mathbf{y}, \tau) E_2}{|\mathbf{r}(\tau)|^2 (1 - M_r)} \right]_{\tau^*} dS, \quad (5)$$

によって表される。ここで  $E_1, E_2$  は、

$$E_1 \equiv M_n \mathbf{M} \cdot \nabla \Phi(\mathbf{y}, \tau) - \mathbf{n} \cdot \nabla \Phi(\mathbf{y}, \tau) - \frac{M_n}{c} \dot{\Phi}(\mathbf{y}, \tau) + \frac{1}{c(1 - M_r)} (\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}(\tau) - M_n) \dot{\Phi}(\mathbf{y}, \tau), \quad (6)$$

$$E_2 \equiv \frac{1 - M^2}{1 - M_r^2} (\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}(\tau) - M_n), \quad (7)$$



である． $y$  は面積分における積分変数であり， $r(\tau)$  はキルヒホッフ面上の点  $y$  から観測点へ向かう距離ベクトルで，

$$r(\tau) \equiv x - y = x - (y_i + V\tau). \quad (8)$$

下付き添字  $i$  は初期位置， $M_r$  はマッハ数ベクトルの  $r(\tau)$  方向成分  $M_r \equiv M \cdot \hat{r}(\tau)$  である．また非積分関数  $[\cdots]_{\tau^*}$  は積分計算のときに面上の各点における音波の放射時刻  $\tau$  を遅延時間，

$$\tau = \tau^* = t - |r(\tau^*)|/c, \quad (9)$$

にすることを意味する．(5) 式の詳しい導出は Appendix に示している．

我々がキルヒホッフ法の適用として想定しているような，風洞試験における遠方音場予測やジェット周辺の遠方音場予測では，一様流中に分布した音源を定点観測している．相対的には，静止流体中において観測点が，移動音源と等速度で移動している場合に相当する．そこで移動するキルヒホッフ面と観測点の相対距離が一定の場合に対するキルヒホッフの公式が有用となる [6]．(5) 式においてキルヒホッフ面が速度  $V$  で移動する場合の時刻  $t$  における静止観測点  $x$  での音場は得られているので，相対距離が一定の場合の式とするには観測点の座標を  $x = x(t) \equiv x_i + Vt$  にすればよい．観測点が移動することにより点  $y$  から観測点への距離ベクトルは次のようになる．

$$\begin{aligned} R &\equiv x - y = (x_i + Vt) - (y_i + V\tau) \\ &= X_i + cM(t - \tau) \end{aligned} \quad (10)$$

ここで  $X_i \equiv x_i - y_i$  である．遅延時間は  $\tau^* = t - |R|/c$  なので (10) 式より，音波の伝播距離  $R = |R|$  は，

$$R = \frac{X_i \cdot M + \{(X_i \cdot M)^2 + \beta^2 |X_i|^2\}^{1/2}}{\beta^2}, \quad (11)$$

となる．また  $\beta \equiv \sqrt{1 - M^2}$  である．

よって静止流体中においてキルヒホッフ面と観測点が等速度で移動しているときのキルヒホッフの公式は，

$$\tilde{\Phi}(x, t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ \frac{E_1}{R(1 - M_r)} + \frac{\Phi(y, \tau)E_2}{R^2(1 - M_r)} \right]_{\tau^*} dS, \quad (12)$$

となる．ここで  $E_1, E_2$  は (6), (7) 式で  $r(\tau) \rightarrow R$  で置き換えた式で表され， $M_r$  もまた  $M_r = M \cdot \hat{R}$  になる．一様流速  $M_0$  中に静止したキルヒホッフ面を定点観測する場合に適用するには，(12) 式において静止流体中の移動速度が  $M = -M_0$  の場合に置きかえればよい．開発したキルヒホッフコード (upacsKirchhoff) では (12) 式により遠方音場を求めている．

キルヒホッフの公式 (12) の  $\tilde{\Phi}$  には，波動方程式を満たす物理量を適用するが，本論文では音圧  $\tilde{\Phi}(x, t) = p'(x, t)$  を用いる．

$$p'(x, t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ \frac{E_1}{R(1 - M_r)} + \frac{p'(y, \tau)E_2}{R^2(1 - M_r)} \right]_{\tau^*} dS \quad (13)$$

ここで， $E_1, E_2$  は以下のようになる．

$$E_1 = M_n M \cdot \nabla p' - n \cdot \nabla p' - \frac{M_n}{c} \dot{p}' + \frac{1}{c(1 - M_r)} (n \cdot \hat{R} - M_n) \dot{p}' \quad (14)$$

$$E_2 = \frac{1 - M^2}{(1 - M_r)^2} (n \cdot \hat{R} - M_n) \quad (15)$$

## 2.2 計算スキーム

キルヒホッフコードでは(13)式を計算するに当たり、アルゴリズム上、空間の離散化によって影響を受ける部位は「音圧勾配  $\nabla p'$ 」および「面積分  $\int dS$ 」である。また、時間の離散化では「音圧の時間微分  $\dot{p}'$ 」および「遅延時間における非積分関数  $[\dots]_{\tau^*}$ 」が影響を受ける。

上記の四要素より生ずる離散化誤差のうち、「音圧勾配  $\nabla p'$ 」に関しては、upacsKirchhoff では LES や LEE からの入力データとして取り扱っており、その他の三要素に関してはコードの内部計算で行っている。ただ、LES や LEE からの入力データの空間微分項の精度についても知見を得るため、ここでは「音圧勾配  $\nabla p'$ 」の効果についても検討する。

最初の要素「音圧勾配  $\nabla p'$ 」に関しては、キルヒホッフ面を構成するセルの代表点で定義された圧力のデータから隣接格子点情報を用いて、中心差分法による空間二次精度の離散化を基本とする。次の要素「面積分  $\int dS$ 」の計算に関しては、各セル代表点における被積分関数の値とセル面積との積についてキルヒホッフ面全体の総和を取ることにより求める。三番目の要素「時間微分  $\dot{p}'_{\text{surf}}$ 」は二次精度中心差分式により求められる。最後の要素「遅延時間における非積分関数  $[\dots]_{\tau^*}$ 」は、以下のように行われる。例として、図1に計算のイメージ図を示す。キルヒホッフ面が点Aと点Bの2点から構成されているとする。キルヒホッフ面上の時系列データの間隔が  $dt$  である場合、観測点の時刻も、元となる入力データと同じ時間間隔で離散的に定義することが自然である。つまり、 $t_n = ndt$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) とする。ここで、 $n$  は時間ステップ数である。観測点と点Aまたは点Bまでの伝播距離をそれぞれ  $x_a, x_b$  とすると、点A,Bから観測点までの時間は  $dt_a = x_a/c, dt_b = x_b/c$  となる。各時間ステップ数に点A,Bから放射した音波の軌跡のイメージを、図1にそれぞれ赤線、青線で示す。図より、観測時刻  $t_1$  より以前に届く音波は時間ステップ  $n = 0$  に点Aから放射された波のみであり、点Bからの波は到達していない。したがって、時刻  $t_1$  においては、観測点における音圧  $p'(x, t_1)$  は求まらない。観測時刻が  $t_n$  ( $n \geq 2$ ) の場合では、各点からの波が到達している。 $n = 2$  を例にとると、各点からの  $p'(x, t_2)$  への寄与のうち、点Aからは時間ステップ数  $n = 1, 2$  からの波が時刻  $t_2$  の前後に到達しているため補間計算に用いられ、また点Bからは  $n = 0, 1$  が補間計算に用いられる。このようにして、非積分関数  $[\dots]_{\tau^*}$  からの  $p'(x, t_n)$  への寄与分を計算する。要素「遅延時間における非積分関数  $[\dots]_{\tau^*}$ 」による離散化誤差は、以上の補間計算より生ずる。

現コードでは、時系列データのデータ間隔を  $\dot{p}'$  の計算に時間刻み幅として利用しているため、時間の離散化に影響する二要素の誤差は入力データの時間間隔で同時に決定される。しかしながら、四要素の離散化誤差が要素単位にどの程度の精度で、キルヒホッフ法の結果に影響するのかを知るために、以降の章ではキルヒホッフ面上の圧力分布に解析解を用いて四要素を一つずつ検討していく。また、離散化誤差を生む四要素「音圧勾配  $\nabla p'$ 」、「面積分  $\int dS$ 」、「音圧の時間微分  $\dot{p}'$ 」および「遅延時間における非積分関数  $[\dots]_{\tau^*}$ 」をそれぞれ記号  $\langle \nabla p' \rangle, \langle \int dS \rangle, \langle \dot{p}' \rangle$  および  $\langle \tau^* \rangle$  で表記することにする。

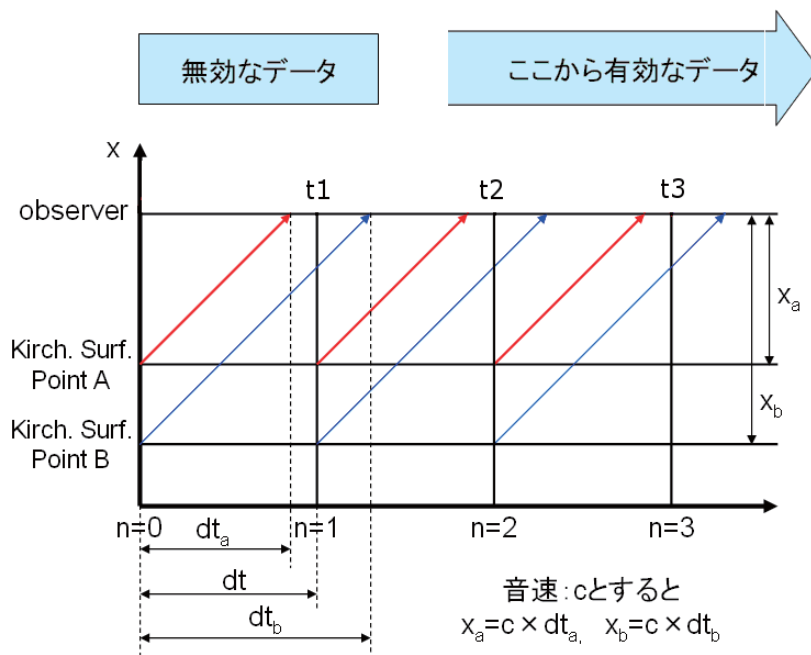


図 1: 各セル代表点から放射された音波が観測点時刻に到達したときの寄与分を補間計算により求める。

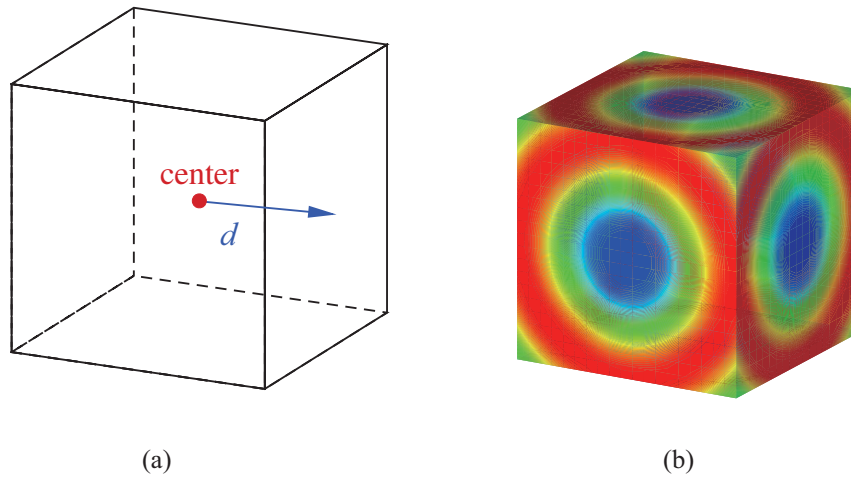


図 2: (a) 検証で想定したキルヒホッフ面．立方体形状で中心からの距離を  $d$  とし「キルヒホッフ面の代表長」と呼称する．(b) 面上の音圧は立方体中心に単極子音源があると仮定して分布させる．図は  $d = 1\lambda$  のときのキルヒホッフ面上の瞬時音圧分布．

### 3 キルヒホッフコードの精度検証

#### 3.1 検証問題の設定

##### 3.1.1 キルヒホッフ面および音場の設定

本節では，キルヒホッフ面の形状および面上に与える音圧を設定する．まず，キルヒホッフ面の形状に関しては，数値計算における便宜上，立方体形状の等間隔格子を用いる．面上の音圧に関しては，図 2(a) のように立方体の中心に単極子点音源，

$$\begin{aligned} p'(\mathbf{x}, t) &= \operatorname{Re} \left[ A_0 \frac{i\omega}{c|\mathbf{x}|} \exp \left\{ -i\omega \left( t - \frac{|\mathbf{x}|}{c} \right) \right\} \right] \\ &= A_0 \frac{\omega}{c|\mathbf{x}|} \sin \left\{ \omega \left( t - \frac{|\mathbf{x}|}{c} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

があると仮定して，キルヒホッフ面上の各セル代表点に音圧分布  $p'(y, \tau)$  を与える．ここで  $\omega$  は角周波数である． $A_0$  は任意定数であるが，本検証では簡単のために  $A_0 = 1$  としている．また，立方体中心から面までの距離を  $d$  とし波長  $\lambda \equiv 2\pi c/\omega$  を用いて  $d = m\lambda$  ( $m$  は実数) で長さを定義する． $d$  を「キルヒホッフ面の代表長」と呼ぶことにする．この設定による立方体面上の瞬時音圧分布を，図 2(b) に示す．検証では，観測点を中心からの距離が  $r = 2d$  の位置に角度を変えて数点おき，一周期以上のデータを取得する．検証計算は，まずは音源および観測点が静止している場合を重点的に行う．移動している場合については本章最終節で簡単に示すことにする．

次に検証で用いる誤差評価の式を導入する．仮定した音源は，(16) 式のように正弦関数で与えてあるので，キルヒホッフ法による出力結果  $p^{\text{kirch}}(\mathbf{x}, t)$  も正弦関数となるはずである．そのため検証では，解析解  $p^{\text{anl}}(\mathbf{x}, t)$  との誤差を，波動を特徴づけるパラメータである root-mean square

(RMS) 値や位相の観点から見ていく．ここで，点  $x$  はキルヒホッフ面の外部にあり，また，上付き添字の「kirch」はキルヒホッフコードによる結果，「anl」は解析解を表す． $p'$  の RMS 値や位相に関しては，RMS 値を，

$$p_{\text{rms}}(\mathbf{x}) \equiv \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \{p'(\mathbf{x}, t')\}^2 dt'} , \quad (17)$$

位相  $\theta(\mathbf{x}, t)$  を，

$$\theta(\mathbf{x}, t) \equiv \sin^{-1} \left\{ p'(\mathbf{x}, t) / \left( \sqrt{2} p_{\text{rms}}(\mathbf{x}) \right) \right\} , \quad (18)$$

として得る．ここで  $T$  は単極音源の周期  $T \equiv 2\pi/\omega$  である．(17),(18) 式を用いて，解析解との RMS 誤差および位相誤差を以下のように定義する．

$$\text{(RMS 誤差)} \quad L_{\text{rms}}(\mathbf{x}) \equiv \frac{p_{\text{rms}}^{\text{kirch}}(\mathbf{x}) - p_{\text{rms}}^{\text{anl}}(\mathbf{x})}{p_{\text{rms}}^{\text{anl}}(\mathbf{x})} \times 100 [\%] \quad (19)$$

$$\text{(位相誤差)} \quad L_{\theta}(\mathbf{x}) \equiv \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \{ \theta^{\text{kirch}}(\mathbf{x}, t') - \theta^{\text{anl}}(\mathbf{x}, t') \} dt' \quad (20)$$

空力騒音の研究では騒音の評価に  $SPL$  を用いるのが一般的である．そのため，精度検証では，キルヒホッフコードの解と解析解の誤差の評価として， $SPL$  を基準に考えていく．すなわち， $SPL$  の離散化誤差  $\Delta SPL$  をある目標値に設定し，その誤差を越えないような離散化誤差四要素のパラメータ値を調査していく． $SPL$  の離散化誤差  $\Delta SPL[\text{dB}]$  は，(19) 式を用いて，以下のように定義する．

$$\begin{aligned} \Delta SPL &\equiv \left| SPL^{\text{kirch}} - SPL^{\text{anl}} \right| = \left| 20 \log \left( \frac{p_{\text{rms}}^{\text{kirch}}}{p_{\text{ref}}} \right) - 20 \log \left( \frac{p_{\text{rms}}^{\text{anl}}}{p_{\text{ref}}} \right) \right| \\ &= \left| 20 \log \left( 1 + \frac{L_{\text{rms}}}{100} \right) \right| \end{aligned} \quad (21)$$

ここで， $p_{\text{ref}}$  は音圧の基準値である．(21) は，特に  $L_{\text{rms}}/100$  が微量であるとき，

$$\begin{aligned} \Delta SPL &= \left| 20 \left[ \frac{1}{\ln 10} \left\{ \frac{L_{\text{rms}}}{100} + O \left( \left( \frac{L_{\text{rms}}}{100} \right)^2 \right) \right\} \right] \right| \\ &\simeq \frac{|L_{\text{rms}}|}{5 \ln 10} , \end{aligned} \quad (22)$$

のように近似される． $L_{\text{rms}}$  が距離に依存しないため  $\Delta SPL$  も距離に依存しない．

$\Delta SPL$  の目標値については，現状の騒音解析の予測精度は数 dB 程度であることを考慮すると，せいぜい  $\Delta SPL \leq 0.1\text{dB}$  程度の精度で抑えたい．そこで， $\Delta SPL \leq 0.1\text{dB}$  あるいは  $\Delta SPL \leq 0.01\text{dB}$  の条件を満たすような離散化誤差の四要素を調査していく．以降では，条件  $\Delta SPL \leq S \text{ dB}$  を  $\Delta SPL^{(S)}$  と表記することにする．例えば条件  $\Delta SPL \leq 0.1\text{dB}$  は  $\Delta SPL^{(0.1)}$  とする．

### 3.1.2 検証の手順

検証計算は，各要素を特徴づける離散化パラメータを設定し，それらのパラメータの変化に対して離散化誤差を見ていく．検証は以下の手順で行っていく．条件  $\Delta SPL^{(S)}$  を満たすような離

散化誤差の四要素を調査するために、初めに一要素以外は出来る限り離散化誤差が小さい状態から出発する。その後、条件  $\Delta SPL^{(S)}$  を満たしながら一要素ずつ離散化誤差を大きくしていく。最終的には条件  $\Delta SPL^{(S)}$  を満足するような四要素の離散化パラメータの許容範囲を求める。

具体的には、まず (16) 式を用いて  $\nabla p'$  と  $\dot{p}'$  は解析解に置き換える。すなわち要素  $\langle \nabla p' \rangle$  と要素  $\langle \dot{p}' \rangle$  の離散化誤差が無い状態にする。残る離散化誤差は、要素  $\langle \int dS \rangle$  と要素  $\langle \tau^* \rangle$  に起因する二要素となるが、数値計算上いずれの要素も解析的な置き換えができない。そこで、どちらか一方の離散化誤差を十分小さくした上で、残る一要素から検証を始めていく。ここでは初めに  $\langle \tau^* \rangle$  による離散化誤差を十分小さくし、条件  $\Delta SPL^{(S)}$  を満たす  $\langle \int dS \rangle$  について調査する (3.2.1 節)。その後  $\dot{p}'$  および  $\nabla p'$  を順に差分式に置き換えて  $\langle \dot{p}' \rangle, \langle \nabla p' \rangle$  による離散化誤差を調査し (3.2.2 節, 3.2.3 節), 最後に  $\langle \tau^* \rangle$  について調べる (3.2.4 節)。

各要素の離散化パラメータを設定しておく。キルヒホッフ面に対する数値面積分は、面上のセル面積の総和でありキルヒホッフ面の格子密度が高いほど連続空間に近づいて音場の分解能が増す。そのため  $\langle \int dS \rangle$  による離散化誤差を調べる上での特徴的なパラメータは、キルヒホッフ面を構成する代表点の数やキルヒホッフ面の代表長  $d$ 、波長  $\lambda$  当りの解像点数  $N_\lambda$  となる。ここでキルヒホッフ面の一辺当りの代表点数を  $N_e$  とおくと、キルヒホッフ面の一辺の長さ  $2d (= 2m\lambda)$  におけるセル代表点の数は、

$$N_e = \frac{2dN_\lambda}{\lambda} = 2mN_\lambda, \quad (23)$$

である。(23) 式より、キルヒホッフ面全体の格子点数は、

$$6N_e^2 = 24 \frac{d^2 N_\lambda^2}{\lambda^2} = 24m^2 N_\lambda^2, \quad (24)$$

格子密度は  $N_e^2/(2d)^2 = N_\lambda^2/\lambda^2$  となる。要素  $\langle \tau^* \rangle$  に関しては、時系列データ間の時間刻み幅が小さいほど離散化誤差が減少する。そのため、一周期の分解点数  $N_{Td}$  がパラメータとして設定できる。要素  $\langle \dot{p}' \rangle, \langle \nabla p' \rangle$  に関しては、それぞれの差分式の時間刻み幅を  $\Delta\tau$ 、空間刻み幅を  $\delta$  としたとき、 $\Delta\tau, \delta$  がパラメータとなる。

## 3.2 音圧レベルの誤差に基づいた精度検証

### 3.2.1 格子密度に対する精度検証

本節では、 $\Delta SPL^{(S)}$  を満たす要素  $\langle \int dS \rangle$  の離散化誤差について調べる。3.1.2 節で述べたようにまず準備として、 $\dot{p}'$  および  $\nabla p'$  には解析解を与えた上で、 $\langle \tau^* \rangle$  による離散化誤差が十分小さくなるような  $N_{Td}$  を求める。キルヒホッフ面の代表長を固定すると、パラメータは  $N_\lambda$  と  $N_{Td}$  の二つになるため、ある  $N_\lambda$  に対して  $N_{Td}$  を十分大きくすれば  $N_\lambda$  に伴う離散化誤差のみが残る。検証に用いる  $N_\lambda$  の設定に関しては、条件  $\Delta SPL^{(S)}$  ( $S = 0.1, 0.01$ ) を満たせる値が望ましいが現時点では不明である。LEE などの CAA 計算において一波長の解像に 10 点程度は必要とされる [3] ことを考慮すると、LEE から出力されるキルヒホッフ面は  $N_\lambda = 10$  で構成される。そのため検証計算を  $N_\lambda = 10$  で行う。また、その値のみで十分かは未知であるため、 $N_\lambda = 49$  でも行い  $N_{Td}$  に対する離散化誤差を調べる。

図 3 に、一周期の分解点数  $N_{Td}$  に対する  $|L_{rms}|$  のグラフを示す。キルヒホッフ面の代表長を

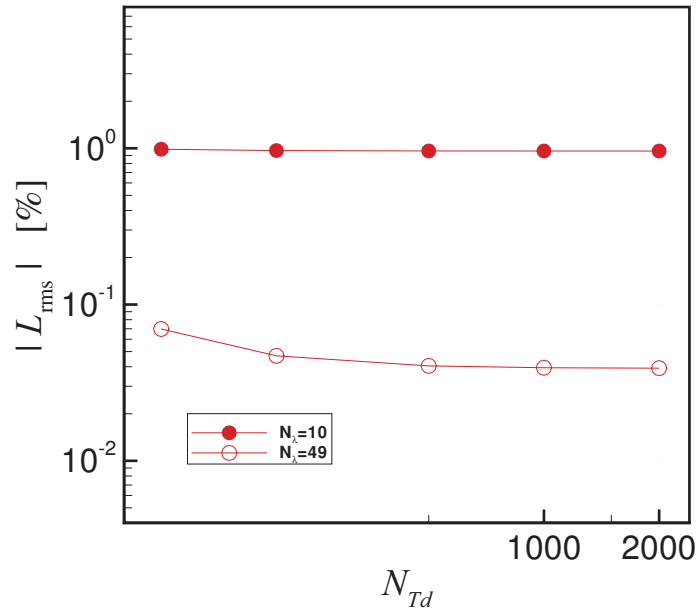


図 3:  $N_{Td}$  に対する RMS 誤差．一波長の解像点数は  $N_l = 10, 49$ ．キルヒホッフ面の代表長は  $d = 1\lambda$ ．観測点位置は点 A ( $2d, \pi/2, 0$ ).

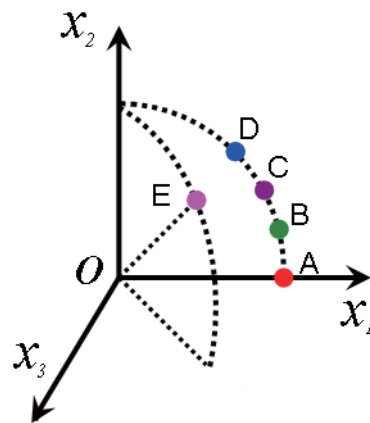


図 4: 検証計算における観測点の位置関係．原点  $O$  に音源．各点の座標値は極座標表示 ((25) 式) で，点 A( $2d, \pi/2, 0$ )，点 B( $2d, \pi/2, \pi/12$ )，点 C( $2d, \pi/2, \pi/6$ )，点 D( $2d, \pi/2, \pi/4$ )，点 E( $2d, \pi/4, \pi/4$ ) である．

$d = 1\lambda$ , 観測点を  $x_1$  軸上の点 A  $(2d, \pi/2, 0)$  とした (図 4). ここで, 座標は極座標表示,

$$(r, \phi, \psi) = \left( \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \tan^{-1} \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{x_3}, \tan^{-1} \frac{x_2}{x_1} \right), \quad (25)$$

で表している. 図より  $N_\lambda = 49$  においては  $N_{Td}$  が数百点程度では,  $N_{Td}$  が増加すれば RMS 誤差は減少していくが, 数千点程度になると一定値に漸近していく. この漸近値が要素  $\langle \int dS \rangle$  による離散化誤差と考えられる. そこで  $N_{Td} = 1000$  程度で十分大きいと見込むことができる. 一方  $N_\lambda = 10$  では  $N_\lambda = 49$  と比較して格子が粗いため, 図の範囲の  $N_{Td}$  では殆ど変化せず  $N_{Td} = 1000$  で十分に漸近値が出ていると思われる. それゆえ以降では,  $N_{Td} = 1000$  に固定して検証計算を行っていく.

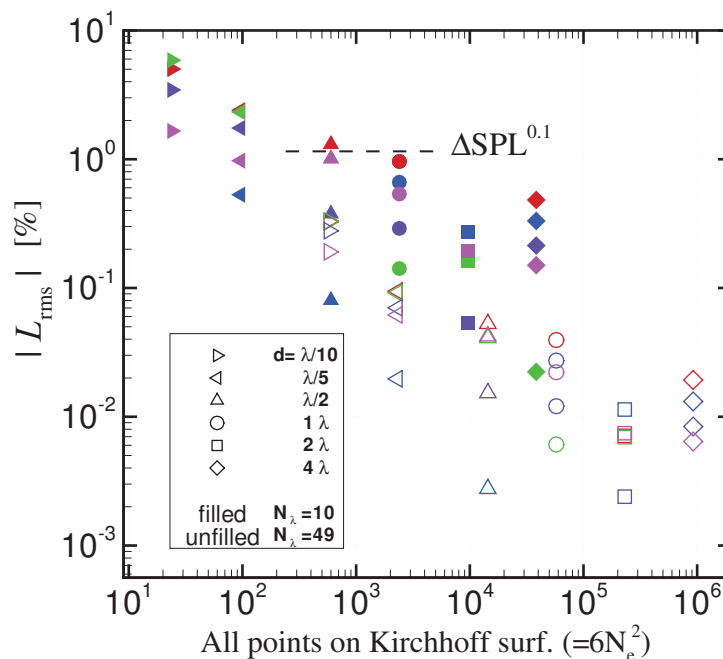


図 5: キルヒホッフ面全体の格子点数に対する RMS 誤差  $|L_{\text{rms}}|$ . 一周期の時系列データ数は  $N_{Td} = 1000$ . キルヒホッフ面の大きさ  $d$  は  $\lambda/10 \leq d \leq 4\lambda$ . 観測点を色別にプロットしている. 点 A: 赤, 点 B: 緑, 点 C: 紫, 点 D: 青, 点 E: 桃. 波長  $\lambda$  当りの解像点数は  $N_\lambda = 10$  (塗りつぶし),  $N_\lambda = 49$  (中抜き).

次に本題である要素  $\langle \int dS \rangle$  による離散化誤差について, キルヒホッフ面の代表長  $d$  および解像点数  $N_\lambda$  の依存性を見る. 図 5 はキルヒホッフ面全体の格子点数に対する RMS 誤差である. パラメータ  $(N_\lambda, d)$  に関して  $N_\lambda = 10, 49$  および  $\lambda/10 \leq d \leq 4\lambda$  で計算した結果をプロットしている. 観測点は図 4 のような位置関係で, 点 A, 点 B  $(2d, \pi/2, \pi/12)$ , 点 C  $(2d, \pi/2, \pi/6)$ , 点 D  $(2d, \pi/2, \pi/4)$ , 点 E  $(2d, \pi/4, \pi/4)$  である. 図 5 において  $N_\lambda$  を固定した場合, 例えば  $N_\lambda = 10$  の分布のみ (あるいは  $N_\lambda = 49$  の分布のみ) を見た場合, キルヒホッフ面の格子点数が多いほど誤差が減少する傾向にある. (23) 式の関係式より  $N_\lambda$  が一定のとき  $N_e$  が大きくなれば  $d$  も大きくなる. すなわち格子密度が一定のままキルヒホッフ面を大きくすると誤差が小さくなる. 例



例えば、空間に一様な格子密度で張られた格子からキルヒホッフ面を取り出す場合は、出来る限り大きな閉曲面にする方が遠方場の計算結果に誤差が乗りにくいことになる。また図中、キルヒホッフ面の代表長  $d$  を固定した場合には、異なる  $N_\lambda$  の分布（例えば、 $(N_\lambda, d) = (10, 1\lambda)$  の分布と  $(49, 1\lambda)$  の分布）を比較すると、 $N_\lambda$  が大きい方が誤差が小さくなる。すなわちキルヒホッフ面の大きさが一定のまま格子密度を増加させると誤差が減少する。

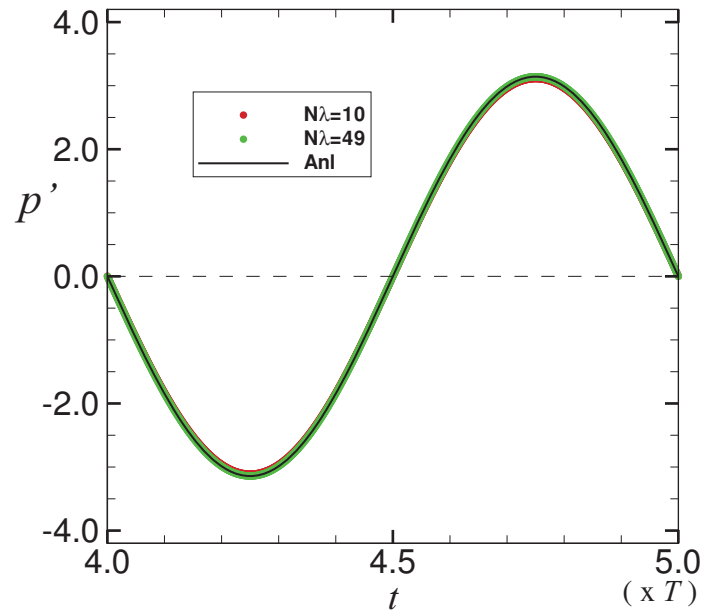
したがって、離散化誤差を減少させるためには、 $N_\lambda$  を固定して  $d$  を大きくするか、あるいは  $d$  を固定して  $N_\lambda$  を大きくすればよく、いずれもキルヒホッフ面の格子点数を増加させればよい。ここで更に、前者後者のどちらが誤差の減少に有効であるかを調べる。そのために、例として  $(N_\lambda, d) = (10, \lambda/5)$  としたキルヒホッフ面を基にして、 $d$  のみを 5 倍にした場合  $(10, \lambda)$  および  $N_\lambda$  のみをほぼ 5 倍にした場合  $(49, \lambda/5)$  による誤差分布の変化を比較する。(3) 式より  $(N_\lambda, d) = (10, \lambda)$  および  $(49, \lambda/5)$  の格子点数はほぼ同程度であるが、図 5 より前者後者を比較すると後者の誤差分布の方が明らかに誤差が小さい。それゆえ、離散化誤差はキルヒホッフ面を大きくするよりも表面の格子密度を増加させる方がより大きく減少する。また、格子点数が同程度の前者後者を直接比較してみると、格子点数がほぼ一定であるとき、 $N_\lambda$  を大きくすると共に  $d$  を小さくすると誤差が減少する、といえる。

以上より、要素  $\langle \int dS \rangle$  を特徴づけるパラメータの中で、誤差減少の観点で見ると  $N_\lambda$  が最も重要な役割を果たしていることがわかる。そこで、図 5 からキルヒホッフ面の代表長が一波長程度  $d = 1\lambda$  のケースを取り出して  $N_\lambda$  の依存性をもう少し詳しく見てみる。

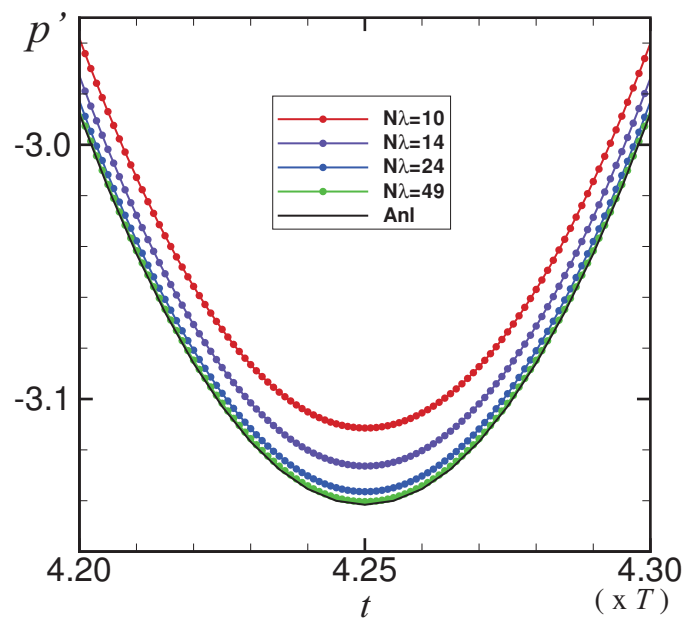
図 6(a) に参考として点 A における一周期の音圧  $p^{\text{kirch}}$  を示す。波長  $\lambda$  当りの解像点数は  $N_\lambda = 10, 49$  である。図 6(a) に描かれた範囲では、各  $N_\lambda$  による計算結果は解析解にほぼ重なっているように見える。図 6(b) では (a) の一部を拡大し、さらに  $N_\lambda = 14, 24$  の結果も加えた。解像点数が大きいほど、キルヒホッフ法による結果  $p^{\text{kirch}}$  は解析解  $p^{\text{anl}}$  に漸近していく様子が確認できる。図 7 では  $N_\lambda$  に対する離散化誤差の変化を見ていく。図 7(a),(b) は、それぞれ  $N_\lambda$  に対する RMS 誤差  $|L_{\text{rms}}|$  および位相誤差  $|L_\theta|$  である。 $|L_{\text{rms}}|, |L_\theta|$  共に各観測点の離散化誤差がオーダー  $O(N_\lambda^{-2})$  にほぼ従いながら減少している。また同じ  $N_\lambda$  でも観測点の角度により誤差が異なりキルヒホッフ面の形状の影響が出ているが、キルヒホッフ面の格子密度の増加に伴って互いの誤差が小さくなり形状による依存性が小さくなることを示す。

最後に条件  $\Delta SPL^{(S)}$  について調査する。図 5 において点線は条件  $\Delta SPL^{(0.1)}$  の上限値である。 $N_\lambda = 10$  ( $N_\lambda^2 = 10^2$ ) の分布を基準にみるとキルヒホッフ面の代表長が一波長程度、 $d \approx 1\lambda$  は条件を満たすために必要である。(22) 式により  $L_{\text{rms}}$  が十分小さいとき、 $\Delta SPL$  は  $|L_{\text{rms}}|$  の一次関数になるため  $O(N_\lambda^{-2})$  にしたがって減少する。実際、図 7(a) において、 $d = 1\lambda$  のキルヒホッフ面では、およそ  $N_\lambda \approx 30$  ( $N_\lambda^2 \approx 10^3$ ) 点程度が条件  $\Delta SPL^{(0.01)}$  を満たすために必要な格子点数である。よって条件  $\Delta SPL^{(S)}$  を満たす格子密度はおよそ  $N_\lambda^2/\lambda^2 \approx 10^2/\lambda^2$  ( $S = 0.1$ )、 $10^3/\lambda^2$  ( $S = 0.01$ ) 程度である。それゆえ、キルヒホッフ面の大きさが固定されているときキルヒホッフ面の格子密度を 1 オーダーだけ高くすれば、 $SPL$  誤差を 1 オーダーだけ減少させることができる。

以降、キルヒホッフ面の代表長が一波長程度であるケースに対して条件  $\Delta SPL^{(S)}$  を満たす変数  $X$  を  $X^{(S)}$  と表記する。本節では  $N_\lambda^{(0.1)} \approx 10, N_\lambda^{(0.01)} \approx 30$  であることがわかった。

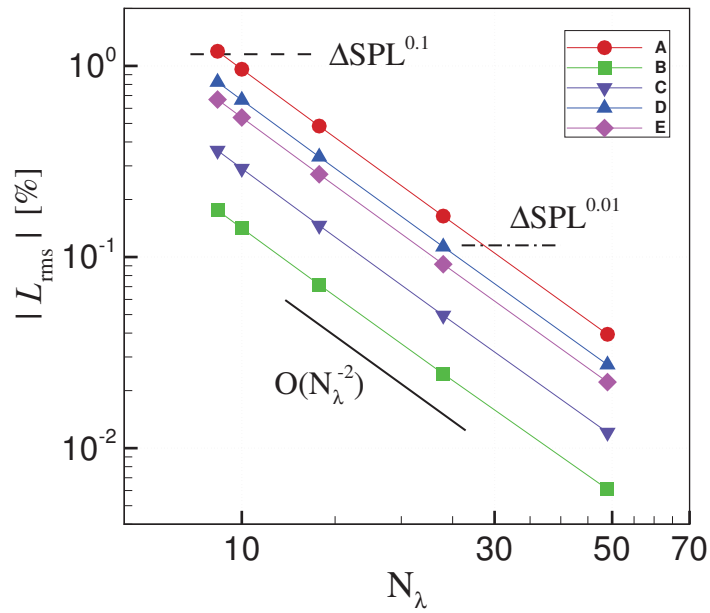


(a)

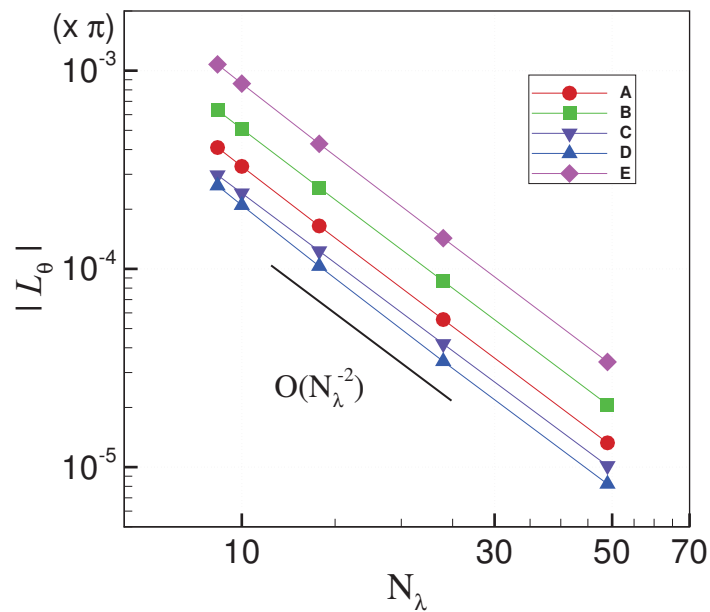


(b)

図 6: 観測点 A での  $p'^{\text{kirch}}$  および  $p'^{\text{anl}}$  を一周期分プロットした図.  $N_{Td} = 1000$ . (a)  $N_\lambda = 10, 49$ , (b) 一部拡大した図.  $N_\lambda = 10, 14, 24, 49$ . 解像点数が多くなるにつれて, 解析解に近づく様子が見られる.



(a)



(b)

図 7: 波長  $\lambda$  当りの解像点数  $N_\lambda$  に対する (a)RMS 誤差  $|L_{\text{rms}}|$ , (b) 位相誤差  $L_\theta$ .  $N_{Td} = 1000$ . 黒実線はオーダー  $O(N_\lambda^{-2})$  の傾きである.  $N_\lambda$  が大きくなるほど, RMS 誤差, 位相誤差共に  $O(N_\lambda^{-2})$  に従って減少する. 点線, 一点鎖線はそれぞれ条件  $\Delta \text{SPL}^{(0.1)}$ ,  $\Delta \text{SPL}^{(0.01)}$  の上限を示す.

### 3.2.2 時間微分項の差分化に対する精度検証

前節で求めた  $N_\lambda^{(S)}$  を保ちつつ、3.2.2 節から 3.2.4 節まで残る三要素  $\Delta\tau^{(S)}, \delta^{(S)}, N_{Td}^{(S)}$  について順に調査していく。

本節では要素  $\langle \dot{p}' \rangle$  の離散化パラメータ  $\Delta\tau$  について調査する。前節で解析解で与えていた時間微分項  $\dot{p}'$  を二次精度中心差分式、

$$\dot{p}' \rightarrow \frac{p'(\mathbf{y}, \tau_{n+1}) - p'(\mathbf{y}, \tau_{n-1})}{2\Delta\tau}, \quad (26)$$

にする。ここで  $n$  は時間ステップ数、 $\Delta\tau \equiv \tau_{l+1} - \tau_l$  ( $l = 1, 2, \dots, n, \dots$ ) である。二要素  $\langle \int dS \rangle, \langle \nabla p' \rangle$  に関しては解像点数を  $N_\lambda^{(S)}$  ( $S = 0.1, 0.01$ ),  $\nabla p'$  に解析解を与える。

図 8 において時間刻み幅  $\Delta\tau$  に対する  $|L_{\text{rms}}|$  を示す。 $\Delta\tau$  が十分小さいときは、要素  $\langle \int dS \rangle$  による離散化誤差が勝っているため  $\Delta\tau$  が変化してもほぼ一定の値に保たれるが、 $\Delta\tau$  が大きくなるにつれて要素  $\langle \dot{p}' \rangle$  による離散化誤差の影響が見えてくる。図では実線がオーダー  $O(\Delta\tau^2)$  の傾きであるが、4 点 B, C, D, E に関しては  $\Delta\tau$  が大きくなると  $O(\Delta\tau^2)$  の傾きに漸近していく。ただし点 A のみは  $L_{\text{rms}}$  の符号が図の定義域内で反転しているために、二次関数  $f(\Delta\tau) \equiv a\Delta\tau^2 + b$  ( $a, b$  は定数) でフィッティングした。 $f(\Delta\tau)$  は図中に一点鎖線で示されているが、点 A での計算結果はよく一致している。したがって、全体として  $\Delta\tau$  に関して二次精度が得られていることが確認された。

条件  $\Delta SPL^{(S)}$  ( $S = 0.1, 0.01$ ) を満たすような  $\Delta\tau^{(S)}$  を求める。図 8 に  $\Delta SPL^{(S)}$  の上限値を点線で示すが、図 8(a) より  $(N_\lambda^{(0.1)}, \Delta\tau^{(0.1)}) \simeq (10, 2 \times 10^{-2} T)$  ( $T \equiv \lambda/c$ ) 程度であり、また図 8(b) より  $(N_\lambda^{(0.01)}, \Delta\tau^{(0.01)}) \simeq (30, 5 \times 10^{-3} T)$  程度が必要であると見積もれる。後の便宜上、一周期  $T$  当りの時間ステップ数  $N_T (\equiv T/\Delta\tau)$  に対して  $N_T^{(S)}$  を求めておくと、 $N_T^{(0.1)} \simeq 50$ ,  $N_T^{(0.01)} \simeq 200$  となる。

### 3.2.3 圧力勾配の差分化に対する精度検証

続いて要素  $\langle \nabla p' \rangle$  の離散化パラメータ  $\delta$  について調査する。前節まで解析解で与えていた  $\nabla p'$  も差分化し、二次精度中心差分式、

$$\left( \nabla p'(\mathbf{y}, \tau) \right)_i \rightarrow \frac{\Delta p'}{\Delta y_i} = \frac{p'(y_i + \delta, x_j, x_k, \tau) - p'(y_i - \delta, y_j, y_k, \tau)}{2\delta} \quad (27)$$

$$(i, j, k = 1, 2, 3; i \neq j; j \neq k; k \neq i),$$

にする。

図 9 に空間刻み幅  $\delta$  に対する  $|L_{\text{rms}}|$  の図を示す。図 9(a), (b) はそれぞれパラメータ値  $(N_\lambda^{(0.1)}, \Delta\tau^{(0.1)})$ ,  $(N_\lambda^{(0.01)}, \Delta\tau^{(0.01)})$  で行った計算結果である。実線はオーダー  $O(\delta^2)$  の傾きを示すが、図 9(a), (b) いずれにおいても  $\delta$  が大きな領域で 4 点 A, B, C, D の計算結果はほぼ  $O(\delta^2)$  に従っている。また点 E に関しては  $L_{\text{rms}}$  の符号が図の定義域内で反転するために、二次関数  $f(\delta) = a\delta^2 + b$  でフィッティングを行ったが、フィッティング曲線は計算結果とほぼ一致している。したがって全点とも  $\delta$  に関してほぼ二次精度が出ていることが確認された。

図 9(a) から  $\Delta SPL^{(0.1)}$  を満足する空間刻み幅は  $\delta^{(0.1)} \simeq 10^{-2} \lambda$  と見積もれる。同様にして  $\Delta SPL^{(0.01)}$  を満足する空間刻み幅は図 9(b) より  $\delta^{(0.01)} \simeq 3 \times 10^{-3} \lambda$  になる。

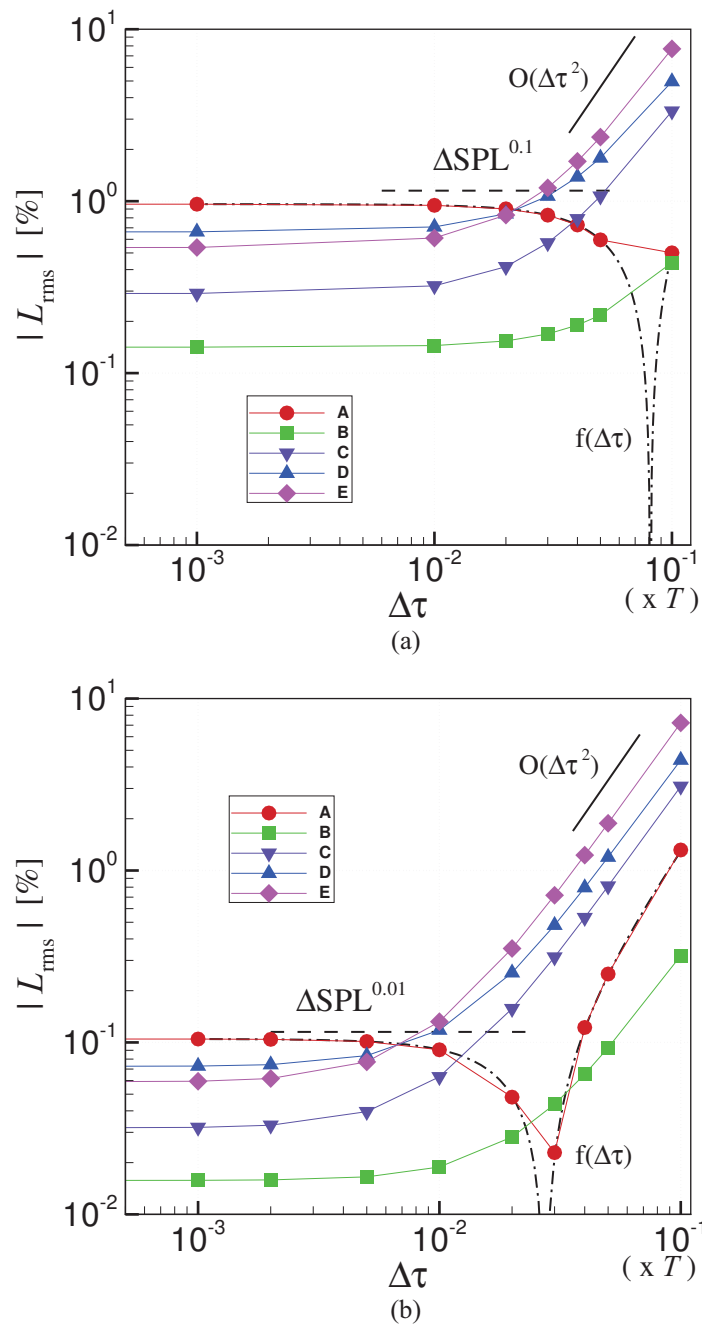


図 8: 時間刻み幅  $\Delta\tau$  に対する RMS 誤差. それぞれ (a)  $N_\lambda^{(0.1)} = 10$ , (b)  $N_\lambda^{(0.01)} = 30$  での計算結果. 点線は条件  $\Delta SPL^{(S)}$  の上限値で (a)  $S = 0.1$ , (b)  $S = 0.01$ . およそ  $\Delta\tau^{(0.1)} \approx 2 \times 10^{-2}$  および  $\Delta\tau^{(0.01)} \approx 5 \times 10^{-3}$  で条件  $\Delta SPL^{(S)}$  が満たされる. 黒実線はオーダー  $O(\Delta\tau^2)$  の傾きである. (a), (b) 共 4 点 B, C, D, E については時間刻み幅が大きくなるにつれて  $O(\Delta\tau^2)$  の傾きに漸近していく. 点 A に関しては  $L_{rms}$  の符号が図の定義域内で反転しているため,  $\Delta\tau^2$  の二次関数  $f(\Delta\tau)$  でフィッティングした. 一点鎖線がそのフィッティング曲線で点 A はほぼ従っている.

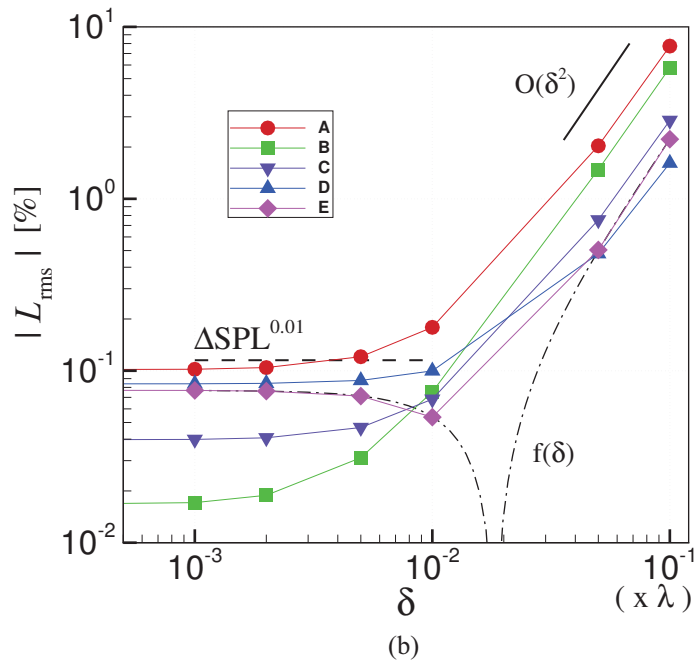
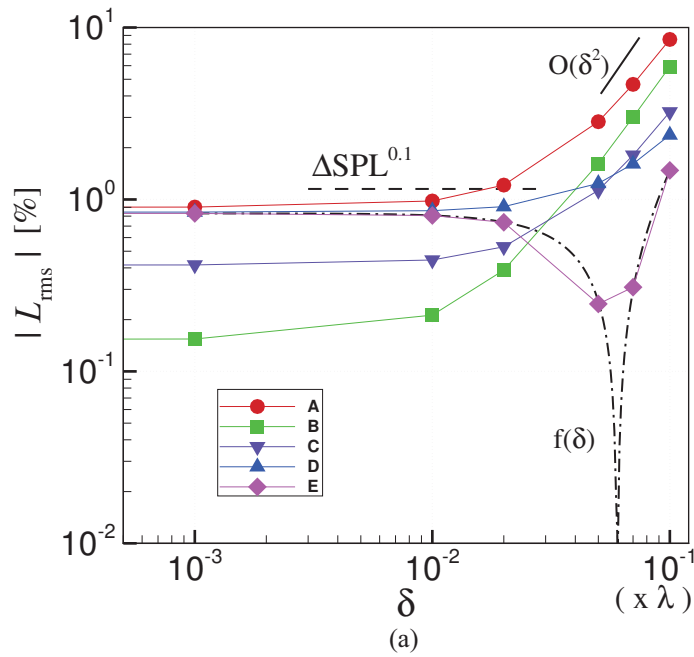


図 9: 空間刻み幅  $\delta$  に対する RMS 誤差. それぞれ離散化パラメータが (a)  $(N_\lambda^{(0.1)}, \Delta\tau^{(0.1)})$ , (b)  $(N_\lambda^{(0.01)}, \Delta\tau^{(0.01)})$  での計算結果. 点線は条件  $\Delta SPL^{(S)}$  の上限値で (a)  $S = 0.1$ , (b)  $S = 0.01$ . およそ  $\delta^{(0.1)} \approx 10^{-2}$  および  $\delta^{(0.01)} \approx 3 \times 10^{-3}$  で条件  $\Delta SPL^{(S)}$  が満たされる. 黒実線はオーダー  $O(\delta^2)$  の傾きである. (a), (b) 共 4 点 A, B, C, D については空間刻み幅が大きくなるにつれて  $O(\delta^2)$  の傾きに漸近していく. 点 E に関しては  $L_{\text{rms}}$  の符号が図の定義域内で反転しているため,  $\delta^2$  の二次関数  $f(\delta)$  でフィッティングした. 一点鎖線がそのフィッティング曲線で点 E はほぼ従っている.

多くの場合、要素  $\langle \nabla p' \rangle$  の差分式としてまず (27) 式のような二次精度中心差分式を採用し、空間刻み幅  $\delta$  には格子幅を与えられる．そこで格子幅  $\tilde{\delta} \equiv 2d/N_e (= \lambda/N_\lambda)$  に対し  $\delta = \tilde{\delta}$  とおいたときの離散化誤差を検討し、条件  $\Delta SPL^{(S)}$  ( $S = 0.1, 0.01$ ) が満足されるかを見てみる．まず  $S = 0.1$  の場合において、 $\tilde{\delta}^{(0.1)} = \lambda/N_\lambda^{(0.1)} = 10^{-1}\lambda$  となるが、 $\delta^{(0.1)}$  と比較すると  $\tilde{\delta}^{(0.1)}/\delta^{(0.1)} = 10$  であり 1 オーダー大きな値になる．図 9(a) において  $\delta = \tilde{\delta}^{(0.1)}$  における RMS 誤差を見ると  $|L_{rms}| \approx 10\%$  であり、(22) 式により  $\Delta SPL \approx 1\text{dB}$  程度となる．よって条件  $\Delta SPL^{(0.1)}$  は満たされない． $S = 0.01$  のケースでも同様に  $\delta = \tilde{\delta}^{(0.01)}$  では  $\Delta SPL \approx 0.1\text{dB}$  となり条件  $\Delta SPL^{(0.01)}$  を満足しない．そのため要素  $\langle \nabla p' \rangle$  の差分式において空間刻み幅に格子幅を利用して二次精度中心差分式を採用した場合、精度として条件  $\Delta SPL^{(S)}$  の観点からは不十分である．したがって、LEE や LES からの入力データにおいて  $\nabla p'$  は、例えば高次精度スキームなどを用いて高精度に求めておく必要があり、現在そうした対策に取り組んでいるところである．

### 3.2.4 時系列データ数の調査

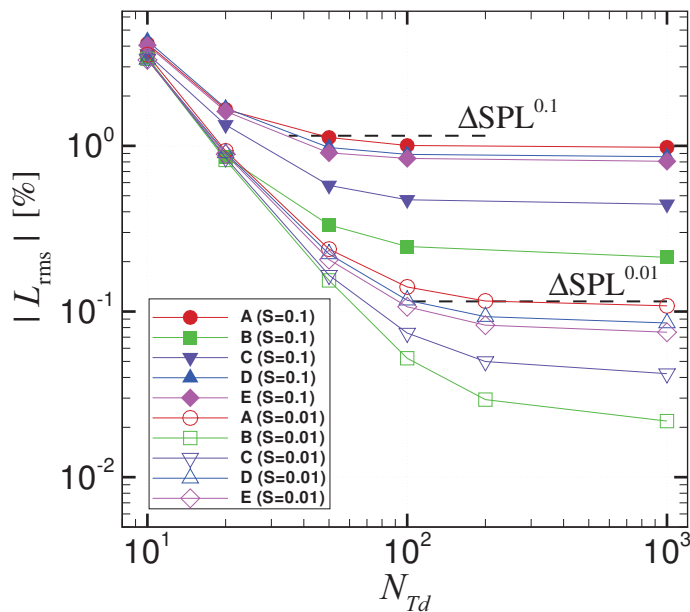


図 10: 一周期当りの時系列データ数  $N_{Td}$  に対する RMS 誤差  $|L_{rms}|$  . 離散化パラメータ ( $N_\lambda^{(S)}, \Delta\tau^{(S)}, \delta^{(S)}$ ) の条件下における計算結果 .  $S = 0.1$  (塗りつぶし),  $S = 0.01$  (中抜き) . 条件  $\Delta SPL^{(S)}$  を満足する  $N_{Td}^{(S)}$  は  $N_{Td}^{(0.1)} \approx 50$  点,  $N_{Td}^{(0.01)} \approx 200$  点となる .

次に四番目の要素  $\langle \tau^* \rangle$  の離散化パラメータについて調査する．3.2.1 節から 3.2.3 節まで他の三要素  $\langle \int dS \rangle, \langle \dot{p}' \rangle, \langle \nabla p' \rangle$  の離散化誤差を評価するとき要素  $\langle \tau^* \rangle$  の離散化の影響を出来る限り小さくするために十分大きな  $N_{Td}$  ( $N_{Td} = 1000$ ) に固定してきた．しかしながら、要素  $\langle \dot{p}' \rangle$  の離散化パラメータは  $\Delta\tau$  と、一周期当りの時系列データ数  $N_{Td}$  とは密接に関連している．例えば、自然な考えとして時系列データ間の間隔をそのまま  $\dot{p}'$  の差分式の時間刻み幅として置くならば

$\Delta\tau (= T/N_T) = T/N_{Td}$  , すなわち  $N_T = N_{Td}$  , となる .

図 10 において  $N_{Td}$  に対する  $|L_{rms}|$  を示す . 図より条件  $\Delta SPL^{(0.1)}$  を満足する  $N_{Td}$  は  $N_{Td}^{(0.1)} \simeq 50$  ほどである . 3.2.2 節で得た  $N_T^{(0.1)}$  と比較すると  $N_{Td}^{(0.1)} \simeq N_T^{(0.1)}$  でありほぼ一致する . また  $\Delta SPL^{(0.01)}$  についても同様に  $N_{Td}^{(0.01)} \simeq N_T^{(0.01)}$  となる . それゆえに , (26) 式のように  $\dot{p}'$  を二次精度中心差分の時間刻み幅として時系列データの間隔を用いても , 条件  $\Delta SPL^{(S)}$  ( $S = 0.1, 0.01$ ) を満足できることがわかった .

### 3.2.5 本節のまとめ

3.2.1 節から 3.2.4 節において四要素  $\langle \int dS \rangle, \langle \nabla p' \rangle, \langle \dot{p}' \rangle, \langle \tau^* \rangle$  の離散化パラメータが条件  $\Delta SPL^{(S)}$  を満たすための許容値を求めた . このうち空間に関する離散化パラメータにおいては 3.2.3 節から  $\delta^{(S)} \simeq \tilde{\delta}^{(S)}$  とした場合には 10 倍程度大きい  $SPL$  誤差になる . そのため圧力勾配  $\nabla p'$  の差分式において空間刻み幅として  $\tilde{\delta}$  を利用するとき , 二次精度差分式では十分ではなく高精度に求める必要があることがわかった . また時間に関する離散化パラメータに関しては , 3.2.4 節から  $N_T (= T/\Delta\tau) \simeq N_{Td}$  であり , 時間微分  $\dot{p}'$  を , 二次精度中心差分式の時間刻み幅として時系列データの時間間隔を用いて計算しても条件  $\Delta SPL^{(S)}$  に対する精度に問題がないことがわかった .

LEE や LES から出力するキルヒホッフ法に対するデータから , 周波数  $f (= c/\lambda)$  において誤差  $\Delta SPL^{(0.1)}$  を目標とした遠方場の計算を行う場合 , 圧力勾配  $\nabla p'$  は十分な精度で得られるという仮定すると , キルヒホッフ面の代表長  $d = 1\lambda$  に対し , 少なくとも以下のパラメータ値が要求される .

$$\begin{cases} N_\lambda^{(0.1)} &= 10 \\ \Delta\tau^{(0.1)} &= 2 \times 10^{-2}T \end{cases} \quad (28)$$

3.2.1 節で行った考察によれば (28) 式の  $N_\lambda$  であれば ,  $d > 1\lambda$  のキルヒホッフ面に対しても  $\Delta SPL^{(0.1)}$  の精度は保証される . また図 5 より半波長程度  $d \simeq \lambda/2$  であってもほぼ  $\Delta SPL \simeq 0.1\text{dB}$  の結果が得られる . 誤差  $\Delta SPL$  を 1/10 の大きさとするには ,  $N_\lambda^{-2}, \Delta\tau^2$  を同時におよそ 1/10 倍にすることで達成できる . 例えば  $\Delta SPL^{(0.01)}$  は 3.2.1 節, 3.2.2 節から ,

$$\begin{cases} N_\lambda^{(0.01)} &= 30 \\ \Delta\tau^{(0.01)} &= 5 \times 10^{-3}T \end{cases} \quad (29)$$

となる .

航空機周りの LES による計算では広域な周波数成分からなる音波を含んでいる . そこで遠方音場の計算において , ある周波数成分  $f$  に対し  $f$  以外の周波数成分  $f' = \alpha f$  ( $\alpha$  は実数) の精度を見る . キルヒホッフ面や時系列データ間隔が (28) 式のものであるとき , キルヒホッフ面の格子幅は  $\tilde{\delta} = \lambda/N_\lambda^{(0.1)}$  なので , 波長  $\lambda' (= c/f')$  当りの解像点数は  $N_{\lambda'} = \lambda'/\tilde{\delta} = N_\lambda^{(0.1)}/\alpha$  となる . 周波数  $f'$  に対する  $SPL$  誤差を 0.1dB 以内に抑えるには , 3.2.1 節より  $N_{\lambda'} > N_\lambda^{(0.1)}$  , すなわち  $\alpha < 1$  , であればよい . またこのとき周波数  $f$  の音圧よりも誤差は小さくなる . よって , 遠方音場の解析において対象とする周波数域が  $f_{\text{lower}} \leq f \leq f_{\text{upper}}$  である場合 , 上限周波数  $f_{\text{upper}}$  について条件  $\Delta SPL^{(0.1)}$  を満たせば , 全域で条件  $\Delta SPL^{(0.1)}$  を十分満たす結果が期待できる .



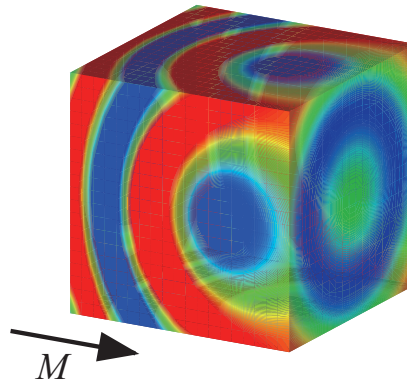


図 11: 一様流中のキルヒホッフ面上の瞬時音圧分布．キルヒホッフ面の代表長が  $d = 1\lambda$  の立方体中心に単極子点音源を仮定している．図では一様流速を  $x_1$  軸正の方向 (矢印の方向) にマッハ数  $M = 0.5$  としている．

### 3.3 一様流がある場合への適用

本節ではキルヒホッフ面が一様流中にある場合を想定し，離散化誤差の一様流マッハ数に対する感度を調査する．キルヒホッフ面の設定は，前節と同様に立方体形状に等間隔格子とする．音源は立方体中心に一様流のマッハ数  $M_0 = (M, 0, 0)$  における単極子点音源の解析解，

$$\begin{aligned} p'(x, t) &= \text{Re} \left[ A \left( i \frac{\omega}{c\beta^2} \frac{-Mx_1 + r_0}{r_0^2} + \frac{Mx_1}{r_0^3} \right) \exp \left\{ -i\omega \left( t - \frac{-Mx_1 + r_0}{c\beta^2} \right) \right\} \right] \\ &= A \left[ \frac{\omega}{c\beta^2} \frac{-Mx_1 + r_0}{r_0^2} \sin \left\{ \omega \left( t - \frac{-Mx_1 + r_0}{c\beta^2} \right) \right\} + \frac{Mx_1}{r_0^3} \cos \left\{ \omega \left( t - \frac{-Mx_1 + r_0}{c\beta^2} \right) \right\} \right], \end{aligned} \quad (30)$$

をおく [7]. ここで  $r_0 \equiv \sqrt{x_1^2 + \beta^2(x_2^2 + x_3^2)}$  である．一様流におけるキルヒホッフ面の音圧分布を図 11 にマッハ数  $M = 0.5$  の場合で示す．ドップラー効果により上流側では波長が短くなり，下流側では長くなっている．前節で見たように，一波長当りの解像点数は精度に大きく影響する．それゆえ，一様な格子密度のキルヒホッフ面に対して上流側では解像度は低くなるが下流側では高くなるため，マッハ数によっては格子密度に注意が必要になる．

図 12 は，マッハ数  $M = 0.2, 0.5, 0.9$  における  $N_\lambda$  に対する RMS 誤差  $|L_{\text{rms}}|$  である． $N_\lambda$  はこれまでと同様に音源の放射音波の波長  $\lambda = 2\pi c/\omega$  に対する解像点数である． $N_{Td} = 200$  とし， $\hat{p}'$  は二次精度中心差分式， $\nabla p'$  は解析解で与えた．観測点は前節で定義した 2 点 A, D および点  $F(2d, \pi/2, \pi)$  である．点 A, F は  $x$  軸上にありそれぞれ下流, 上流に位置している．図 12 に示されるように，いずれのマッハ数においても RMS 誤差はどの観測点でもほぼ  $O(N_\lambda^{-2})$  のオーダーに従って減少し二次精度が出ていることが確認される．条件  $\Delta SPL^{(0.1)}$  の上限を点線で示す．前節の流れなしの場合と同様に  $M = 0.2, 0.5$  では  $N_\lambda = 10$  で  $\Delta SPL^{(0.1)}$  をほぼ満たしている． $M = 0.9$  に関しては，ドップラー効果によりキルヒホッフ面上流での音波の解像点数が不足しているため， $N_\lambda = 10$  では有効なデータが取れなかったが， $N_\lambda = 24$  であれば RMS 誤差を

10% 以内，すなわち  $SPL$  誤差を 1dB 以内で見込むことができる．

図 12 ではまた， $M = 0.2, 0.5$  での RMS 誤差はマッハ数の依存性が少ないように見える．そこで図 13 では，観測点 A, D で  $M = 0$  のデータも加えてマッハ数に対する RMS 誤差を示す．RMS 誤差が解像点数  $N_d$  に依存しマッハ数に対してはほとんど一定の値になる．したがって，キルヒホッフ面上のマッハ数が大きい場合は，面の格子密度を上げる必要があるが，少なくともマッハ数が  $M \leq 0.5$  の範囲では，流れなしの場合と同様のキルヒホッフ面で精度が保たれることがわかった．

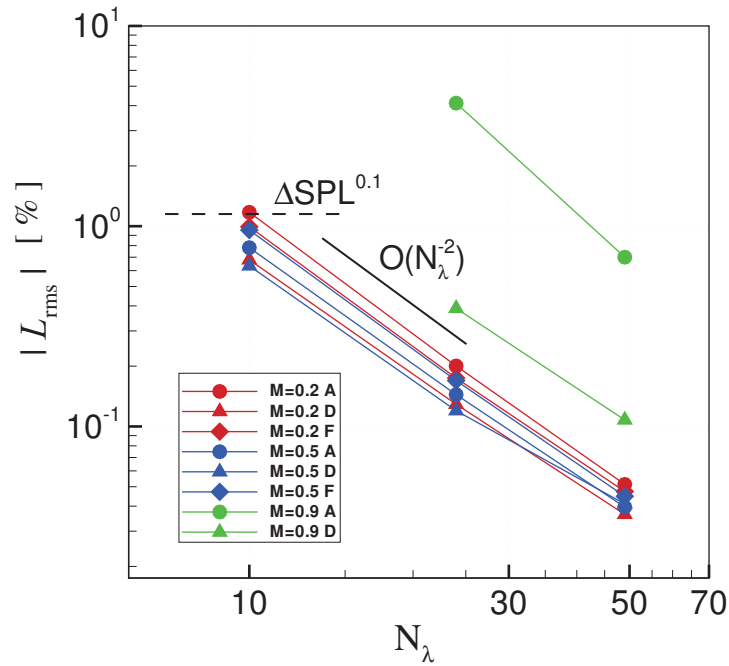


図 12: 波長  $\lambda$  当りの解像点数  $N_\lambda$  に対する RMS 誤差  $|L_{\text{rms}}|$ , マッハ数  $M = 0.2, 0.5, 0.9$ . 観測点は A, D, F ( $2D, \pi/2, \pi$ ). 黒実線はオーダー  $O(N_\lambda^{-2})$  の傾きである.  $N_\lambda$  が大きくなるほど, RMS 誤差, 位相誤差共に  $O(N_\lambda^{-2})$  に従って減少する. 点線は条件  $\Delta SPL^{(0.1)}$  の上限値を示す.

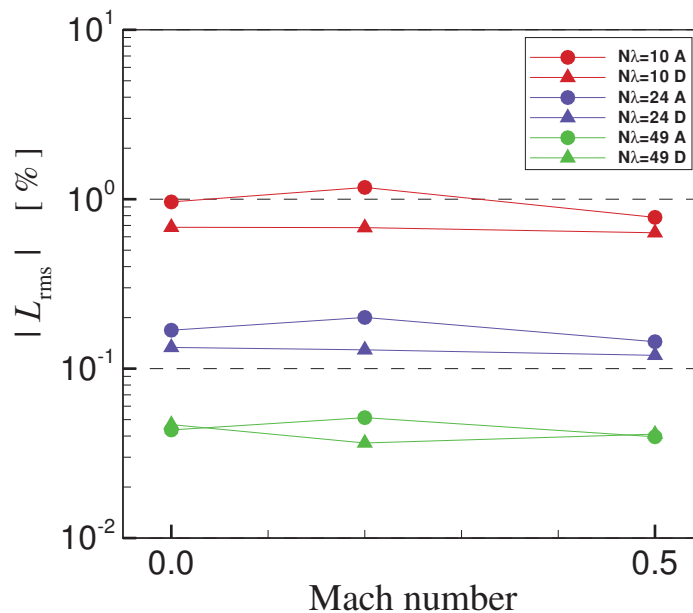


図 13: マッハ数に対する RMS 誤差. 解像点数  $N_\lambda = 10, 24, 49$ , 観測点 A, D. マッハ数が  $0 \leq M \leq 0.5$  の範囲では誤差はほぼ一定になる.

## 4 適用事例の紹介

民間航空機分野に於いては、離着陸時の騒音を下げることによる空港騒音規制への対応や、巡航時の機内騒音を下げることによる乗り心地の改善を目的として、騒音低減化のための研究が近年活発になってきている。本章では、民間航空機のエンジン騒音の中で大部分を占めるファン騒音およびジェット騒音に関する研究の中で、キルヒホッフ法を適用した研究事例について簡単に紹介する。

### 4.1 単体ナセルの遠方音場予測

#### 4.1.1 はじめに

本節では、ナセル内にあるファンから発生するファン騒音を対象として、ナセルによる遮蔽効果を確認することを目的とした計算について紹介する。

#### 4.1.2 問題設定

DLR-F6 のナセル内に単極子を 1 つ配置し、ナセルの存在が遠方場の指向性分布に与える影響について調査する。ナセルの長さは約 3.4m とし、約 45.7m (150ft 相当) 離れた距離で評価する。図 14 にその概要を示す。ナセルのファン面の存在する位置 (ナセル入り口から約 0.76m) に単極子がひとつ配置されている。ナセルの存在により音波はナセル壁面で反射し遠方へと伝播する。実際のファン騒音はダクトモードに支配されるが、ここではナセルがあることによる遮蔽効果を確認することのみを目的とし、音源には単純化した単極子音源を用いる。音源の周波数は 125Hz, 250Hz, 500Hz とし、エンジンは地上静止状態 (ナセル周囲の流れ場はなし) を仮定する。

ナセル近傍での反射の効果を考慮するため、ナセル全体を覆うようにキルヒホッフ面を用意する (図 15 参照)。キルヒホッフ面に内包される空間については、音場の計算を実施する必要がある。本研究では線形オイラー方程式 (LEE) を用いる。LEE 解析に用いた計算コードは、JAXA で開発されている構造格子マルチブロック用の圧縮性 CFD コード UPACS を LEE 用に改造した UPACS-LEE である。空間の離散化には 6 次精度のコンパクトスキームを用い、振動除去のために 10 次精度のフィルターを用いている。また時間積分には 4 次精度の Runge-Kutta 法を用いている。

図 16 に 500Hz の波を解像するための LEE 用の計算格子を示す。ファン面の中心位置を原点とし、ナセル中心軸後方を  $X$  軸正の向きとする (直交座標を  $(X, Y, Z)$  とする)。計算格子において、ナセル内部およびナセル近傍には、音波を解像するための様に細かい格子が用意されている。この領域に含まれる総格子点数は約 20 万点である。この領域の周りには、外部境界での音波の反射を押さえるためのバッファ領域があり、音波を解像する領域との境界面がちょうどキルヒホッフ面になる。キルヒホッフ面の格子点数は 18,000 点程度である。例えば LEE コードのみで 150ft の遠方場まで計算することを考えると、音波を解像する領域だけでも  $10^4$  倍以上の格子点数が必要となり、現実的な計算ではないことが理解できる。したがって、LEE 計算はナセル

近傍にとどめ、ナセル壁面近傍での反射の効果を考慮し、反射などが生じない領域においては、キルヒホッフ法を用いることが計算コストの面から望ましい。

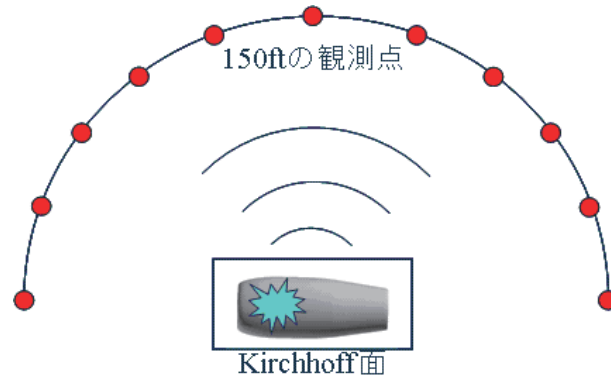


図 14: 概要．ナセルファン面の存在する位置に単極子音源を配置し、約 45.7m(150ft 相当) 遠方に観測点をおく．

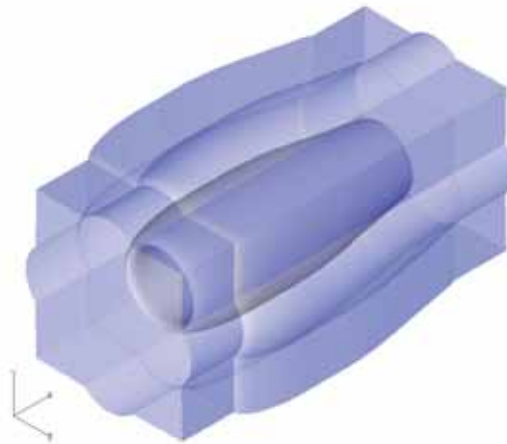


図 15: ナセルおよびナセルを取り囲むキルヒホッフ面．

#### 4.1.3 計算結果

まずは計算結果の検証をするため、比較的近い地点において、LEE+キルヒホッフの計算結果と LEE による直接計算結果の比較を行い、両者が一致することを確認する（図 17 参照）．図 17 に示すように、LEE による直接計算は、音波を解像する領域を  $Y$  方向に 2 倍にした計算格子を作成して計算を実施した．図 18 にその計算結果を示す．図中のカラーコンターは、音源位置での  $SPL$  を 0dB とした時の相対的な dB 数を表す．また図は、左から、125, 250, 500Hz に相当する．ナセルの前後から放出された音波が干渉し、ナセル外部領域で干渉縞が観察される．本図中

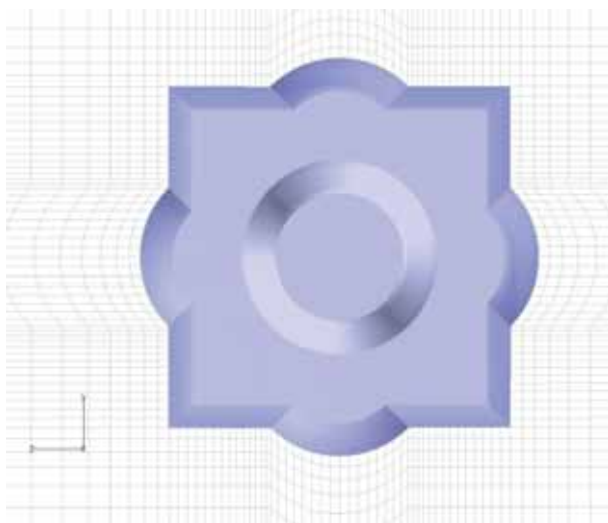


図 16: 500Hz の波を解像するための LEE 用計算格子．キルヒホッフ面外部よりナセル後方に臨む．図の上方が  $Y$  方向正．

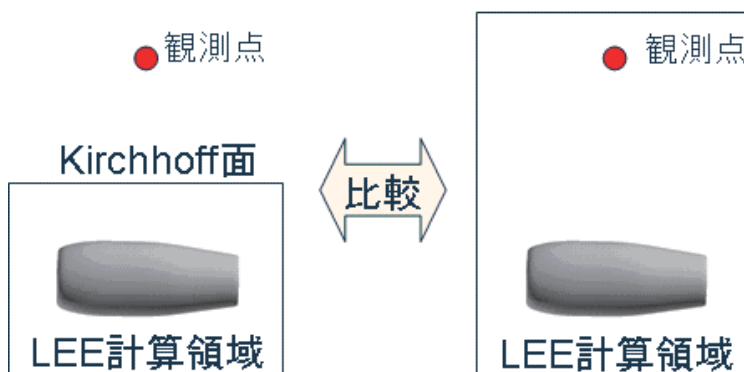


図 17: キルヒホッフ法の検証計算．LEE の計算結果を入力値としたキルヒホッフ法の計算（左図）と LEE で直接計算（右図）した結果を比較する．右図における LEE の計算領域は，左図の計算領域に対して  $Y$  方向に 2 倍にしている．

に描かれた，Line B 上の  $SPL$  分布を比較した結果を図 19 に示す．図中黒線が LEE による直接計算の結果，赤線が LEE の計算結果を用いキルヒホッフ法で計算した結果であるが，両者ともに一致した傾向が捕らえられている．周波数を変化させた結果変わる干渉パターンが両者で一致している．

続いて，ナセル単体の 150ft 地点での音圧の指向性分布を LEE+キルヒホッフ法で得る．計算結果を図 21 に示す．ナセルの遮蔽の影響により，指向性分布が生じている様子が再現できた．周波数が小さいほうが節が少なく，周波数が増加するに従い，増加している．このことから，LEE + キルヒホッフ法により近傍場でナセル壁面の反射を考慮しつつ，遠方場予測を実施することの重要性が確認された．

## 4.1.4 まとめ

ナセル内にあるファンから発生する騒音の遮蔽効果を確認するため、簡素化した音源をファン面の位置に配置し、その効果を確認する計算を実施した。検証計算を通じて、キルヒホッフ法による遠方場予測コードの動作確認を行った。また 150ft 離れた遠方場の指向性分布も計算した。LEE の計算結果を入力として、遠方場を計算することにより、近傍場ではナセルの反射の効果を考慮しつつ、遠方場を予測することが可能となった。

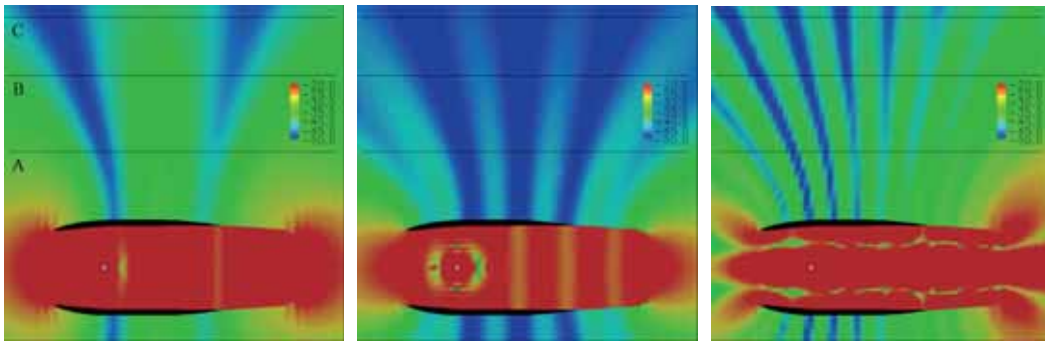


図 18: ナセル近傍の  $SPL$  分布。音源を 0dB とした。カラーコンターの範囲は-50dB~-20dB. 図は左から 125Hz, 250Hz, 500Hz。白点は音源位置。

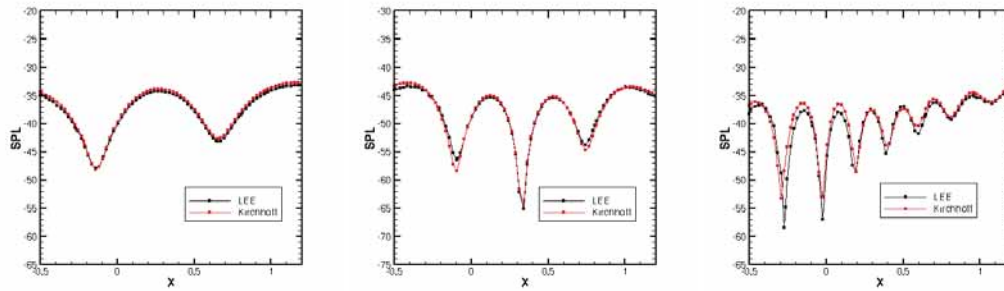


図 19: 図 18 の LineB 上の  $SPL$  分布。黒線: LEE で直接計算した結果。赤線: LEE+キルヒホッフ法による結果。図は左から 125Hz, 250Hz, 500Hz.

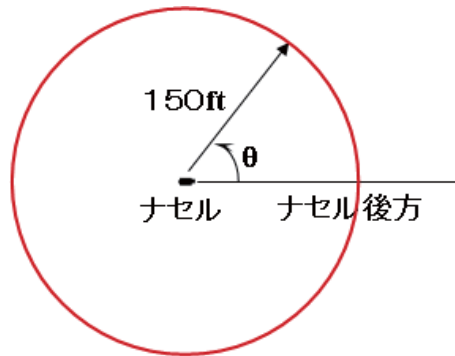


図 20: LEE によるナセルの近傍音場データを基に 150ft 地点の音場をキルヒホッフ法により求める．角度はナセル軸後方を 0 度とした．

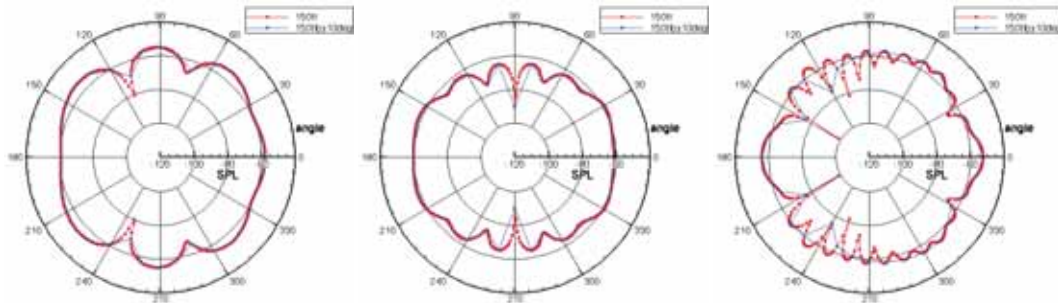


図 21: キルヒホッフ法により求めた 150ft 地点における  $SPL$  の指向性分布．図は左から 125Hz, 250Hz, 500Hz.

## 4.2 ジェット周辺の遠方音場予測

### 4.2.1 はじめに

本節では，LES を用いたジェット騒音の予測にキルヒホッフ法を適用した事例 [8] について紹介する．

### 4.2.2 計算方法

用いた計算コードは，JAXA で開発されている構造格子マルチブロック用の圧縮性 CFD コード UPACS を LES 用に改造した UPACS-LES である．空間の離散化には 6 次精度のコンパクトスキームを用い，振動除去のために最大 14 次精度のフィルターを用いている．超音速流で衝撃波が存在する場合はコンパクトスキームでは数値振動が発生するため，衝撃波の周辺のみ 3 次精度の Roe スキームに切り替えている．時間積分は 3 次精度の Runge-Kutta である．SGS モデルは標準の Smagorinsky モデルで  $C_s=0.1$  としている．音響マッハ数  $Ma=0.9$  と 1.5 の 2 ケー



| 格子点数    | $\Delta x$ | $\Delta r$ | $\Delta \theta$ | $\Delta t$ |
|---------|------------|------------|-----------------|------------|
| 600 万点  | 0.04D      | 0.016D     | 0.025D          | 0.004D/a   |
| 1500 万点 | 0.025D     | 0.0125D    | 0.02D           | 0.004D/a   |

表 1: 格子幅と時間刻み . D: ノズル出口直径 , a: 外気の音速 .

スを, 計算格子に 600 万点と 1500 万点の二種類を用いて計算した. 計算時間は, 40CPU の並列計算で前者は 60 時間程度, 後者は 240 時間程度である. 用いた計算格子の幅と時間刻みを表 1 に示した. ここで計算格子の幅はノズル出口直後の剪断層での値である. 図 22 に計算格子 (600 万点) を示している. ノズル出口から 30D (D: ノズル出口直径) の範囲までを計算領域とし, ジェット流の存在する範囲の格子を細かくしている. その周囲に圧力変動や渦をダンプするための格子の粗い領域を 100D 程度の範囲まで設けている. (b) はジェットに垂直な断面の格子である. 円筒座標状の格子では中心軸に特異点が発生して計算上の不都合が生じるため, 中心軸付近に直交な格子を埋め込んでいる.

#### 4.2.3 計算結果

図 23 は亜音速および超音速ジェットの LES のある瞬間のマッハ数と圧力分布である. マッハ数の分布はそれぞれ最大速度でスケールしているため, 超音速ジェットの場合はポテンシャルコア部分に弱い斜め衝撃波が存在していることを除けば, 亜音速と超音速とでほとんど同じように見える.

図 24 の圧力分布の図は, ジェットから外に広がる音波が図に表れるように圧力のスケールを拡大している. 亜音速ジェットの場合はノズル出口付近に同心円状の音波が見られる. 超音速ジェットの場合は, マッハ波による強い音波が斜め下流方向に発生している様子が見られる.

図 25 にパワースペクトル密度 (PSD) の典型的な例を示す. 横軸は, 周波数であり, 周波数  $f$  の無次元化には, ジェットの流速  $U_j$  とノズル直径  $D$  によるストローハル数  $St=fD/U_j$  を用いている. ジェットの場合, 側方方向に  $St=1$  程度のブロードバンドノイズ, 後ろ方向に  $St=0.3$  あたりにピークのあるノイズが発生するが, 概ね計算結果でその傾向が捕らえられている.

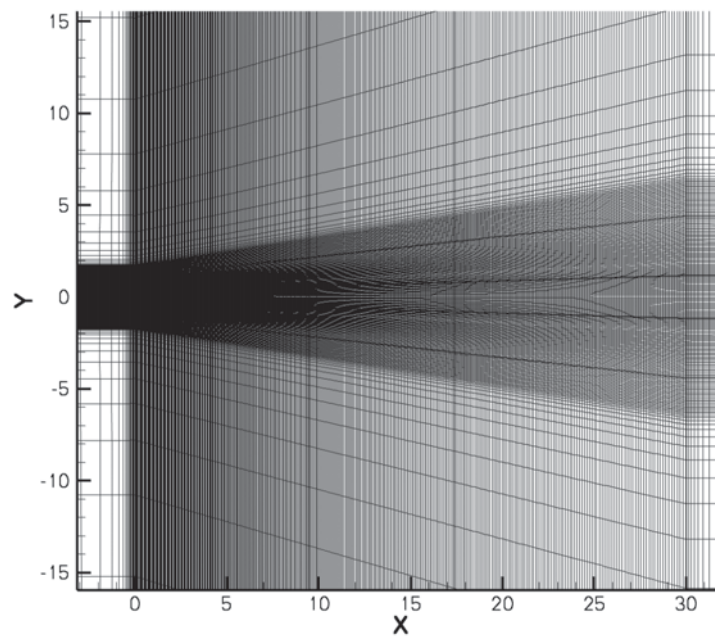
これらの計算結果を基に, キルヒホッフ法を用いてノズル出口から 100D 離れた場所の騒音予測を行う. キルヒホッフ法は, 線形の波動方程式を基礎とするため, キルヒホッフ面上では音波以外の変動が現れると, 音波による変動との区別が出来ず, 遠方場を過大に評価してしまう可能性がある. 従って, 本計算においては, ジェットのせん断層の発達に合わせて, 下流に行くほど徐々にキルヒホッフ面の形が広がるように設定している. 同様の理由で, 上流側と, 下流側に位置する円形の面の部分については, キルヒホッフ面に含めていない. キルヒホッフ面は本来, 閉曲面でなければならないため, 上流側と, 下流側に位置する円形の面の部分からのロスが生じる. 特に下流側においては, 下流方向への指向性への影響が大きいといわれており, 今後対策が求められる.

1500 万点の格子を用いた LES 計算の結果から, オーバーオール騒音レベルの指向性分布を示したのが図 26 である. キルヒホッフ面の格子点数は 12 万点程度である. 比較している実験

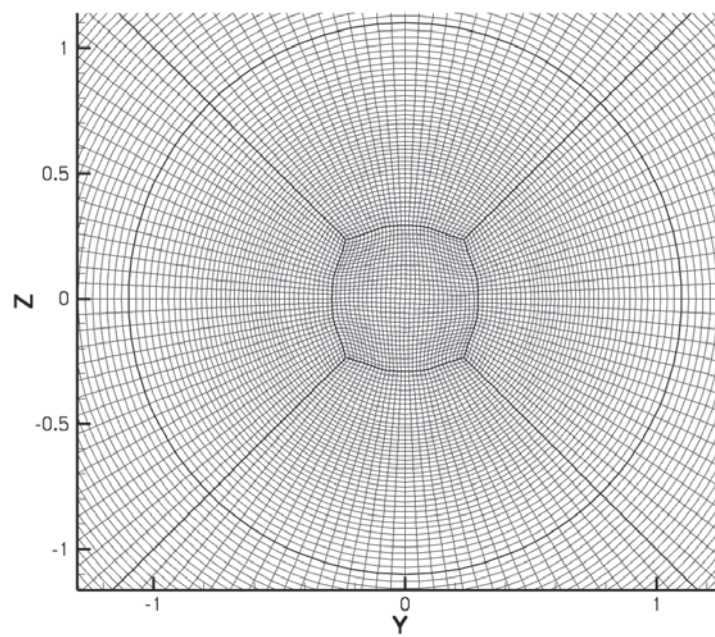
結果は Tanna と Viswanathan である．横軸の inlet angle は，ジェット入口が 0 度，下流方向を 180 度である．計算結果はマッハ数によるノイズレベルの違いや指向性を比較的精度良く予測しており，一般曲線格子を用いた実用的なコードによる LES で，ジェットノイズを 5dB 程度の精度で予測できる可能性が示されている．

#### 4.2.4 まとめ

LES の計算結果を基に，キルヒホッフ法を用いた遠方場予測計算を実施した．計算結果はマッハ数によるノイズレベルの違いや指向性を比較的精度良く予測できた．一般曲線格子を用いた実用的なコードによる LES で，ジェットノイズを 5dB 程度の精度で予測できる可能性が示された．

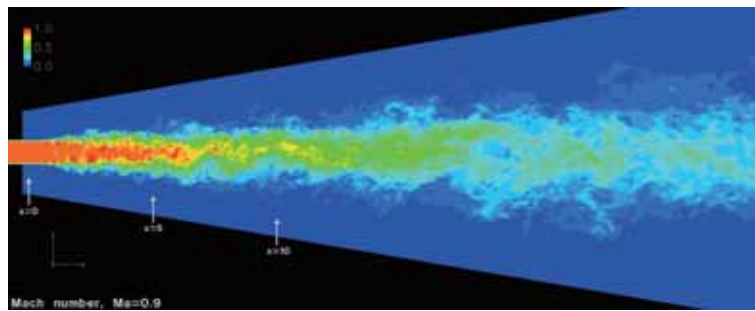


(a)

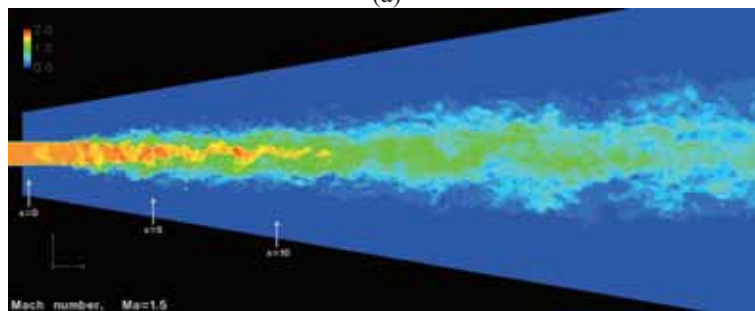


(b)

図 22: 計算格子 (a) ジェットに平行な断面 (b) ジェットに垂直な断面

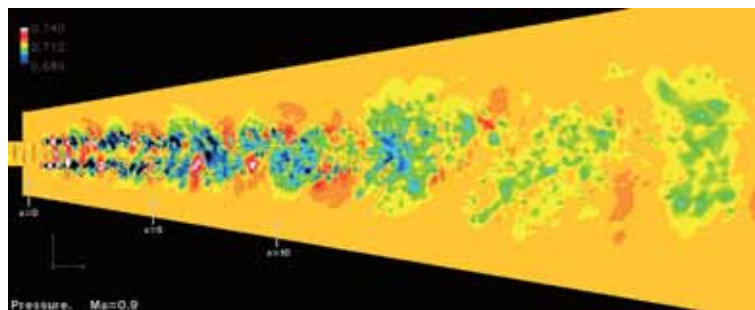


(a)

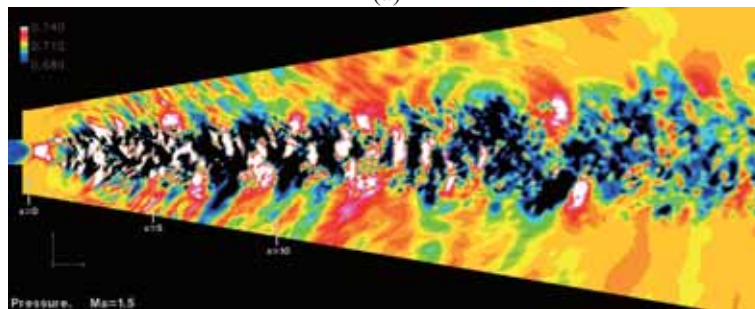


(b)

図 23: マッハ数分布 (a) 亜音速ジェット (Ma=0.9)(b) 超音速ジェット (Ma=1.5)



(a)



(b)

図 24: 圧力分布 (a) 亜音速ジェット (Ma=0.9)(b) 超音速ジェット (Ma=1.5)

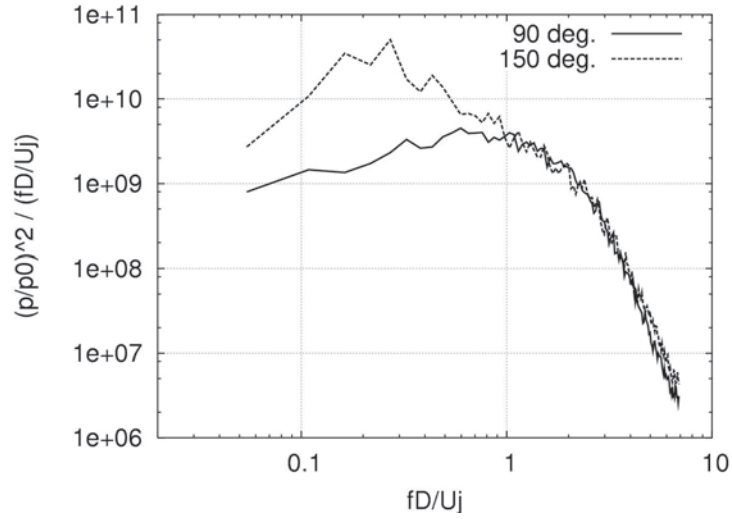


図 25: パワースペクトル密度

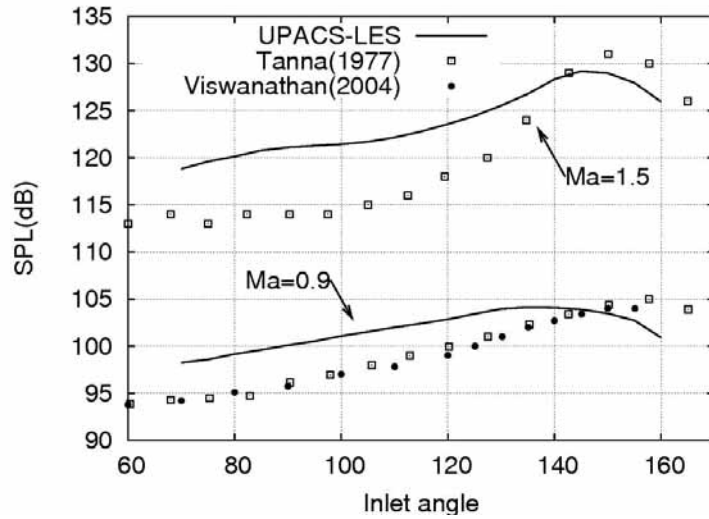


図 26: ジェット騒音の指向性分布

## 5 結論

一様流に対応したキルヒホッフ法による遠方音場予測解析コードの開発を行った。検証では特に、LEE や LES の研究における遠方場予測をする場合を想定して、時間・空間を離散化したときに、それに伴い生じる数値誤差を把握することに主眼を置いた。

検証計算では、計算結果の  $SPL$  の解析解との誤差、 $\Delta SPL$ 、が 0.1dB 以内に収まるような離散化パラメータの値を求めた。その結果、圧力の時間微分を二次精度中心差分式とし、圧力勾配は十分な精度で得られるという仮定の下で、キルヒホッフ面から内部にある音源まで距離が音源の波長以上であれば、一波長の解像点数  $N_\lambda$  および一周期当りの分解点数  $N_T$  が、 $N_\lambda = 10$  点、 $N_T = 50$  点程度するとき、 $\Delta SPL \leq 0.1\text{dB}$  の精度が得られることがわかった。この結果はマッハ数が  $0 \leq M \leq 0.5$  において成り立ち、マッハ数が大きいときにはキルヒホッフ面の格子密度を高くすることで対応できる。また誤差  $\Delta SPL$  を 1/10 の大きさとするには、 $N_\lambda^{-2}$ 、 $N_T^{-2}$  を同時におよそ 1/10 倍にすることで達成できる。

航空機周りの LES による計算では広域な周波数成分からなる音波を含んでいるが、遠方音場の解析において、対象とする周波数域の上限周波数について  $\Delta SPL \approx 0.1\text{dB}$  を満たすようなキルヒホッフ面を設定すれば、それより低い周波数域で  $\Delta SPL \leq 0.1\text{dB}$  を十分満たす結果が期待できることがわかった。

こうした情報は遠方音場解析を目的の一つとした LEE や LES の研究を進めていく上で大きな指針となる。本論文において、実際に航空機研究における遠方音場解析としてキルヒホッフ法を用いた研究事例について簡単に紹介したが、本論文ではキルヒホッフコードにおける基礎的な性質を扱っており、航空分野に限らず広く利用が可能である。

## 付録A キルヒホッフの公式の導出

本章ではキルヒホッフの公式を Review する。

### A.1 キルヒホッフ面が静止している場合

流体中に任意の音源がある場合，音源により流体中には音場が生成される．今，その音源を完全に取り囲む閉曲面を  $S$  とし，我々が認知できるのは  $S$  上の音場のみとする． $S$  の外部には音源は仮定しない．キルヒホッフ法とは，こうした閉曲面上の音場の情報を基にして， $S$  外部の任意の点の音場を求める方法である．面  $S$  をキルヒホッフ面と呼ぶ．

本節では，全ての時間に亘って，音源は静止しているか，もしくは移動しても閉曲面  $S$  で取り囲まれる領域内に止まっていると仮定し， $S$  の位置や形状は時間に依存しない場合を考える．また， $S$  外部の流体は一様な静止流体とする．

閉曲面  $S$  をある関数  $f(x)$  を用いて，方程式  $f(x) = 0$  で表す． $S$  の外部の流体の体積を  $V$  としたとき， $f = f(x)$  を，

$$\begin{cases} f > 0 & \text{for } x \text{ in } V, \\ f < 0 & \text{for } x \text{ within } S, \end{cases} \quad (31)$$

を満たす関数とする．ここで  $|\nabla f| = 1$  である．

領域  $V$  における音場を任意のスカラー関数  $\Phi(x, t)$  で表すと， $V$  では音源が存在しないので，波動方程式，

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \Phi(x, t) = 0, \quad (32)$$

を満たす．今，閉曲面  $S$  の内部をも含む，全領域で定義される波動方程式を求めたい．そのために，関数  $\tilde{\Phi}(x, t) \equiv \Phi(x, t)H(f)$  を定義する．ここで， $H(f)$  はヘビサイド関数で，

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{for } x \text{ in } V, \\ 0 & \text{for } x \text{ within } S, \end{cases} \quad (33)$$

である． $\partial^2 \tilde{\Phi}(x, t) / \partial t^2$  および  $\nabla^2 \Phi(x, t)$  は，

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} H(f), \quad \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} H(f), \quad (34)$$

$$\nabla \tilde{\Phi} = (\nabla \Phi) H(f) + \Phi \mathbf{n} \delta(f), \quad (35)$$

$$\nabla^2 \tilde{\Phi} = (\nabla^2 \Phi) H(f) + \nabla \Phi \cdot \mathbf{n} \delta(f) + \nabla \cdot (\Phi \mathbf{n} \delta(f)), \quad (36)$$

となる．ここで， $\mathbf{n}$  は，面  $S$  に外向きの法線ベクトルであり，また  $\nabla H(f)$  は  $\delta$  関数を用いて， $\nabla H(f) = \nabla f \delta(f) = \mathbf{n} \delta(f)$  と表される [9]．

以上より， $\tilde{\Phi}(x, t)$  に対する波動方程式は，

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \tilde{\Phi}(x, t) = -\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi(x, t) \delta(f) - \nabla \cdot (\Phi(x, t) \mathbf{n} \delta(f)), \quad (37)$$

となる．この方程式からキルヒホッフの公式が導出される [5]．

キルヒホッフの公式を導出するために，任意の源泉項  $\mathcal{F}(\mathbf{x}, t)$  を持つ，関数  $\Psi(\mathbf{x}, t)$  の波動方程式，

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right) \Psi(\mathbf{x}, t) = \mathcal{F}(\mathbf{x}, t), \quad (38)$$

の一般解が，

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{4\pi} \int_V d^3y \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \mathcal{F}(\mathbf{y}, \tau) \frac{\delta(g)}{r}, \\ r &\equiv |\mathbf{x} - \mathbf{y}|, \quad g \equiv t - \tau - \frac{r}{c}, \end{aligned} \quad (39)$$

となる [9] ことを利用する．

(37) 式右辺の第一項の寄与分は，

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4\pi} \int_V d^3y \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{-\mathbf{n} \cdot \nabla_y \Phi(\mathbf{y}, \tau) \delta(f)}{r} \delta(g) \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int_V d^3y \frac{\mathbf{n} \cdot [\nabla_y \Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} \delta(f)}{r} \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int_{f=0} dS \frac{\mathbf{n} \cdot [\nabla_y \Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*}}{r}. \end{aligned} \quad (40)$$

ここで， $\tau^* \equiv t - r/c$  は遅延時間であり， $g(\tau^*) = 0$  を満たす．第二行目の式に現れる  $[\dots]_{\tau^*}$  は，この括弧内の関数の時刻を  $\tau^*$  にすることを意味する．また  $\nabla_y \equiv (\partial/\partial y_i)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) である．以下の計算では， $\mathbf{x}$  に関する  $\nabla$  として， $\nabla_x \equiv (\partial/\partial x_i)$  の記号も用いる．

次に第二項の寄与分は，

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4\pi} \int_V d^3y \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{-\nabla_y \cdot (\Phi(\mathbf{y}, \tau) \mathbf{n} \delta(f))}{r} \delta(g) \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int_V d^3y \frac{-\nabla_y \cdot ([\Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} \mathbf{n} \delta(f))}{r} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_V d^3y \nabla_y \cdot \frac{1}{r} ([\Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} \mathbf{n} \delta(f)) \quad (\text{部分積分}) \\ &= -\frac{1}{4\pi} \nabla_x \cdot \int_V d^3y \frac{1}{r} ([\Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} \mathbf{n} \delta(f)) \quad \left(\nabla_y \frac{1}{r} = -\nabla_x \frac{1}{r}\right) \\ &= -\frac{1}{4\pi} \nabla_x \cdot \int_{f=0} dS \frac{1}{r} ([\Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} \mathbf{n}) \end{aligned} \quad (41)$$

$$= -\frac{1}{4\pi} \int_{f=0} dS \nabla_x \cdot \frac{1}{r} ([\Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} \mathbf{n}) - \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} dS \frac{1}{r} (\nabla_x [\Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} \cdot \mathbf{n}) \quad (42)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{4\pi} \int_{f=0} dS \left(\frac{-\mathbf{r}}{r^3} \cdot \mathbf{n}\right) [\Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} - \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} dS \frac{1}{r} \left(-\frac{\mathbf{r}}{rc} \cdot \mathbf{n}\right) \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{y}, \tau)}{\partial \tau}\right]_{\tau^*} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} dS \frac{1}{r^2} [\Phi(\mathbf{y}, \tau)]_{\tau^*} \left(\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}\right) - \frac{1}{4\pi c} \int_{f=0} dS \frac{1}{r} \left(\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}\right) \left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{y}, \tau)}{\partial \tau}\right]_{\tau^*} \end{aligned} \quad (43)$$

以上，(40), (43) 式からキルヒホッフの公式，

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int \left[ \frac{E_1}{r} + \frac{\Phi(\mathbf{y}, \tau) E_2}{r^2} \right]_{\tau^*} dS(\mathbf{y}), \quad (44)$$



が得られる．ここで， $E_1, E_2$  は以下のように定義されている．

$$E_1 \equiv -\mathbf{n} \cdot \nabla_y \Phi(\mathbf{y}, \tau) + \frac{1}{c} \left( \mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \right) \frac{\partial \Phi(\mathbf{y}, \tau)}{\partial \tau}, \quad (45)$$

$$E_2 \equiv \mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (46)$$

## A.2 キルヒホッフ面が移動している場合

本節では，キルヒホッフ面が等速直線運動をしている場合を扱う．但し，A.1 節と同様，面の形状は変化せず，回転運動もしていないとする．また観測点は静止しているとする．

方程式  $f = 0$  は，移動閉曲面  $S$  を表すので， $f$  は位置  $\mathbf{x}$  と時間  $t$  の関数  $f = f(\mathbf{x}, t)$  である．本節においても，以下の条件を満たしているとする．

$$\begin{cases} f > 0 & \text{for } \mathbf{x} \text{ in } V, \\ f < 0 & \text{for } \mathbf{x} \text{ within } S, \end{cases} \quad (47)$$

$\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t)$  に対する波動方程式を求めたい．そのために  $\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t)$  の時間微分および勾配を求めておく．

$$\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} H(f) + \Phi \frac{\partial H(f)}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} H(f) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{V} \Phi \delta(f), \quad (48)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} H(f) - \frac{\partial \Phi}{\partial t} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}) \delta(f) - \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{V} \Phi \delta(f)), \quad (49)$$

$$\nabla \tilde{\Phi} = (\nabla \Phi) H(f) + \Phi \mathbf{n} \delta(f), \quad (50)$$

$$\nabla^2 \tilde{\Phi} = (\nabla^2 \Phi) H(f) + \nabla \Phi \cdot \mathbf{n} \delta(f) + \nabla \cdot (\Phi \mathbf{n} \delta(f)). \quad (51)$$

ここで， $\partial f / \partial t \Big|_{\mathbf{x}} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{V}$  を利用した．また  $\mathbf{n}$  は移動曲面の法線ベクトルであり時間の関数となっている．

よって， $\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t)$  に対する波動方程式は，

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) = & - \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{\mathbf{x}} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M}) + \mathbf{n} \cdot \nabla \Phi(\mathbf{x}, t) \right) \delta(f) \\ & - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \Phi \delta(f)) - \nabla \cdot (\Phi(\mathbf{x}, t) \mathbf{n} \delta(f)). \end{aligned} \quad (52)$$

(52) 式の一般解を求める準備として，以下の積分  $I_1, I_2$  を求めておく．

$$I_1 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y Q_1(\mathbf{y}, \tau) \delta(f(\mathbf{y}, \tau)) \delta(g) \quad (53)$$

$$I_2 \equiv \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y Q_2(\mathbf{y}, \tau) \delta(f(\mathbf{y}, \tau)) \delta(g) \quad (54)$$

ここで， $Q_1, Q_2$  は，任意の性質の良い関数とする．

まず， $I_1$  に関して，体積積分を行うと，

$$I_1 \equiv \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{f=0} dS Q_1(\mathbf{y}(\tau), \tau) \delta(g). \quad (55)$$

ここで， $\int_V d^3y \delta(f(y, \tau))$  によって取り出される面  $f = 0$  は移動しているので，座標  $y$  は  $\tau$  に依存する．そのため， $Q_1$  の座標を  $y(\tau)$  と表記した． $I_1$  は，次いで時間積分も実行すると，

$$I_1 \equiv \int_{f=0} \left[ \frac{Q_1(y(\tau), \tau)}{1 - M_r} \right]_{\tau^*} dS, \quad (56)$$

となる．但し， $y(\tau)$  から観測点への放射方向を向くベクトルを  $r(\tau) = x - y(\tau) = x - y(0) - V\tau$  としたとき，マッハ数ベクトルの  $r(\tau)$  方向成分を  $M_r \equiv \mathbf{M} \cdot r(\tau)/|r(\tau)|$  と定義している．同様にして， $I_2$  に関しては，

$$I_2 \equiv \frac{1}{c} \int_{f=0} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{Q_2(y(\tau), \tau)}{1 - M_r} \right]_{\tau^*} dS \quad (57)$$

$$= \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[ \frac{1}{1 - M_r} \frac{\partial Q_2(y(\tau), \tau)}{\partial \tau} \right]_{\tau^*} dS, \quad (58)$$

となる．また，遅延時間  $\tau^*$  を求めておく．放射距離  $|r(\tau^*)|$  は，

$$\mathbf{r}(\tau^*) = \mathbf{x} - \mathbf{y}(0) - V\tau^* \quad (59)$$

$$= \mathbf{x} - \mathbf{y}(0) - V \left( t - \frac{|r(\tau^*)|}{c} \right)$$

$$= \mathbf{X}(t) + \mathbf{M} |r(\tau^*)| \quad (\mathbf{X}(t) \equiv \mathbf{x} - \mathbf{y}(t)), \quad (60)$$

を利用すると， $M < 1$  の下で，

$$|r(\tau^*)| = \frac{\mathbf{X}(t) \cdot \mathbf{M} + r_0(t)}{\beta^2} \quad (\beta \equiv \sqrt{1 - M^2}), \quad (61)$$

となるので， $\tau^*$  を  $t$  で表すと，

$$\tau^* = t - \frac{\mathbf{X}(t) \cdot \mathbf{M} + r_0(t)}{c\beta^2} \quad (62)$$

になる．但し， $r_0(t)$  は，

$$r_0(t) \equiv \left[ (\mathbf{X}(t) \cdot \mathbf{M})^2 + \beta^2 |\mathbf{X}(t)|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (63)$$

と定義されている．

$I_1, I_2$  を用いて，(52) 式の解，すなわち移動しているキルヒホッフ面に対するキルヒホッフの公式を求める．なお，(56), (58) 式では，表面積分  $\int_{f=0} dS$  内の座標を  $y(\tau)$  と表記しているが，以降では，式の煩雑さを避けるために表面積分内の  $y(\tau)$  を  $y$  と表記する．

まず (52) 式右辺の第一項と第二項の寄与分は，

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \Big|_y (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M}) + \mathbf{n} \cdot \nabla_y \Phi(y, \tau) \right) \delta(f) \frac{\delta(g)}{r} \\ & = -\frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[ \frac{1}{|r(\tau)|(1 - M_r)} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \Big|_y (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M}) + \mathbf{n} \cdot \nabla_y \Phi(y, \tau) \right) \right]_{\tau^*} dS. \end{aligned} \quad (64)$$

ここで， $r$  は (64) 式の中では  $r \equiv |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$  で時間に依存しておらず，積分  $\int_V d^3y \delta(f)$  を実行した時点で  $r \rightarrow |r(\tau)|$  となることに注意．第三項，第四項の寄与分は以下の通りになる．

第三項の寄与分 ,

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y \left\{ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \Phi(\mathbf{y}, \tau) \delta(f)) \right\} \frac{\delta(g)}{r} \\
& = \frac{1}{4\pi c} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \Phi(\mathbf{y}, \tau) \delta(f)) \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\delta(g)}{r} \right) \quad (\text{部分積分}) \\
& = -\frac{1}{4\pi c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \Phi(\mathbf{y}, \tau) \delta(f) \delta(g)}{r} \\
& = -\frac{1}{4\pi c} \int_{f=0} dS \left[ \frac{1}{1-M_r} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \Phi(\mathbf{y}, \tau)}{|\mathbf{r}(\tau)|(1-M_r)} \right]_{\tau^*}. \quad (65)
\end{aligned}$$

第四項の寄与分 [5] ,

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y \nabla_y \cdot (\Phi(\mathbf{y}, \tau) \mathbf{n} \delta(f)) \frac{\delta(g)}{r} \\
& = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y (\Phi(\mathbf{y}, \tau) \mathbf{n} \delta(f)) \cdot \nabla_x \frac{\delta(g)}{r} \\
& = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y \frac{1}{c} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r} \cdot (\Phi(\mathbf{y}, \tau) \mathbf{n} \delta(f)) \delta(g) + \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V d^3y \frac{\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{n} \Phi(\mathbf{y}, \tau) \delta(f)}{r^2} \delta(g) \\
& = \frac{1}{4\pi c} \int_{f=0} \left[ \frac{1}{1-M_r} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \frac{1}{1-M_r} \frac{\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}(\tau)}{|\mathbf{r}(\tau)|} \Phi(\mathbf{y}, \tau) \right\} \right]_{\tau^*} dS \\
& \quad + \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[ \frac{\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}(\tau)}{|\mathbf{r}(\tau)|^2 (1-M_r)} \Phi(\mathbf{y}, \tau) \right]_{\tau^*} dS. \quad (66)
\end{aligned}$$

よって , (64), (65), (66) 式から , 移動しているキルヒホッフ面に対するキルヒホッフの公式は ,

$$\begin{aligned}
\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) & = -\frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[ \frac{1}{|\mathbf{r}(\tau)|(1-M_r)} \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right)_{\mathbf{y}} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M}) + \mathbf{n} \cdot \nabla_y \Phi(\mathbf{y}, \tau) \right]_{\tau^*} dS \\
& \quad + \frac{1}{4\pi} \int_{f=0} \left[ \frac{\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}(\tau)}{|\mathbf{r}(\tau)|^2 (1-M_r)} \Phi(\mathbf{y}, \tau) \right]_{\tau^*} dS \\
& \quad + \frac{1}{4\pi c} \int_{f=0} \left[ \frac{1}{1-M_r} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \frac{1}{1-M_r} \frac{\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}(\tau) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}}{|\mathbf{r}(\tau)|} \Phi(\mathbf{y}, \tau) \right\} \right]_{\tau^*} dS \quad (67)
\end{aligned}$$

となる . さらに , 右辺最後の項の時間微分を実行して , 近傍場成分 ( $\sim 1/r^2$ ) と遠方場成分 ( $\sim 1/r$ ) に分けると ,

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \int \left[ \frac{E_1}{|\mathbf{r}(\tau)|(1-M_r)} + \frac{\Phi(\mathbf{y}, \tau) E_2}{|\mathbf{r}(\tau)|^2 (1-M_r)} \right]_{\tau^*} dS \quad (68)$$

となる .  $E_1, E_2$  は以下のように定義されている .

$$\begin{aligned}
E_1 & \equiv (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M})(\mathbf{M} \cdot \nabla_y \Phi(\mathbf{y}, \tau)) - \mathbf{n} \cdot \nabla_y \Phi(\mathbf{y}, \tau) \\
& \quad - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{M}}{c} \dot{\Phi}(\mathbf{y}, \tau) + \frac{1}{c(1-M_r)} (\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}(\tau) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}) \dot{\Phi}(\mathbf{y}, \tau), \quad (69)
\end{aligned}$$

$$E_2 \equiv \frac{1-M^2}{1-M_r^2} (\mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{r}}(\tau) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}). \quad (70)$$

## 参考文献

- [1] M. J. Lighthill, “On Sound Generated Aerodynamically, I, General Theory”, *Proc. Roy. Soc. A* 211, (1952), 564-587.
- [2] 榎本俊治, 野崎理, 今村太郎, 山本一臣, “UPACS-LES の開発と検証”, JAXA-RR(投稿中), 2008.
- [3] 今村太郎, 雨宮和久, 榎本俊治, 山本一臣, “線形オイラー方程式解析コードの構築と複雑形状への適用”, 日本航空宇宙学会論文集, 53, 621, Oct, 2005..
- [4] 山根敬, 他, “CFD コード共通化プロジェクト UPACS の現状”, 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 2000 論文集, 航研特別資料 SP-46, pp45-50, 2000.12.
- [5] F. Farassat and M. K. Myers, “Extension of Kirchhoff’s Formula to Radiation From Moving Surfaces”, *Journal of Sound and Vibration* (1988) **123**(3), 451-460.
- [6] M. K. Myers and J. S. Hausmann, “Computation of Acoustic Scattering from a Moving Rigid Surface”, *Journal of the Acoustical Society of America* (1992) **91**(5) 2594-2605.
- [7] 例えば, P. M. Morse and K. U. Ingard, “Theoretical Acoustics”, McGraw-Hill, New York, (1968), pp.723-724.
- [8] 榎本俊治, 野崎理, 今村太郎, 山本一臣, “LES による円形ジェットの流れ混合騒音の数値予測”, 第 21 回数値流体力学シンポジウム B1-1, Dec, 2007.
- [9] M. S. Howe, “Theory of Vortex Sound”, Cambridge Univ. Press (2003).

宇宙航空研究開発機構研究開発報告 JAXA-RR-07-019

---

発行 平成 20 年 2 月 29 日  
編集・発行 宇宙航空研究開発機構  
〒182-8522 東京都調布市深大寺東町 7-44-1  
URL : <http://www.jaxa.jp/>  
印刷・製本 (有) ノースアイランド

---

本書及び内容についてのお問い合わせは、下記にお願いいたします。

宇宙航空研究開発機構 情報システム部 研究開発情報センター  
〒305-8505 茨城県つくば市千現 2-1-1  
TEL : 029-868-2079 FAX : 029-868-2956

---

© 2008 宇宙航空研究開発機構

※ 本書の一部または全部を無断複写・転載・電子媒体等加工することを禁じます。



本書は再生紙を使用しております。

This document is provided by JAXA.