



ISSN 1349-1113
JAXA-RR-06-016

宇宙航空研究開発機構研究開発報告

JAXA Research and Development Report

大型柔軟構造衛星の姿勢制御系への ゲインスケジューリング制御則の適用検討

濱田 吉郎，大谷 崇，木田 隆，長塩 知之

2007年 3 月

宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency

大型柔軟構造衛星の姿勢制御系への ゲインスケジューリング制御則の適用検討*

濱 田 吉 郎^{*1}, 大 谷 崇^{*1}, 木 田 隆^{*2}, 長 塩 知 之^{*2}

A Study on a New Gain Scheduling Controller Synthesis for Attitude Control of a Large Flexible Satellite*

By

Yoshiro HAMADA^{*1}, Takashi OHTANI^{*1}, Takashi KIDA^{*2}, Tomoyuki NAGASHIO^{*2}

Abstract: A new on-orbit control experiment is being planned aimed at establishing attitude and vibration control methods for future large flexible satellites and demonstrating the effectiveness of the proposed control methods on orbit. In this paper, a new design method for a gain scheduling controller which will be employed in the experiment is described, and a design procedure for an attitude control system for a large flexible satellite is explained. Using this method, a robust control system that is resilient to changes in the paddle rotation angle and higher order vibration modes is designed as this method can treat the satellite system as a linear parameter varying (LPV) system whose dynamics vary according to the paddle rotation angle. The derived gains can be easily scheduled since the scheduling law consists of small number of grid points and requires just linear interpolation calculation. Using this method, stability and performance are guaranteed at each parameter value (paddle angle in this case). Some simulation results are provided to show the effectiveness of our controller.

要 約

筆者らは、将来の大型柔軟構造衛星に必要な姿勢及び振動制御則を確立し、その有効性を軌道上で確認することを目的とする、新しい軌道上制御実験を計画中である。本稿では、計画中の実験に採用予定の制御則の一つである、ゲインスケジューリング制御則の新しい設計手法について論じ、大型柔軟構造衛星の姿勢制御系へ適用するための設計手順について述べる。提案する設計手法では、太陽電池パドルの回転角に応じてダイナミクスが変動する「LPV (Linear Parameter Varying) システム」として制御対象を扱うことができ、パドル角の変化と高次振動モードに対してロバストな制御則を構築することができる。導出される制御則は、従来のゲインスケジューリング制御則と比較して、必要とするメモリ量とスケジュールのための演算負荷が小さいため、搭載計算機能力に制約のある衛星での使用に適している。シミュレーションによって、PD 制御によるベースライン制御則との比較を行ない、その有効性を明らかにする。

1 はじめに

太陽電池パドルや大型通信アンテナなどの柔軟構造物を有する人工衛星（柔軟構造衛星）では、構造振動によ

る制御系の不安定化がしばしば問題となる。これは「スピルオーバー不安定」と呼ばれ [1]，柔軟構造物が有する振動モードのうち低次のものだけが制御されるような場合に、制御されない高次の振動モードの干渉によって発

* 平成 19 年 2 月 23 日受付 (received 23 February 2007)

*1 総合技術研究本部 (Institute of Aerospace Technology, JAXA)

*2 電気通信大学 (University of Electro Communications)

生する現象である。高次の振動モードを抑制し、スピロオーバー不安定を防ぐことは、柔軟構造衛星の姿勢系を安定に制御する上で非常に重要である。

近年、軌道上における大型柔軟構造衛星の姿勢制御及び振動制御実験が幾つか実施されている [2][3]。日本でも、二枚の軽量大型太陽電池パドルを有する「きく6号 (ETS-VI)」を用いて、軌道上制御実験 (FLEX) が行われた [4][5]。FLEX の主目的は、太陽電池パドルに起因する構造振動の制御であり、そのために 10 以上の制御則が用意された。ロバスト制御の一種である H_∞ 制御もその一つである。 H_∞ 制御則は、高次振動を制御対象に対する「摂動」とみなし、摂動に対して閉ループ系がロバストになるように設計されたものであり、軌道上での実証実験も成功裏に終わった。

この実験により、 H_∞ 制御を含む各種制御則の有効性が明らかになったものの、二つの実験テーマが今後の課題として残された。その一つは「多入出力制御系としての制御系設計」である。きく6号では、各軸間の干渉が無視できるレベルだったため、各軸毎に制御則を単入出力制御系として設計していた。これは必ずしも全ての衛星に対して有効ではなく、より大きな柔軟構造物が複雑な形で設置される場合には、各軸間の干渉は無視できなくなり、単入出力系としての設計法は破綻するおそれがある。そのため、多入出力制御系としての設計技術を確認し実証することは、今後の大型衛星の開発のために重要であると考えられる。

もう一つの課題は「LPV (Linear Parameter Varying) システムとしての制御系設計」である。衛星に取り付けられた太陽電池パドルは、太陽を指向するために常に回転している。その結果、制御対象としての衛星モデルは、パドル回転角に従って大きく変動し、この変動するモデルは LPV システムとして記述することができる。高い姿勢精度要求を満足するためには、このモデル変動は無視することができないため、変動を考慮に入れた制御系設計手法が求められる。きく6号の実験では、「パドル固定座標系」と呼ばれるものを導入することで、衛星モデルのパドル回転角による変動を排除することができたが、これはロール軸とヨー軸周りの慣性モーメントが近い値である場合のみ導入できるものであり、全ての衛星に適用できる手法とは言えない。今後開発される一般的な衛星でも適用可能な、モデル変動を考慮した制御系設計技術の確立が待たれている。

筆者らは、将来の大型柔軟構造衛星に必要となる姿勢及び振動制御則を確立し、その有効性を軌道上で確認す

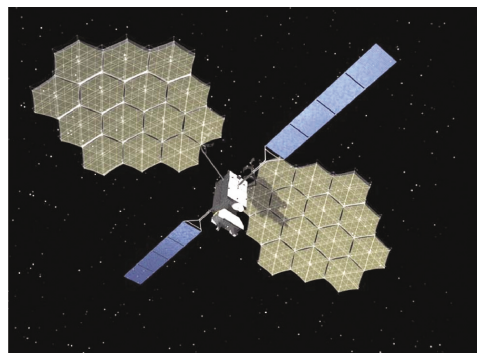


図 1 : On-orbit configuration of ETS-VIII.

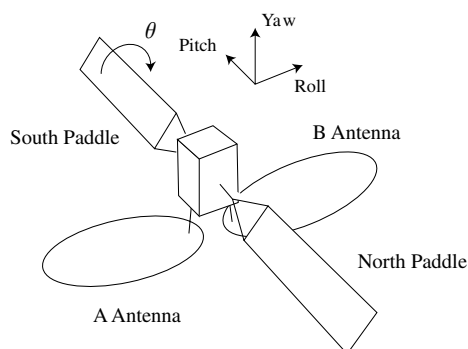


図 2 : Satellite configuration.

ることを目的とする、新しい軌道上制御実験を計画中である [6]。これは 2006 年冬期に打ち上げられた「きく8号 (ETS-VIII)」(図 1) の主ミッション後の「後期ミッション」として計画されており、前述の二課題を含む、FLEX で積み残された課題の解決を目指している。

本稿では、計画中的実験に採用予定の制御則の一つである、ゲインスケジューリング制御則の新しい設計手法について論じ、大型柔軟構造衛星へ適用するための設計手順について述べる。提案する設計手法では、制御対象を多入出力の LPV システムとして扱うことができるため、本実験の目的に合致している。この手法は、既に報告済みの状態フィードバックスケジュールドゲイン設計法 [7][8] を出力フィードバック系に拡張したものであり、

- 従来の設計法と比較して、少ない「区分点」でスケジュールドゲインが実現できる
- スケジュール則として、計算負荷の低い線形補間によるものが得られる

という利点がある。一般的に、ゲインスケジューリング制御則を実装する際には、何点かのパラメータの区分点における制御則のデータと、区分点間を補間するスケジ

ルール則が必要となる。衛星にゲインスケジューリング制御則を適用する際には、衛星のオンボードコンピュータのメモリ領域及び性能に限界があるため、実装時の制御プログラムは小さく、かつスケジュール則も複雑な計算を要しないものにする必要がある。我々の提案する手法では、少ない区分点と線形補間によるスケジュール則からなるスケジューリング制御則が得られるため、衛星への実装という観点では非常に適したものとなっている。

2 大型柔軟構造衛星モデル

本稿では、大型柔軟構造衛星のモデルを、Fig.2 のような2枚の太陽電池パドルと2枚の大型アンテナを持つものとして扱う。太陽電池パドルは24時間で1回転するものとする。衛星の回転及び柔軟構造物の運動方程式は以下のように記述される [9]。

$$J(\theta)\ddot{\Psi} + \sum_i P_i(\theta)\ddot{\mu}^{(i)} = u, \quad (1)$$

$$P_i^T(\theta)\ddot{\Psi} + \ddot{\mu}^{(i)} + \Omega_i^2\mu^{(i)} = 0, \quad (i = n, s, a, b), \quad (2)$$

$$y = \begin{bmatrix} \Psi \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

ここで $\Psi \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ は姿勢角を表すベクトル、 $(\mu^{(n)}, \mu^{(s)})$ 及び $(\mu^{(a)}, \mu^{(b)})$ は北側/南側の太陽電池パドル及び A/B アンテナの弾性振動を表すモード座標であり ($\mu^{(*)} \in \mathbf{R}^{n_v \times 1}$), $\Omega_i \in \mathbf{R}^{n_v \times n_v}$ は $\mu^{(i)}$ に対応するモード角振動数である。そして $J \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ は衛星の慣性能率を表し、 $P_i \in \mathbf{R}^{3 \times n_v}$ は回転と振動との間の干渉を表している。入力 $u \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ はリアクションホイールによるトルク、出力 $y \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$ は姿勢角と姿勢レートとする。太陽電池パドルはピッチ軸周りに回転しているため、 J 及び P_i はパドル角 θ に従って変化する。

柔軟構造衛星の状態空間表現は以下のようにして求められる。まず式 (1), (2) 及び (3) から、次の拘束モードモデルを得る [10]。

$$M(\theta)\ddot{q} + Kq = Hu, \quad y = \begin{bmatrix} H^T & 0 \\ 0 & H^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

但し

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} J(\theta) & P_s(\theta) & P_n(\theta) & P_a(\theta) & P_b(\theta) \\ P_s^T(\theta) & I_{n_v} & 0 & 0 & 0 \\ P_n^T(\theta) & 0 & I_{n_v} & 0 & 0 \\ P_a^T(\theta) & 0 & 0 & I_{n_v} & 0 \\ P_b^T(\theta) & 0 & 0 & 0 & I_{n_v} \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & & & & 0 \\ & \Omega_s^2 & & & \\ & & \Omega_n^2 & & \\ & & & \Omega_a^2 & \\ 0 & & & & \Omega_b^2 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} \\ 0_{4n_v \times 3} \end{bmatrix},$$

$$q = \begin{bmatrix} \Psi^T & \mu^{(s)T} & \mu^{(n)T} & \mu^{(a)T} & \mu^{(b)T} \end{bmatrix}^T \in \mathbf{R}^{(3+4n_v) \times 1}$$

である。(4) の固有値問題:

$$K\phi_i = \sigma_i^2 M\phi_i, \quad (i = 1, \dots, 3 + 4n_v)$$

を解き、得られた固有ベクトルを用いて以下の新たなモード座標 η を導入する:

$$q = \phi\eta, \quad \phi = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_{3+4n_v}].$$

これを用い、かつダンパ項 $\Delta(\theta)\dot{\eta}$ を導入することで、以下の非拘束モードモデルが得られる:

$$\ddot{\eta} + \Delta(\theta)\dot{\eta} + \Sigma^2(\theta)\eta = \Phi(\theta)u, \quad (5)$$

$$y = \begin{bmatrix} \Phi^T(\theta) & 0 \\ 0 & \Phi^T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{但し, } \phi^T M \phi &= I_{3+4n_v}, \\ \phi^T K \phi &= \Sigma^2 = \text{diag}\{\sigma_i^2\}, \\ \phi^T H &= \Phi, \\ \Delta &= \text{diag}\{2\zeta_i\sigma_i\}. \end{aligned}$$

モード減衰行列 Δ の各要素は、モード周波数 σ_i に対して比例関係 (比例定数 $2\zeta_i$) にあると仮定した。

この衛星モデル (5) は、高次の振動モードを多く含む。ここでは、後に説明する設計手法において低次の制御則を得るために、低次元化したモデルを設計において使用する。行列 Σ と Δ は対角であるため、本モデルは高次モードと低次モードに容易に分割できる:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_{rom} \\ \ddot{\eta}_{res} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{rom}(\theta) & 0 \\ 0 & \Delta_{res}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_{rom} \\ \dot{\eta}_{res} \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} \Sigma_{rom}^2(\theta) & 0 \\ 0 & \Sigma_{res}^2(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{rom} \\ \eta_{res} \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} \Phi_{rom}(\theta) \\ \Phi_{res}(\theta) \end{bmatrix} u,
\end{aligned}$$

ここで $(*)_{rom}$ は低次元化モデル（低次モード）を表わし、 $(*)_{res}$ は残差モデル（高次モードをこのように呼称する）を表わす。ここでは、剛体三次と一次振動モードを低次モードとして採用した。このモデルは容易に線形の状態空間表現で表わすことができ、システム行列にパラメータ（パドル回転角）を含むことから、LPV システムとなっている。図3は、各パドル角における一次振動モードのゲイン線図である。パドル角に応じてモード周波数が変化していることがわかる。

3 提案する設計手法

筆者らは、状態フィードバック系について、スケジューリングゲインが変動パラメータに関して区分線形となる、単純な構造のゲインスケジューリング制御系の設計法を示した [7][8]。本稿ではこれと同様に、出力フィードバック制御系の各システム行列がパラメータに関して区分線形となる設計手法を示す。

以下の LPV システムを考える：

$$\Pi : \begin{cases} \dot{x} = A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u, \\ z = C_1(\theta)x + D_{11}(\theta)w + D_{12}(\theta)u, \\ y = C_2(\theta)x + D_{21}(\theta)w, \end{cases} \quad (7)$$

ここで $x \in \mathbf{R}^n$ は制御対象の状態量、 $w \in \mathbf{R}^m$ は外生入力、 $u \in \mathbf{R}^{m_u}$ は制御入力で $z \in \mathbf{R}^p$ は制御出力、 $y \in \mathbf{R}^{p_y}$ は観測出力を表す。スケジューリングパラメータ $\theta(t)$ は微分可能な関数で、その値と微分値は以下の領域に収まるものとする：

$$\begin{aligned} \theta(t) &\in \Theta_{\text{val}} := [\underline{\theta}, \bar{\theta}], \\ \dot{\theta}(t) &= \omega(t) \in \Omega_{\text{val}} := [\underline{\omega}, \bar{\omega}]. \end{aligned} \quad (8)$$

式 (7) 中に現れる行列は、全て θ の区分線形関数であると仮定する；例えば $A(\theta)$ は：

$$A(\theta) = A_i^\Pi + \frac{\theta - \theta_i^\Pi}{\theta_{i+1}^\Pi - \theta_i^\Pi} (A_{i+1}^\Pi - A_i^\Pi), \quad (9)$$

$$\theta \in [\theta_i^\Pi, \theta_{i+1}^\Pi], i = 0, 1, \dots, N_\Pi,$$

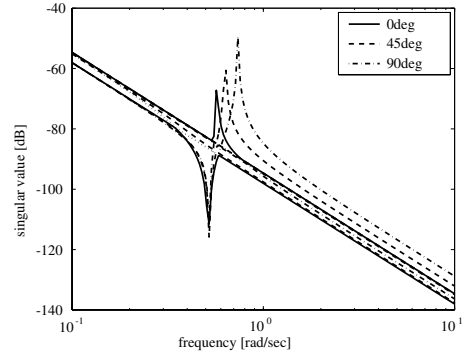


図3：Gain plots of the first vibration mode at each paddle angle.

と表わされる。ここで θ_i^Π は $A(\theta)$ の区分点である ($\theta = \theta_0^\Pi < \theta_1^\Pi < \dots < \theta_{N_\Pi}^\Pi < \theta_{N_\Pi+1}^\Pi = \bar{\theta}$)。以下、この Θ_{val} の「分割」を $D^\Pi = \{\theta = \theta_0^\Pi, \theta_1^\Pi, \dots, \theta_{N_\Pi}^\Pi, \theta_{N_\Pi+1}^\Pi = \bar{\theta}\}$ と呼称する。他の行列も、共通の分割 D^Π を持つ区分線形関数とする。

導出する出力フィードバック制御系を

$$\Gamma : \begin{cases} \dot{x}_c = A_c(\theta)x_c + B_c(\theta)y, \\ u = C_c(\theta)x_c, \end{cases} \quad (10)$$

とする。ここで $x_c \in \mathbf{R}^n$ は制御則の状態変数である。

以下では、制御対象 Π と制御則 Γ からなる閉ループ系を $\Pi\Gamma$ と表現する。

LPV システムに対して、安定性と L_2 ゲイン性能を保証する条件が、有界実補題の一種として知られている [11]。これを上記の閉ループ LPV システムに適用すると、以下の補題を得る：

補題 1 任意の $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ において、以下の行列不等式条件¹

$$Y_{cl}(\theta) \gg 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl}(\theta, \omega) & Y_{cl}(\theta)C_{cl}^T(\theta) & B_{cl}(\theta) \\ C_{cl}(\theta)Y_{cl}(\theta) & -\gamma I & D_{cl}(\theta) \\ B_{cl}^T(\theta) & D_{cl}^T(\theta) & -\gamma I \end{bmatrix} \ll 0, \quad (12)$$

を満足する正数 γ と一回微分可能な対称行列値関数 $Y_{cl}(\theta) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ が存在するとき、系は指数安定かつ $\|\Pi\Gamma\|_{L_2} < \gamma$ (L_2 ゲインが γ 未満) となる。ただし

$$\begin{aligned} Q_{cl}(\theta, \omega) &= -\omega \frac{\partial Y_{cl}(\theta)}{\partial \theta} \\ &\quad + A_{cl}(\theta)Y_{cl}(\theta) + Y_{cl}(\theta)A_{cl}^T(\theta), \end{aligned}$$

¹ 不等式 $P(\theta) \gg 0$ ($P(\theta) \ll 0$) は、ある正数 a について、任意の $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ において $P(\theta) \geq a$ ($P(\theta) \leq -a$) が成り立つことを表している。

$$\begin{bmatrix} \mathcal{Y} & \mathcal{S} \\ \mathcal{S} & \mathcal{S} \end{bmatrix} \gg 0, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathcal{A}\mathcal{Y} + \mathcal{Y}\mathcal{A}^T - \omega \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \theta} & \mathcal{A}\mathcal{S} + \mathcal{Y}\mathcal{C}_2^T \mathcal{B}_c^T - \omega \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \theta} & \mathcal{Y}\mathcal{C}_1^T & \mathcal{B}_1 & -\mathcal{S} & 0 \\ \mathcal{S}\mathcal{A}^T + \mathcal{B}_c \mathcal{C}_2 \mathcal{Y} - \omega \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \theta} & \mathcal{B}_c \mathcal{C}_2 \mathcal{S} + \mathcal{S}\mathcal{C}_2^T \mathcal{B}_c^T - \omega \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \theta} & \mathcal{S}\mathcal{C}_1^T & \mathcal{B}_c \mathcal{D}_{21} & 0 & -\mathcal{S} \\ \mathcal{C}_1 \mathcal{Y} & \mathcal{C}_1 \mathcal{S} & -\gamma I & \mathcal{D}_{11} & 0 & 0 \\ \mathcal{B}_1^T & \mathcal{D}_{21}^T \mathcal{B}_c^T & \mathcal{D}_{11}^T & -\gamma I & 0 & 0 \\ -\mathcal{S} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\mathcal{S} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathcal{B}_2 \mathcal{C}_c & \mathcal{B}_2 \mathcal{C}_c \\ \mathcal{A}_c & \mathcal{A}_c \\ \mathcal{D}_{12} \mathcal{C}_c & \mathcal{D}_{12} \mathcal{C}_c \\ 0 & 0 \\ I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{G} & 0 \\ 0 & \mathcal{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & -\epsilon I & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\epsilon I & 0 \\ 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{G}^T & 0 \\ 0 & \mathcal{G}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{C}_c^T \mathcal{B}_2^T & \mathcal{A}_c^T & \mathcal{C}_c^T \mathcal{D}_{12}^T & 0 & I & 0 \\ \mathcal{C}_c^T \mathcal{B}_2^T & \mathcal{A}_c^T & \mathcal{C}_c^T \mathcal{D}_{12}^T & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \ll 0, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{cl}(\theta) &= \begin{bmatrix} A(\theta) & B_2(\theta)C_c(\theta) \\ B_c(\theta)C_2(\theta) & A_c(\theta) \end{bmatrix}, \\ B_{cl}(\theta) &= \begin{bmatrix} B_1(\theta) \\ B_c(\theta)D_{21}(\theta) \end{bmatrix}, \\ C_{cl}(\theta) &= \begin{bmatrix} C_1(\theta) & D_{12}(\theta)C_c(\theta) \end{bmatrix}, \\ D_{cl}(\theta) &= D_{11}(\theta) \end{aligned}$$

となる。□

証明 ここではフルオーダー制御則を仮定しているため、補題 1 における \mathcal{Y}_{cl} は一般性を失うことなく以下のように表わすことができる:

$$\mathcal{Y}_{cl} = \begin{bmatrix} \mathcal{Y} & \mathcal{S} \\ \mathcal{S} & \mathcal{S} \end{bmatrix}.$$

である。□

これを用いると、式 (12) と (14) の等価性は、[13] における dilation lemma から容易に導かれる。■

この時、状態フィードバックの場合と同様、補題 1 と等価な条件が dilated LMI (Linear Matrix Inequality) [12][13] 形式で導かれる。以下では簡単のため、パラメータに依存する行列値関数は Calligraphic 体で表現し、引数 (θ) は陽に記述しない。例えば $A(\theta)$ の代わりに \mathcal{A} なる表記を用いる。

補題 2 任意の $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ において、条件 (13) 及び (14) を満足する正数 γ, ϵ 、一回微分可能な対称行列値関数 $\mathcal{Y}, \mathcal{S} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 及び行列値関数 $\mathcal{G} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ が存在するとき、閉ループ系 $\Pi\Gamma$ は指数安定かつ $\|\Pi\Gamma\|_{L_2} < \gamma$

式 (13) (14) はパラメータ依存の行列不等式であるが、状態フィードバック系の場合と同様、文献 [14] の手法を用いることで、有限個の行列不等式を導出することができる。ただし条件 (14) には、3つのパラメータ依存行列の積で表される項 $(\mathcal{B}_c \mathcal{C}_2 \mathcal{S})$ が存在し、このままでは文献 [14] の手法を直接適用できない。本稿では \mathcal{B}_c をあらかじめ求めたパラメータ非依存行列に固定し、制御則の行列のうち \mathcal{A}_c および \mathcal{C}_c のみがスケジュールされるものとする。

準備として、式 (13) (14) の解を表現するために必要な、

D^Π の細分となる分割 $D(D = \{\underline{\theta} = \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N, \theta_{N+1} = \bar{\theta}\})$ を導入する. この細分によって, 解は $N+2$ 個の区分点を持つ区分線形関数として導出される[14]. これは近似解であり, このことにより結果が保守的になることが予想されるが, N が十分大きければ, 任意の連続な行列値関数を近似することができるため, より大きな N を選ぶことで結果の保守性をより減じることができる[15].

更に Θ_{val} の分割のうち, D がその細分となるものを考え, D^Γ と記述する:

$$D^\Gamma = \{\underline{\theta} = \theta_0^\Gamma, \theta_1^\Gamma, \dots, \theta_{N_\Gamma}^\Gamma, \theta_{N_\Gamma+1}^\Gamma = \bar{\theta}\}, \quad (15)$$

$$(N_\Gamma \leq N).$$

例 $\Theta_{\text{val}} = [0, 6]$, $D^\Pi = \{0, 6\}$ で, $D = \{0, 2, 4, 6\}$, ($N_\Pi = 0$, $N = 2$) の場合を考える. この時 D^Γ の候補は, $\{0, 6\}$ ($N^\Gamma = 0$), $\{0, 2, 6\}$, $\{0, 4, 6\}$ ($N^\Gamma = 1$) 及び $\{0, 2, 4, 6\}$ ($N^\Gamma = 2$) である.

次の定理は, 区分点 D^Γ を持つ出力フィードバック制御則 Γ を与える:

定理 1 次の (i) と (ii) は等価である.

(i) 微分可能な対称行列値関数 $Y_{cl}(\theta)$ と θ の連続値関数である $A_c(\theta)$, $C_c(\theta)$ および正数 γ が存在して, 任意の $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ において式 (11) (12) を満たす.

(ii) D^Π の細分 $D(D = \{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N, \theta_{N+1}\})$, 式 (15) で定義される分割 D^Γ , 対称行列 $Y_k, S_k (k = \{0, 1, \dots, N+1\})$, 行列 $G_j^\Gamma, V_j^\Gamma, W_j^\Gamma (j = \{0, 1, \dots, N_\Gamma+1\})$ 及び正数 ϵ, γ が存在して, $\omega = \underline{\omega}, \bar{\omega}$ について不等式 (16)-(19) を満足する.

$$\begin{bmatrix} Y_k & S_k \\ S_k & S_k \end{bmatrix} > 0, \quad k = 0, 1, \dots, N+1, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)}^{11} & Q_{cl(k)}^{12} & U_k^{1T} & B_{1(k)} & R_k^1 & -\epsilon B_{2(k)} W_k \\ Q_{cl(k)}^{12T} & Q_{cl(k)}^{22} & U_k^{2T} & B_c D_{21(k)} & -\epsilon V_k & R_k^2 \\ U_k^1 & U_k^2 & -\gamma I & D_{11(k)} & -\epsilon D_{12(k)} W_k & -\epsilon D_{12(k)} W_k \\ B_{1(k)}^T & D_{21(k)}^T B_c^T & D_{11(k)}^T & -\gamma I & 0 & 0 \\ R_k^{1T} & -\epsilon V_k^T & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & 0 & -\epsilon(G_k + G_k^T) & 0 \\ -\epsilon W_k^T B_{2(k)}^T & R_k^{2T} & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & 0 & 0 & -\epsilon(G_k + G_k^T) \end{bmatrix} := J_{cl(k)} < 0, \quad (17)$$

$$k = 0, 1, \dots, N,$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)}^{11(-)} & Q_{cl(k)}^{12(-)} & U_k^{1T} & B_{1(k)} & R_k^1 & -\epsilon B_{2(k)} W_k \\ Q_{cl(k)}^{12(-)T} & Q_{cl(k)}^{22(-)} & U_k^{2T} & B_c D_{21(k)} & -\epsilon V_k & R_k^2 \\ U_k^1 & U_k^2 & -\gamma I & D_{11(k)} & -\epsilon D_{12(k)} W_k & -\epsilon D_{12(k)} W_k \\ B_{1(k)}^T & D_{21(k)}^T B_c^T & D_{11(k)}^T & -\gamma I & 0 & 0 \\ R_k^{1T} & -\epsilon V_k^T & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & 0 & -\epsilon(G_k + G_k^T) & 0 \\ -\epsilon W_k^T B_{2(k)}^T & R_k^{2T} & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & 0 & 0 & -\epsilon(G_k + G_k^T) \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

$$k = 1, 2, \dots, N+1,$$

where

$$\begin{aligned} Q_{cl(k)}^{11} &:= A_k Y_k + Y_k A_k^T + B_{2(k)} W_k + W_k^T B_{2(k)}^T - \frac{\omega}{\Delta \theta_k} \Delta Y_k, \\ Q_{cl(k)}^{11(-)} &:= A_k Y_k + Y_k A_k^T + B_{2(k)} W_k + W_k^T B_{2(k)}^T - \frac{\omega}{\Delta \theta_{k-1}} \Delta Y_{k-1}, \\ Q_{cl(k)}^{12} &:= A_k S_k + Y_k C_{2(k)}^T B_c^T + B_{2(k)} W_k + V_k^T - \frac{\omega}{\Delta \theta_k} \Delta S_k, \\ Q_{cl(k)}^{12(-)} &:= A_k S_k + Y_k C_{2(k)}^T B_c^T + B_{2(k)} W_k + V_k^T - \frac{\omega}{\Delta \theta_{k-1}} \Delta S_{k-1}, \\ Q_{cl(k)}^{22} &:= B_c C_{2(k)} S_k + S_k C_{2(k)}^T B_c^T + V_k + V_k^T - \frac{\omega}{\Delta \theta_k} \Delta S_k, \\ Q_{cl(k)}^{22(-)} &:= B_c C_{2(k)} S_k + S_k C_{2(k)}^T B_c^T + V_k + V_k^T - \frac{\omega}{\Delta \theta_{k-1}} \Delta S_{k-1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_k^1 &:= G_k^T - S_k - \epsilon B_{2(k)} W_k, \\ R_k^2 &:= G_k^T - S_k - \epsilon V_k, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_k^1 &:= C_{1(k)} Y_k + D_{12(k)} W_k, \\ U_k^2 &:= C_{1(k)} S_k + D_{12(k)} W_k, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_k &:= G_j^\Gamma + \frac{\theta_k - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (G_{j+1}^\Gamma - G_j^\Gamma), \\ V_k &:= V_j^\Gamma + \frac{\theta_k - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (V_{j+1}^\Gamma - V_j^\Gamma), \\ W_k &:= W_j^\Gamma + \frac{\theta_k - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (W_{j+1}^\Gamma - W_j^\Gamma), \\ &\quad (\text{for } k \text{ s.t. } \theta_j^\Gamma \leq \theta_k \leq \theta_{j+1}^\Gamma), \end{aligned}$$

$$J_{cl(k)} + \frac{1}{2} (L_{cl(k)} + L_{cl(k)}^T) < 0, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (19)$$

where

$$L_{cl(k)} := \begin{bmatrix} L_{cl(k)}^{11} & L_{cl(k)}^{12} & 0 & \Delta B_{1(k)} & L_{cl(k)}^{15} & L_{cl(k)}^{16} \\ L_{cl(k)}^{21} & L_{cl(k)}^{22} & 0 & B_c \Delta D_{21(k)} & -\epsilon \Delta V_k & L_{cl(k)}^{26} \\ L_{cl(k)}^{31} & L_{cl(k)}^{32} & 0 & \Delta D_{11(k)} & L_{cl(k)}^{35} & L_{cl(k)}^{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon \Delta G_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon \Delta G_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} L_{cl(k)}^{11} &:= (\Delta A_k Y_k + A_k \Delta Y_k) + (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k), \\ L_{cl(k)}^{12} &:= (\Delta A_k S_k + A_k \Delta S_k) + (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k), \\ L_{cl(k)}^{21} &:= B_c (\Delta C_{2(k)} Y_k + C_{2(k)} \Delta Y_k) + \Delta V_k, \\ L_{cl(k)}^{22} &:= B_c (\Delta C_{2(k)} S_k + C_{2(k)} \Delta S_k) + \Delta V_k, \\ L_{cl(k)}^{15} &:= \Delta G_k^T - \Delta S_k - \epsilon (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k), \\ L_{cl(k)}^{16} &:= -\epsilon (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k), \\ L_{cl(k)}^{26} &:= \Delta G_k^T - \Delta S_k - \epsilon \Delta V_k, \\ L_{cl(k)}^{31} &:= (\Delta C_{1(k)} Y_k + C_{1(k)} \Delta Y_k) + (\Delta D_{12(k)} W_k + D_{12(k)} \Delta W_k), \\ L_{cl(k)}^{32} &:= (\Delta C_{1(k)} S_k + C_{1(k)} \Delta S_k) + (\Delta D_{12(k)} W_k + D_{12(k)} \Delta W_k), \\ L_{cl(k)}^{35} &:= L_{cl(k)}^{36} = -\epsilon (\Delta D_{12(k)} W_k + D_{12(k)} \Delta W_k). \end{aligned}$$

(ii) が成り立つとき、解 $Y_{cl}(\theta)$, $A_c(\theta)$ 及び $C_c(\theta)$ は以

下のように求まる:

$$\begin{aligned} Y_{cl}(\theta) &= \begin{bmatrix} Y(\theta) & S(\theta) \\ S(\theta) & S(\theta) \end{bmatrix}, & A_c(\theta) &= V_S^\Gamma(\theta) G_S^{\Gamma^{-1}}(\theta), \\ & & C_c(\theta) &= W_S^\Gamma(\theta) G_S^{\Gamma^{-1}}(\theta), \\ Y(\theta) &= \frac{1}{l} \int_{\theta - \frac{l}{2}}^{\theta + \frac{l}{2}} Y_S(h) dh, & \text{ここで } l \text{ は十分小さな正数であり,} \\ S(\theta) &= \frac{1}{l} \int_{\theta - \frac{l}{2}}^{\theta + \frac{l}{2}} S_S(h) dh, & Y_S(\theta) &= Y_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (Y_{k+1} - Y_k), \\ & & S_S(\theta) &= S_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (S_{k+1} - S_k), \end{aligned}$$

for $\theta \in [\theta_k, \theta_{k+1}]$,

$$V_S^\Gamma(\theta) = V_j^\Gamma + \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (V_{j+1}^\Gamma - V_j^\Gamma),$$

$$W_S^\Gamma(\theta) = W_j^\Gamma + \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (W_{j+1}^\Gamma - W_j^\Gamma),$$

$$G_S^\Gamma(\theta) = G_j^\Gamma + \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (G_{j+1}^\Gamma - G_j^\Gamma),$$

for $\theta \in [\theta_j^\Gamma, \theta_{j+1}^\Gamma]$. \square

証明 (ii) \Rightarrow (i): この証明は文献 [14] と全く同様である.

(i) \Rightarrow (ii): この証明も, $D^\Gamma = D (N_\Gamma = N)$ と選ぶことで, 同様に示される. \blacksquare

注意 不等式 (16)-(19) には, 変数 ϵ と行列変数 W_k 及び G_k との積の項があるため, LMI ではないが, ϵ をラインサーチパラメータとすることで [12], 標準的な LMI ソルバを用いて解くことができる. \square

制御則の行列 $A_c(\theta)$ 及び $C_c(\theta)$ は区分 D^Γ を持つ. この区分は D^Π 及び D とは独立であり, 区分点の数も D よりも少なく設定できるため, 保守性を排除するために D の区分点を多くしたとしても, 制御則の区分点をそれとは別に少なく保つことが可能である. これにより, 実装時に必要なメモリ量を従来の設計法よりも少なくすることが可能である (従来法との比較については文献 [8] も参照). また, 定理 1 において G_*^Γ を共通の行列 ($G_*^\Gamma = G$) として, 不等式 (16)-(18) の解が得られれば, 行列 $A_c(\theta)$ 及び $C_c(\theta)$ は明らかに θ に関して区分線形な関数となり, 演算処理能力が十分でない搭載計算機でも実時間でのスケジューリングが容易なものとなる.

本手法の欠点は, 制御則の入力行列 B_c を予め設定しておかなければならない点である. 本手法で設計を行なうためには, 何らかの手段で B_c の候補が得られていなければならないことが, 設計上の制約となっている. この欠点の克服は今後の課題であるが, 現状でも多くの場合でこの手法は有効である. その一例を以下の設計例で示す.

4 大型柔軟構造衛星への適用

定理 1 の結果を利用して, 2 節でモデル化された大型柔軟構造衛星の姿勢制御系を対象としたゲインスケジューリング制御則を設計する. 本節では設計手順について順を追って説明する. 衛星の構造の対称性 (衛星モデル

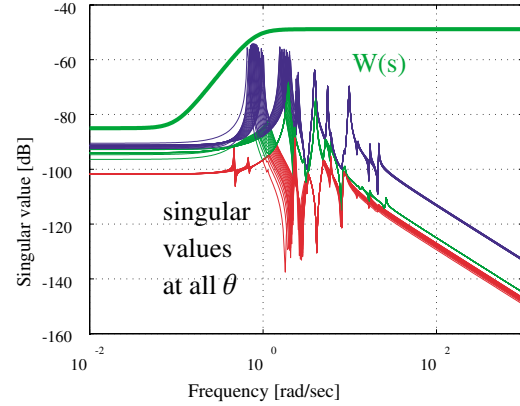


図 4 : Weighting function and singular values of the residual modes.

$\Pi(\theta)$ について $\Pi(0) = \Pi(180)$, $\Pi(90) = \Pi(270)$ が成り立つ) を利用し, 設計においてはパドル回転角 θ の範囲として $\theta \in [0, 90] := \Theta_{\text{val}}$ のみ扱う.

4.1 重み関数の設定

2 節で述べた通り, 本稿では衛星の高次振動モードを残差モデルとして表現する. これを (剛体及び低次振動モードからなる) 制御対象に対する「摂動」と見なし, 摂動に対してロバストな設計を行なうことで, 低次の制御則が得られる. この残差モデルを扱うために, 一般的なロバスト制御系設計と同様に, 摂動に対応する重み関数を設定した.

図 4 は, 全ての $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ における残差モデルの固有値と, 対応する重み関数を表わしている. 重み関数は, そのゲインが全ての周波数で残差モデルの固有値よりも大きくなるように設定した.

4.2 一般化制御対象

この重み関数を用いると, 本稿の制御問題に対応する一般化制御対象は以下の状態空間表現及び図 5 で記述される:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{rom}(\theta) & 0 \\ 0 & A_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_{rom}(\theta) \\ 0 & B_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{rom}(\theta) \\ B_w \end{bmatrix} u, \\ \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \kappa C_w \\ \Lambda C_{rom}(\theta) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \kappa D_w \\ \Lambda/\kappa & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa D_w \\ 0 \\ \eta \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} C_{rom}(\theta) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I/\kappa & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

但し

$$x_1 = \begin{bmatrix} \eta_{rom} \\ \dot{\eta}_{rom} \end{bmatrix},$$

$$A_{rom}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Sigma_{rom}^2(\theta) & -\Delta_{rom}(\theta) \end{bmatrix},$$

$$B_{rom}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_{rom}(\theta) \end{bmatrix},$$

$$C_{rom}(\theta) = \begin{bmatrix} \Phi_{rom}^T(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{rom}^T(\theta) & 0 \end{bmatrix}.$$

$\Pi(\theta)$ は衛星の低次元化モデル, $(A_{rom}, B_{rom}, C_{rom}, 0)$ は $\Pi(\theta)$ のシステム行列, W は重み関数, (A_w, B_w, C_w, D_w) は対応するシステム行列である. $\Gamma(\theta)$ は設計するゲインスケジューリング制御則, Λ, κ 及び η は設計パラメータであり, Λ 及び κ は整定時間などの閉ループ性能に関連し, η はトルク入力 u の大きさに関するパラメータである. トルク入力は姿勢制御用アクチュエータであるリアクションホイールによって生成され, その大きさには上限が存在するため, 入力飽和を防ぐために η は適切に設定される必要がある.

この一般化制御対象と制御則からなる閉ループで, 全ての $\theta \in \Theta_{val}$ において,

$$\|Tz\|_{L_2} < 1, \quad (20)$$

where $w = [w_1, w_2]$, $z = [z_1, z_2, z_3]$,

つまり $[w_1, w_2]$ から $[z_1, z_2, z_3]$ までの伝達関数の L_2 ゲインが 1 以下であれば, 高次振動モードに対する安定性が小ゲイン定理から保証される.

4.3 一般化制御対象の区分線形近似

上記の制御問題は, 制御対象が式 (9) のような区分線形関数で表わされていれば, 定理 1 の条件を用いて解くことができる. ここでは 9 個の区分点を用いて, システム行列の各要素をパラメータの区分線形関数として近似した. 図 6 は, $A_{rom}(\theta)$ の 8 行 4 列目の要素と, その区分線形近似を表わしている. この近似による誤差については, 本稿では陽に考慮されていないが, 区分点の数 ($= N^{\Pi} + 2$) を増やしていくことによって, この誤差は無視できるレベルにまで小さくすることができる.

本手法と同様に, 制御対象を区分線形近似してゲインスケジューリング制御則を設計する手法との違いについてここで言及しておく. 文献 [16] では, 近似のための動作点 (ここで言う区分点) は, 近似モデルと実モデル

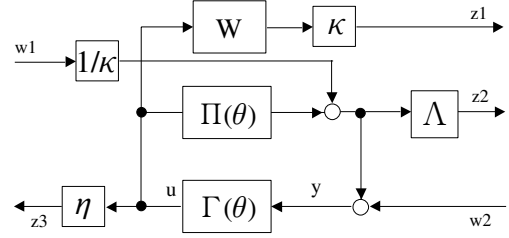


図 5 : Generalized plant.

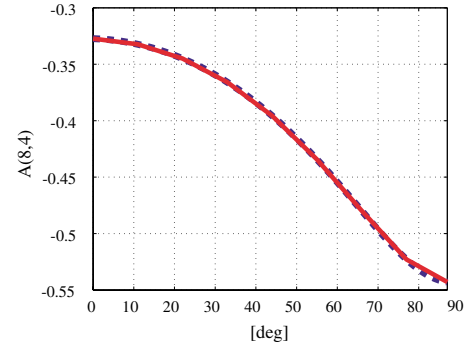


図 6 : The (8,4)th elements of $A(\theta)$ (dotted line) and the approximate matrix (solid line).

との差の一種である μ -gap を用いて定められるべきとしている. 文献では, 近似のための区分点 (D^{Π}) と, 制御則の区分点 (D^{Γ}) を同一のものとして扱っており, 近似精度を考えると区分 D^{Π} を極力密に取ることが最良の選択であるが, そうすることで制御則の区分 D^{Γ} も際限なく多くなってしまい, 結果的に複雑な制御則が導出されることになる. このため, 文献 [16] では双方のバランスを考え, μ -gap を用いた評価関数を最小とするように区分点を設定すべき, という結論を導いている. 近似精度を評価するために μ -gap をを用いること自体は妥当であるが, 本来異なるべきである二つの区分を同一視することで, 当該手法は自ら自由度を失う結果になっている. それに対して, 本稿の手法は両者を明確に分けているため, 近似のための区分 D^{Π} は誤差を抑えるために (設計における計算上許される限り) 極力密に取るべきであり, 制御則の区分 D^{Γ} は実装上の要求その他を考慮して別途設定すべきであるという, ごく自然な結論が導かれている.

4.4 行列不等式条件の解

定理 1 の条件式 (16)-(19), を解く前に, ここでは所与とされている制御則の入力行列 B_c を定める必要がある. これは式 (20) の問題を, ある固定した θ についてのみ考え, これを通常の H_{∞} 制御問題として解くことで得られる. ここでは $\theta = 0$ における解として得られたものを

B_c として用いた。また制御則の区分としては、区分点の数を最小とするため、 $D^\Gamma = [0, 90]$ とした。更に、制御則の行列をパラメータに対し区分線形なものとするため、この条件式に対し $G_0^\Gamma = G_1^\Gamma (= G)$ という制約条件を与えた。

この時不等式 (16)–(19) は可解であり、制御則のシステム行列は以下のスケジュール則で表わされるものとして導出された:

$$\begin{aligned} A_c(\theta) &= \left\{ V_0^\Gamma + \frac{\theta}{90}(V_1^\Gamma - V_0^\Gamma) \right\} G^{-1} \\ &= A_{c1} \cdot \frac{\theta}{90} + A_{c0} \cdot \left(1 - \frac{\theta}{90}\right), \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} C_c(\theta) &= \left\{ W_0^\Gamma + \frac{\theta}{90}(W_1^\Gamma - W_0^\Gamma) \right\} G^{-1} \\ &= C_{c1} \cdot \frac{\theta}{90} + C_{c0} \cdot \left(1 - \frac{\theta}{90}\right). \end{aligned} \quad (22)$$

この種のスケジュール則は、例えば $\theta = 0$ 及び $\theta = 90$ で設計したパラメータ非依存の制御則を線形補間する、古典的なゲインスケジューリング制御則の設計法でも導出することができる。しかし古典的な手法では、制御系の安定性は区分点（この場合 $\theta = 0$ 及び $\theta = 90$ ）においてのみ保証され、全パラメータ値 $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ における安定性を確認するために、制御則設計後に解析作業を行なう必要がある[17]。他方、我々の提案する手法では、設計の段階で全パラメータ値における安定性が理論的に保証されるため、このような後解析は不要である。

図7に、制御則の出力行列 $C_c(\theta)$ の要素の一部を示す。これらは明らかに、パラメータ θ に対して区分線形であり、補間のために複雑な計算を要しないため、スケジュールが容易である。

5 シミュレーション

2節の衛星モデルに対して、4節の手法で設計した制御則を用いて、シミュレーションを実施した。シミュレーション条件は実際の軌道上実験を想定した、以下の4通りである:

- $0.05\text{deg} \rightarrow -0.05\text{deg} \rightarrow 0\text{deg}$ のステップ入力を各 600 秒ずつ、ロール及びピッチ軸に順に印加する (ステップ応答)。
- ロール 35.5Nm, ピッチ 65.5Nm, ヨー 20.4Nm のインパルス (印加時間各 42msec) を、600 秒の間隔を空けて各軸に順に印加する (インパルス応答 (A))。
- 0.02Nm のインパルス (印加時間各 3sec) を、600 秒

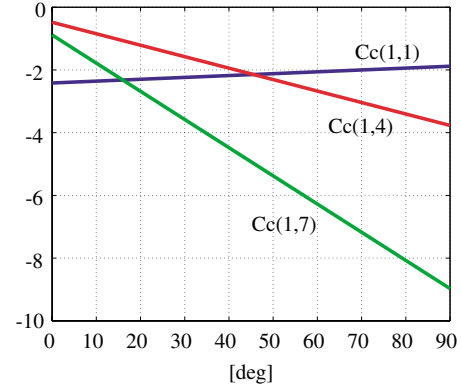


図7: Elements of $C_c(\theta)$.

の間隔を空けて各軸に順に印加する (インパルス応答 (B)).

- スラストインパルスを模した外乱を印加する (各軸に同時に外乱が入る) (インパルス応答 (C)).

シミュレーションは、初期パドル角 0 度、45 度、90 度のそれぞれの場合について実施した。比較として、PD 制御によるベースライン制御則を用いたシミュレーションも行なった。各ケースにおいて、パドル角は毎分 0.25 度 (1 日で 360 度) 回転しており、衛星モデルはそれに応じて時々刻々変化している。スケジュール則 (21) (22) はパドル角 0 度から 90 度までについてしか言及していないが、衛星の構造の対称性から、衛星モデルについて $\Pi(0) = \Pi(180)$, $\Pi(90) = \Pi(270)$ が成り立つため、制御則についても $\Gamma(0) = \Gamma(180)$, $\Gamma(90) = \Gamma(270)$ となるようにスケジュール則 (21) (22) を拡張して使用する。

初期パドル角 0 度における結果を図 8–11, 45 度における結果を図 12–15, 90 度における結果を図 16–19 に示す。図中の実線は、提案する制御則を用いた結果を、破線はベースライン制御則による結果を表わしている。ステップ応答に関しては、各パドル角において、5% 整定時間がベースライン制御則との比較で 39% (ロール) 及び 56% (ピッチ) 改善されている。インパルス応答 (A) 及び (B) でも、提案する制御則は滑らかかつ速やかに整定しているのがわかる。更にインパルス応答 (C) のような、同時に各軸に外乱が加わるケースにおいても、提案する制御則はベースライン制御則よりも良い性能を示している。また制御入力に関しては、飽和することを前提としたシナリオであるインパルス応答 (A) を除き、どのケースでも入力制約である $\pm 0.04[\text{Nm}]$ 以内に収まっているのがわかる。以上の結果から、提案する制御則が入力制約を満足しつつ、ベースライン制御則よりも勝る性能を持つことが明らかとなった。

6 おわりに

出力フィードバック型ゲインスケジューリング制御則の新しい設計手法を提案し、大型柔軟構造衛星の姿勢制御系への適用を検討した。大型柔軟構造衛星モデルは、太陽電池パドルの回転角に依存する LPV モデルとして扱われ、導出された制御則は、入力行列が固定ではあるものの、それ以外はパドル回転角に応じてスケジュールされ、制御モデルの変動に対応することができる。その際のスケジュール則は、単純な線形補間であり、複雑な計算を要しないため、実装に適していると考えられる。導出した制御則と高次の衛星モデルを用いてシミュレーションを行ない、制御則がベースライン制御則よりも優れた性能を有していることを確認した。

今後の課題を以下に述べる。まず、設計に用いた近似区分線型モデルと、実際のモデルの間の誤差を考慮した設計法が必須である。本稿ではこの点については扱わなかったが、各パドル角における誤差の大きさを算出し、それを摂動とみなすことができれば、一般化プラントを再構築することで、この誤差に対してもロバストな制御則を導出することは可能であろう。また、重みに関しては本稿ではパドル角に依らず一定としていたが、これをパドル角の関数とすることで、よりロバスト性の高い制御則が導出できると考えられる。更に本稿では制御則の入力行列を固定としているが、更なる性能向上のためにこの部分のスケジュールが必要となる可能性もあるため、何らかの形でこの部分のスケジュールを可能とする設計法を検討する必要がある。

参考文献

- [1] 木田隆, “スペースクラフトの制御”, コロナ社 (1999).
- [2] S. Grosz, J. How, D. Miller, D. MacMartin and K. Liu, “Robust Control Design and Implementation on the Middeck Active Control Experiment”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol.17, no.6, pp.1163-1170 (1994).
- [3] A. Buckley, “Hubble Space Telescope Pointing Control System Design Improvement Study Results”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol.18, no.2, pp.194-199 (1995).
- [4] T. Kida and I. Yamaguchi, “On-Orbit Robust Control Experiment of Flexible Spacecraft ETSVI”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol.20, no.5, pp. 865-872 (1997).
- [5] 木田隆, 山口功, 千田有一, 関口毅, “宇宙構造物のロバスト制御の実験的検討—きく6号による軌道上実験結果—”, 計測自動制御学会論文集, vol.33, no.7, 639-647 (1997).
- [6] 大谷崇, 濱田吉郎, 木田隆, 長塩知之, “技術試験衛星 VIII 型による次世代姿勢制御実験の検討”, 第49回宇宙科学技術連合講演会予稿集, (2005).
- [7] Y. Hamada, I. Yamaguchi and T. Kida, “Gain Scheduling Controller Synthesis with Spline-Type Parameter-Dependent Quadratic Forms via Dilated Linear Matrix Inequalities”, *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference ECC’05*, pp.1313-1318 (2005).
- [8] 濱田吉郎, 大谷崇, 木田隆, 長塩知之, “パラメータに対し区分線形なスケジュールドゲインを有する制御系の設計法”, JAXA-RR-06-013.
- [9] M.J. Sidi, *Spacecraft Dynamics & Control*, Cambridge University Press (1997).
- [10] H.B. Hablani, “Constrained and Unconstrained Modes: Some Modeling Aspects of Flexible Spacecraft”, *Journal of Guidance*, vol.5, no.2, 164-173 (1982).
- [11] R. Watanabe, K. Uchida, M. Fujita and E. Shimemura, L_2 Gain and H_∞ Control of Linear Systems with Scheduling Parameter, *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, 1412/1414 (1994).
- [12] T. Shimomura, M. Takahashi and T. Fujii, “Extended-Space Control Design with Parameter-Dependent Lyapunov Functions”, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, pp.2157-2162 (2001).
- [13] Y. Ebihara and T. Hagiwara, “New Dilated LMI Characterizations for Continuous-Time Control Design and Robust Multiobjective Control”, *Proceedings of the American Control Conference*, pp.47-52 (2002).
- [14] I. Masubuchi, Numerical Solution to a Class of Parameter-Dependent Convex Differential Inequalities, *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol.36, No.3, 248-254 (2000).
- [15] 増淵泉, 久米彩登, 示村悦二郎, “スプライン型のパラメータ依存二次形式を用いたゲインスケジューリング制御系の設計”, 計測自動制御学会論文集,

vol.35, no.3, 319-325 (1999).

- [16] A. Fujimori, F. Terui and P. N. Nikiforuk, “Flight Control Design of an Unmanned Space Vehicle Using Gain Scheduling”, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol.28, no.1, 96-105 (2005).
- [17] M. Rotunno, T. Fiorenzani, P. Petritoli and S. Bennani, “Modern Analysis Techniques For Gain Scheduled Thrust Vector Controllers Of Launchers”, *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications*, 2896-2901 (2006).

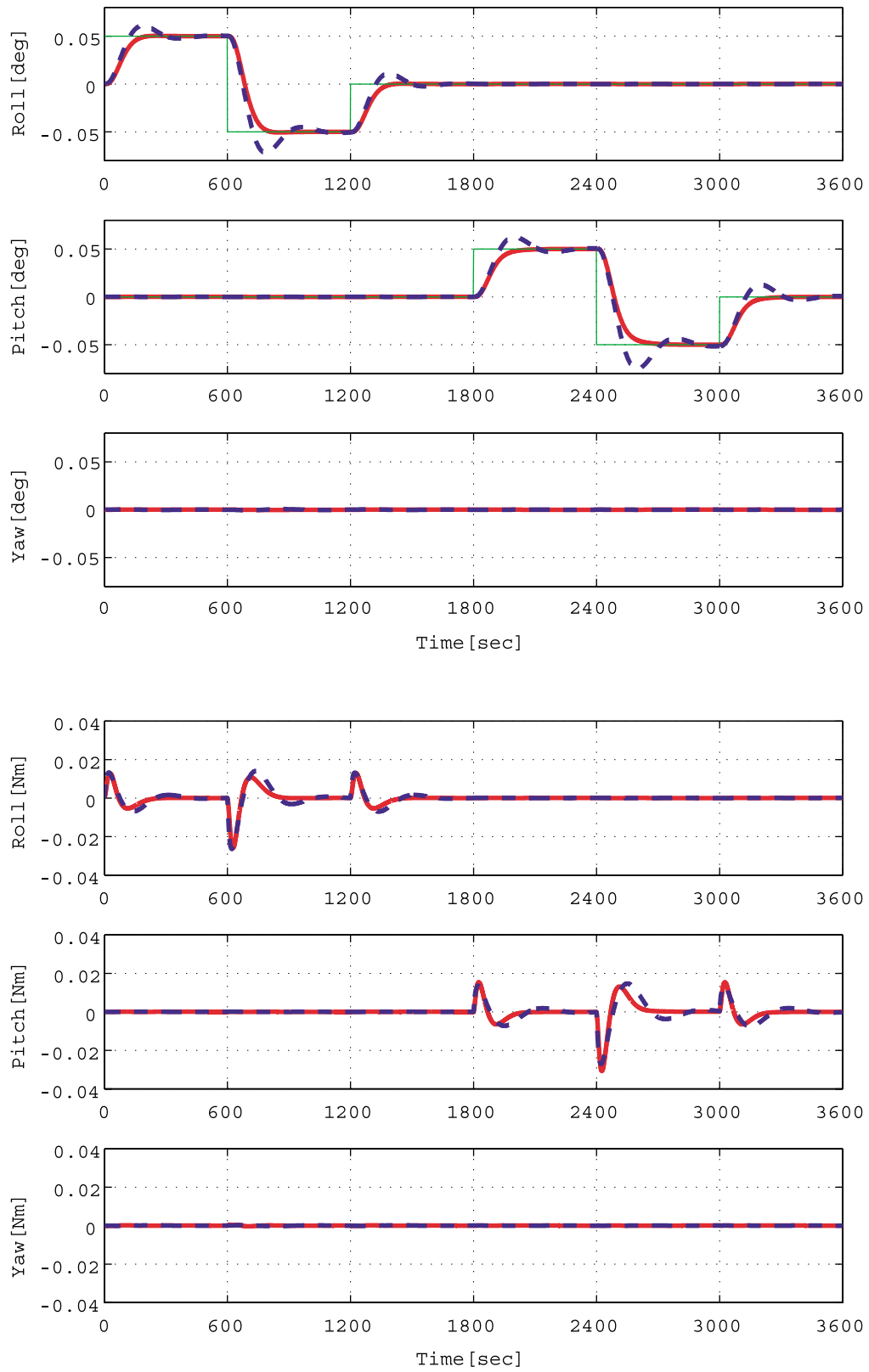


図 8 : Step responses at $\theta = 0$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

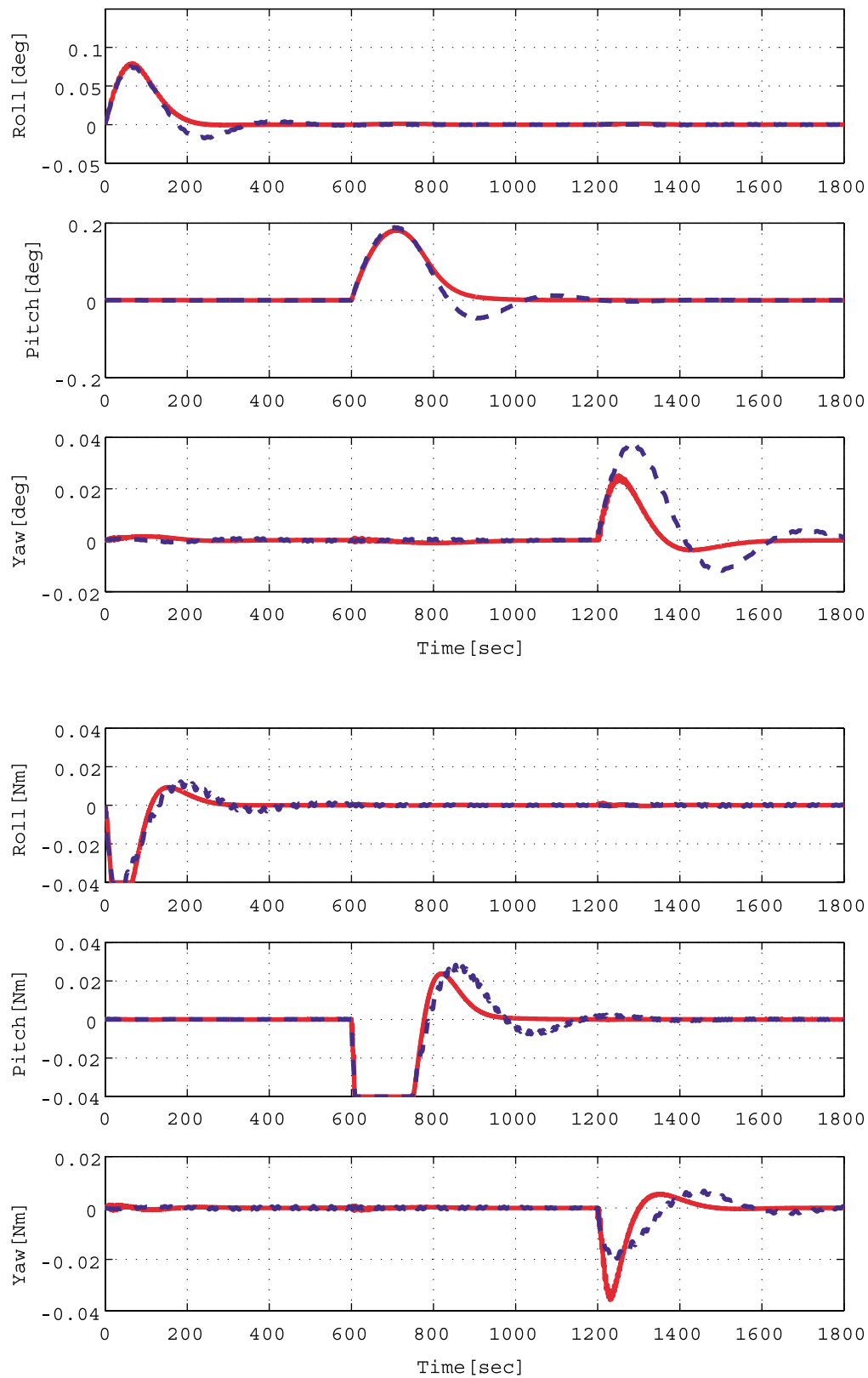


図 9 : Impulse responses (A) at $\theta = 0$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

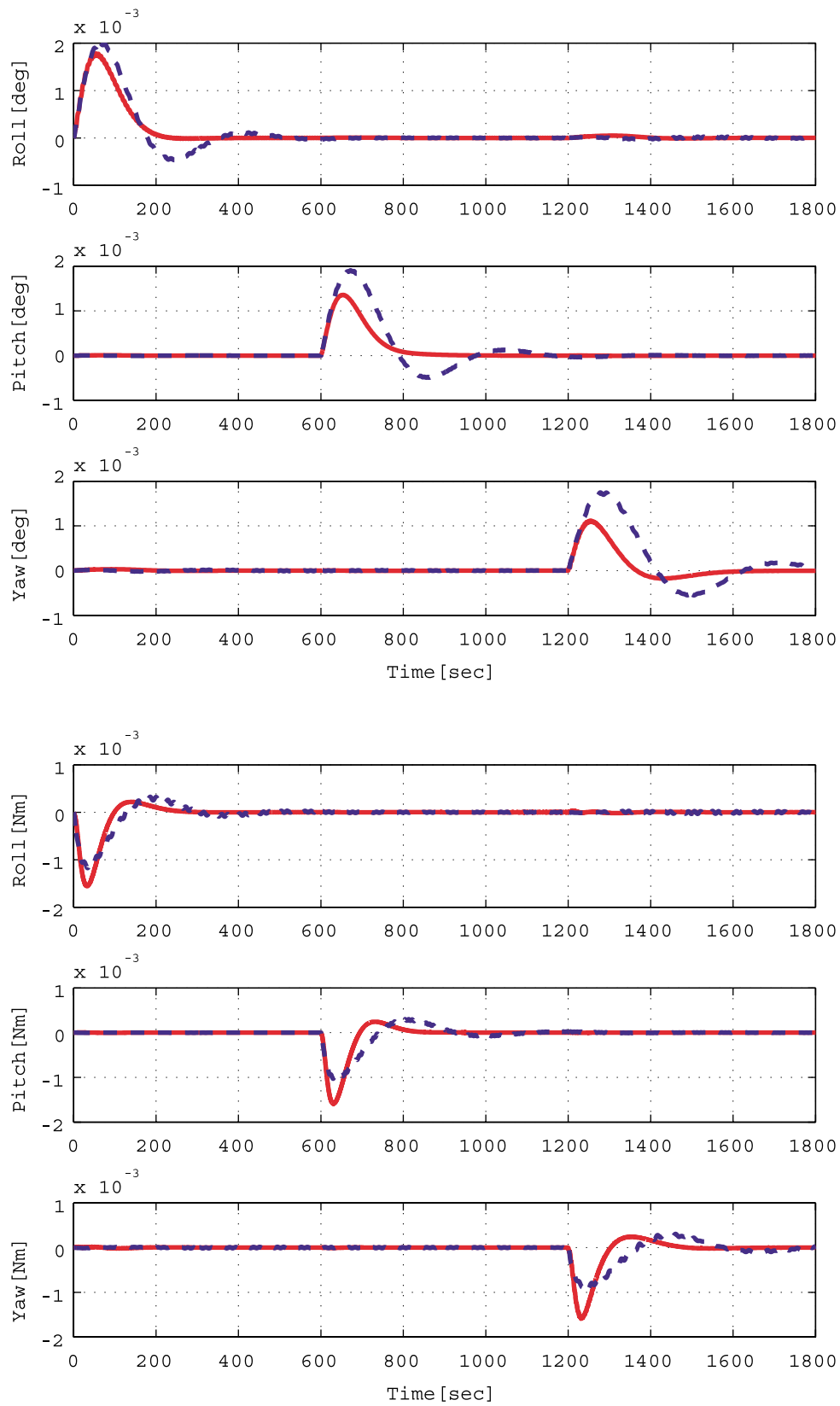


図 10 : Impulse responses (B) at $\theta = 0$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

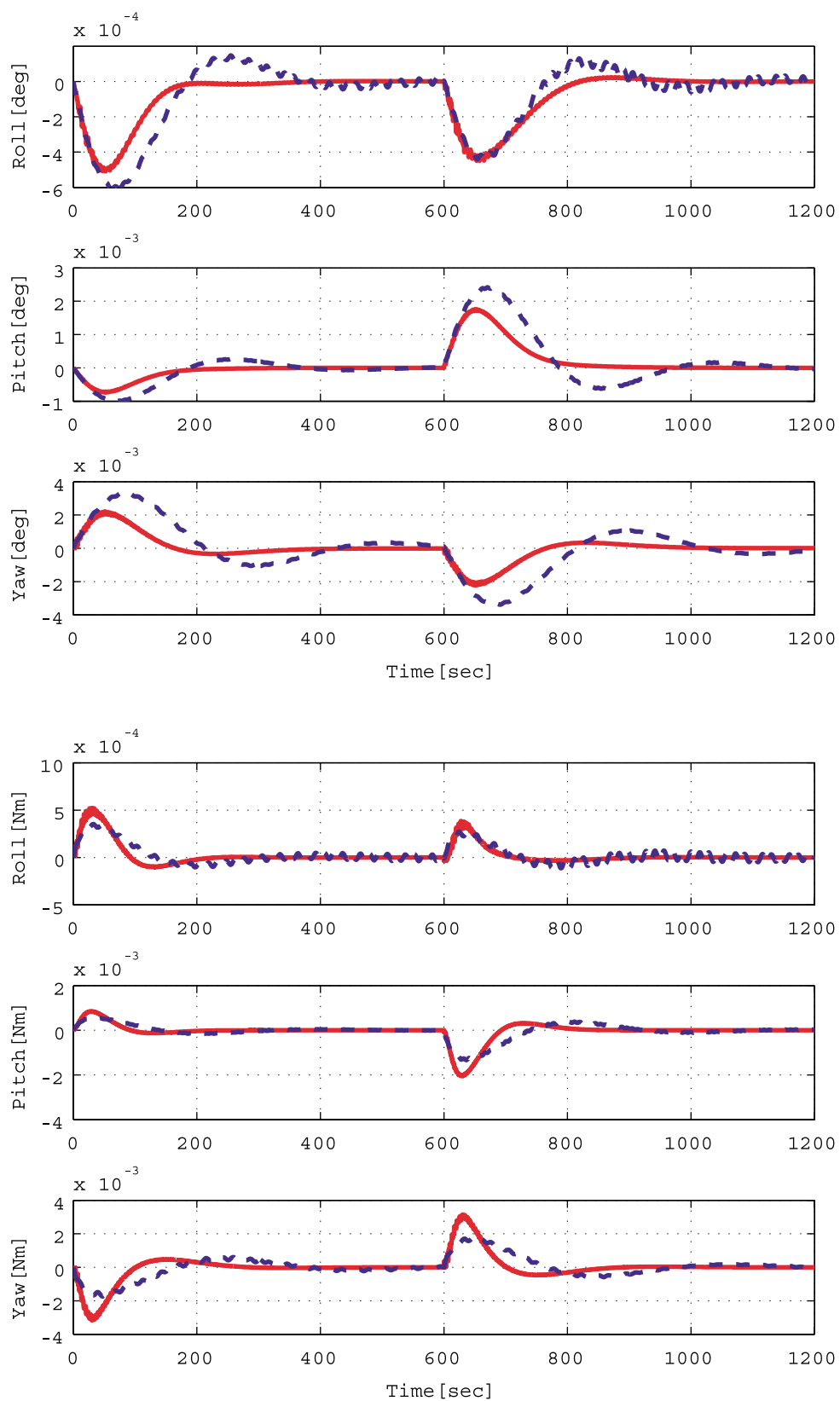


図 11 : Impulse responses (C) at $\theta = 0$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

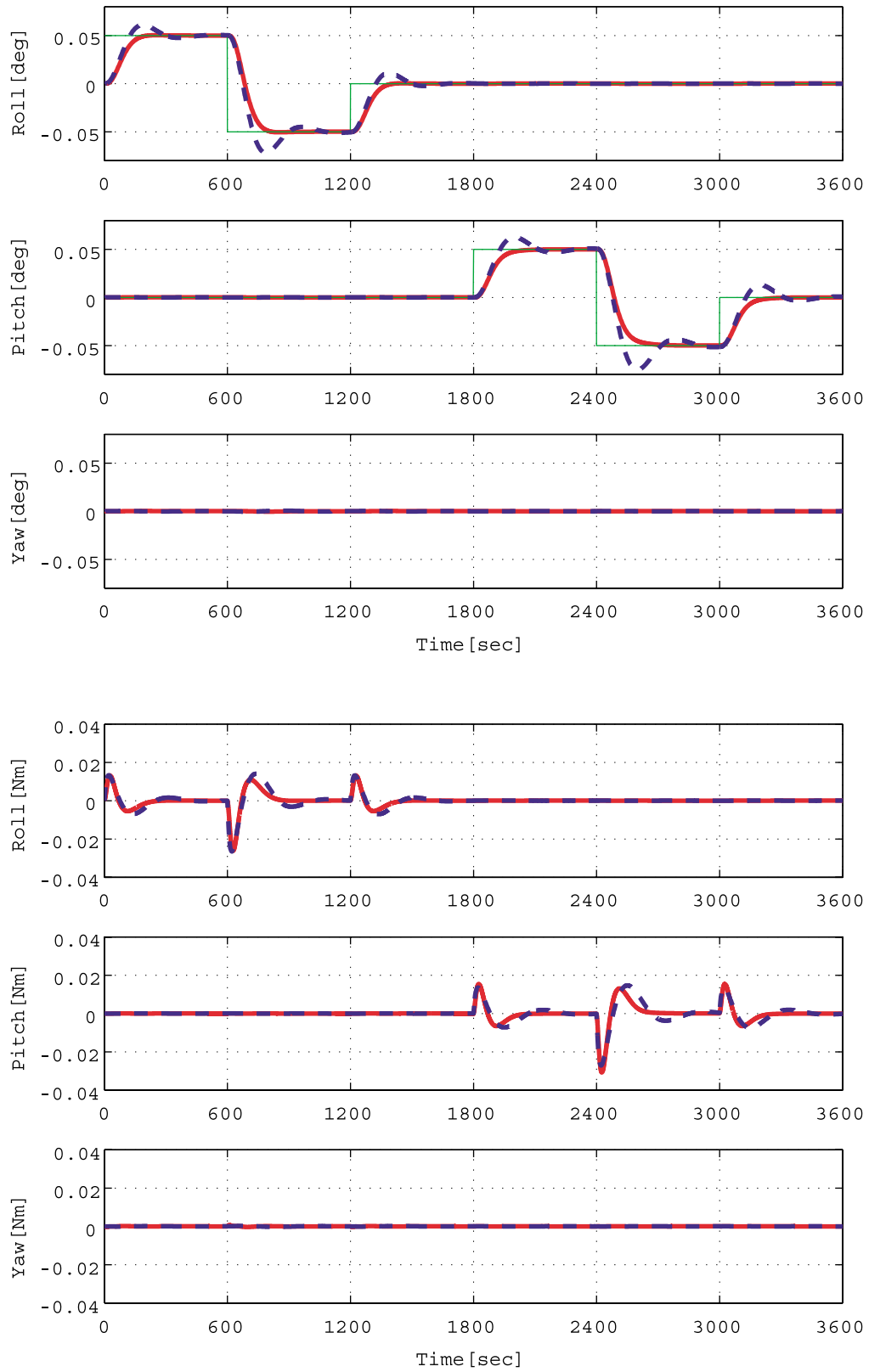


図 12 : Step responses at $\theta = 45$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

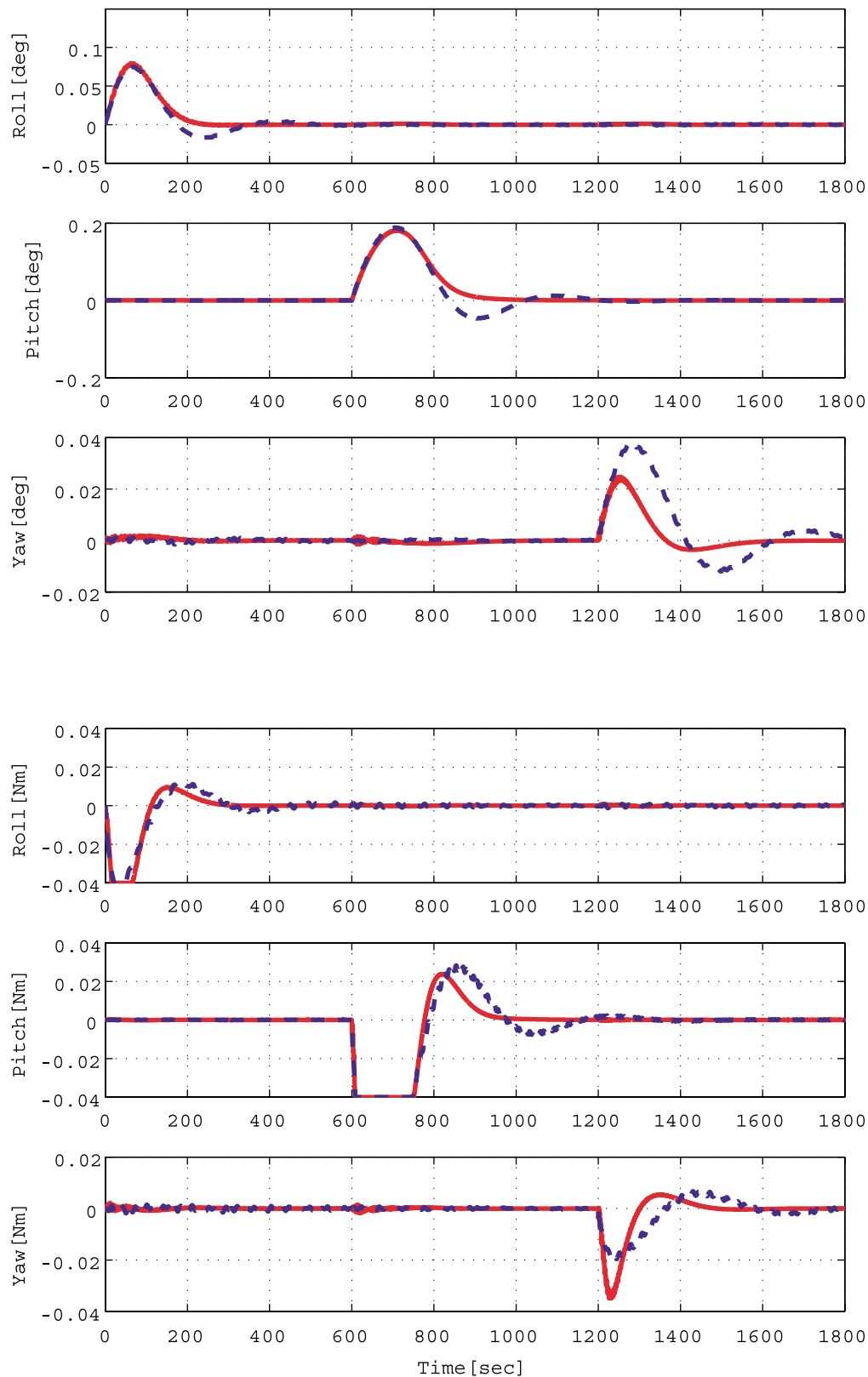


図 13 : Impulse responses (A) at $\theta = 45$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

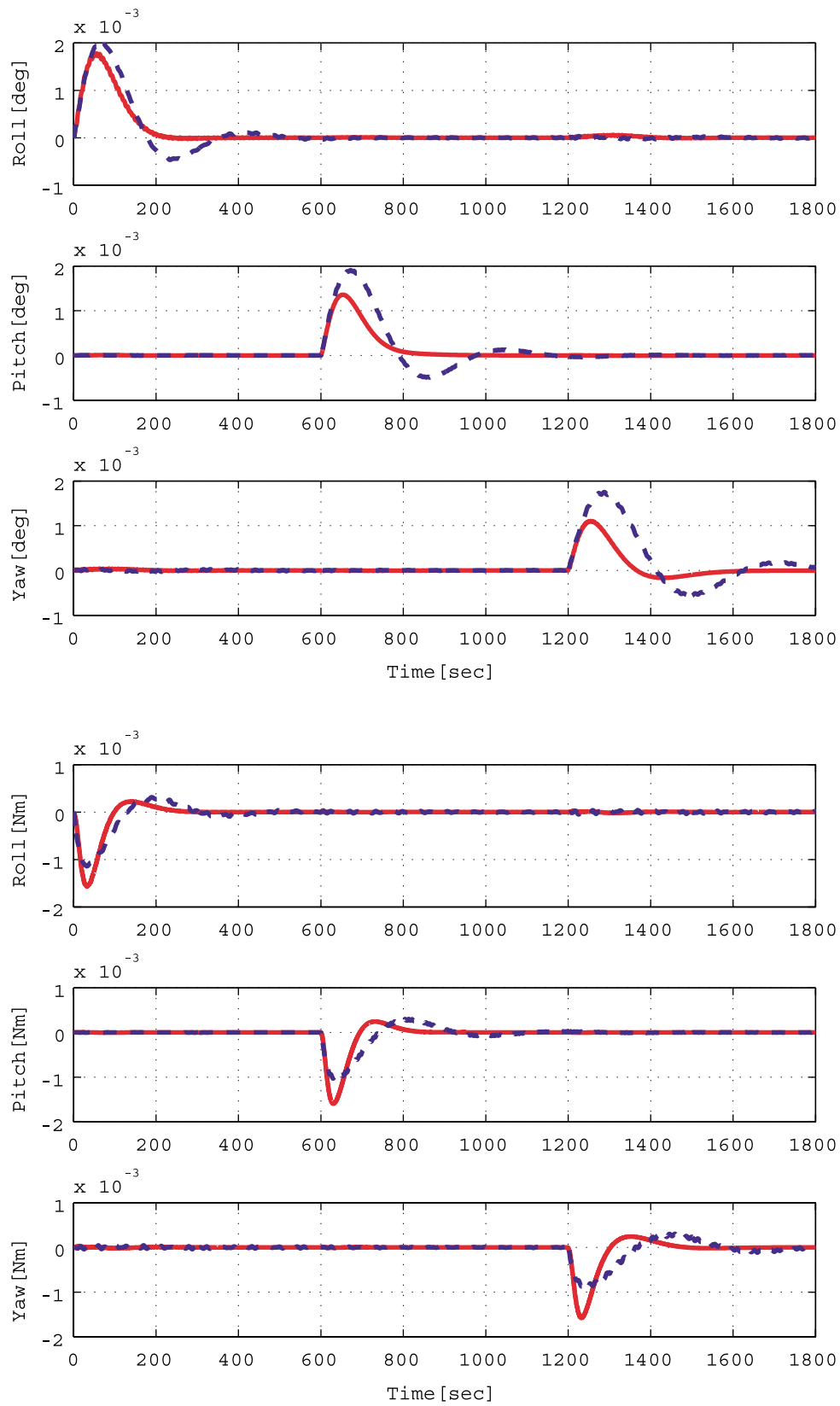


図 14 : Impulse responses (B) at $\theta = 45$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

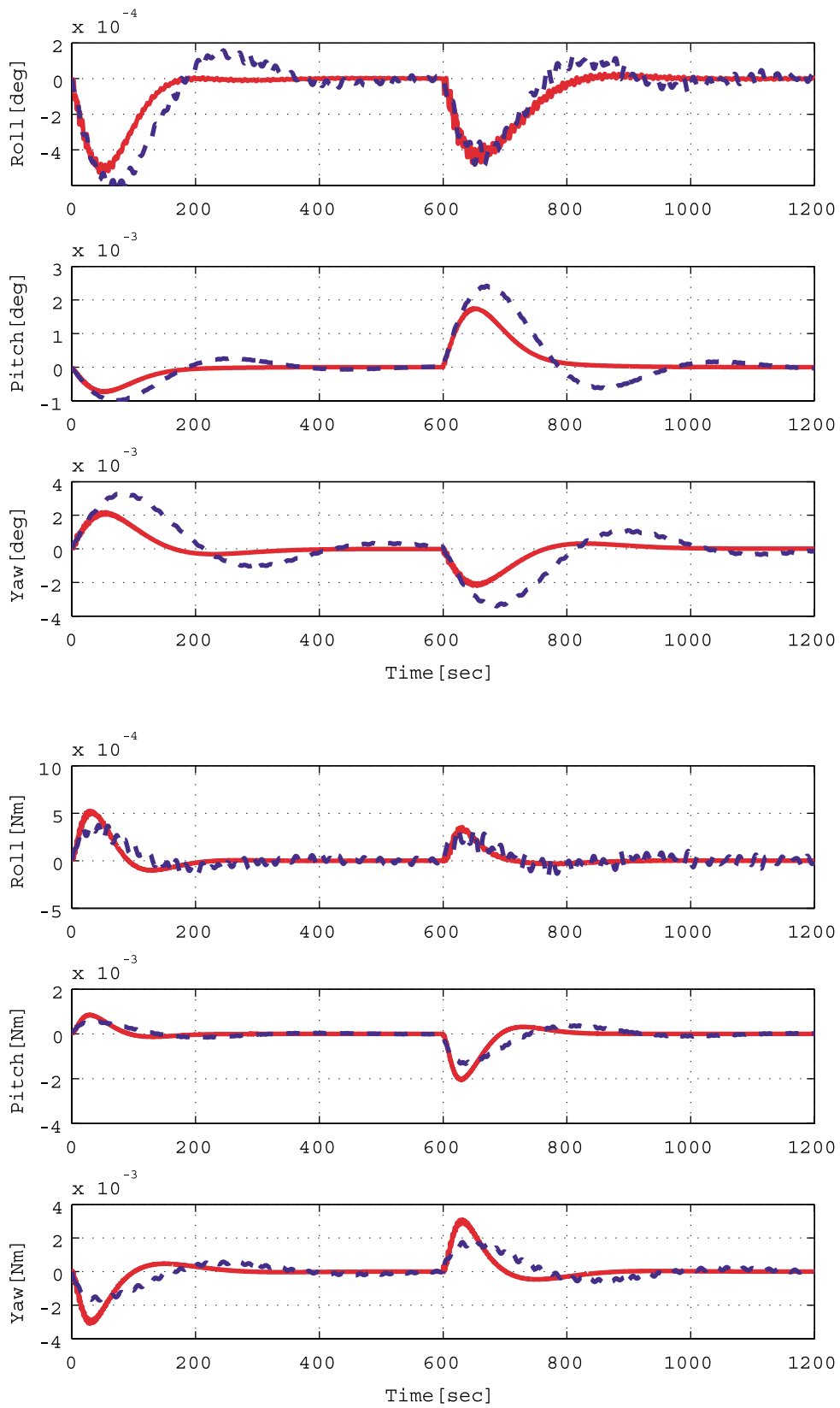


図 15 : Impulse responses (C) at $\theta = 45$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

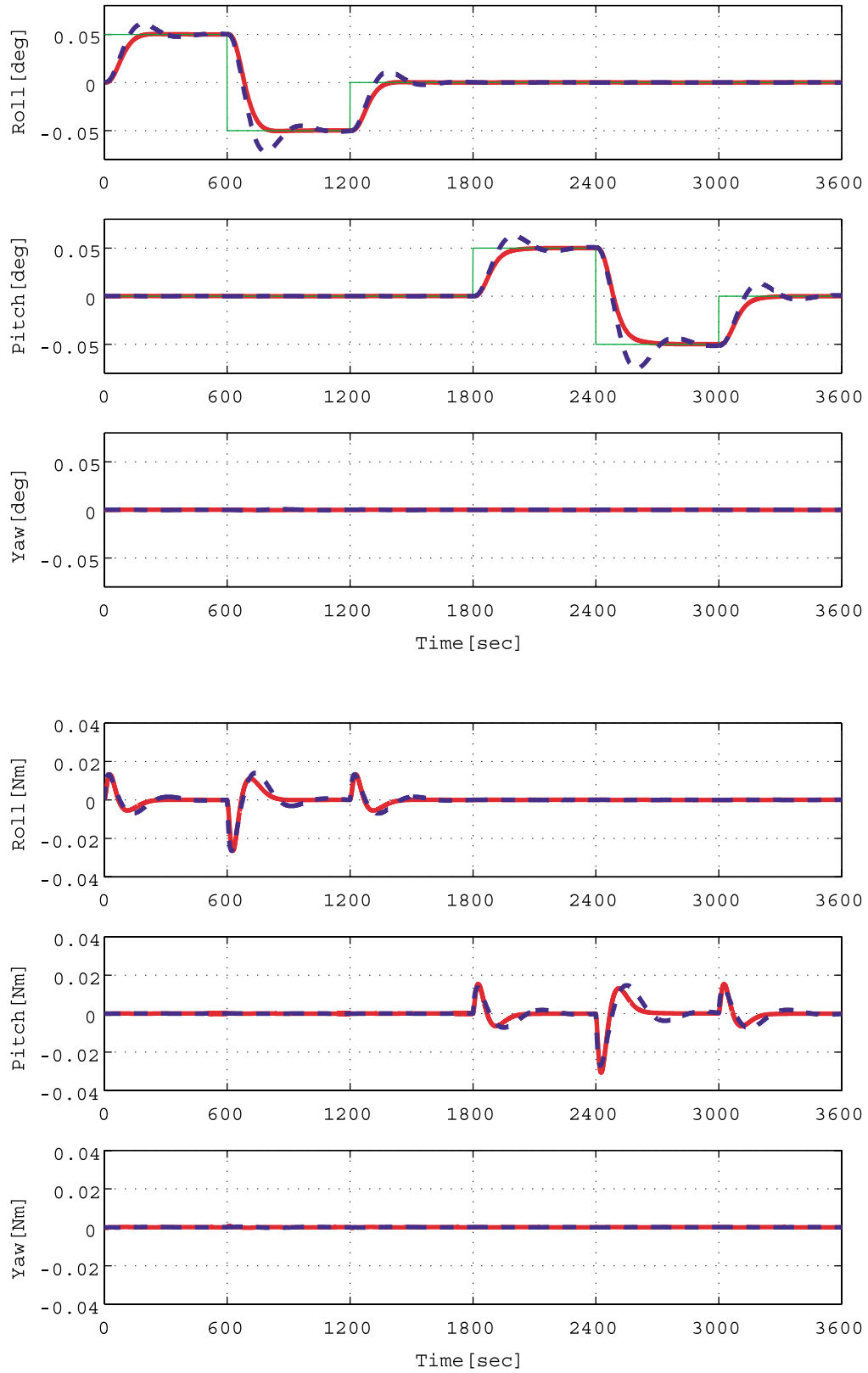


図 16 : Step responses at $\theta = 90$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

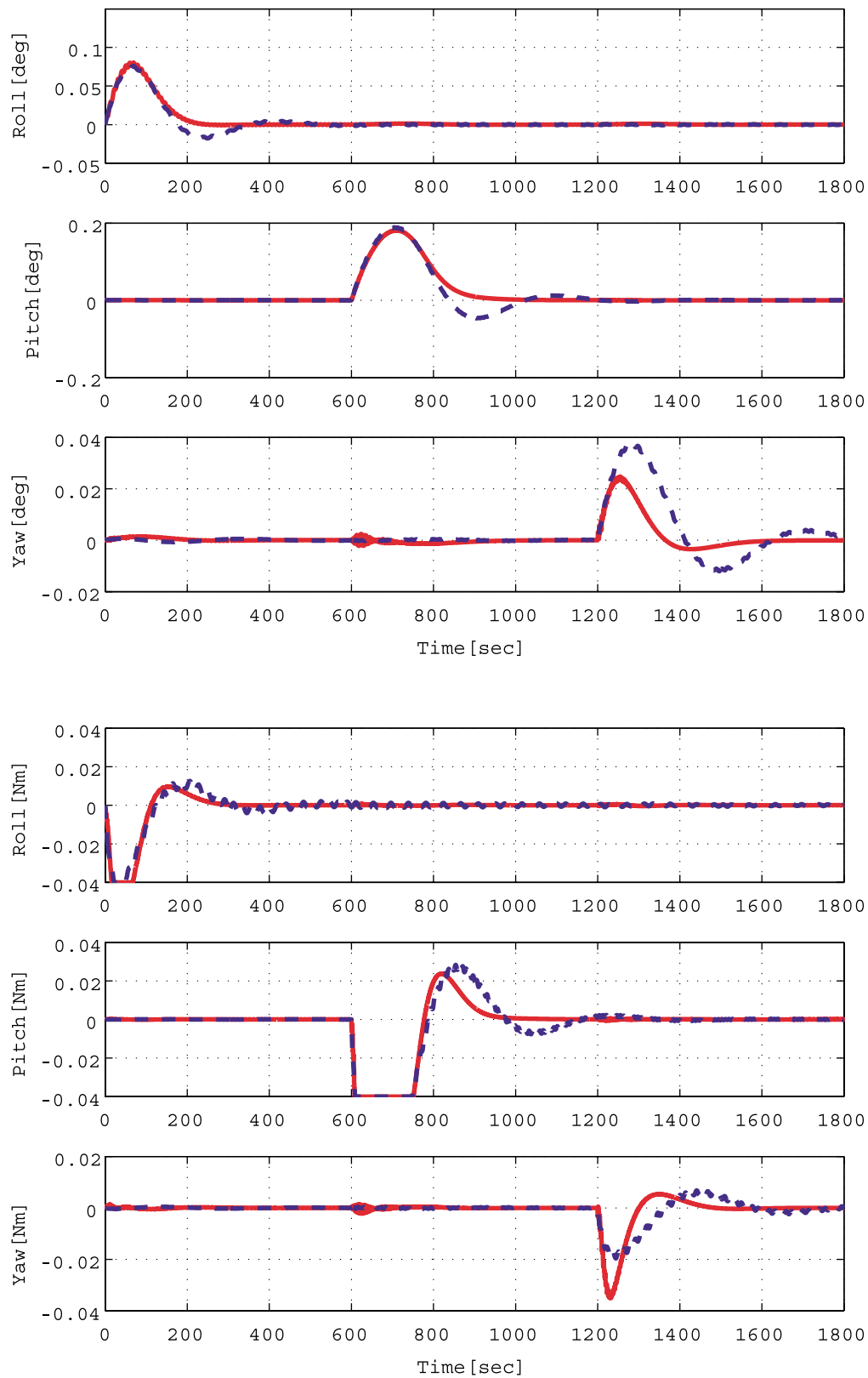


図 17 : Impulse responses (A) at $\theta = 90$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

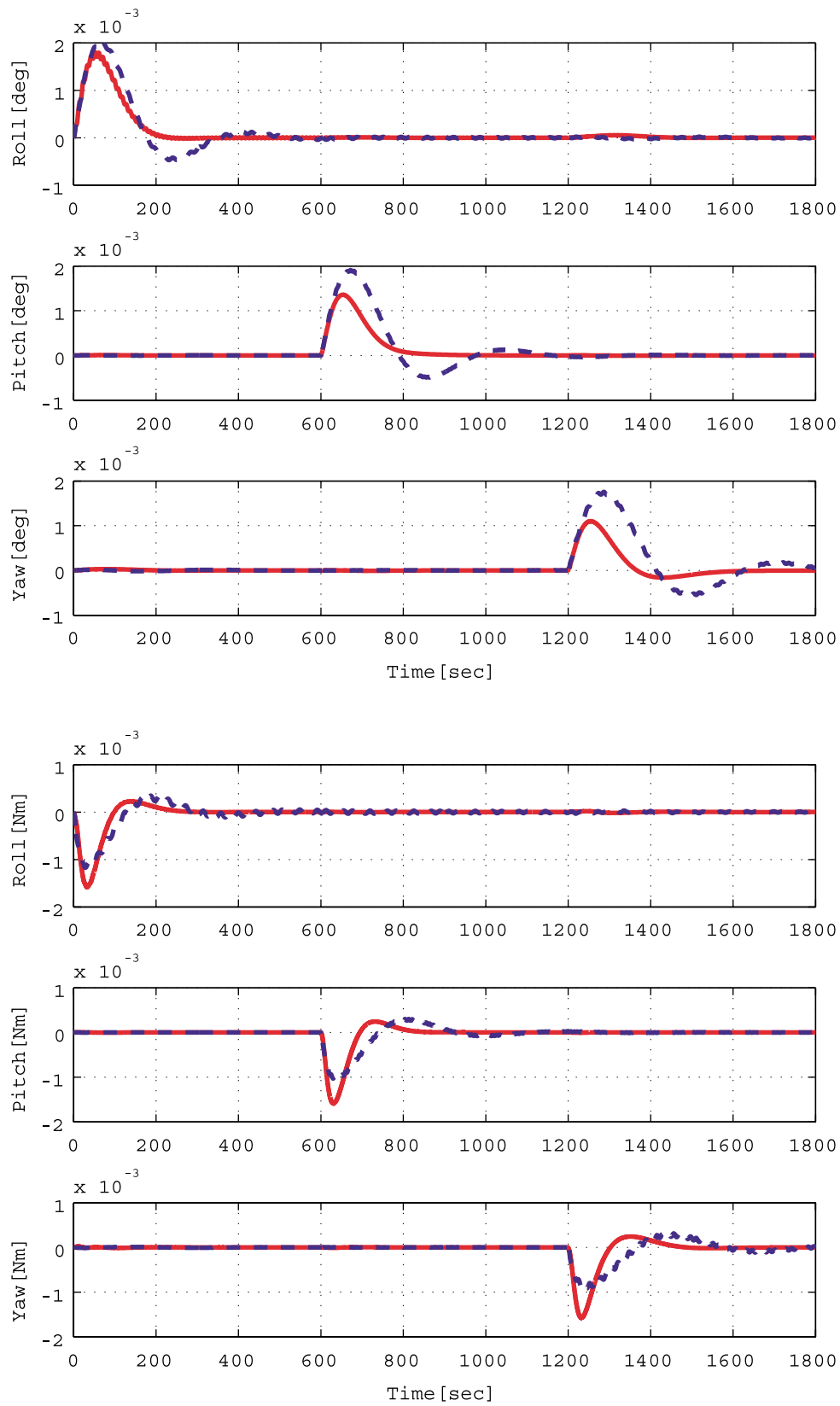


図 18 : Impulse responses (B) at $\theta = 90$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

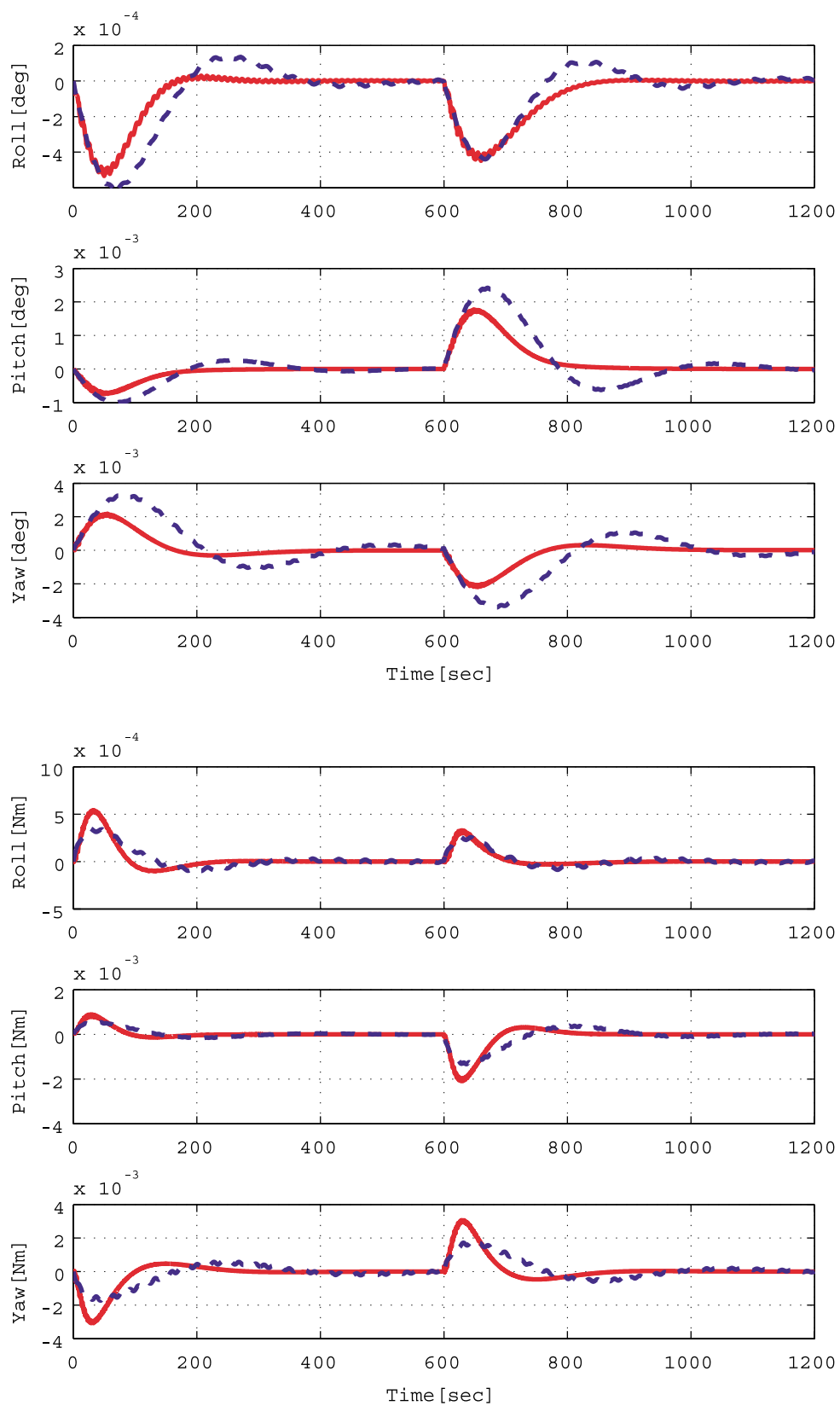


図 19 : Impulse responses (C) at $\theta = 90$. Solid lines: responses using gain scheduling controller. Broken lines: responses using baseline PD controller.

宇宙航空研究開発機構研究開発報告 JAXA-RR-06-016

発 行 平成 19 年 3 月 30 日

編集・発行 宇宙航空研究開発機構

〒182-8522 東京都調布市深大寺東町7-44-1

URL:<http://www.jaxa.jp/>

印刷・製本 プリントオフィスゼロ

本書及び内容についてのお問い合わせは、下記にお願いいたします。

宇宙航空研究開発機構 情報システム部 研究開発情報センター

〒305-8505 茨城県つくば市千現2-1-1

TEL:029-868-2079 FAX:029-868-2956

© 2007 宇宙航空研究開発機構

※本書の一部または全部を無断複写、転載、電子媒体に加工すること禁じます。

