



ISSN 1349-1113  
JAXA-RR-06-002

# 宇宙航空研究開発機構研究開発報告

## JAXA Research and Development Report

---

編隊飛行する人工衛星のキネマティック GPS 測位について

辻井 利昭, 藤原 健, 小山 浩, 吉河 章二, 張替 正敏

2006年7月

宇宙航空研究開発機構  
Japan Aerospace Exploration Agency



宇宙航空研究開発機構研究開発報告

JAXA Research and Development Report

編隊飛行する人工衛星のキネマティック  
GPS 測位について

Kinematic GPS Positioning for Spacecraft Flying in Formation

辻井 利昭\*<sup>1</sup> 藤原 健\*<sup>1</sup> 小山 浩\*<sup>2</sup> 吉河 章二\*<sup>3</sup> 張替 正敏\*<sup>1</sup>

Toshiaki TSUJII Takeshi FUJIWARA Hiroshi KOYAMA Shoji YOSHIKAWA Masatoshi HARIGAE

\*<sup>1</sup>JAXA 航空プログラムグループ 運航・安全技術チーム

\*<sup>2</sup>三菱電機(株) 鎌倉製作所技術部

\*<sup>3</sup>三菱電機(株) 先端技術総合研究所メカトロニクス技術部

2006年7月

July 2006

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency





# 編隊飛行する人工衛星のキネマティック GPS 測位について

辻井 利昭\*<sup>1</sup>, 藤原 健\*<sup>1</sup>, 小山 浩\*<sup>2</sup>, 吉河 章二\*<sup>3</sup>, 張替 正敏\*<sup>1</sup>

Kinematic GPS Positioning for Spacecraft Flying in Formation

Toshiaki TSUJII\*<sup>1</sup>, Takeshi FUJIWARA\*<sup>1</sup>, Hiroshi KOYAMA\*<sup>2</sup>  
Shoji YOSHIKAWA\*<sup>3</sup>, Masatoshi HARIGAE\*<sup>1</sup>

## Abstract

High-accuracy GPS positioning technology would facilitate formation flight and rendezvous docking of spacecraft, and would make possible several new kinds of space mission. We investigated the feasibility of a relative navigation system for spacecraft using GPS carrier phase interferometry. First, the visibility of GPS satellites from a spacecraft in low earth orbit (LEO) was analyzed, and then error models of the GPS measurements were examined. Next, case studies of GPS kinematic positioning using simulated GPS measurements were carried out, and positioning error propagation analyses were performed when the polynomial approximation method was used. Centimeter-level positioning accuracy was achieved, though performance was affected by ionospheric activity and multipath error.

Keywords: 宇宙機 (spacecraft), フォーメーションフライト (formation flight), 相対位置計測 (relative navigation), キネマティック GPS (Kinematic GPS)

## 概要

高精度な GPS 活用によりフォーメーションフライト (FF), 高精度ランデブ等が可能となり, 新規宇宙機ミッションの創出が期待される。本稿では, GPS 搬送波による高精度宇宙用航法システム構築の可能性を検討した。はじめに, 低軌道の人工衛星における GPS 衛星の可視解析, GPS 観測の誤差モデルの検討を行い, 次に GPS 観測データの生成とキネマティック GPS 測位のシミュレーションを行った。また, データ取得間の軌道を推定する簡便な手法として, 多項式近似を用いた場合の伝搬誤差解析を行った。その結果, 電離層の活動やマルチパス誤差の影響は受けるものの, センチメートル・レベルの測位精度が得られることが分かった。

### 1. はじめに

中・小型衛星による協調的ミッションには低軌道に配置した66機の衛星から移動体通信サービスを行う Iridium に代表される, 地球全域に渡って衛星を展開する「コンステレーション」と, 数 km の比較的狭い領域に衛星を展開し, 隊形を保ちながら飛行してミッションを遂行する「フォーメーション」と呼ばれる手法がある。後者は, 干渉計測やステレオ視による観測精度の向上, SAR の発展的活用等による新たな観測軸成立を含め, 今後の技術

進展に伴い, 画期的な利用法が創出される可能性がある。

主要なフォーメーション適用ミッションとしては光学干渉ミッションである, ESA の LISA, DARWIN, 磁気圏マッピングミッションである ESA の Cluster, 地球観測ミッションである NASA の EO-1/Landsat 7, 電波合成開口技術試験ミッションである TechSat 21, 衛星間の通信 (光, 電波) を使った重力場の計測を目的とした NASA/ESA の Champ/Grace 等がある。また, 将来の太陽発電衛星群 (SSPS), 観測, 通信, 発電等の機能毎に特化した衛星の集合体で一つの衛星としての機能を果たす Virtual

\* 平成 18 年 4 月 25 日受付 (received 25 April, 2006)

\* 1 JAXA 航空プログラムグループ 運航・安全技術チーム (Operation and Safety Technology Team, Aviation Program Group, JAXA)

\* 2 三菱電機(株) 鎌倉製作所技術部 (Engineering Department, Kamakura Works, Mitsubishi Electric Corporation)

\* 3 三菱電機(株) 先端技術総合研究所メカトロニクス技術部 (Mechatronics Department, Advanced Technology R&D Center, Mitsubishi Electric Corporation)

Spacecraft Bus (NASA) 等が知られている<sup>1) 2)</sup>。

ここで、フォーメーションの維持や複数 SAR によるフォーメーション観測処理のためには数 cm オーダーのリアルタイムでの相対位置計測データが必要となる。技術試験衛星 VII 型 (ETS-VII) においては C/A コードベースの相対航法システムが活用され、軌道上における実力値として、数メートルオーダーの相対位置計測精度を得ている。フォーメーションミッションに必要となる数 cm オーダーの相対位置計測精度を得るためには、さらにコード変調に使用する GPS 搬送波を使用することが必要となる<sup>3) 4)</sup>。

## 2. GPS 衛星の可視解析

本節では、低軌道衛星から見た GPS 衛星の可視性を解析する。自動車、船舶、航空機と比べると、宇宙機の速度は非常に速いため、GPS 衛星の相対移動速度が大きく、キネマティック GPS の性能に影響を与える可能性があるからである。表 2-1 に、本稿で対象とする低軌道衛星の諸元を示す。

### 2.1 可視解析の手順

可視解析では対象宇宙機は 1 機とし、解析ケースは表 2-2 の通りである。マスク角は、地心から見た宇宙機の方角を垂直方向として定義し、マスク角より高仰角の衛星を可視とする。可視性の判別後、可視衛星のみ使用して、衛星配置の測位精度への影響を示す GDOP (Geometrical Dilution of Precision) 値等の計算を行う。

可視解析は以下の手順に従って行った。

1. 宇宙機の位置、速度の初期値を設定
2. 時刻  $t_{\text{utc}}$  での位置速度を 2 体問題により計算
3. 宇宙機の位置速度を慣性座標系 (J2000) から地球固定座標系 (ITRF) に変換 (UT1, 極運動パラメータは IERS Bulletins B より取得。歳差は IAU 1976 precession theory, 章動は IAU 1980 nutation theory に基づく)。ITRF96 と WGS84 は数 cm の相違であり、相対測位では座標系による差は相殺するので以下同一視する。
4. 同時刻  $t_{\text{gps}} (= t_{\text{utc}} + 13)$  での GPS 衛星位置を地球固定座標系 (WGS84) で計算
5. 宇宙機から見た GPS 衛星の方位角仰角, DOP を計算
6. 図示, 作表

### 2.2 可視解析結果 (Case 1)

図 2-1 に、Case 1 における可視衛星数と GDOP の変化を示す。図 2-2 上図は HDOP, VDOP (赤線), および TDOP である。

図 2-1, 2 で時刻 11 時付近に DOP 値の突出が見られる。この部分を拡大した図 2-3 に見られるように、GPS タイム 472073 - 472343 では、衛星数が 6 個にもかかわらず VDOP 値が大きくなっている。一方 HDOP 値は衛星数が 7 から 6 に変化してもあまり変化しない。この原因を検討するために同時刻での GPS 衛星の仰角を図 2-4 にそれぞれ示す。

図 2-4 で VDOP の大きい時間帯 (赤点線間) では衛星の仰角が 20 ~ 55 度に偏っていることがわかる。一方、衛

表 2-1 宇宙機軌道の諸元

項目	値	備考
高度	300 ~ 500km	軌道長半径 = 6378.137 + 高度 (km) 周期約 5431 - 5676 秒
軌道傾斜角	45 度, または 99.5 度	
離心率	0.003 以下の円軌道	
宇宙機数	2 機	
フォーメーション距離	50m ~ 5km	開始時の距離が各 50m, 500m, 5km の場合に対して精密相対位置計測を行う。

表 2-2 可視解析ケース

Case	軌道傾斜角	高度	マスク角	備考
1	45 度	300km	10 度	離心率 = 0.003
2	45 度	500km	10 度	昇交点経度 = 0 度
3	45 度	300km	20 度	近地点引数 = 0 度
4	99 度	300km	10 度	平均近点離角 = 0 度
5	99 度	300km	20 度	元期 2003 年 7 月 4 日 (UTC)

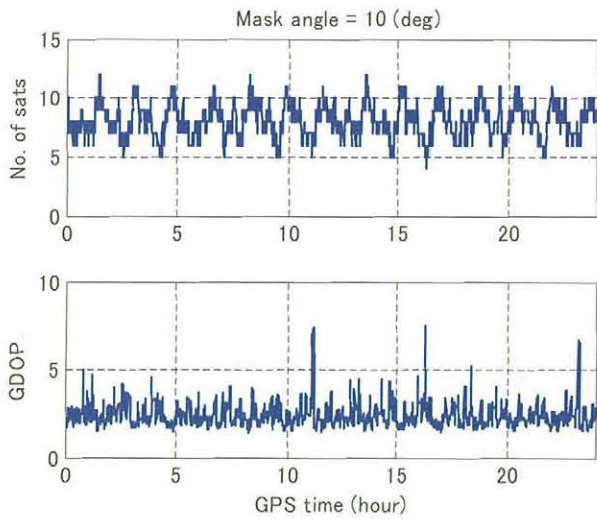


図 2-1 宇宙機からの観測衛星数と GDOP (Case 1)

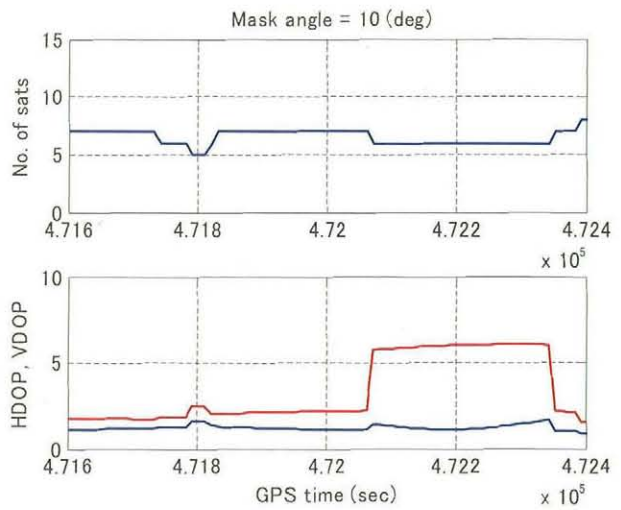


図 2-3 観測衛星数と HDOP, VDOP  
(Case 1 で時刻 11 時付近, DOP の突出値が出現した時間帯)

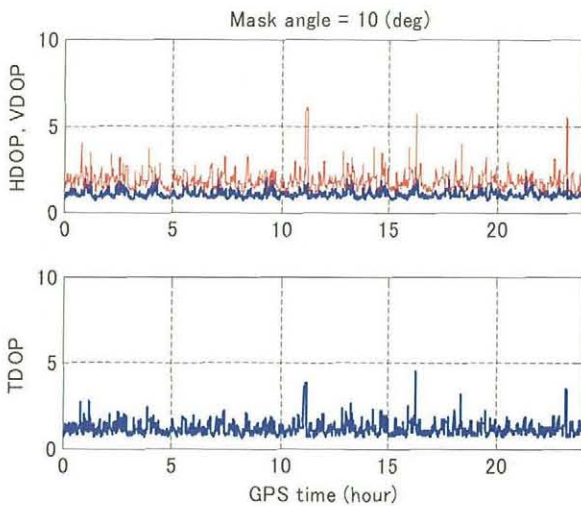


図 2-2 HDOP, VDOP (赤線) および TDOP (Case 1)

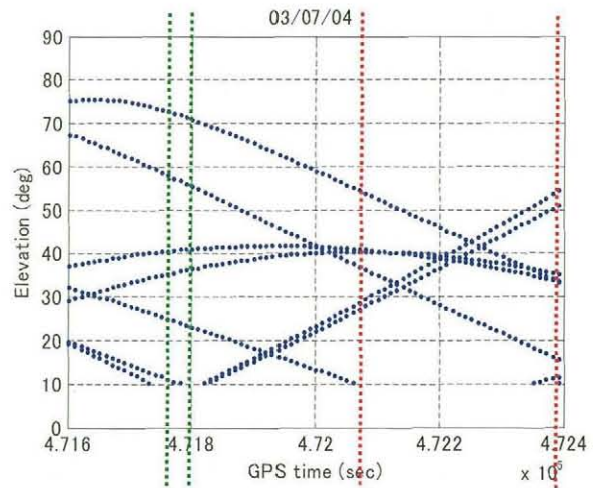


図 2-4 図 2-3 と同時時間帯における GPS 衛星の仰角

星数が5個でもVDOPが大きくない時間帯(緑点線間)では仰角がばらついていることがわかる。

図 2-5 は図 2-3 と同時時間帯における GPS 衛星の方位角を示している。VDOP の大きい時間帯 (赤点線間) でも方位角の偏りは見られず、衛星数が減っても HDOP が小さく維持される理由と解釈できる。

次に、観測衛星数と GDOP 値の出現頻度をまとめる。図 2-6 は Case 1 で観測できる衛星数の頻度 (確率) を示している。縦軸左目盛が相対確率、右目盛が累積確率を示す。図 2-7 は GDOP 値の頻度 (確率) で、同じく縦軸左目盛が相対確率、右目盛が累積確率を示す。横軸は例えば 3 の欄は GDOP = 2.5 - 3.0 の頻度を示す。数値表は本節最後にまとめる。

ここで、宇宙機から見た GPS 衛星の可視性の特徴につ

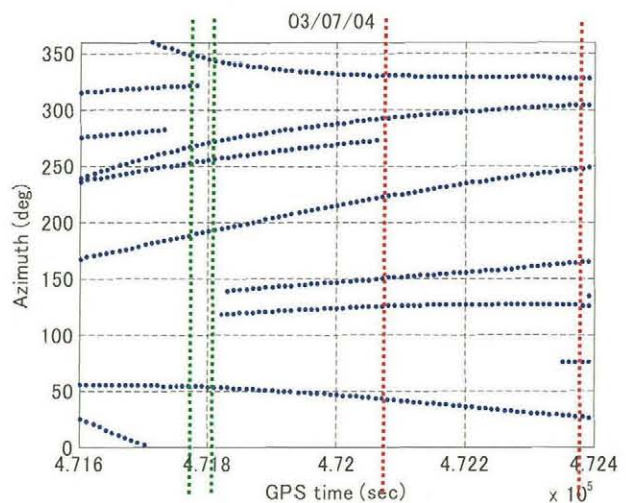


図 2-5 図 2-3 と同時時間帯における GPS 衛星の方位角



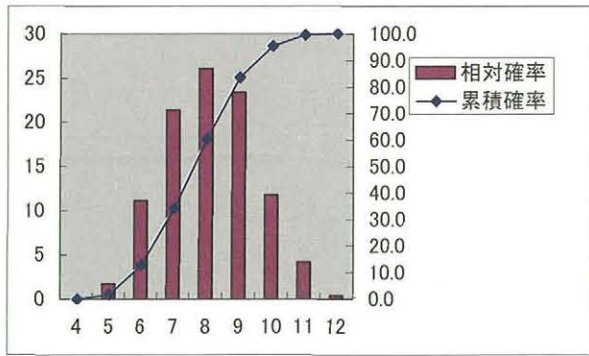


図 2-6 観測衛星数の統計 (Case 1), 横軸: 衛星数, 縦軸: 確率

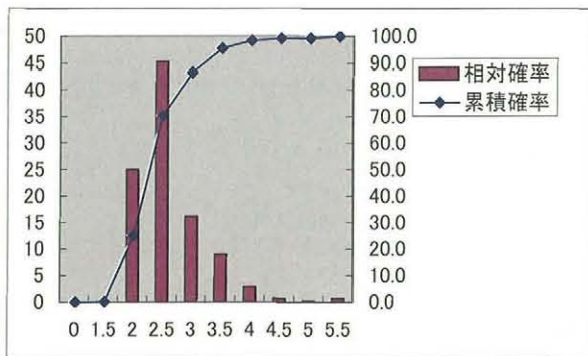


図 2-7 GDOPの統計 (Case 1)

いて、地上から見た場合と比較して考察する。図 2-8 は、7月4日0時～1時に宇宙機 (Case 1) から見た GPS 衛星の軌道を示す。一方、図 2-9 は同時時間帯に地上 (東京都調布市) から見られる GPS 衛星の軌道である。一見して宇宙機から観測した方がパスが長く、また多くの衛星が観測できることがわかる。これは宇宙機が高速で移動しているため特に LEO に著しい特徴と考えられる。宇宙機から見た GPS 衛星の幾何学的配置は急速に変化するため、アンビギュイティ・リゾリューション (AR) は地上の場合よりも高速化できると考えられる。

2.3 可視解析結果 (Case 2-5) とまとめ

図 2-10 ~ 17 に、Case 2-5 に対する可視衛星数および GDOP, HDOP, VDOP, TDOP 値の変化を示す。表 1-3, 4 に可視衛星数および DOP 値の出現頻度をまとめる。

Case 1 と Case 2 を比較すると高度 300km と 500km の差はほとんどない。同じ高度でもマスク角を大きくすると (Case 1 と Case 3, Case 4 と Case 5), 可視衛星数が減少し GDOP の値も大きくなる。マスク角 10 度 (Case 1, 2, 4) では、可視衛星が 6-10 個見える時間帯が全体の 9 割を占め、一方マスク角 20 度 (Case 3, 5) では、5-9 個見える時間帯が 9 割を占める。また、マスク角 20 度では、衛星数が 3 個になる時間帯も Case 3 で 0.02%, Case 5 で

GPS trajectory from satellite 03/07/04, 0h - 1h

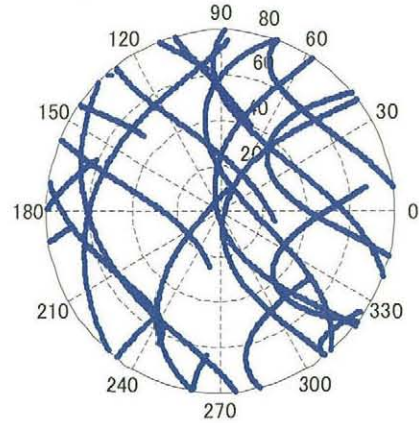


図 2-8 7月4日0時～1時における、LEO からみた GPS 衛星の仰角および方位角

GPS trajectory, Chofu 03/07/04, 0h - 1h

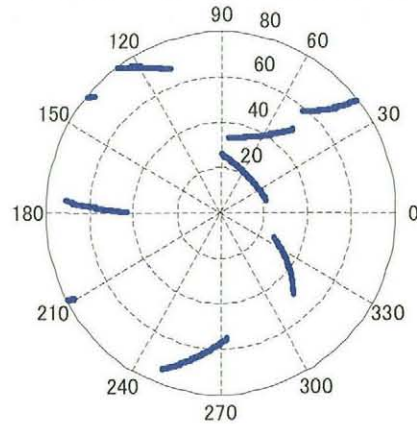


図 2-9 7月4日0時～1時における、地上 (調布) からみた GPS 衛星の仰角および方位角

0.19% だった。軌道傾斜角の大きさによる差は顕著ではなかった (Case 2 と Case 4, Case 3 と Case 5)。

3. GPS 観測量の誤差モデル

本節では、宇宙機搭載受信機で観測した GPS 観測量の誤差モデルについて検討する。同モデルに従って GPS 観測データを生成し、それをういてキネマティック GPS 測位のシミュレーションを 6 節で行う。誤差源としては、衛星および受信機のクロック誤差、電離層遅延誤差、マルチパス誤差、観測ノイズ等がある。宇宙機は対流圏より上部を運動するため、対流圏遅延誤差は無視する。

3.1 クロック誤差

GPS 衛星のクロック誤差は GPS 放送暦に含まれるクロックパラメータを用いて計算する。これを  $b_0^{SV}$  とおいて、生成するクロック誤差は次式で計算する。モデル誤差をバイアスとしてシミュレーションの初期に与える。

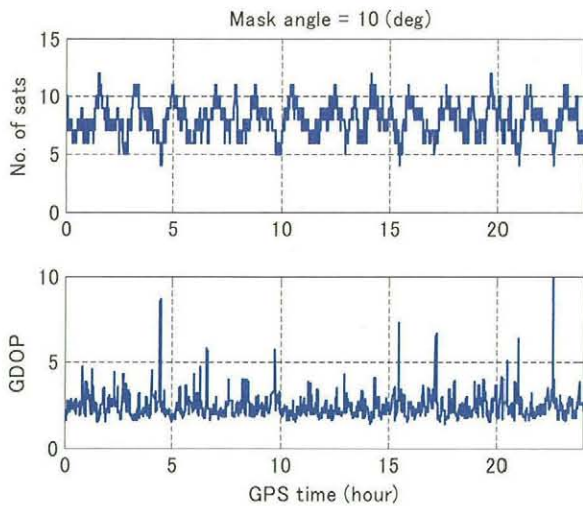


図 2-10 宇宙機からの観測衛星数と GDOP (Case 2)

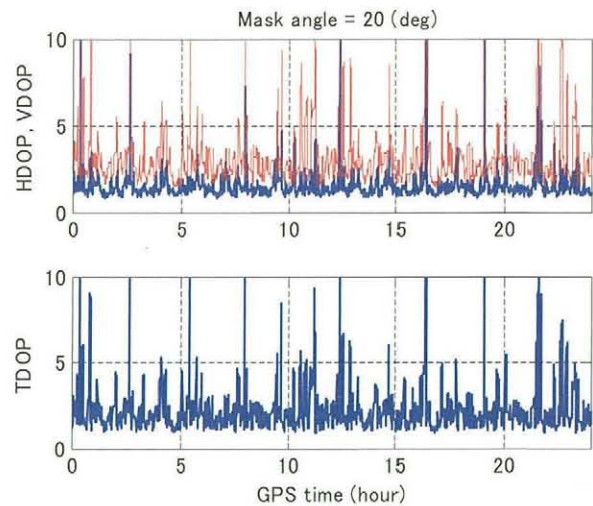


図 2-13 HDOP, VDOP (赤線) および TDOP (Case 3)

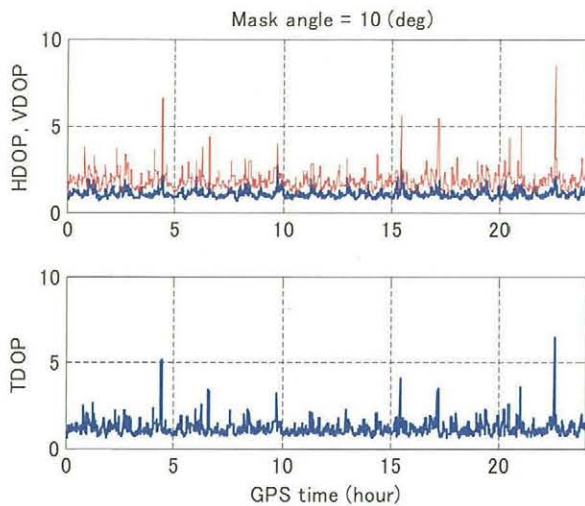


図 2-11 HDOP, VDOP (赤線) および TDOP (Case 2)

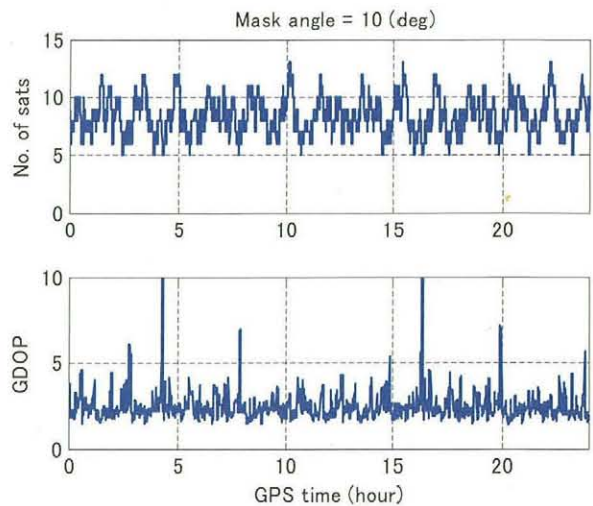


図 2-14 宇宙機からの観測衛星数と GDOP (Case 4)

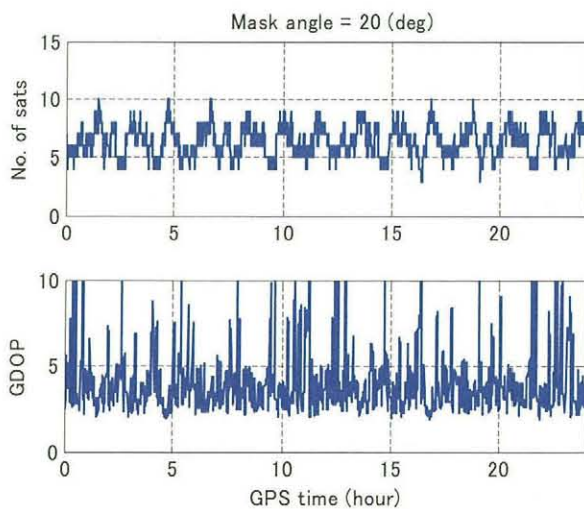


図 2-12 宇宙機からの観測衛星数と GDOP (Case 3)

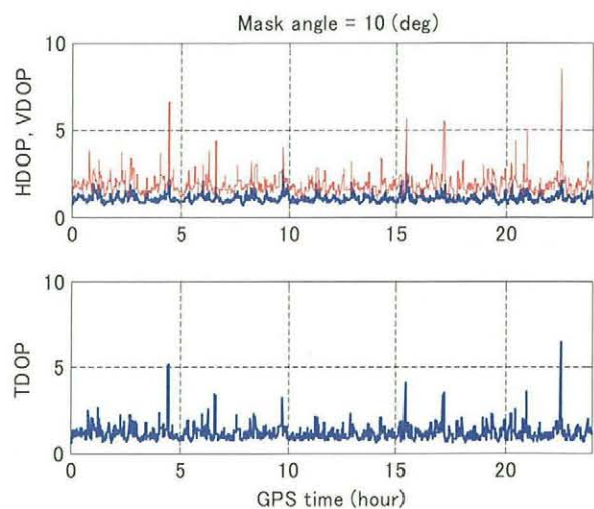


図 2-15 HDOP, VDOP (赤線) および TDOP (Case 4)



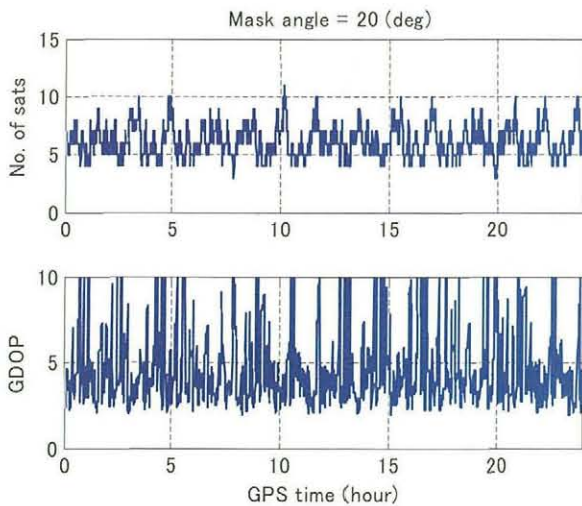


図2-16 宇宙機からの観測衛星数と GDOP (Case 5)

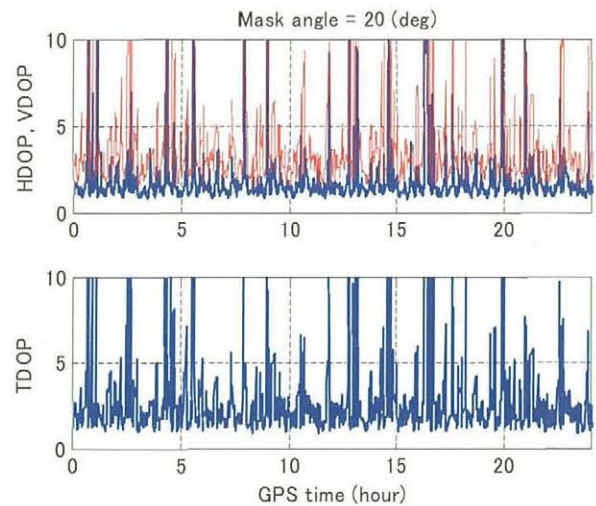


図2-17 HDOP, VDOP (赤線) および TDOP (Case 5)

表2-3 各軌道例に対する可視衛星数の相対頻度

Case	条件			可視衛星数の相対頻度 (%)							
	傾斜角	高度	Mask	=<4	5	6	7	8	9	10	=>11
1	45	300	10	0.02	1.7	11.1	21.4	26.1	23.4	11.8	4.6
2	45	500	10	0.4	2.0	11.2	23.8	26.2	21.7	11.1	3.6
3	45	300	20	8.4	20.7	25.7	24.6	15.5	4.9	0.3	0.0
4	99	300	10	0.0	1.5	9.9	18.5	25.0	20.8	14.1	9.8
5	99	300	20	8.0	25.1	30.4	20.1	11.1	3.9	1.3	0.0

表2-4 各軌道例に対する GDOP 値の相対頻度

Case	条件			GDOP 値の相対頻度 (%)								
	傾斜角	高度	Mask	=<1.5	- 2.0	- 2.5	- 3.0	- 3.5	- 4.0	- 4.5	- 5.0	=>5.0
1	45	300	10	0.2	25.0	45.3	16.2	9.0	2.9	0.7	0.2	0.7
2	45	500	10	0.1	25.1	40.3	21.5	7.5	3.2	1.0	0.2	1.1
3	45	300	20	0.0	0.1	10.7	22.9	18.2	14.1	9.4	8.1	16.4
4	99	300	10	0.2	26.4	42.4	16.2	8.0	2.7	2.1	0.3	1.7
5	99	300	20	0.0	0.03	5.4	14.9	19.3	14.5	12.2	7.9	25.9

バイアスの標準偏差は3mとする<sup>5)</sup>。

$$b^{SV} = b_0^{SV} + bias \quad (3-1)$$

受信機のクロック誤差は、バイアス (b) とドリフト (d) の2次元モデルを用いて次式で計算する<sup>6)</sup>。

$$\begin{cases} \dot{b} = d + \varepsilon_b \\ \dot{d} = \varepsilon_d \end{cases} \quad (3-2)$$

バイアスとドリフトに対するプロセスノイズのスペクトル密度は水晶時計の一般的値として、それぞれ4.0×

$10^{-19}$  (seconds),  $1.5791 \times 10^{-18}$  (second/second) とする<sup>6)</sup>。図3-1に、生成したクロック誤差の例を示す。クロック誤差は、マスター機およびスレーブ機の受信機それぞれに対して生成する。

### 3.2 電離層遅延

電離層の下限 (高度約60km) よりも低高度の受信機に対しては、GPS放送層に含まれる電離層パラメータを用いてKlobucharのモデルに従い計算する。これを $I_k$ とおく。

本稿では宇宙機は電離層 (高度60-1000km) 内とされているので、高度に対する電子密度のモデル・データを

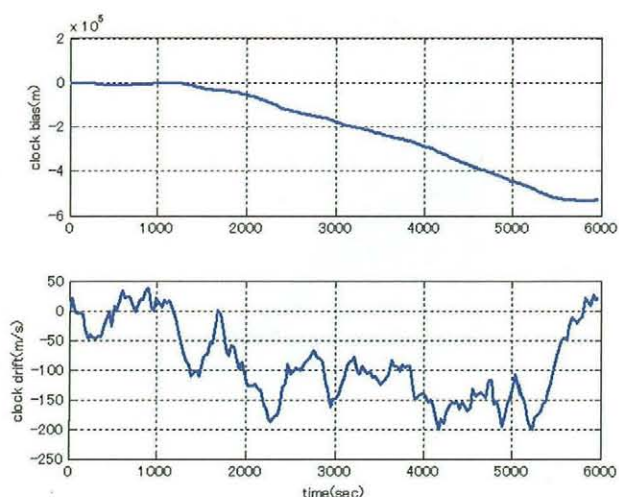


図3-1 受信機クロック誤差のシミュレーション例

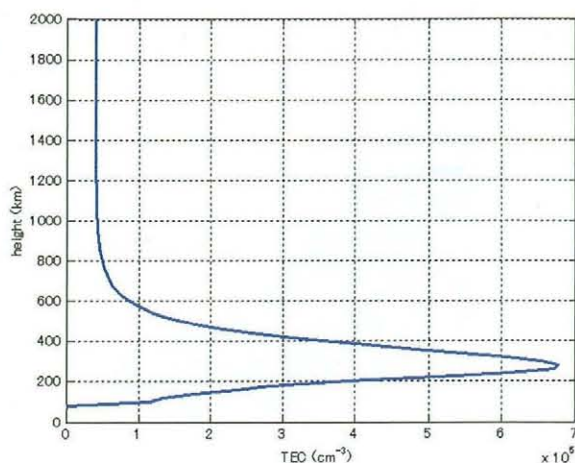


図3-2 電子密度分布 (2003/7/4, 0h, Lat 35deg, Lon 140deg)

入手し、着目する受信機の高度  $h$  に対応する総電子量 (Total Electron Content),  $TEC(h)$  と高度 0 の受信機に対する  $TEC(0)$  の比を計算する。電離層遅延量は  $TEC$  に比例するので、高度  $h$  での電離層遅延量は  $I_h \cdot \frac{TEC(h)}{TEC(0)}$  で与えられる。なお、Klobuchar のモデルの精度は 50% 程度とされている。以下に、同モデルによる L1 周波数に対する電離層遅延量の計算式を示す。

$$d_{iono} = c \tau_{iono}$$

$$\tau_{iono} = F [5.0 \times 10^{-9} + AMP (1 - \frac{X^2}{2} + \frac{X^4}{24})], \dots |X| < 1.57$$

$$= F [5.0 \times 10^{-9}], \dots |X| > 1.57$$

(3-3)

ここで、

$$X = \frac{(t - 504000)}{PER} \times 2\pi \text{ (rad)}$$

(3-4)

$$F = 1.0 + 16.0 [0.53 - E]^2$$

(3-5)

$$AMP = \sum_{n=0}^3 \alpha_n \phi_n^n, \dots AMP > 0 \text{ (sec)}$$

$$= 0, \dots AMP < 0$$

(3-6)

$$PER = \sum_{n=0}^3 \beta_n \phi_n^n, \dots PER > 72,000 \text{ (sec)}$$

$$= 0, \dots PER < 72,000$$

(3-7)

なお、 $\alpha_n, \beta_n$  ( $n = 0, 1, 2, 3$ ) は航法メッセージに含まれるパラメータである。他の諸量として、

$$\phi_m = \phi_i + 0.064 \cos(\lambda_i - 1.617) \text{ (semi-circles)}$$

(3-8)

$$\lambda_i = \lambda_u + \frac{\psi \sin A}{\cos \phi_i} \text{ (semi-circles)}$$

(3-9)

$$\phi_i = \phi_u + \psi \cos A \text{ (semi-circles)}, \dots |\phi_i| < 0.416$$

$$= +0.416, \dots \phi_i > 0.416$$

$$= -0.416, \dots \phi_i < -0.416$$

(3-10)

$$\psi = \frac{0.0137}{E + 0.11} - 0.022 \text{ (semi-circles)}$$

(3-11)

ただし、 $E$  はユーザから見た GPS 衛星の仰角、 $A$  は方位角、 $\phi_u$  はユーザの測地学的緯度、 $\lambda_u$  は測地学的経度で、それぞれ単位は semi-circles である。また、

$$t = 4.32 \times 10^4 \lambda_i + \text{GPS time (sec)}$$

(3-12)

であり、ここで GPS time とは、GPS データの取得時刻である。

図 3-2 は (<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model/models/iri.html>) より入手した、2003 年 7 月 4 日 0 時、緯度 35 度、経度 140 度における電子密度プロファイルである。本プロファイルより  $TEC(0) = 2.31 \times 10^{17}$ ,  $TEC(300\text{km}) = 1.48 \times 10^{17} \text{ (m}^{-2}\text{)}$  が得られた。従って、 $0.64 \cdot I_h$  を高度 300km の宇宙機に対する電離層遅延量とする。総電子量の変動は一般に  $10^{16} \sim 10^{18}$  なのでこの事例は中程度の例といえる。

相対測位では、二つの受信機間の電離層遅延量の差が誤差となるので、その量を Klobuchar のモデルに基づいて 7 月 4 日 0 時 ~ 12 時、東京都での値を計算したのが図 3-3 である (地表における値)。Klobuchar のモデルは高精度ではないので、相対測位処理では電離層遅延のモデル計算を行わない。従って図 3-3 に示した誤差が測位性能に影響を及ぼす (縦軸のスケールに注意)。

本稿で精密相対測位を行う距離は最大 5km なので電離層遅延量の差分誤差は 16mm 以下であり、影響は大きく



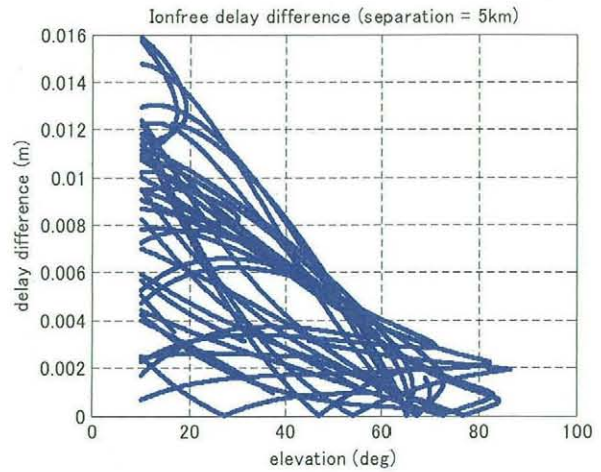
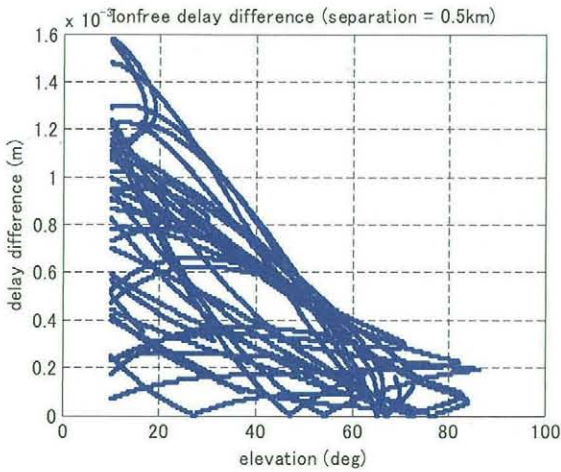


図3-3 衛星仰角に対する電離層遅延量の差（基線長：500m, 5km）

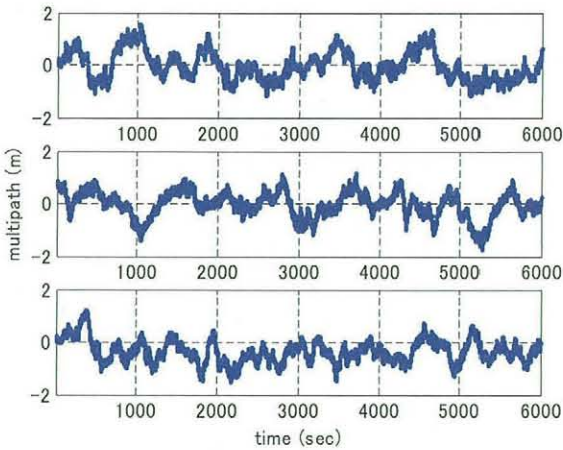


図3-4 コードマルチパスの生成例

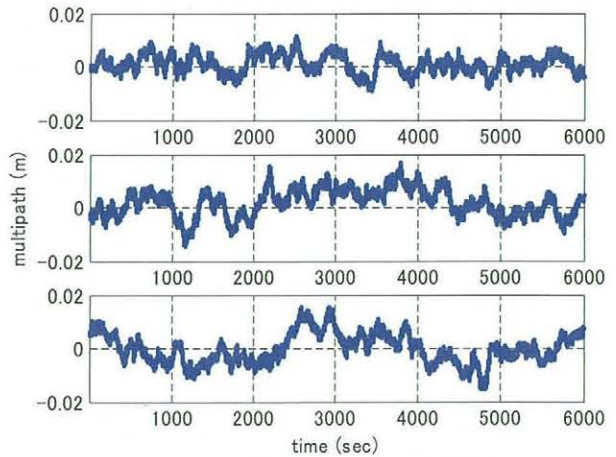


図3-5 搬送波マルチパスの生成例

ないと考えられる。

3.3 マルチパス誤差

コード及び搬送波のマルチパス誤差は1次マルコフ過程に従うとし、次式のように与える。

$$\begin{aligned} \dot{d}_{m,code} &= -\frac{1}{T_{m,code}} d_{m,code} + \epsilon_{m,code} \\ \dot{d}_{m,carrier} &= -\frac{1}{T_{m,carrier}} d_{m,carrier} + \epsilon_{m,carrier} \end{aligned} \tag{3-13}$$

マルチパス誤差の標準偏差はコードで0.3m～60m, 搬送波で0.3cm～1.0cm程度である。時定数は、数10秒～数100秒程度である。図3-4は標準偏差0.5m, 時定数3分としたときのコードマルチパス, 図3-5は標準偏差0.5cm, 時定数3分としたときの搬送波マルチパスの生成例である（それぞれ3衛星分）。

マルチパス誤差は、GPS衛星と受信アンテナの位置関係により変化する。図2-8, 9で見たように、宇宙機から

表3-1 LEO および地上から見た GPS 衛星方向の変化

	方位角の変化率 (deg/sec)	仰角の変化率 (deg/sec)
LEO 受信機	0.0554	0.0476
地上静止受信機	0.0065	0.0050
比	8.6	9.5

見たGPS衛星方向の変化率は地上からのそれよりも大きいため、宇宙機におけるマルチパス誤差の変動も同様に大きいと考えられる。そこで、受信機から見た衛星の方位角, 仰角の変化率を計算した（7月4日0時～1時）。その結果を表3-1にまとめる。

そこで、宇宙機のマルチパス生成における時定数を180/9 = 20秒として計算した例を図3-6, 7に示す。

通常のGPS受信機では、サンプルしたデータを1msec～数十msec間積分・平均した後に疑似距離, 搬送波の生成を行っている。従ってこの積分時間内に生じる急激な



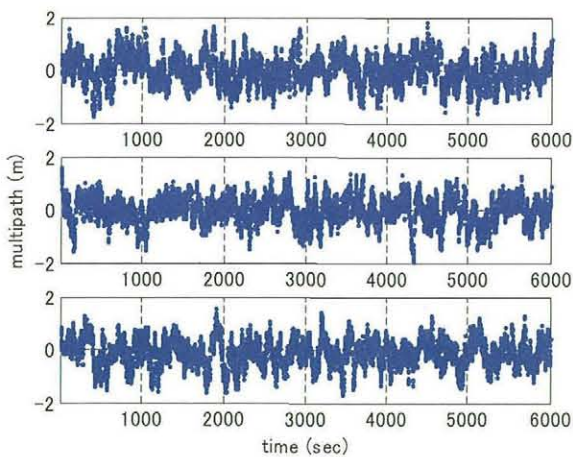


図 3-6 コードマルチパス (時定数 20sec)

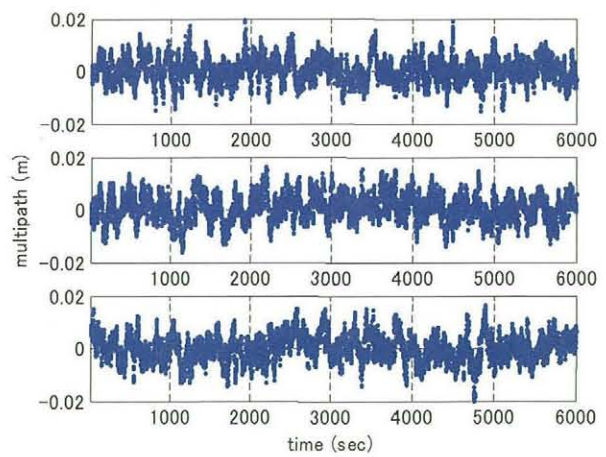


図 3-7 搬送波マルチパス (時定数 20sec)

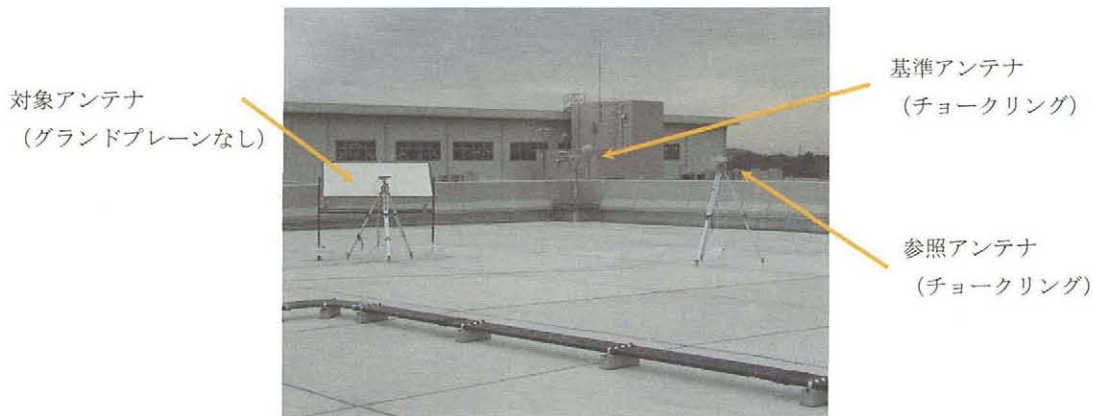


図 3-8 マルチパス誤差評価試験

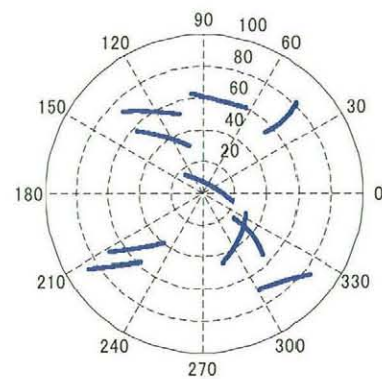
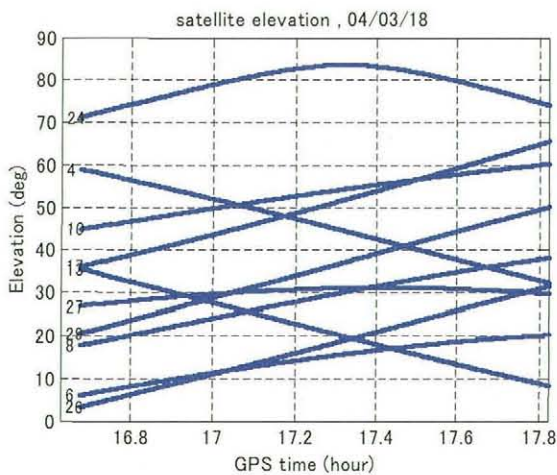


図 3-9 マルチパス評価試験における GPS 衛星の高度と軌道

マルチパスの変動は平均化され、影響は小さくなると考えられる。宇宙機では地上に比べてマルチパスの変動が大きいので、この効果も地上より大きいと考えられるが、使用する受信機、マルチパス環境に大きく依存するので本稿では検討しない。

次に、シミュレーションで使用するマルチパスの大き

きを見積もるために地上試験を行った。

図 3-8 で、基準アンテナ、参照アンテナはともにアシュテック・チョークリング・アンテナを用い、評価対象アンテナにはアシュテック GeodeticIV アンテナ (グランドプレーンなし) を用いた。受信機はすべて古野電気社製 PL-10 である。対象アンテナの近くには、マルチパスを発

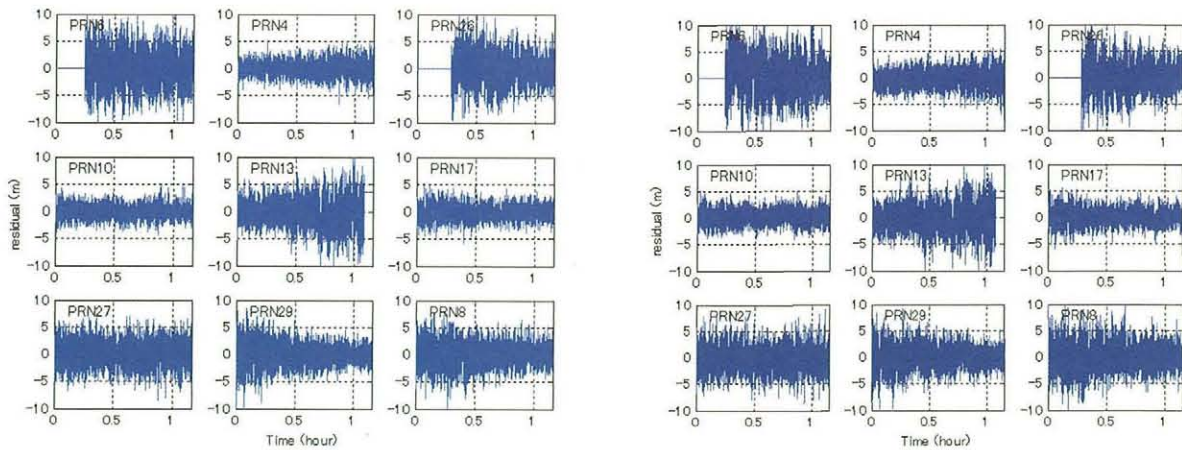


図3-10 疑似距離2重差の残差。参照アンテナ（左）、対象アンテナ（右）

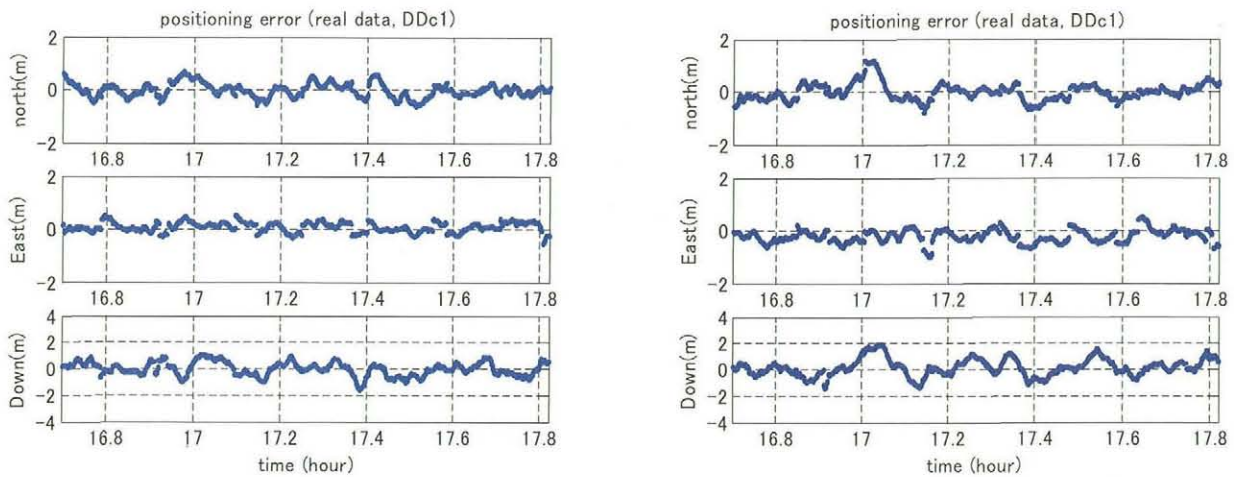


図3-11 疑似距離2重差による測位誤差。参照アンテナ（左）、対象アンテナ（右）

生させるために金属のボードを設置した。図3-9に同試験中のGPS衛星の高度を示す。このうち高度10度以上のものを解析に使用した。

これら3機の受信機データを用いて、(基準-参照)、(基準-対象)の二つの基線解析を行った。あらかじめ市販ソフトを用いて3局の位置を決定し、その位置を既知として観測残差を計算した。図3-10は疑似距離2重差の残差である。短基線なので、これら残差は観測ノイズとマルチパスを示すと考えられる。残差 (one way) の分散は参照アンテナで1.07m, 対象アンテナで1.24mと、その差は小さかった。反射板が比較的近くに位置したため、長距離のマルチパスは生じなかったためと考えられる。

図3-11に、平滑化疑似距離2重差を用いて測位計算したときの位置誤差を示す。平滑化しているため、位置誤差の大部分はマルチパスによると考えられる。NED方向の分散はそれぞれ、(0.26, 0.20, 0.52m), (0.33, 0.33, 0.68m)であった。後者は、本シミュレーションで疑似距

離に分散0.5mのマルチパスを入れた場合(表6-3)とほぼ同じである。従って、本試験において疑似距離のマルチパス誤差も0.5m程度と考えられる。

次に、図3-12に、L1搬送波2重差における残差を示す。対象アンテナに対するマルチパスが大きいことがわかる。搬送波観測ノイズを100分の1波長(1.9mm)と仮定したときのマルチパス誤差はそれぞれ1.3mm, 4.4mmであった。

以上の検討から、本研究において(大中小程度)のマルチパス誤差の分散を疑似距離, L1搬送波それぞれに対し、(0.7, 0.5, 0.3m), (5, 3, 1mm)とする。L2搬送波に対しては0.24/0.19倍する。

### 3.4 観測ノイズ

コード及び搬送波の観測ノイズは次式で与える。randomは平均0, 標準偏差1の正規乱数である。



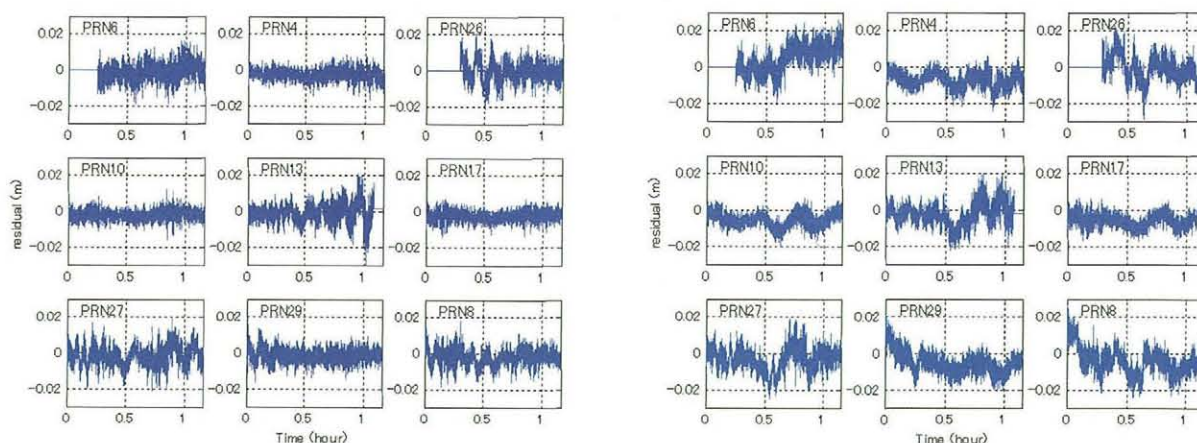


図3-12 L1 搬送波 2 重差の残差。参照アンテナ (左), 対象アンテナ (右)

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{code} &= random \cdot \sigma_{code} \\
 \epsilon_{carrier} &= random \cdot \sigma_{carrier} \\
 \begin{cases} \sigma_{code} = 0.3-1m \\ \sigma_{carrier} = 1-3mm \end{cases} & \quad (3-14)
 \end{aligned}$$

本稿では、 $\sigma_{code}$  を 0.5m、 $\sigma_{carrier}$  を波長の 100 分の 1 とする。

#### 4. キネマティック GPS 測位

フォーメーション宇宙機間における航法構造として集中処理型と分散処理型がある。前者は親衛星にすべての子衛星からの GPS 観測データを伝送し、親衛星で全衛星の相対位置を推定する。後者は各衛星が隣接する宇宙機同士とのみ通信し、各衛星で隣接分の相対位置を推定して結果を順送りする。衛星機数が 4 機の場合のデータリンクを図 4-1 に示す。

キネマティック GPS 航法を行うためには、宇宙機 1 機につき 1 エポック毎に時刻情報とチャンネル数分の衛星

番号と疑似距離と搬送波が観測データとして必要である。集中処理型では、親機に子衛星の機数分だけ観測データを集める必要があるが、分散処理型では自機の観測データと全衛星分の相対位置情報を順送りに転送すればよい。両方式は許容伝送量、要求精度の観点より選定する必要がある。いずれの方式にしても、2つの宇宙機間のキネマティック GPS による相対位置計測が基本となるので、以下では、2機間の相対測位に限定して論じる。初めに、航空機用に開発した既存のキネマティック GPS ソフトウェアについて述べ、次に宇宙機のための改修点について述べる。

##### 4.1 既存ソフトウェアのアルゴリズム

本稿では、JAXA の開発した GPS 搬送波によるキネマティック測位ソフトウェア「KINGS」<sup>7,8)</sup> を宇宙機用に改修して使用する。GPS 搬送波航法を実施するためには、いわゆるアンビギュイティを解消する処理 (Ambiguity Resolution, AR) が必要である<sup>9)</sup>。KINGS では L1 と L2 信

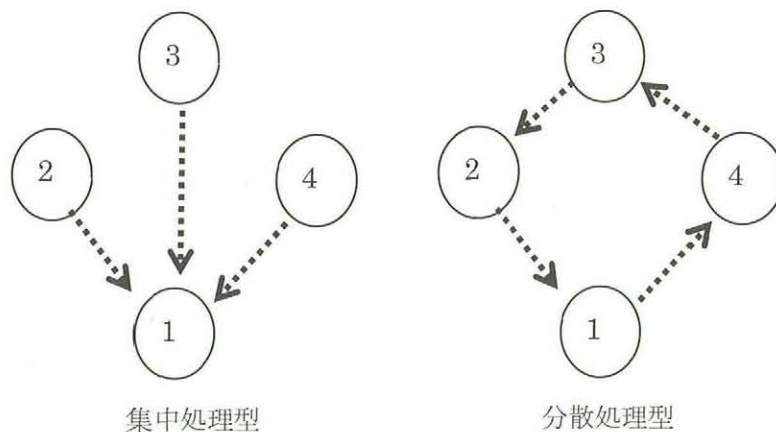


図 4-1 データリンク方式

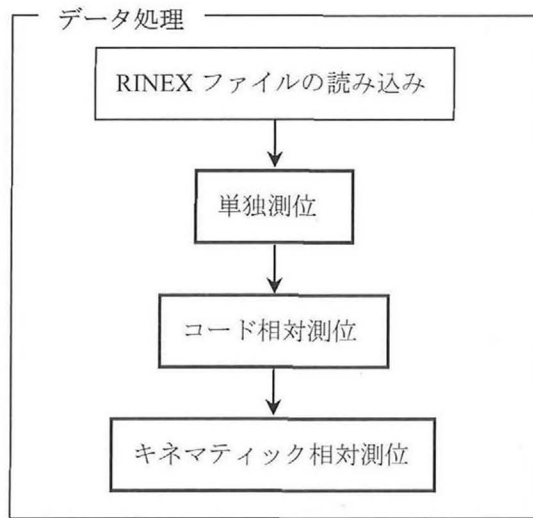


図 4-2 KGPS 測位全体のフローチャート

号の線形結合により波長の長いワイドレーンのアンビギュイティをまず推定して、その結果から波長の短いL1のアンビギュイティを解いている。同ソフトウェアにおけるデータ処理全体の流れを図 4-2 に、AR のフローチャートを図 4-3 に示す。

KINGSでは、はじめに疑似距離および搬送波に内在する様々な誤差を除去または低減するために、これら観測データの二重差をとる。次に、ARアルゴリズムによって wide lane および L1 搬送波の ambiguity を解き、ambiguity を取り除いた Ionosphere free linear combination (LC) を合成し、最終的に LC による測位解を求める。

次式は、L1 疑似距離、L1 搬送波、および wide lane の二重差の観測方程式である。 $\nabla\Delta$  は二重差をとるオペレータである。

$$\nabla\Delta PR_1 = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta\frac{f_2}{f_1}I + \nabla\Delta d_{trop} + \nabla\Delta d_{mcode1} + \nabla\Delta\epsilon_{PR_1} \quad (4-1)$$

$$\nabla\Delta\phi_1 = \nabla\Delta\rho - \nabla\Delta\frac{f_2}{f_1}I + \nabla\Delta d_{trop} + \nabla\Delta d_{m1} + \lambda_1\nabla\Delta N_1 + \nabla\Delta\epsilon_1 \quad (4-2)$$

$$\nabla\Delta\phi_w = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta I + \nabla\Delta d_{trop} + \nabla\Delta d_{mw} + \lambda_w\nabla\Delta N_w + \nabla\Delta\epsilon_w \quad (4-3)$$

- $PR_i$  : 疑似距離
- $\phi_i$  : 搬送波位相 (meter)
- $\rho$  : 受信機と衛星の幾何学的距離
- $I$  : 電離層遅延量に関するパラメータ
- $\lambda_i, f_i$  : 搬送波の波長および振動数
- $d_{trop}$  : 対流圏遅延量
- $N_i$  : ambiguity

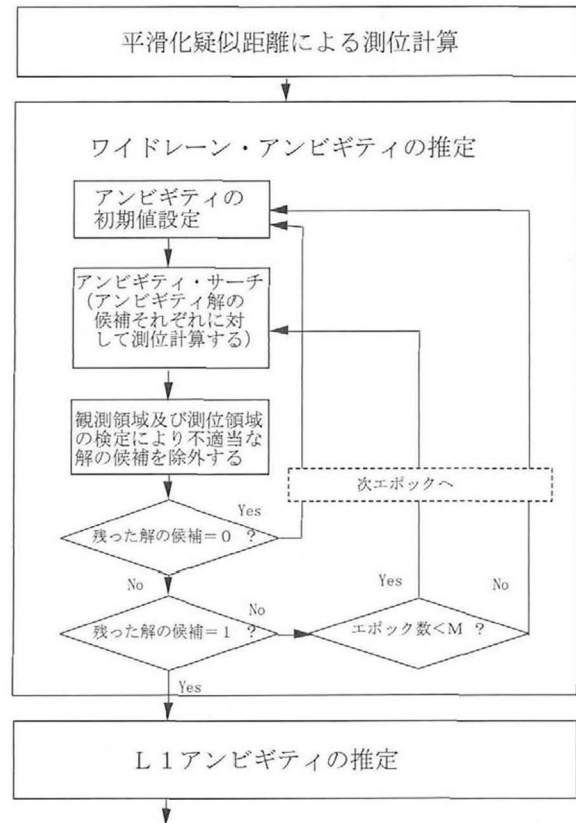


図 4-3 AR のフローチャート

- $d_{mcodei}$  : マルチパス誤差 (疑似距離)
- $d_{mi}$  : マルチパス誤差 (搬送波)
- $\epsilon_i$  : 観測ノイズ

(L1, L2, および wide lane に対し、 $i$  はそれぞれ 1, 2,  $w$  とする)

上式で、受信機および衛星のクロックバイアスは二重差によって相殺している。また、KINGSをリアルタイムで使用する場合には放送暦の代わりに精密予報暦を使用することを前提とするので、軌道暦の誤差は無視する。SA (Selective Availability) には放送される軌道暦の操作 ( $\epsilon$ -プロセス) と衛星時計のデザインによる操作 ( $\delta$ -プロセス) の 2 種類があるが、このうち衛星時計の誤差は二重差によって消える。残る軌道暦の誤差は精密暦を使用することで無視できる。したがって、残存する誤差は電離層遅延誤差、対流圏遅延誤差、マルチパス誤差、および観測ノイズである。通常の KGPS の場合は基線長が 10km 程度と短いため、これらの誤差のうち電離層遅延誤差、対流圏遅延誤差は無視してよい。ただし、航空機に対する KGPS では基準局との高度差のため、短基線でも対流圏遅延量をモデル計算する必要がある。マルチパスは衛星と受信機の組み合わせごとに異なるため二重差によって相殺できず、完全に除去することは難しい。ただ

し、最近ではハードウェアおよびソフトウェアの改良によってマルチパスを低減させる機能を持つ受信機も開発されている。

KINGSでは、測位計算をする前にARよって(4-2), (4-3) 式の ambiguity を解く。一般的な ambiguity の解法は、初めに解の候補を設定し、それぞれの候補に関する統計量に対して検定を行い、最後まで棄却されずに残った候補を解とする方法である。現在提唱されているARアルゴリズムのほとんどは、検定する統計量として測位計算の際の残差二乗和を採用している。これを観測領域での検定と呼ぶ。一方、疑似距離を用いて計算したアンテナの位置と、ambiguity の候補を用いて計算した位置の差を評価する方法もあり、これを測位領域での検定と呼ぶ。ただし、この方法を採用しているアルゴリズムでは、三次元の位置を評価している。これに対しJAXAでは、観測領域と測位領域の検定を併用し、さらに測位領域の検定では水平方向のみ評価する方法を用いている。この方法は、特に二周波受信機に威力を発揮する。本ARアルゴリズムでは、平滑化疑似距離、wide lane, L1 搬送波と、精度の異なる3種の観測量を段階的に用い最終的にL1搬送波位相の ambiguity を求める。なお、アルゴリズムの有効性は飛行実験データを用いて既の実証している。

- 1) 疑似距離を搬送波によって平滑化する。その平滑化疑似距離の二重差を用いて計算した受信機の位置より、wide lane の ambiguity の初期推定値を次式によって計算する。

$$\nabla \Delta N_{w0} = idnint \left( \frac{\nabla \Delta \phi_w - \nabla \Delta \rho - \nabla \Delta d_{trop}}{\lambda_w} \right) \quad (4-4)$$

ここで、 $idnint$  は四捨五入整数化を示す。真の ambiguity は初期値を中心とする次の範囲にある。

$$\nabla \Delta N_{w0}^i - k \sigma_{N,W} \leq \nabla \Delta N_w^i \leq \nabla \Delta N_{w0}^i + k \sigma_{N,W} \quad (4-5)$$

$(i=1,2,\dots,nsv-1)$

上式で、 $nsv$  は観測した衛星数、 $\sigma_{N,W}$  は ambiguity の初期推定誤差であり、 $k=2,3$  がそれぞれ有意水準95, 99%に対応する。ambiguity の初期推定誤差の標準偏差は

$$\sigma_{N,W} = \sqrt{\sigma_{m,PR}^2 + \sigma_{m,W}^2} \cong 65cm \quad (4-6)$$

となる。ここで、 $\sigma_{m,PR}$ 、 $\sigma_{m,W}$  は平滑化疑似距離および wide lane の二重差の観測誤差であり、使用する機器、観測条件等に依存するが、本稿では実施した飛行実験データに基づき、65cm, 4cmとする。wide lane の波長

は86cmであるから初期値±2cycleの範囲内に解は存在する(99%)。いま、観測した衛星から最もRDOP(Relative Dilution of Precision)の小さい4衛星を選び主衛星とする。RDOPは相対測位に対する観測行列をHとすると $\sqrt{\text{trace}(H^T H)^{-1}}$ で定義され、単独測位の場合のGDOPとは異なる。主衛星の ambiguity が決まれば、計算されたアンテナ位置を用いて他の衛星(従衛星)の ambiguity も直ちに求められるので、以下では主衛星を用いて測位計算を行いすべての ambiguity を推定する。二重差をとるため、主衛星の ambiguity の個数は3である。したがって、初期値±j個の範囲を探索するとすれば、解の候補は $(2j+1)^3$ 個となる。いまの場合は $5^3=125$ である。

- 2) ambiguity の解の各候補に対して測位計算を行い、観測領域および測位領域での棄却検定を行う。

ア) 観測領域での検定

観測残差の2乗和を計算し、 $\chi^2$ 検定により次式を満たす候補を棄却する。

$$\frac{\nu^T C_w^{-1} \nu}{df} > \frac{\chi_{df,1-\alpha}^2}{df} k_1^w \quad (4-7)$$

$df$ : degree of freedom (=nsv-4)

$\nu$  は残差ベクトルで、 $C_w$  は wide lane の観測誤差共分散行列、 $\alpha$  は検定の有意水準を示す。 $k_1^w$  は許容範囲を表すパラメータで経験的に定める。飛行実験では1~2とした。

イ) 測位領域での検定

計算したアンテナ位置の局所水平成分と、平滑化疑似距離で求めた位置の水平成分との差が次式を満たす解の候補を棄却する。

$$\left| \mathbf{x}^{PR} - \mathbf{x}^W \right|_H > k_2^w \sigma_H^{PR-W} \quad (4-8)$$

$\mathbf{x}^{PR}$ 、 $\mathbf{x}^W$  はそれぞれ、疑似距離および wide lane を用いて求めたアンテナの位置ベクトルで、 $|\cdot|_H$  は水平方向のノルムを示す。 $\sigma_H^{PR-W}$  は疑似距離で求めた位置と wide lane で求めた位置の差の標準偏差(水平方向)、 $k_2^w$  は許容範囲を表すパラメータで経験的に求める。理論的には、 $k_2^w=1,2,3$  がそれぞれ有意水準68, 95, 99%に対応する。

水平方向に関するRDOPをRHDOPと書くと、疑似距離で計算した位置と wide lane で計算した水平位置の差の標準偏差は次式で与えられる。

$$\sigma_H^{PR-W} = RHDOP \sqrt{\sigma_{m,PR}^2 + \sigma_{m,W}^2} \quad (4-9)$$

ここで ambiguity の値が正しい場合には

$$\sigma_H^{PR-W} = RHDOP\sqrt{65^2+4^2} \cong 65 \cdot RHDOP \quad (4-10)$$

となるが、例えば ambiguity が 1cycle の誤差を持つ場合には、位置の差は近似的に

$$\left| \mathbf{x}^{PR} - \mathbf{x}^W \right|_H \cong RHDOP\sqrt{65^2+86^2} \cong 108 \cdot RHDOP \quad (4-11)$$

と増大する。従って、(4-8) 式を満たす ambiguity 解の候補を棄却することができる。

ここで、水平方向の推定位置のみ評価しているのは、一般にGPSでは垂直方向の測位精度が水平方向に比べて悪いからである。垂直方向の推定位置はばらつきが大きいので、ambiguity が正しくない場合でも検定の合格域に入る可能性が大きく、棄却できない候補の数が増大する。このため、測位領域での検定では位置の水平方向成分のみ評価する方がよい。

- 3) ambiguity の候補が 1 個になればそれを解とする。複数あれば次のエポックにうつる。
- 4) 解の候補が 1 個になるまで 2) ~ 3) を繰り返す。使用した総エポック数が M を越えると 1) に戻る。本シミュレーションでは M = 100 とした。
- 5) wide lane の ambiguity 解を用いて計算した位置より L1 搬送波位相の ambiguity の初期値を定める。L1 ambiguity の初期推定誤差  $\sigma_{N,L1}$  の標準偏差は (4-6) 式と同様に計算できて、

$$\sigma_{N,L1} = \sqrt{\sigma_{m,W}^2 + \sigma_{m,L1}^2} \cong 4cm \quad (4-12)$$

となる。ただし  $\sigma_{m,L1}$  を 1cm とした。L1 の波長は 19cm であるから初期値  $\pm 1$  cycle の範囲内に解は存在し (99%)、探索数は  $3^3 = 27$  である。

- 6) 解の候補が 1 個になるまで 2) ~ 3) と同様の計算を繰り返す。使用した総エポック数が M を越えると 5) に戻る。

L1 の場合、測位領域での検定は誤った ambiguity を棄却するのに非常に有効である。wide lane で計算した位置と L1 で計算した位置の差の標準偏差は

$$\sigma_H^{W-L1} = RHDOP\sqrt{\sigma_{m,W}^2 + \sigma_{m,L1}^2} \quad (4-13)$$

で与えられ、ambiguity の値が正しい場合には

$$\sigma_H^{W-L1} = RHDOP\sqrt{4^2+1^2} \cong 4 \cdot RHDOP \quad (4-14)$$

となるが、1cycle 間違っている場合には位置の差は近似

的に

$$\left| \mathbf{x}^W - \mathbf{x}^{L1} \right|_H \cong RHDOP\sqrt{4^2+19^2} \cong 19.4 \cdot RHDOP \quad (4-15)$$

となり大幅に増大するので容易にその候補を棄却できる。本アルゴリズムの特徴は次の 2 点である。

- A) wide lane の ambiguity を求めた後に L1 搬送波位相の ambiguity を求めることにより、解の候補の数を効率的に減少させることができる。

今の場合、有意水準 99% で wide lane および L1 の ambiguity の探索数は 125 および 27、従って総探索数は  $125 + 27 = 152$  である。一方、一周波受信機の場合は疑似距離によって求めた位置から直接 L1 の ambiguity を求めるため、探索数は

$$\sigma_{N,L1} = \sqrt{\sigma_{m,PR}^2 + \sigma_{m,L1}^2} \cong 65cm, \quad \frac{3\sigma_{N,L1}}{\lambda_1} \cong 10cycle \quad (4-16)$$

より、 $(2 \times 10 + 1)^3 = 9261$  であるから約 60 倍の計算量となる。

- B) 測位精度が段階的に向上するため、測位領域での検定が可能となり AR を高速かつ高精度に行うことができる。

仮に、wide lane を経由しない場合を考える。疑似距離で計算した位置と、L1 で計算した位置の差の標準偏差は ambiguity が正しい場合には

$$\begin{aligned} \sigma_H^{PR-L1} &= RHDOP\sqrt{\sigma_{m,PR}^2 + \sigma_{m,L1}^2} \\ &= RHDOP\sqrt{65^2+1^2} \cong 65 \cdot RHDOP \end{aligned} \quad (4-17)$$

となるが、1cycle 間違っている場合でも位置の差は

$$\left| \mathbf{x}^{PR} - \mathbf{x}^{L1} \right|_H \cong RHDOP\sqrt{65^2+19^2} \cong 68 \cdot RHDOP \quad (4-18)$$

とほとんど変わらないため、測位領域での検定は効果がない。

## 4.2 宇宙機の相対測位のための改修

KINGS を宇宙機用に対応させるための主な改修点は以下の通りである。

- A) 既存ソフトでは基準局が静止していたが、本課題では軌道運動をしている。そのため、移動する基準局に対応した相対測位方式に改修する必要がある。ここでは、マスター機の軌道を GPS 単独測位で計算し、基準位置とすることとした。基線長が 5km 以下と短いので



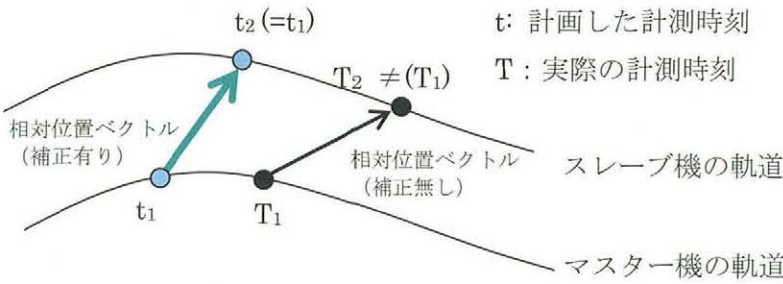


図4-4 相対位置ベクトルと宇宙機の位置

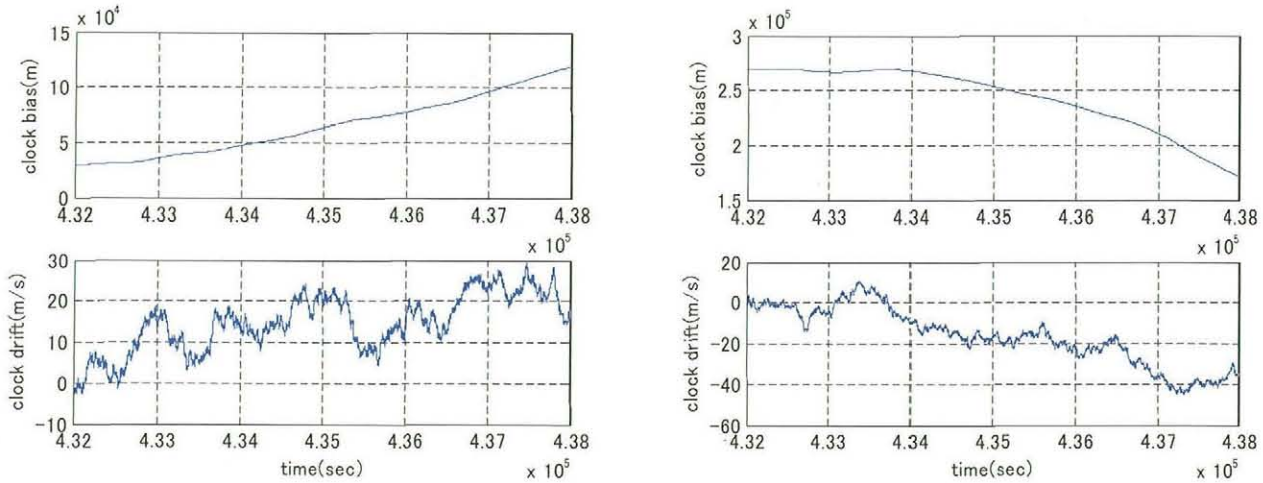


図4-5 マスター機のGPS受信機時計誤差(左)とスレーブ機の時計誤差(右)

基準局位置誤差が相対位置計測に及ぼす影響は小さいと考えられる。

- B) 受信機クロック誤差分だけ疑似距離、搬送波データを補正する。基準局が移動する相対測位では、同時に取得した観測データを処理する必要がある。実際には受信機クロック誤差分だけずれるので搬送波の変化率からデータを補正する。クロック誤差は通常1msec以下なので補正誤差は無視できる程度と考えられる。ただし、宇宙機からの転送データ間隔が長い場合、搬送波変化率の推定誤差を抑えるためにデータ補正は受信した宇宙機で転送前に行うものとする。また、疑似距離の平滑化も転送前に行うこととする。これら補正によるデータ量の変化はない。

図4-4に相対位置ベクトルと宇宙機の位置関係を図示する。マスター機とスレーブ機の受信機は計画された時刻  $t_1$  および  $t_2 (=t_1)$  で衛星信号を受信するが、実際には受信機のクロックバイアス  $b (=t - T)$  があるために受信時刻が異なる。従って、計算した相対位置は時刻  $T_1$  のマスター機の位置に対する時刻  $T_2$  のスレーブ機の位置となる。宇宙機が多数の場合には相対位置ベクトルを同時に取得することが望ましいので、同時刻  $t$  で受信すると想定される観測データを生成すると便利である。例えば搬

送波の生データをドップラーもしくは搬送波の変化率を用いて補正することが考えられる。ドップラーの誤差は、数  $g$  の加速度を受ける受信機でも数十 cm/sec 程度なので、宇宙機の場合観測補正值の誤差は無視できる程度と考えられる。

次に計算例を示す。図4-5は生成したマスター機とスレーブ機の時計誤差である。初期時刻でマスター機およびスレーブ機のクロックバイアスがそれぞれ0.1msec、0.9msecとなっている。この例では、観測補正量の最大値は約6mであった。

相対位置推定の結果を図4-6に示す。軌道パラメータは表6-1のOrb1と同じである。搬送波の変化率の計算にドップラーを使用した場合はクロック誤差が無い場合と同じであった。ここで、ドップラーは信号生成ソフトウェアで、宇宙機、GPS衛星の位置速度を用いて生成した。受信機および衛星クロックドリフト、Sagnac効果の変化は含めたが、対流圏遅延、電離層遅延、マルチパス、ノイズの時間変化は無視した。また、搬送波の変化率を1秒サンプリングの搬送波2個の差分とした場合とクロック誤差がない場合との差は最終位置ベクトルで1mm以下であった。一方、観測データの補正を行わない場合を図4-7に示す。相対位置計測自体は補正有りと同様精密に行われているが、比較対象の宇宙機位置データとして同時

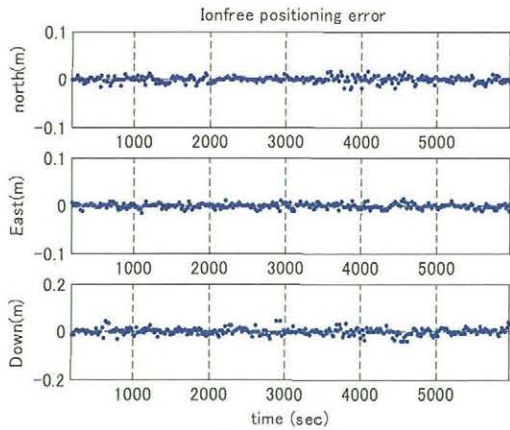


図4-6 相対位置ベクトルの誤差（補正有り）

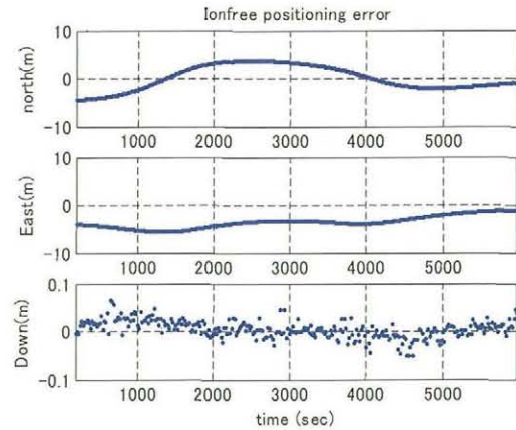


図4-7 相対位置ベクトルの誤差（補正無し）

刻  $t$  の値を使用しているため差が大きくなっている。

### 5. 軌道伝搬誤差の検討

#### 5.1 概要

本節は、GPS搬送波による相対航法システムの検討過程において、データ転送頻度を決定する際に重要な軌道伝播誤差の検討を行ったものである。

対象衛星群は、高度  $h = 300 \sim 500$ [km]の基準円軌道近傍をフォーメーション距離  $d = 50 \sim 5000$ [m]を保つように配置されているものとする。

軌道伝播誤差の検討にあたって、二つの衛星に働く摂動力の差の蓄積により生じる軌道伝播誤差（システムが持つ誤差）という考え方と、過去の計測値を利用した多項式近似軌道の補外により生じる軌道伝播誤差（軌道伝播の手法が持つ誤差）という考え方の二方向から検討を行った。

#### 5.2 摂動力により生じる軌道伝播誤差

いま、二つの衛星において基準衛星から見た他方の衛星の位置、速度などが正確にわかっているとし、摂動力を考慮しない地球中心の二体問題として軌道伝播を行った場合、軌道伝播誤差は二つの衛星に働く摂動力の差に

よる相対加速度を時間積分することによって近似的に求められる。

そこで、摂動力により生じる（絶対）加速度、および二つの衛星の位置、速度、姿勢の違いにより生じる摂動加速度の差（相対加速度）を順次求めた。結果を表5-1に、詳細は次節以降にまとめる。

ただし、多項式近似などを用いることを考えると伝播時間は軌道周期（約6000秒）に対して十分短い必要があるため、伝播時間は100秒程度までしか考えないこととする。また、位置計測誤差が数cm程度あることを考えると、伝播誤差は1cm程度に収まれば十分である。これらのことから、相対加速度として  $10^{-6} \text{ m/s}^2$  (100秒間の伝播誤差は5mm) に満たないものは考慮しないこととした。

#### 5.2.1 摂動力による加速度

##### (1) 地球重力場のひずみ

地球重力場のひずみを表す  $J_2$  項および  $J_3$  項による動径方向 ( $r$ ) および緯度方向 ( $\phi$ ) の加速度は、次式より計算される。

$$a_r^{J_2} = \frac{J_2 \mu R_e^2}{r^4} \frac{3}{2} (3\sin^2 \phi - 1) \tag{5-1}$$

表5-1 摂動力による加速度／相対加速度 ([m/s<sup>2</sup>])

摂動力	加速度	相対加速度
地球重力場のひずみ ( $J_2$ 項)	0.02	0.00008
” ( $J_3$ 項以降)	0.00005	---
大気抵抗	0.0001	0.00001
他の天体の影響 (太陽)	0.0000005	---
” (月)	0.000001	---
太陽の放射圧	0.000001	---

$h = 300$ [km],  $d = 5$ [km],  $A/m = 100$ [m<sup>2</sup>/ton]



表 5-2 大気密度

高度 $h$ [km]	密度 $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	密度差 $\Delta\rho$	$\Delta\rho/\rho$
300	$1.916^{-11}$	$0.21^{-11}$	0.110
400	$2.803^{-12}$	$0.25^{-12}$	0.089
500	$5.215^{-13}$	$0.43^{-13}$	0.082

高度差  $\Delta h = d = 5$ [km]

表 5-3 衛星の種類に対する単位質量あたりの代表面積

分類	$A/m$ [m <sup>2</sup> /ton]
展開物の少ないスピン衛星	1
太陽電池パドルを持つ通常の三軸衛星	10
軽量で巨大な展開物を持つ衛星	100

$$a_{\phi}^{j_2} = \frac{J_2 \mu R_e^2}{r^4} 3 \sin \phi \cos \phi \quad (5-2)$$

$$a_r^{j_3} = \frac{J_3 \mu R_e^3}{r^5} 2(5 \sin^2 \phi - 3) \sin \phi \quad (5-3)$$

$$a_{\phi}^{j_3} = \frac{J_3 \mu R_e^3}{r^5} \frac{3}{2} (5 \sin^2 \phi - 1) \cos \phi \quad (5-4)$$

ただし、 $\mu$  は地球重力定数、 $R_e$  は平均赤道半径、 $r$  は軌道の長さ、 $\phi$  は地心緯度である。

これらの加速度を最大にするように地心緯度  $\phi$  を選ぶと、低軌道において  $a_r^{j_2}$  および  $a_{\phi}^{j_2}$  は  $0.02 \text{ m/s}^2$  を超え、 $a_r^{j_3}$  および  $a_{\phi}^{j_3}$  は  $5 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  程度となる。

## (2) 大気抵抗

大気抵抗による加速度  $a^{AD}$  は、次式より計算される。

$$a^{AD} = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D \frac{A}{m} \quad (5-5)$$

ただし、 $\rho$  は大気密度 (約  $2 \times 10^{-11} \sim 5 \times 10^{-13} \text{ kg/m}^3$ : 表 5-2)、 $V$  は軌道速度 ( $\approx \sqrt{\mu/r}$ )、 $C_D$  は抵抗係数 ( $\approx 1 \sim 2$ )、 $A$  は代表面積、 $m$  は質量である。代表面積と質量の比  $A/m$  の概算値は、表 5-3 のように与えることとする。

このとき、大気密度を決める軌道高度、および代表面積と質量の比  $A/m$  の組み合わせにより、 $a^{AD}$  はおよそ  $10^{-8} \sim 10^{-4} \text{ m/s}^2$  となる。

## (3) 他の天体の影響 (潮汐力)

他の天体の影響による加速度ベクトル  $\mathbf{a}^{TF}$  は、次式より計算される。

$$\mathbf{a}^{TF} = \frac{\mu_d}{r_d^3} \left( 3 \frac{\mathbf{r}_d \cdot \mathbf{r}}{r_d^2} \mathbf{r}_d - \mathbf{r} \right) \quad (5-6)$$

ただし、 $\mu_d$  は他の天体の重力定数、 $r_d$  および  $\mathbf{r}_d$  は地球

中心から他の天体までの距離およびベクトル、 $\mathbf{r}$  は地球中心から衛星までのベクトルである。

加速度ベクトル  $\mathbf{a}^{TF}$  の大きさ  $a^{TF}$  は、以下の関係にある。

$$\frac{r}{r_d} g_d \leq a^{TF} \leq 2 \frac{r}{r_d} g_d \quad (5-7)$$

ただし、 $g_d = \mu_d/r_d^2$  は他の天体の地球における重力加速度である。低軌道における  $a^{TF}$  の最大値は、太陽の場合  $5 \times 10^{-7} \text{ m/s}^2$ 、月の場合  $1 \times 10^{-6} \text{ m/s}^2$  である。

## (4) 太陽の放射圧

太陽の放射圧による加速度  $a^{SP}$  は、次式より計算される。

$$a^{SP} = \frac{(1 + \rho_{SP}) S}{c} \frac{A}{m} \quad (5-8)$$

ただし、 $\rho_{SP}$  は太陽放射に対する反射能 ( $\approx 0 \sim 1$ )、 $S$  は太陽エネルギー定数、 $c$  は光速である。

代表面積と質量の比  $A/m$  が  $1 \sim 100 \text{ m}^2/\text{ton}$  の場合、 $a^{SP}$  はおよそ  $10^{-8} \sim 10^{-6} \text{ m/s}^2$  である。

## 5.2.2 摂動力による相対加速度

### (1) 摂動加速度の差の要因

ごく近傍を飛行する二つの衛星に働く摂動力に差が生じる要因としては位置 (高度、緯度、経度)、速度、姿勢の違いがあげられる。

位置：位置の差は、たかだかフォーメーション距離  $d$  であるため、動径長さ  $r$ 、緯度  $\phi$ 、経度  $\lambda$  の影響が 1 次で関係する摂動加速度については、その絶対加速度の  $d/r$  倍相当が相対加速度として働くと考えられる。 $d = 5$ [km] の場合で  $d/r \approx 10^{-3}$  程度であ

る。ちなみに、位置の1次(±1乗)相当の影響について述べたが、 $N$ 次(± $N$ 乗)で影響する場合は、その効果はさらに $N$ 倍となる。以下の議論についても同様である。

高度：また、高度に関する特殊なものとして大気密度  $\rho = \rho(h)$ があるが、高度差  $d$ に対して次式で与えられる密度差  $\Delta\rho$ が考えられるため、大気密度に関する絶対加速度の  $\Delta\rho/\rho$  倍相当が相対加速度として働くと考えられる。 $d=5[\text{km}]$ の場合の高度300～500kmにおける  $\rho$  および  $\Delta\rho$  を表5-2に示す。

$$\Delta\rho = \frac{\partial\rho}{\partial h} d \quad (5-9)$$

速度：フォーメーション距離  $d$  を保って飛行しつづけるためには、相対速度はたかだか  $\Delta V = d/T$  程度に収める必要がある。ただし、 $T = \sqrt{a^3/\mu}$  は軌道長半径  $a$  の軌道の時定数(軌道周期の  $1/2\pi$ )であり、高度300～500kmでは1000秒程度である。このとき、速度  $V$  の影響が1次で関係する摂動加速度については、その絶対加速度の  $\Delta V/V$  倍相当が相対加速度として働くと考えられる。軌道長半径  $a$  の基準円軌道の軌道速度が  $V = \sqrt{\mu/a}$  であることから、 $\Delta V/V = d/a \cong 10^{-3}$  程度である。

姿勢：姿勢に関しては、その基準から考える必要があるが、おもに地球を基準とした姿勢と慣性空間を基準とした姿勢とが考えられる。地球方向に指向された二つの衛星の地球を基準とした姿勢の差、または慣性方向に指向された二つの衛星の慣性空間を基準とした姿勢の差は、姿勢センサーの精度のたかだか  $\sqrt{2}$  倍程度であるため、十分な精度の姿勢センサーを利用していれば姿勢の差に起因する相対加速度は十分無視できる。一方、地球方向に指向された二つの衛星の慣性空間を基準とした姿勢の差、または慣性方向に指向された二つの衛星の地球を基準とした姿勢の差は、 $d/r \cong 10^{-3} [\text{rad}]$  程度であり、姿勢の差に起因する摂動加速度の絶対値に対する相対加速度の比も  $10^{-3}$  倍程度となる。

以上で求めた摂動加速度の絶対値に対する相対加速度の比をもとに、相対加速度が  $10^{-6} \text{m/s}^2$  以上となるものについて、詳細な計算式を示す。

## (2) 地球重力場のひずみ

二つの衛星が、動径方向に  $d$  だけ位置が離れているとき ( $\Delta r = d$ )、両者に働く  $J_2$  項による動径方向および緯度方向の加速度の違い(相対加速度  $\Delta a_{rr}^{J_2}$ ,  $\Delta a_{\phi\phi}^{J_2}$ )は、それぞれ(5-1)式および(5-2)式から次のとおり計算される。

$$\Delta a_{rr}^{J_2} = \frac{\partial a_r^{J_2}}{\partial r} \Delta r = -\frac{J_2 \mu R_e^2 d}{r^5} 6(3\sin^2\phi - 1) \quad (5-10)$$

$$\Delta a_{\phi\phi}^{J_2} = \frac{\partial a_{\phi}^{J_2}}{\partial r} \Delta r = \frac{J_2 \mu R_e^2 d}{r^5} 12\sin\phi \cos\phi \quad (5-11)$$

同様に、緯度方向に  $d$  だけ位置が離れているとき ( $\Delta\phi = d/r$ ) の相対加速度  $\Delta a_{r\phi}^{J_2}$ ,  $\Delta a_{\phi\phi}^{J_2}$  は次のとおり計算される。

$$\Delta a_{r\phi}^{J_2} = \frac{\partial a_r^{J_2}}{\partial\phi} \Delta\phi = \frac{J_2 \mu R_e^2 d}{r^5} 9\sin\phi \cos\phi \quad (5-12)$$

$$\Delta a_{\phi\phi}^{J_2} = \frac{\partial a_{\phi}^{J_2}}{\partial\phi} \Delta\phi = \frac{J_2 \mu R_e^2 d}{r^5} 3(2\sin^2\phi - 1) \quad (5-13)$$

これらの加速度を最大にするように地心緯度  $\phi$  を選ぶと、低軌道において  $d=5[\text{km}]$  とすると  $2 \sim 8 \times 10^{-5} \text{m/s}^2$  程度となる。一方、 $J_3$  項による相対加速度は、さらに3桁ほど小さな値となる。

## (3) 大気抵抗

二つの衛星に働く大気抵抗は、高度差による大気密度の違い、速度の違い、姿勢差による代表面積(または  $C_D$ )の違いにより生じる。大気抵抗による摂動加速度の大きさが  $10^{-8} \sim 10^{-4} \text{m/s}^2$  程度であることから、相対速度および姿勢差による相対加速度はたかだか  $10^{-7} \text{m/s}^2$  程度である。

一方、高度差による大気密度の違いによる相対加速度は次式で計算され、 $d=5[\text{km}]$  では実際の大気抵抗の10%程度で最大  $10^{-5} \text{m/s}^2$  となる。

$$\Delta a^{AD} = \frac{1}{2} \frac{\partial\rho}{\partial h} d V^2 C_D \frac{A}{m} = \frac{\Delta\rho}{\rho} a^{AD} \quad (5-14)$$

## 5.3 軌道伝播誤差

つづいて、時間に関する  $N$  次多項式で近似するという軌道伝播の手法に由来する伝播誤差について論じる。その際に、軌道伝播の手法に由来する伝播誤差をさらに次の二つに分ける。多項式でなくフーリエ級数やさらに複雑な軌道表現であっても、過去の有限の計測点から軌道推定を行う以上、あらかじめ有限個のパラメータを設定し推定する必要があるため、考え方は同じである。

- ・軌道を有限次数の多項式で近似した場合の次数不足により生じる誤差
  - ・過去の計測点における計測誤差は考慮しない(十分な精度があるとする)
  - ・具体的には、 $N+1$  次以上の項による軌道伝播誤差
- ・多項式近似に用いる過去の計測点における計測誤差により生じる誤差
  - ・軌道の多項式近似における次数不足は考慮しない

表 5-4 次数を限定することによる軌道伝播誤差 [m]

時間 $t$ [s]	1次近似	2次近似	3次近似	4次近似	5次近似
1	0.0025	---	---	---	---
3	0.023	0.00002	---	---	---
10	0.25	0.00083	---	---	---
30	2.3	0.023	0.00017	---	---
100	25	0.83	0.021	0.00042	---
(300)	230	23	1.7	0.10	0.0051

$$d = 5[\text{km}], T \approx 1000[\text{s}]$$

い (十分な次数があるとする)

・具体的には、 $N$ 次までの項の係数推定誤差による軌道伝播誤差

### 5.3.1 多項式近似における次数不足

ここでは、隣接した軌道上の相対運動は、ヒルの方程式に厳密にしたがっているものと仮定する。動径方向を  $x$ 、基準円軌道の進行方向を  $y$ 、軌道面の垂線方向を  $z$  とする回転座標系において、ヒルの方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\frac{\dot{y}}{T} - 3\frac{x}{T^2} &= a_x, \\ \ddot{y} + 2\frac{\dot{x}}{T} &= a_y, \\ \ddot{z} + \frac{z}{T^2} &= a_z \end{aligned} \quad (5-15)$$

ただし、前出のとおり  $T = \sqrt{a^3/\mu}$  は軌道の時定数、 $a_x$ 、 $a_y$ 、 $a_z$  は外力による加速度である。

外力が働かない場合のヒルの方程式の定常解について、一般性が失われない範囲で定数項を省略すると次式のように表される。

$$\begin{aligned} x &= \frac{d_y}{2} \sin \frac{t}{T}, \\ y &= d_y \cos \frac{t}{T}, \\ z &= d_z \sin \left( \frac{t}{T} + \Delta\theta \right) \end{aligned} \quad (5-16)$$

ただし、 $d_y$ 、 $d_z$  は  $y$  方向および  $z$  方向の振幅、 $\Delta\theta$  は軌道面内運動と軌道面外運動の位相差である。

ここで、例えば  $y$  方向の運動について時刻  $t$  を基準としたテイラー展開を行うと次式のように表される。

$$\begin{aligned} y(t + \Delta t) &= y(t) + \Delta t \dot{y}(t) + \frac{\Delta t^2}{2!} \ddot{y}(t) + \dots \\ &+ \frac{\Delta t^n}{n!} y^{(n)}(t) + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta t^n}{n!} y^{(n)}(t) \end{aligned} \quad (5-17)$$

ただし、 $y^{(n)}(t)$  は  $y(t)$  の  $n$  階導関数であり、 $d_y = d$  とすると次式により計算される。

$$y^{(n)}(t) = \begin{cases} (-1)^{n/2} \frac{d}{T^n} \cos \frac{t}{T} & \dots n = 0, 2, 4, \dots \\ (-1)^{(n+1)/2} \frac{d}{T^n} \sin \frac{t}{T} & \dots n = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad (5-18)$$

よって、テイラー級数の各項は次式のように表される。

$$\frac{\Delta t^n}{n!} y^{(n)}(t) = \begin{cases} (-1)^{n/2} \frac{d}{n!} \left( \frac{\Delta t}{T} \right)^n \cos \frac{t}{T} & \dots n = 0, 2, 4, \dots \\ (-1)^{(n+1)/2} \frac{d}{n!} \left( \frac{\Delta t}{T} \right)^n \sin \frac{t}{T} & \dots n = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad (5-19)$$

いま、 $\Delta t \ll T$  とすると  $y(t)$  のテイラー級数の各項は高次項ほど指数関数的に小さくなるため、 $N$  次の項までの総和を利用することで  $N$  次多項式近似軌道が得られる。この近似軌道を伝播させたとき、考慮しなかった  $N+1$  次以上の項の影響が軌道伝播誤差になり、それらのうちもっとも影響が大きいのは  $N+1$  次の項である。 $N+1$  次の項による  $y$  方向の軌道伝播誤差  $\Delta y_{N+1}$  の絶対値の最大値は次式のように計算される。

$$\begin{aligned} \max |\Delta y_{N+1}| &= \max \left| \frac{\Delta t^{N+1}}{(N+1)!} y^{(N+1)}(t) \right| \\ &= \frac{d}{(N+1)!} \left( \frac{\Delta t}{T} \right)^{N+1} \end{aligned} \quad (5-20)$$

上式に数値を代入した結果を表 5-4 に示す。ただし、伝播時間 300 秒は時定数 1000 秒に比べて十分には小さくないため、参考に留める。

### 5.3.2 摂動力の影響

前節では外力 (摂動力) を 0 として議論を進めたが、ここで摂動力の影響について考える。

摂動力の時間変化の時定数は、地球重力場のひずみの

表 5-5  $J_2$  項による軌道伝播誤差 ([m])

時間 $t$ [s]	1次近似	2次近似	3次近似	4次近似	5次近似
1	0.00004	---	---	---	---
3	0.00036	---	---	---	---
10	0.0040	0.00002	---	---	---
30	0.036	0.00062	0.00001	---	---
100	0.40	0.023	0.0013	0.00006	---
(300)	3.6	0.62	0.11	0.015	0.0017

$d = 5[\text{km}]$ ,  $T \approx 1000[\text{s}]$ ,  $i = \pm 90^\circ$

ように位置で決まるものは位置の変化の時定数, つまり軌道運動の時定数と同程度である。また, 姿勢も影響する大気抵抗や太陽放射圧などについても地球指向や慣性指向であれば, その時定数は軌道運動と同程度である。よって, 地球指向や慣性指向のように静かに軌道上を飛行している衛星については, すべての摂動力の時間変化は軌道運動と同程度と考えられる。

このとき, 軌道運動の時定数に比べて十分短い時間では, 摂動力による加速度はほぼ一定と考えられ, 2次の多項式近似であれば摂動力の平均加速度による運動も推定に組み込まれていることになる。同様に  $N$ 次の多項式近似を用いた場合, 摂動力による加速度の  $N-2$ 次の時間変化まで組み込まれていると考えられる。

この考え方に基づき, もっとも影響力の大きかった  $J_2$  項による相対加速度 (最大  $8 \times 10^{-5} \text{m/s}^2$ ) について考える。1次近似の場合, 多項式近似軌道には摂動力の影響が含まれていないため, 相対加速度  $\Delta a^{J_2}$  を伝播時間  $\Delta t$  だけ積分した  $\Delta a^{J_2} \Delta t^2 / 2$  がそのまま摂動力の差による軌道伝播誤差となる。2次近似の場合, 摂動力の差による相対加速度の平均値は組み込まれることになり, 時間変化

$\Delta a^{J_2}$  の影響 ( $\Delta a^{J_2} \Delta t^3 / 3!$ ) だけが軌道伝播誤差となる。ただし,  $J_2$  項による摂動力の時間変化は, 軌道高度の変化が小さいとき, おもに地心緯度  $\phi$  の変化  $\dot{\phi} = \sqrt{\mu/a^3} = 1/T$  により生じる。そのため軌道傾斜角  $i$  によって時間変化の大きさが変わり, 赤道軌道 ( $i = 0^\circ$ ,  $180^\circ$ ) のときは変化がなく, 極軌道 ( $i = \pm 90^\circ$ ) のときもっとも変化が大きい。以下,  $i = \pm 90^\circ$  として5次近似までの  $J_2$  項による軌道伝播誤差を同様に求めた。結果を表 5-5 に示す。

### 5.3.3 計測誤差の影響

GPS搬送波による相対位置計測に関する誤差にはさまざまな要因による誤差が含まれているが, ここでは大きくバイアス成分  $\delta_{\text{kgps}} < 3[\text{cm}]$  とランダム成分  $\sigma_{\text{kgps}} < 1[\text{cm}]$  とに分けられるとする。

軌道運動などのダイナミクスを仮定せずに, 過去の相対位置の計測結果だけから多項式近似によって相対軌道を推定する場合, バイアス成分  $\delta_{\text{kgps}}$  については相対軌道の平行移動のみを意味する。つまり, どんなに長時間, 軌道伝播を行ったとしてもバイアス成分  $\delta_{\text{kgps}}$  の寄与する割

表 5-6 定数 (参考)

地球重力定数	$\mu = 3.986 \times 10^{14} [\text{m}^3/\text{s}^2]$
平均赤道半径	$R_e = 6.378 \times 10^6 [\text{m}]$
重力場係数	$J_2 = 1.083 \times 10^{-3}$ , $J_3 = -2.53 \times 10^{-6}$
大気密度 (表 5-2)	$\rho = 5 \times 10^{-13} \sim 2 \times 10^{-11} [\text{kg}/\text{m}^3]$
抵抗係数	$C_D = 1 \sim 2$
面積質量比 (表 5-3)	$A/m = 1 \sim 100 [\text{m}^2/\text{ton}]$
太陽重力定数	$\mu_s = 1.327 \times 10^{20} [\text{m}^3/\text{s}^2]$
地球軌道半径	$r_s = 1.496 \times 10^{11} [\text{m}]$
月重力定数	$\mu_L = 4.903 \times 10^{12} [\text{m}^3/\text{s}^2]$
月軌道半径	$r_L = 3.844 \times 10^8 [\text{m}]$
太陽エネルギー定数	$S = 1.353 \times 10^3 [\text{W}/\text{m}^2]$
光速	$c = 2.998 \times 10^8 [\text{m}/\text{s}]$
太陽放射反射能	$\rho_{SP} = 0 \sim 1$

合は変わらず、伝播後も  $\sigma_{\text{kgps}}$  だけの誤差を有する。

一方、ランダム成分  $\sigma_{\text{kgps}}$  については、もし同一時刻の位置を  $N$  回計測すれば誤差が  $1/\sqrt{N}$  に低減されるように、過去の多くの計測値を最小二乗法などで処理することで求めた多項式近似軌道を補外（伝播）させる場合にも誤差低減が期待できる。

例として次数を 1 次（直線）、位置を  $x$ 、速度を  $v$ 、計測点数を  $M$ 、最後の計測時刻を  $t=0$ 、過去の計測時刻を  $t=-i\Delta t$  ( $i=1, 2, \dots, M-1$ ) とする。このとき、最小二乗法を利用すると  $t=0$  における  $E(x_0^2)$ 、 $E(x_0 v_0)$ 、 $E(v_0^2)$  は次式で計算される。

$$\begin{bmatrix} E(x_0^2) & E(x_0 v_0) \\ E(x_0 v_0) & E(v_0^2) \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\sigma_{\text{kgps}}^2} \begin{bmatrix} M & -S_1 \Delta t \\ -S_1 \Delta t & S_2 \Delta t^2 \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

$$S_1 = \sum_{i=1}^{M-1} i = \frac{1}{2} M(M-1) \quad (5-22)$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^{M-1} i^2 = \frac{1}{6} M(M-1)(2M-1) \quad (5-23)$$

$$\begin{bmatrix} E(x_0^2) & E(x_0 v_0) \\ E(x_0 v_0) & E(v_0^2) \end{bmatrix} = \frac{\sigma_{\text{kgps}}^2}{(MS_2 - S_1^2)\Delta t^2} \begin{bmatrix} S_2 \Delta t^2 & S_1 \Delta t \\ S_1 \Delta t & M \end{bmatrix} \quad (5-24)$$

この結果から、 $t = \Delta t$  における位置誤差の分散  $E(x_1^2)$ 、

および  $t = 2\Delta t$  における位置誤差の分散  $E(x_2^2)$  は、それぞれ  $x_1 = x_0 + v_0 \Delta t$  および  $x_2 = x_0 + 2v_0 \Delta t$  より次式で計算される。

$$\begin{aligned} E(x_1^2) &= E(x_0^2) + 2E(x_0 v_0)\Delta t + E(v_0^2)\Delta t^2 \\ &= \frac{2(2M^2 + 3M + 1)}{M(M-1)(M+1)} \sigma_{\text{kgps}}^2 \\ &= \frac{2(2M+1)}{M(M-1)} \sigma_{\text{kgps}}^2 \end{aligned} \quad (5-25)$$

$$\begin{aligned} E(x_2^2) &= E(x_0^2) + 4E(x_0 v_0)\Delta t + 4E(v_0^2)\Delta t^2 \\ &= \frac{2(2M^2 + 9M + 13)}{M(M-1)(M+1)} \sigma_{\text{kgps}}^2 \end{aligned} \quad (5-26)$$

これらの平方根を得ることで位置誤差の標準偏差は次式のように計算される。

$$\sigma_x(\Delta t) = f_1(M) \sigma_{\text{kgps}} \quad (5-27)$$

$$\sigma_x(2\Delta t) = f_2(M) \sigma_{\text{kgps}} \quad (5-28)$$

ただし、 $f_1(M)$  および  $f_2(M)$  は、 $M = 5, 10, 20, 40$  に対して、 $f_1 = 1.0, 0.7, 0.5, 0.3$  および  $f_2 = 1.3, 0.8, 0.5, 0.3$  程度の値をとる  $M$  の有理関数の平方根である。

この例では 1 次近似であったが、一般に  $N$  次多項式への近似の場合、 $f_1(M)$  は分子が  $M$  の  $N+1$  次関数、分母が  $M$  の  $N+2$  次関数という有理関数の平方根になっているため、十分な数の過去の計測値を利用すれば（十分大きな

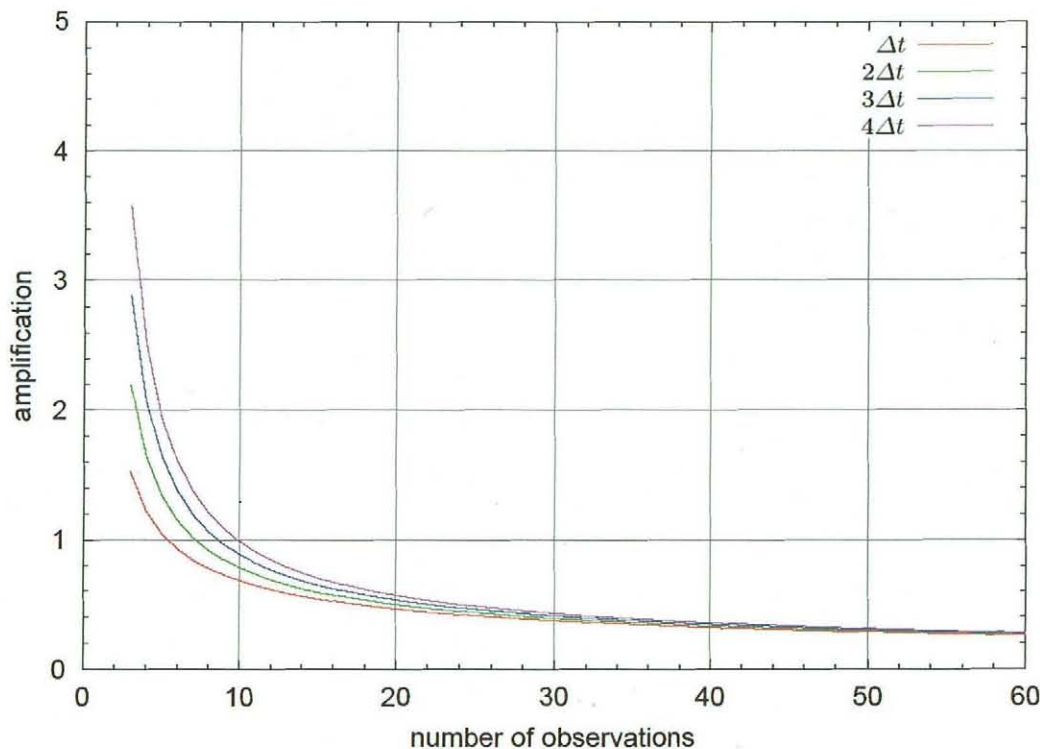


図 5-1 多項式近似（1 次）におけるデータ点数と位置誤差増幅率



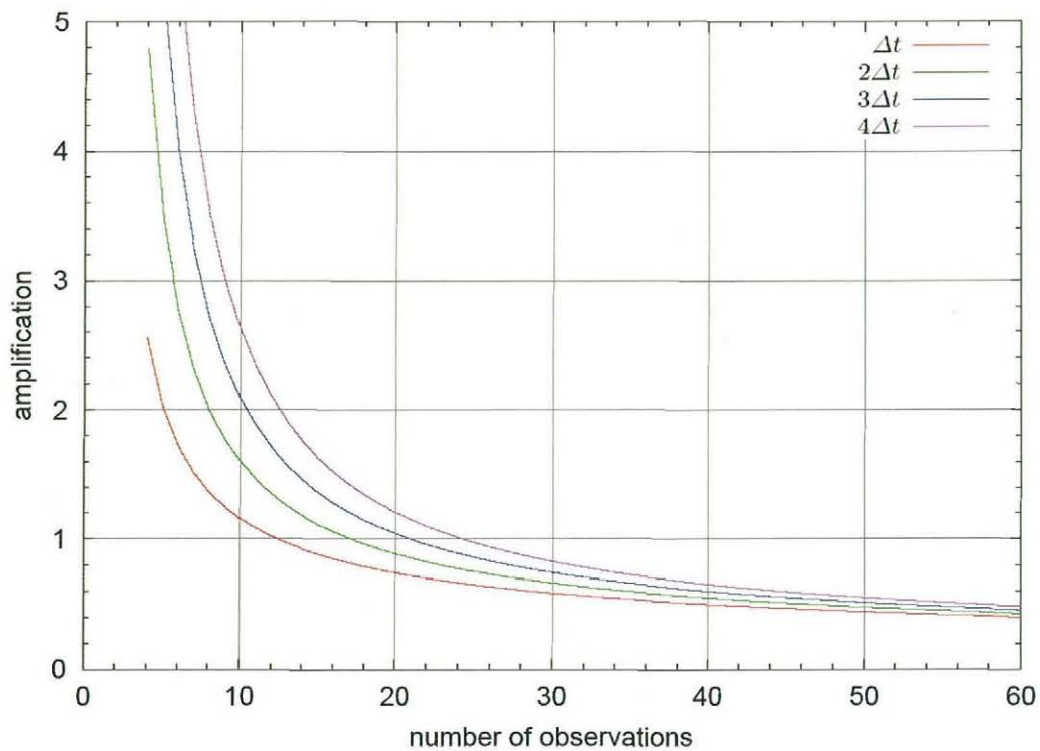


図5-2 多項式近似(2次)におけるデータ点数と位置誤差増幅率

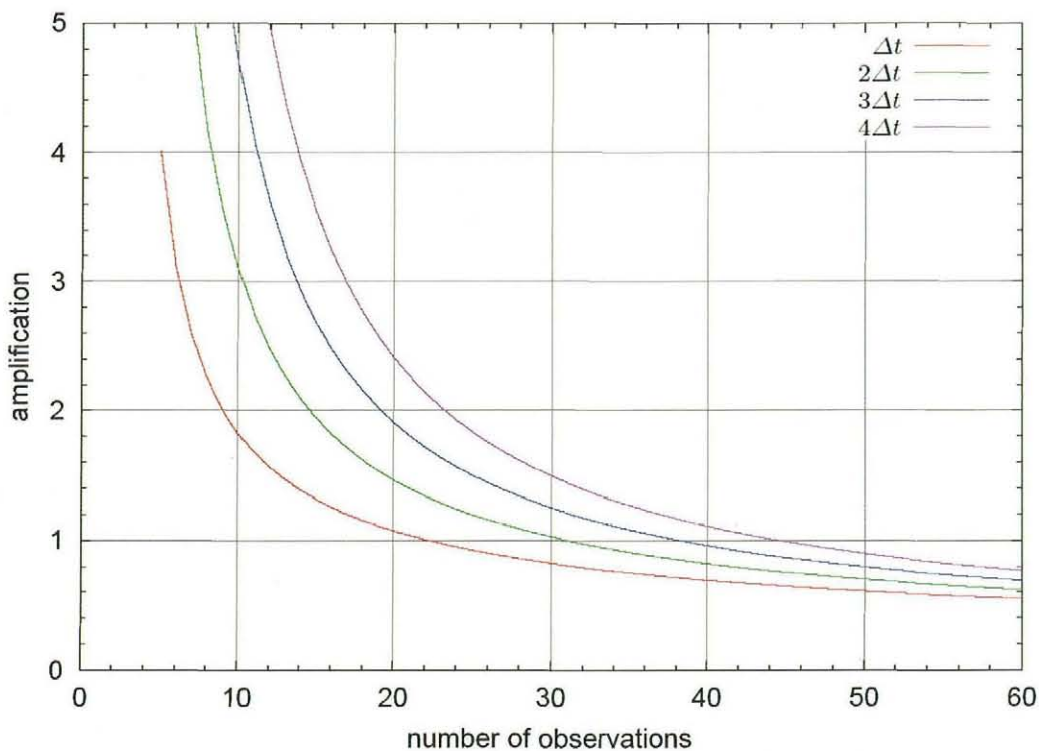


図5-3 多項式近似(3次)におけるデータ点数と位置誤差増幅率

$M$ を選べば),伝播誤差を計測誤差と同程度もしくはそれ以下に抑えられる。また,通信エラーなどにより通常の倍の時間幅 $2\Delta t$ だけ軌道伝播を行っても,通常の軌道伝

播誤差に比べて大幅に精度が劣化することがないことも分かった。

1~5次の多項式近似軌道において,最小二乗法に利用

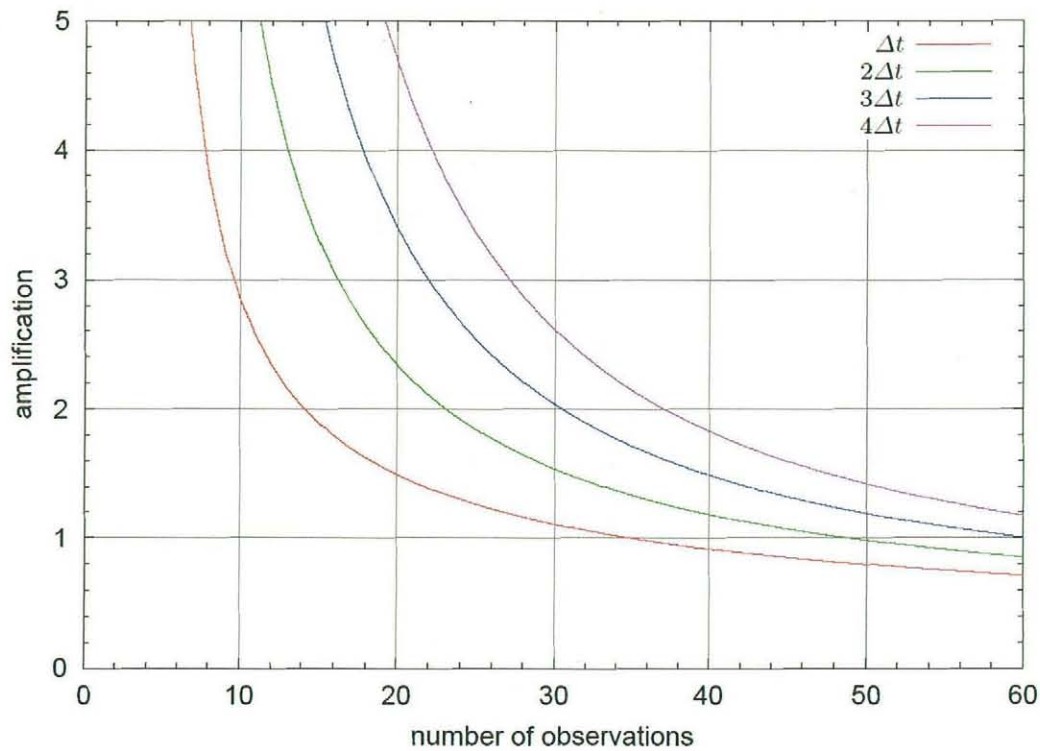


図5-4 多項式近似 (4次) におけるデータ点数と位置誤差増幅率

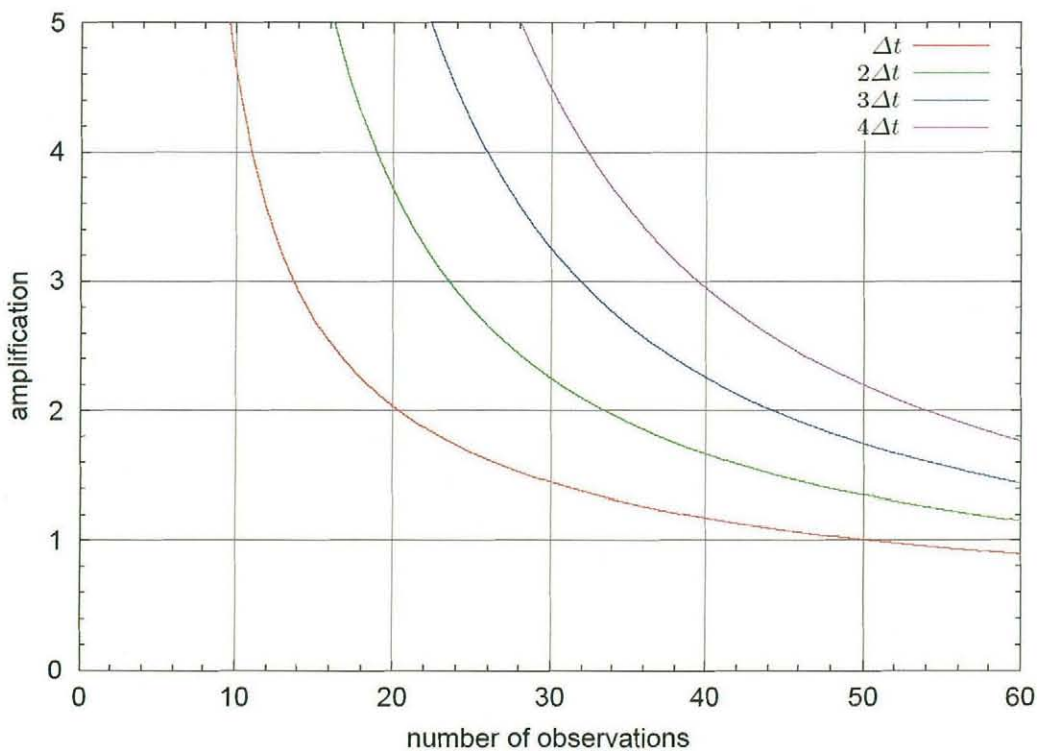


図5-5 多項式近似 (5次) におけるデータ点数と位置誤差増幅率

したデータ点数と位置誤差の増幅率を伝播時間ごとにプロットした (図5-1～図5-5)。ただし位置誤差の増幅率は、位置の計測誤差  $\sigma_{\text{kgps}}$  に対する軌道伝播後の位置誤差

の比である。

この結果から、多項式の次数、位置誤差に対する要求精度、および考慮すべき伝播時間が与えられると、最小

二乗法に必要なデータ点数が決まる。例えば、2次の多項式を利用し、1回の通信エラーに耐えられるよう伝播時間として $2\Delta t$ まで考慮する場合、伝播後の誤差を計測誤差と同程度に収めたいとき、図5-2からデータ点数は20点近く必要であることが分かる。

5.4 軌道伝播誤差のまとめ

以上のとおり、過去の数十点の計測値をもとにした2次以上の多項式近似を行うことにより、数十秒の軌道伝播を行ったとしても伝播誤差を計測誤差程度に収められることが分かった。

ここに具体的な試算をあげる。GPS搬送波による位置計測の時間間隔 $\Delta t$ を10秒と仮定したとき、表5-4、表5-5より近似多項式の次数は2次以上が必要であり、そのときの軌道運動および摂動力の差による軌道伝播誤差はそれぞれ1mm未満と見積られる。一方、2次の多項式を利用した場合、計測誤差のランダム成分 $\sigma_{k_{GPS}}$ による軌道伝播誤差を $\sigma_{k_{GPS}}$ と同程度に抑えるためには過去の20点(200秒)近くの計測データを利用する必要がある。また、これらとは独立に計測誤差のバイアス成分 $\delta_{k_{GPS}}$ が軌道伝播後もそのまま残る。

6. 相対位置計測シミュレーション

6.1 GPSシミュレーションデータの生成と解析ケース

相対位置計測シミュレーションを行うためには、宇宙機で受信するGPSデータをシミュレーションにより生成する必要がある。本研究では、市販のMatlabソフトウェア(GPSソフト社製Satellite Navigation Toolbox 3.0, Constellation社製GPS ToolboxおよびLupash Consulting社製GPS Toolbox)のサブルーチンを利用してデータ生成ソフトウェアを製作した。データ生成の流れを図6-1に示す。宇宙機の軌道は2節と同様、与えられた軌道パラメータをもとに生成した(ECEF座標系)。GPS衛星の軌道は実RINEXナビゲーションファイルより生成した。それら軌

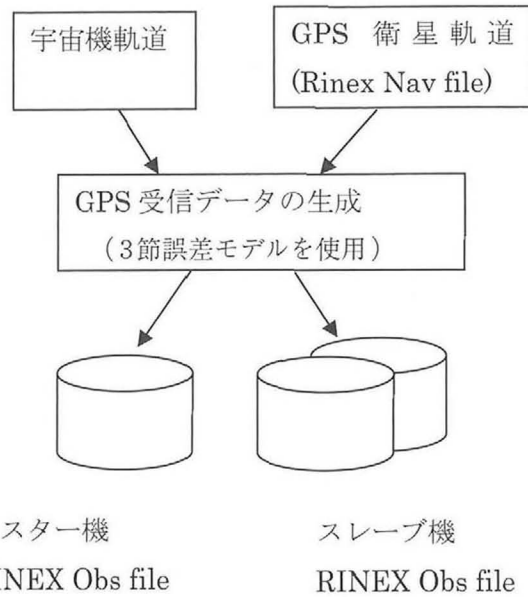


図6-1 GPS受信データ生成の流れ

道ファイルと、3節で述べた誤差モデルを使用してマスター機およびスレーブ機における受信データを生成し、RINEX Observationフォーマットで出力した。

GPS受信データを生成するためには、宇宙機の軌道を定義する必要がある。本節では表6-1に示す5種類の軌道を用いた。また、使用した観測モデルを表6-2にまとめる。

6.2 解析例 (Orb2, 電離層遅延量：中, マルチパス：中)

図6-2は、搬送波で平滑化した疑似距離の誤差を示す。100個のデータを逐次用いて平滑化した。サンプリング間隔は1秒である。スレーブ宇宙機はこの平滑化後の疑似距離をマスター宇宙機に送信して測位に用いる。送信間隔は以下では10秒とする。

次に、L1疑似距離、搬送波ワイドレーン、搬送波イオンフリー、L1搬送波を用いて相対測位したときの測位誤差(NED方向)をそれぞれ図6-3, 4, 5, 6に示す。

表6-1 軌道パラメータ

		長半径：6678km				
		離心率	傾斜角 (deg)	昇交点赤経 (deg)	近地点引数 (deg)	エポック時刻 (sec)
マスター機		0	45.0	0.0	0.0	0.0
Orb1 面内	初期位置差 50m	0	45.0	0.0	0.0	0.00647
Orb2 面内	初期位置差 500m	0	45.0	0.0	0.0	0.06472
Orb3 面内	初期位置差 5km	0	45.0	0.0	0.0	0.64718
Orb4 面外	初期位置差 5km	0	45.043	0.0	0.0	0.0
マスター機		$2.1365 \times 10^{-4}$	45.0	0.0303	-0.0215	0.0
Orb5 レコード盤	初期位置差 5km	$2.1365 \times 10^{-4}$	44.981	-0.0152	120.012	1810.3



表 6-2 シミュレーションパラメータ

	パラメータ	モデル, 数値
固定パラメータ	衛星クロック誤差	RINEX 値+バイアス (標準偏差 3m)
	受信機クロック誤差	2次元モデル, 水晶時計の通常値
	対流圏遅延	なし
	観測ノイズ	コード: 0.5m, 搬送波: 0.01×波長
可変パラメータ	電離層遅延 (中, 大)	Klobuchar モデル, 中: $TEC = 1 \times 10^{17}$ (地上での値) 大: $TEC = 1 \times 10^{18}$ (地上での値)
	マルチパス誤差 (小, 中, 大)	小: コード 0.3m, L1 搬送波 1mm 中: コード 0.5m, L1 搬送波 3mm 大: コード 0.7m, L1 搬送波 5mm (L2 搬送波は $0.244/1.9 = 1.28$ 倍)

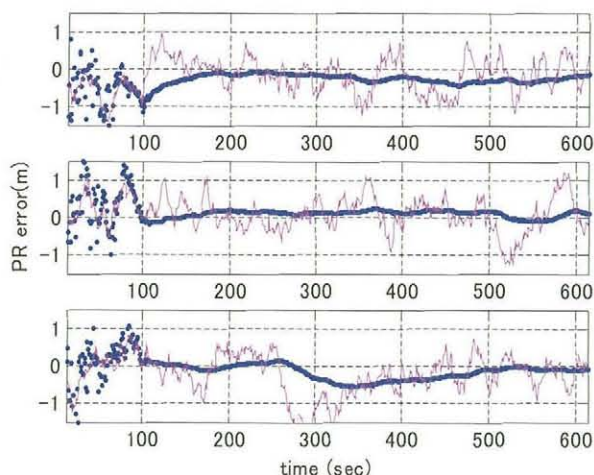


図 6-2 疑似距離の平滑化 (3衛星分), 青: 疑似距離誤差, 赤: マルチパス

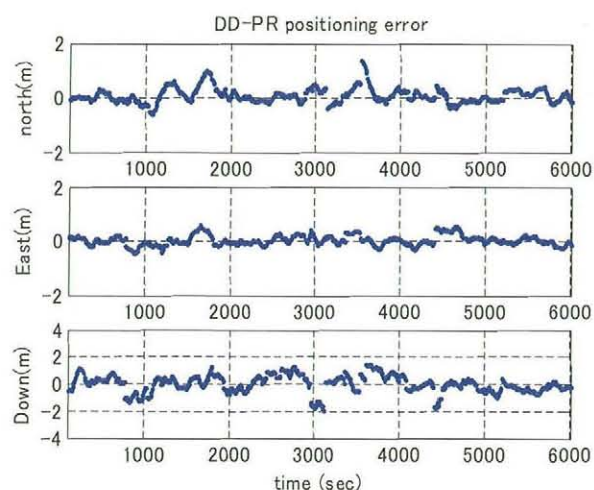


図 6-3 測位誤差 (L1 疑似距離)

表 6-3 に測位誤差の RMS をまとめる。基線長 (の初期値) が 500m と短く電離層遅延が相殺するため、イオンフリー解よりも L1 搬送波解の方測位精度は良かった。

次に、アンビギュイティ・リゾリューション (AR) の結果を表 6-4 (ワイドレーン) および表 6-5 (L1 搬送波) に示す。AR の終了後、次の AR を開始するという方法で、多数回 AR 試行を行った。総 AR 試行数のうち回答が得られなかったのは、AR の過程で解の候補がすべて棄却された場合で、ワイドレーンの場合に  $520 - 311 = 209$  回、L1 で  $396 - 307 = 89$  回あった。一方、解を得た場合にはすべて正解で、正解率 100% であった。L1 で総時刻数、総試行数が少ないのはワイドレーン AR の終了後に実施されるからである。

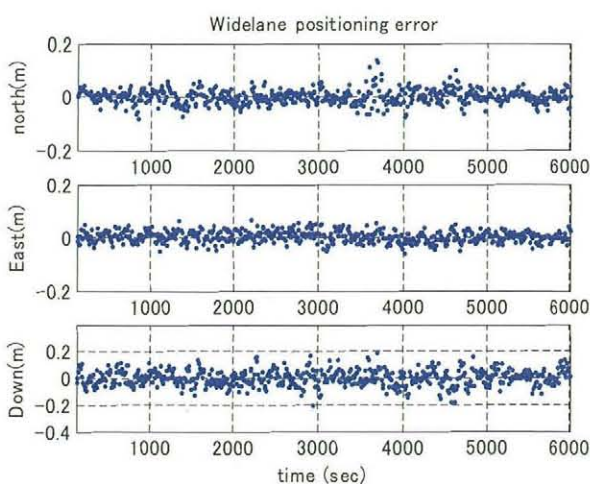


図 6-4 測位誤差 (ワイドレーン)

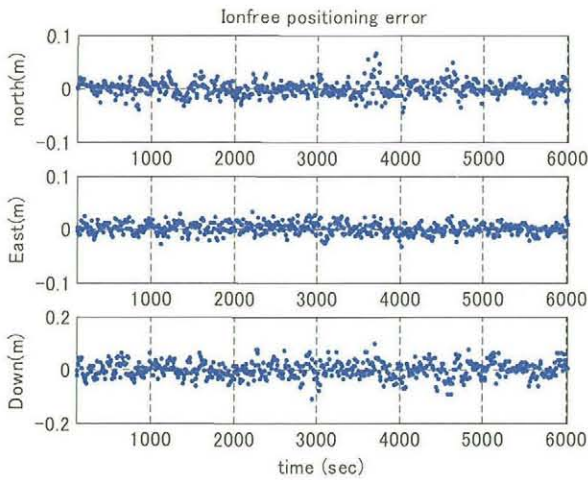


図 6-5 測位誤差 (イオンフリー)

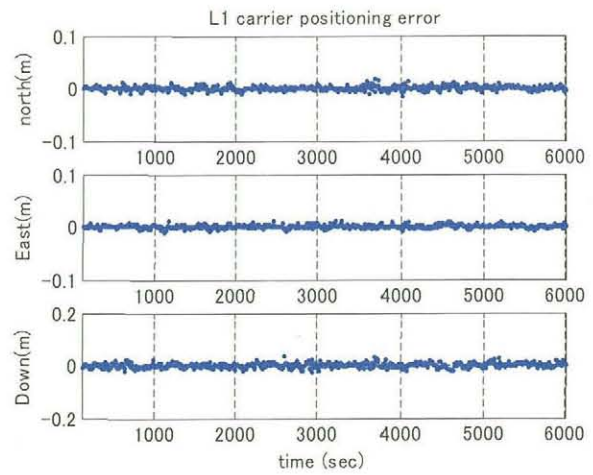


図 6-6 測位誤差 (L1 搬送波)

表 6-3 各種観測量を用いたときの測位誤差 (RMS)

	North (m)	East (m)	Down (m)
L1 疑似距離	0.289	0.189	0.646
ワイドレーン	0.028	0.021	0.060
イオンフリー	0.014	0.011	0.030
L1 搬送波	0.004	0.003	0.009

表 6-4 ワイドレーン AR の結果 (Orb2, 電離層遅延量：中, マルチパス：中)

総時刻数 (a)	総試行数 (b)	回答数 (c)	正解数 (d)	正解率 (d/c)	平均時刻数 (a/c)
501	500	311	311	100.0	1.61

表 6-5 L1・AR の結果 (Orb2, 電離層遅延量：中, マルチパス：中)

総時刻数 (a)	総試行数 (b)	回答数 (c)	正解数 (d)	正解率 (d/c)	平均時刻数 (a/c)
396	396	307	307	100.0	1.29

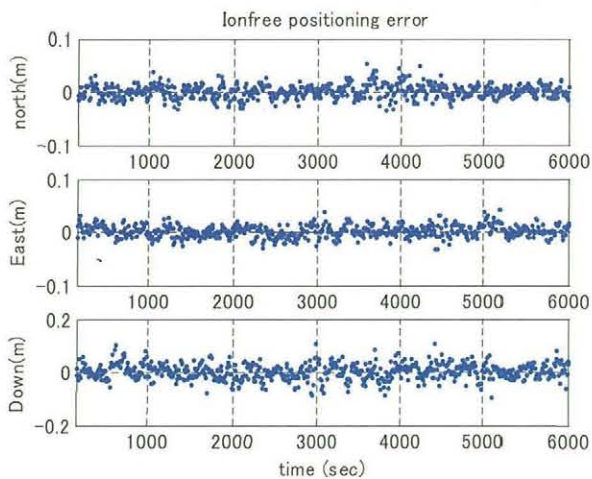


図 6-7 測位誤差 (イオンフリー)

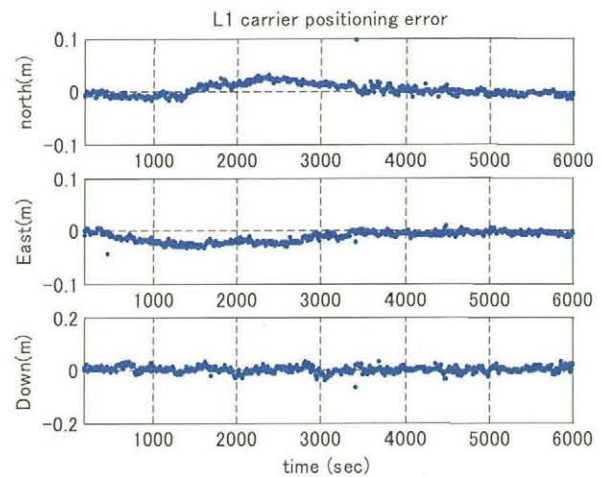


図 6-8 測位誤差 (L1 搬送波)



表 6-6 各種観測量を用いたときの測位誤差 (RMS)

	North(m)	East(m)	Down(m)
イオンフリー	0.013	0.012	0.031
L1 搬送波	0.015	0.016	0.020

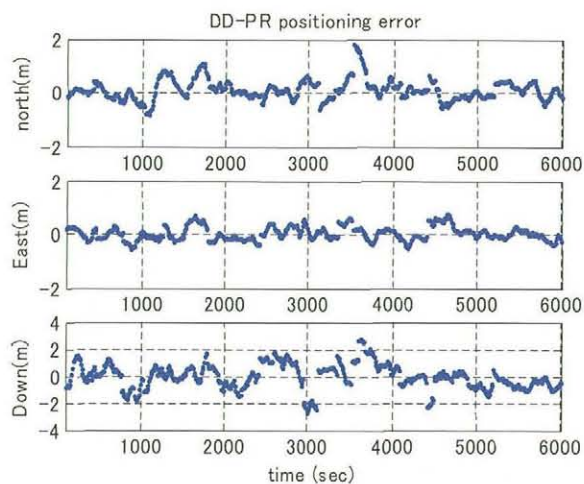


図 6-9 測位誤差 (疑似距離)

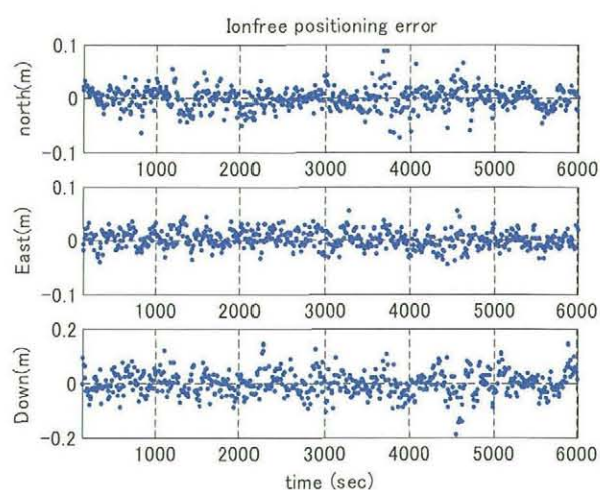


図 6-11 測位誤差 (イオンフリー)

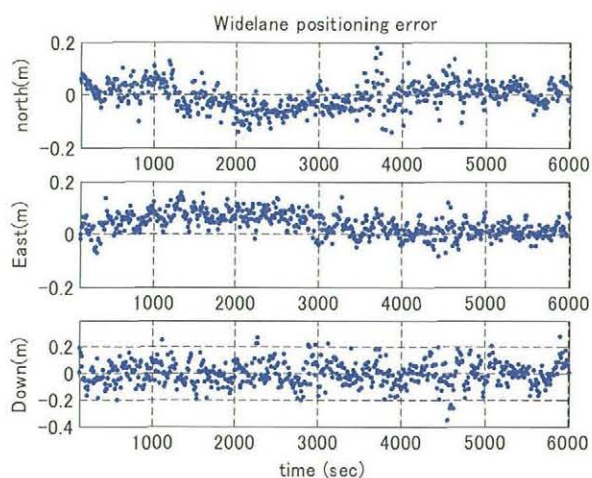


図 6-10 測位誤差 (ワイドレーン)

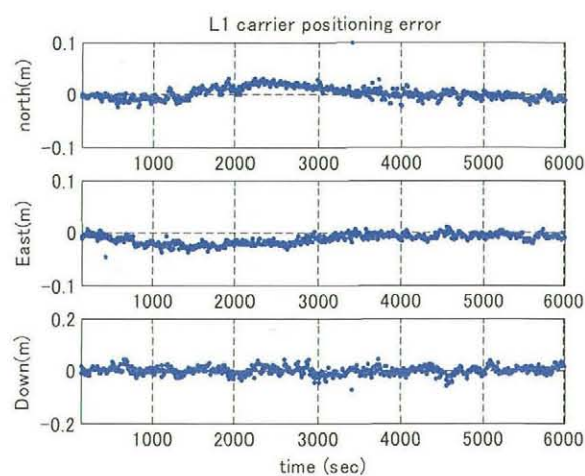


図 6-12 測位誤差 (L1 搬送波)

### 6.3 解析例 (Orb3, 電離層遅延量:大, マルチパス:中)

次に、電離層遅延の影響を見るために、基線長5kmで電離層遅延大の場合の解析を行った。図6-7、6-8に、イオンフリーおよびL1搬送波を使用した場合の測位誤差を示し、表6-6にRMSをまとめる。図6-8と図6-6を比較すると、図6-8に電離層遅延による系統的誤差が見られる。一方、イオンフリー観測量を用いた場合には、電離層遅延が補正されているため図6-5とほとんど変わらない。どちらの観測量を使用するかは、基線長や電離層活動によって決める必要がある。

### 6.4 解析例 (Orb3, 電離層遅延量:大, マルチパス:大)

電離層遅延量に加えてマルチパス誤差も大きい場合に、L1疑似距離、搬送波ワイドレーン、搬送波イオンフリー、L1搬送波を用いて相対測位したときの測位誤差(NED方向)をそれぞれ図6-9、10、11、12に示す。また、表6-7に測位誤差のRMSをまとめる。表6-6と6-7を比較すると、L1搬送波の場合に測位精度はほとんど変わらないが、イオンフリーの測位精度が劣化していることがわかる。マルチパス大の場合でもそのRMSは5mmであり、L1搬送波の場合には電離層遅延誤差が卓越するためと考え

表 6-7 各種観測量を用いたときの測位誤差 (RMS)

	North(m)	East(m)	Down(m)
L1 疑似距離	0.399	0.261	0.945
ワイドレーン	0.057	0.057	0.098
イオンフリー	0.021	0.016	0.044
L1 搬送波	0.015	0.015	0.022

表 6-8 ワイドレーン AR の結果 (Orb3, 電離層遅延量：大, マルチパス：大)

総時刻数(a)	総試行数(b)	回答数(c)	正解数(d)	正解率(d/c)	平均時刻数(a/c)
304	304	83	83	100.0	3.66

表 6-9 L1・AR の結果 (Orb3, 電離層遅延量：大, マルチパス：大)

総時刻数(a)	総試行数(b)	回答数(c)	正解数(d)	正解率(d/c)	平均時刻数(a/c)
366	366	79	77	97.5	4.63

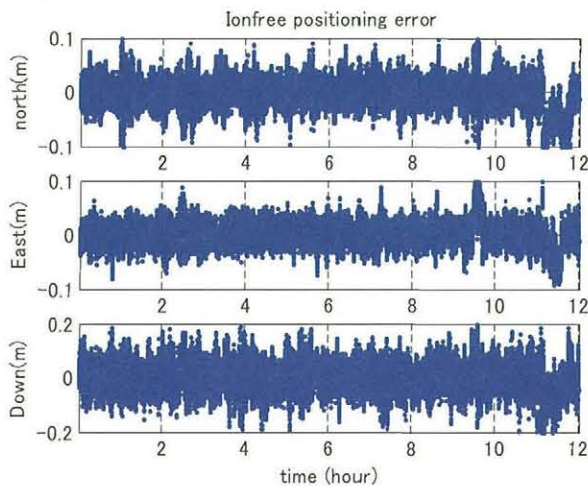


図 6-13 測位誤差 (イオンフリー)

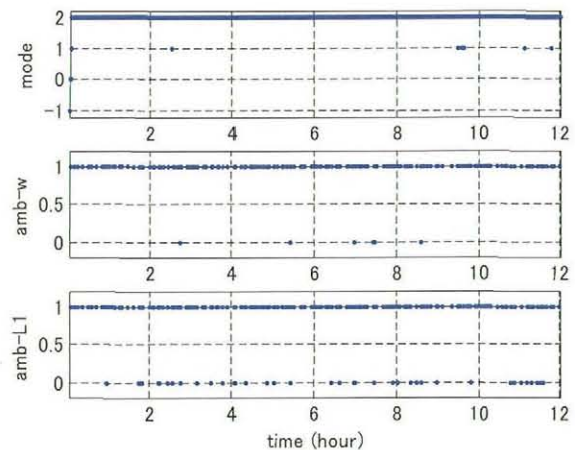


図 6-14 モード遷移, 新衛星のステータス

られる。一方イオンフリーの場合には、マルチパス誤差はL1とL2の結合となるのでL1のみの場合に比べて大きくなる。

ARの結果を表6-8, 9にAR結果を示す。ワイドレーンARは、正解率は100%であるが平均所要時刻数が表6-4の倍以上となっている。また、L1・ARでは誤回答が1例あった。誤回答をなくすためには、電離層・マルチパス環境を詳しく検討し、ARにおけるパラメータ・チューニングを適切に行う必要がある。

## 6.5 解析例 (Orb3, 電離層遅延量：大, マルチパス：大)

### 12時間

前節と同ケースで、長時間にわたる測位状況の変化を確認するために12時間のデータを解析した。

図6-13にイオンフリー解の測位誤差、6-14にモード遷移および、新衛星アンビギュイティのステータスを示す。モードは-1：疑似距離の平滑化過程、=0：平滑化終了でワイドレーン探索モード、=1：ワイドレーン解でL1探索モード、=2：L1または電離層フリーモード、である。また、新衛星のアンビギュイティを決定した時がステータス=1、決定しなかったときがステータス=0である。新衛星が出現したとき、ワイドレーンのアンビギュイティはほとんどの場合決定できるが、L1のそれは決定できない場合も多い。また、後半の部分ではL1アンビギュイティを間違った値に決定し、以後測位精度が悪化している場合がある。電離層遅延誤差やマルチパス誤差が大きい場合には、比較的時間をかけてアンビギュイティを決定する、あるいは高度が比較的高くなるまで待



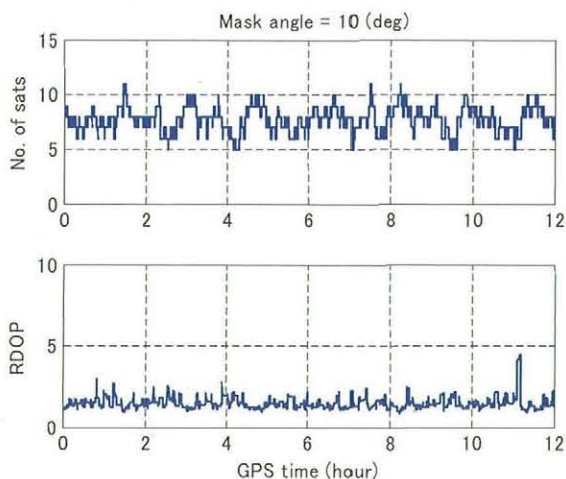


図 6-15 観測衛星数と RDOP

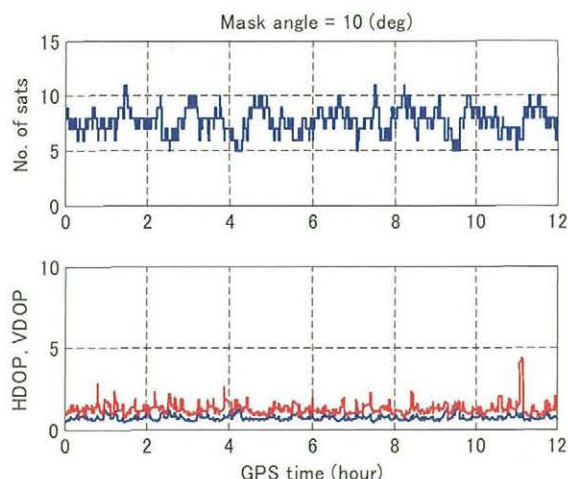


図 6-16 観測衛星数と HDOP, VDOP

表 6-10 測位誤差 (Orb1, 電離層遅延量：大)

マルチパス	観測量	North (m)	East (m)	Down (m)
小	L1 疑似距離	0.163	0.120	0.413
	ワイドレーン	0.016	0.013	0.036
	イオンフリー	0.008	0.007	0.018
	L1 搬送波	0.003	0.002	0.006
中	L1 疑似距離	0.273	0.190	0.672
	ワイドレーン	0.026	0.021	0.058
	イオンフリー	0.013	0.011	0.029
	L1 搬送波	0.004	0.003	0.009
大	L1 疑似距離	0.387	0.262	0.935
	ワイドレーン	0.040	0.032	0.087
	イオンフリー	0.020	0.016	0.044
	L1 搬送波	0.006	0.005	0.013

表 6-11 ワイドレーンおよび L1・AR の結果 (Orb1, 電離層遅延量：大)

マルチパス	観測量	総時刻数 (a)	総試行数 (b)	回答数 (c)	正解数 (d)	正解率 (d/c)	平均時刻数 (a/c)
小	Wide	589	587	530	530	100.0	1.11
	L1	531	531	530	530	100.0	1.00
中	Wide	518	517	334	334	100.0	1.55
	L1	403	403	331	331	100.0	1.22
大	Wide	436	435	151	150	99.3	2.89
	L1	301	301	146	146	100.0	2.06

つ、等の処置をする必要がある。また、図 6-15, 16 に観測衛星と相対測位に対する DOP 値を示す。

6.6 その他解析結果のまとめ

Orb1 で電離層遅延量が大きい場合の測位誤差を表 6-10、ワイドレーンおよび L1 の AR 結果を表 6-11 に示す。50m

の短基線では電離層遅延はほぼ完全にキャンセルし、遅延量の大きさによって結果は変わらないと考えられ、電離層遅延が中の場合は省略する。

次に Orb2 の測位誤差を表 6-12、ワイドレーンおよび L1 の AR 結果を表 6-13 に示す。

図 6-17 に、Orb2 の各ケースにおいて、AR に要する平

表 6-12 測位誤差 (Orb2)

マルチパス	観測量	電離層遅延量：中			電離層遅延量：大		
		North (m)	East (m)	Down (m)	North (m)	East (m)	Down (m)
小	L1 疑似距離	0.178	0.117	0.387	0.178	0.117	0.387
	ワイドレーン	0.017	0.014	0.038	0.017	0.014	0.038
	イオンフリー	0.008	0.007	0.019	0.008	0.007	0.019
	L1 搬送波	0.003	0.002	0.006	0.003	0.002	0.006
中	L1 疑似距離	0.289	0.188	0.646	0.289	0.188	0.646
	ワイドレーン	0.027	0.021	0.060	0.028	0.022	0.059
	イオンフリー	0.014	0.011	0.030	0.014	0.011	0.030
	L1 搬送波	0.004	0.003	0.009	0.004	0.003	0.009
大	L1 疑似距離	0.403	0.260	0.910	0.403	0.260	0.909
	ワイドレーン	0.041	0.032	0.088	0.042	0.033	0.088
	イオンフリー	0.021	0.016	0.044	0.021	0.016	0.044
	L1 搬送波	0.006	0.005	0.013	0.006	0.005	0.013

表 6-13 ワイドレーンおよび L1・AR の結果 (Orb2)

マルチパス	観測量	電離層遅延量：中						電離層遅延量：大					
		総時刻数 (a)	総試行数 (b)	回答数 (c)	正解数 (d)	正解率 (d/c)	平均時刻数 (a/c)	総時刻数 (a)	総試行数 (b)	回答数 (c)	正解数 (d)	正解率 (d/c)	平均時刻数 (a/c)
小	Wide	585	583	538	538	100.0	1.09	585	583	537	538	100.0	1.09
	L1	543	543	538	538	100.0	1.01	542	542	537	537	100.0	1.01
中	Wide	501	500	311	311	100.0	1.61	503	502	316	316	100.0	1.59
	L1	396	396	307	307	100.0	1.29	400	400	313	313	100.0	1.28
大	Wide	456	455	146	144	98.6	3.12	432	431	134	132	98.5	3.22
	L1	277	277	142	142	100.0	1.95	288	288	129	129	100.0	2.23

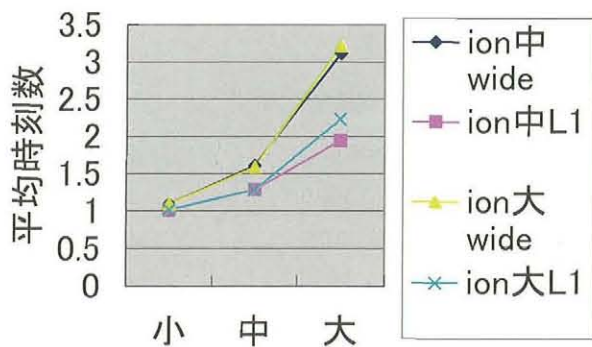


図 6-17 各ケースにおいて AR に要する平均時刻数 (Orb2)

均時刻数を示す。横軸の小、中、大はマルチパスの大きさを示す。マルチパスの大きさとともに AR に要する時間が増大している。ワイドレーン AR に関しては、この程度の基線長では電離層遅延の影響は小さいことがわかる。ただし、L1AR に対しては若干の影響が見られる。Orb2 の測位誤差を表 6-14、ワイドレーンおよび L1 の AR

結果を表 6-15 に示す。

図 6-18 に、Orb3 の各ケースにおいて、AR に要する平均時刻数を示す。横軸の小、中、大はマルチパスの大きさを示す。マルチパスの大きさとともに AR に要する時間が増大している。ワイドレーン、L1AR とともに電離層遅延の影響が Orb2 に比べて大きいことがわかる。

また、図 6-19 は、マルチパス誤差大、電離層遅延誤差大の場合の Orb1、2、3 における高度方向測位誤差を示している。L1 解の精度は基線長が長くなると電離層誤差の影響で精度が悪化する。ただし、イオンフリー解は変化しない。

Orb4 の測位誤差を表 6-16、ワイドレーンおよび L1 の AR 結果を表 6-17 に示す。また、Orb5 の測位誤差を表 6-18、ワイドレーンおよび L1 の AR 結果を表 6-19 に示す。Orb3,4,5 を比較して、測位誤差、AR 性能とも若干異なるが顕著ではない。軌道は異なるので初期の基線長が同じ (5km) でも基線長が徐々に変化していくが、1 周期分ではその差は顕著でないためと考えられる。



表 6-14 測位誤差 (Orb3)

マルチパス	観測量	電離層遅延量：中			電離層遅延量：大		
		North (m)	East (m)	Down (m)	North (m)	East (m)	Down (m)
小	L1 疑似距離	0.174	0.120	0.426	0.172	0.120	0.424
	ワイドレーン	0.017	0.015	0.038	0.042	0.045	0.059
	イオンフリー	0.008	0.007	0.019	0.008	0.007	0.019
	L1 搬送波	0.003	0.002	0.006	0.014	0.015	0.019
中	L1 疑似距離	0.287	0.189	0.684	0.285	0.189	0.682
	ワイドレーン	0.028	0.023	0.060	0.048	0.050	0.074
	イオンフリー	0.014	0.011	0.030	0.013	0.012	0.031
	L1 搬送波	0.004	0.003	0.009	0.015	0.016	0.020
大	L1 疑似距離	0.401	0.260	0.947	0.399	0.261	0.945
	ワイドレーン	0.041	0.034	0.089	0.057	0.057	0.098
	イオンフリー	0.020	0.016	0.044	0.021	0.016	0.044
	L1 搬送波	0.006	0.005	0.013	0.015	0.015	0.022

表 6-15 ワイドレーンおよび L1・AR の結果 (Orb3)

マルチパス	観測量	電離層遅延量：中						電離層遅延量：大					
		総時刻数(a)	総試行数(b)	回答数(c)	正解数(d)	正解率(d/c)	平均時刻数(a/c)	総時刻数(a)	総試行数(b)	回答数(c)	正解数(d)	正解率(d/c)	平均時刻数(a/c)
小	Wide	588	586	542	542	100.0	1.08	301	301	269	269	100.0	1.12
	L1	544	544	542	542	100.0	1.00	558	558	268	268	100.0	2.08
中	Wide	525	521	329	329	100.0	1.60	256	254	170	170	100.0	1.48
	L1	393	393	328	328	100.0	1.20	505	505	170	170	100.0	2.97
大	Wide	488	487	132	132	100.0	3.70	304	304	83	83	100.0	3.66
	L1	232	232	130	130	100.0	1.78	366	366	79	77	97.5	4.63

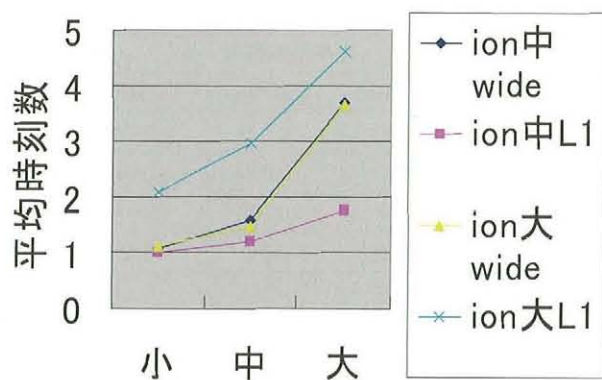


図 6-18 各ケースにおいて AR に要する平均時刻数 (Orb3)

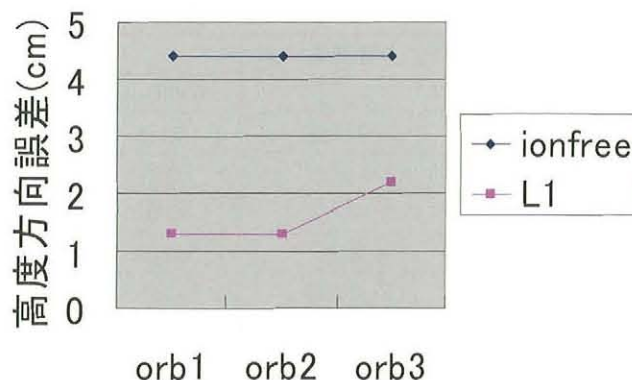


図 6-19 電離層大、マルチパス大の時の高度方向測位誤差

表 6-16 測位誤差 (Orb4)

マルチパス	観測量	電離層遅延量：中			電離層遅延量：大		
		North (m)	East (m)	Down (m)	North (m)	East (m)	Down (m)
小	L1 疑似距離	0.167	0.122	0.421	0.165	0.122	0.422
	ワイドレーン	0.017	0.014	0.039	0.040	0.019	0.041
	イオンフリー	0.008	0.007	0.019	0.008	0.007	0.019
	L1 搬送波	0.003	0.002	0.006	0.013	0.005	0.008
中	L1 疑似距離	0.280	0.192	0.682	0.280	0.189	0.678
	ワイドレーン	0.027	0.022	0.062	0.046	0.025	0.063
	イオンフリー	0.014	0.011	0.031	0.014	0.011	0.031
	L1 搬送波	0.004	0.003	0.009	0.013	0.006	0.010
大	L1 疑似距離	0.398	0.260	0.941	0.396	0.259	0.941
	ワイドレーン	0.041	0.033	0.090	0.056	0.035	0.091
	イオンフリー	0.020	0.016	0.045	0.020	0.016	0.045
	L1 搬送波	0.006	0.005	0.014	0.014	0.007	0.015

表 6-17 ワイドレーンおよび L1・AR の結果 (Orb4)

マルチパス	観測量	電離層遅延量：中						電離層遅延量：大					
		総時刻数(a)	総試行数(b)	回答数(c)	正解数(d)	正解率(d/c)	平均時刻数(a/c)	総時刻数(a)	総試行数(b)	回答数(c)	正解数(d)	正解率(d/c)	平均時刻数(a/c)
小	Wide	583	581	533	533	100.0	1.09	427	427	392	392	100.0	1.09
	L1	540	540	533	533	100.0	1.01	555	555	392	392	100.0	1.42
中	Wide	525	523	336	336	100.0	1.56	385	385	231	231	100.0	1.67
	L1	399	399	334	334	100.0	1.19	419	419	228	227	99.6	1.84
大	Wide	419	419	116	114	98.3	3.61	377	377	77	77	100.0	4.90
	L1	282	282	110	110	100.0	1.56	289	289	75	75	100.0	3.85

表 6-18 測位誤差 (Orb5)

マルチパス	観測量	電離層遅延量：中			電離層遅延量：大		
		North (m)	East (m)	Down (m)	North (m)	East (m)	Down (m)
小	L1 疑似距離	0.183	0.123	0.437	0.186	0.123	0.438
	ワイドレーン	0.017	0.015	0.037	0.043	0.036	0.057
	イオンフリー	0.008	0.007	0.019	0.008	0.007	0.019
	L1 搬送波	0.003	0.002	0.006	0.016	0.012	0.018
中	L1 疑似距離	0.295	0.193	0.697	0.298	0.192	0.698
	ワイドレーン	0.027	0.023	0.059	0.047	0.042	0.073
	イオンフリー	0.014	0.011	0.029	0.014	0.011	0.030
	L1 搬送波	0.004	0.003	0.009	0.016	0.012	0.020
大	L1 疑似距離	0.412	0.261	0.956	0.415	0.261	0.957
	ワイドレーン	0.041	0.036	0.087	0.056	0.050	0.097
	イオンフリー	0.020	0.016	0.044	0.020	0.016	0.044
	L1 搬送波	0.006	0.005	0.014	0.017	0.012	0.022



表 6-19 ワイドレーンおよび L1・AR の結果 (Orb5)

マルチパス	観測量	電離層遅延量：中						電離層遅延量：大					
		総時刻数(a)	総試行数(b)	回答数(c)	正解数(d)	正解率(d/c)	平均時刻数(a/c)	総時刻数(a)	総試行数(b)	回答数(c)	正解数(d)	正解率(d/c)	平均時刻数(a/c)
小	Wide	584	584	525	525	100.0	1.11	297	297	267	267	100.0	1.11
	L1	531	531	525	525	100.0	1.01	560	560	267	267	100.0	2.10
中	Wide	544	543	319	319	100.0	1.71	309	309	155	155	100.0	1.99
	L1	364	364	318	318	100.0	1.14	435	435	153	151	98.7	2.84
大	Wide	434	433	151	150	99.3	2.87	301	300	65	64	98.5	4.63
	L1	303	303	147	147	100.0	2.06	350	350	60	58	96.7	5.83

## 7. 多項式近似による軌道伝搬精度

### 7.1 概要

本節は、KGPS によって得られた他機の相対位置情報をもとに軌道伝播を行い、将来の他機の相対位置を推定した際に生じる推定誤差について論じる。その軌道伝播方法は、蓄積した過去  $M$  点の相対位置の時系列を時間に関する  $N$  次多項式に当てはめ、その多項式を将来方向へ外挿することで行う。ここでは簡単に、過去  $M$  点の相対位置情報について重み付けは行わない。

### 7.2 感度解析

多項式近似による軌道伝播法には以下に示すパラメー

タがあり、本解析で検討した数値例をあわせて示す。

- ・近似次数：1, 2, 3, 4
- ・観測間隔：5, 10, 20, 40 [秒]
- ・観測点数：3, 4, …, 80
- ・観測時間 = 観測間隔  $\times$  (観測点数 - 1) : 10 ~ 400 [秒]

また、与えられる条件としては以下に示すパラメータがあり、本解析で検討した例をあわせて示す。

- ・伝播時間：10, 20, 40 [秒]
- ・観測誤差 (電離層遅延 / マルチパス誤差) : なし / なし, 中 / 中, 大 / 大
- ・相対軌道：面内直列軌道, 面外振動軌道
- ・衛星間距離：50m, 500m, 5km

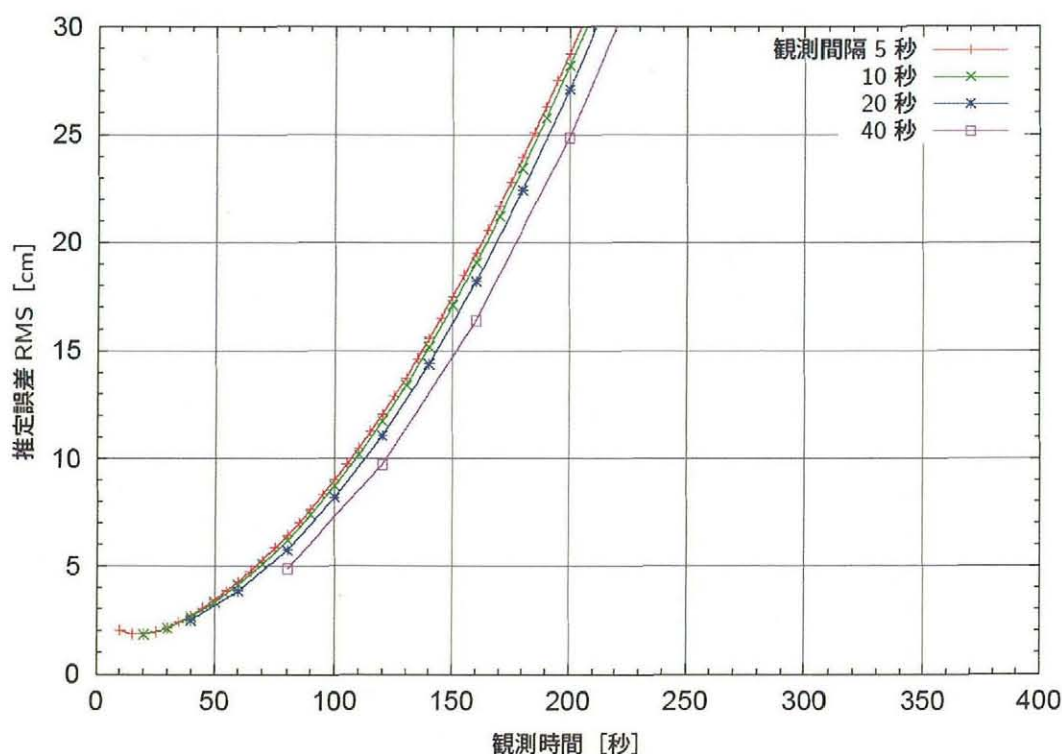


図 7-1 観測時間および観測間隔と推定誤差 (1次近似, 衛星間距離 50m)

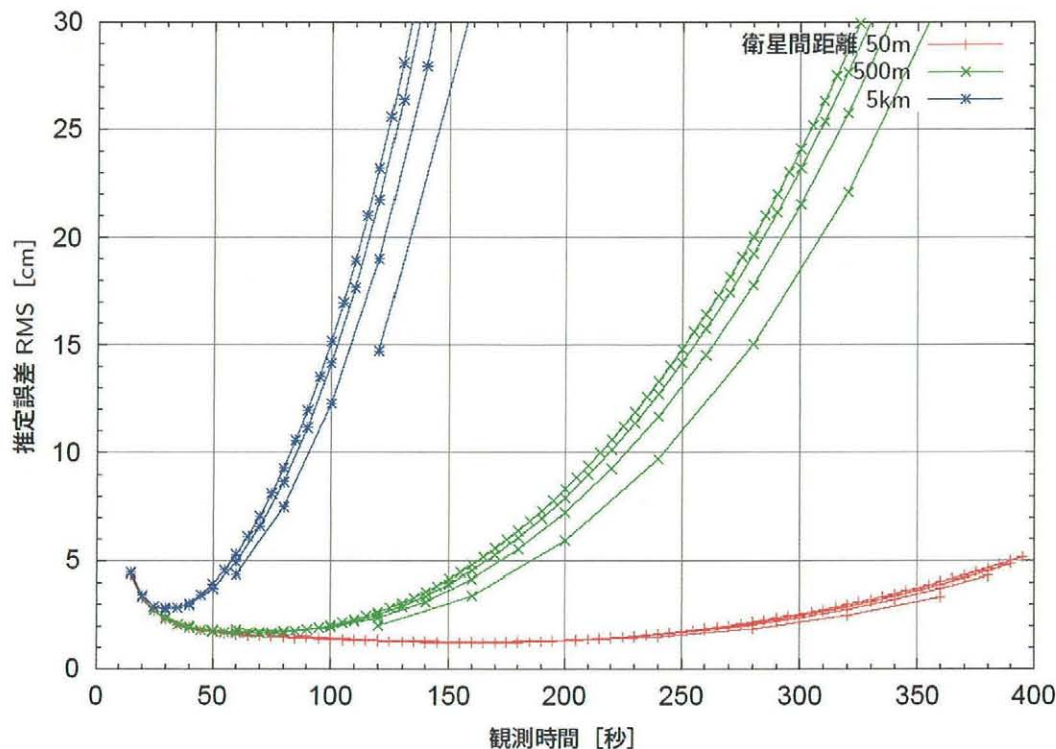


図7-2 衛星間距離と推定誤差 (2次近似)

以下、各パラメータに関する感度解析を行った結果を述べる。その評価にあたっては、軌道およそ1周分である6,000秒間について観測と軌道伝播を繰り返し、あらかじめ与えられた真値との差として各軸の推定誤差を求め、そのRSS ( $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ ) について時間に関するRMSを求めて評価量とした。

#### 7.2.1 観測時間、観測間隔、観測点数

近似次数を1次とした場合の観測時間、観測間隔、観測点数と推定誤差との関係を図7-1に示す。ただし、観測間隔によらず伝播時間は10秒とする。観測間隔、観測点数よりも、それらの積である観測時間がもっとも推定誤差に影響を与え、また推定誤差を極小にする最適な観測時間が存在することがわかる。

#### 7.2.2 衛星間距離

近似次数を2次とした場合の衛星間距離と推定誤差との関係を図7-2に示す。観測時間がある限度よりも長くなるにつれて推定誤差は増加するが、衛星間距離が大きいほど顕著になる。これは、衛星間距離が大きいほど相対移動量が大きくなるため、その相対運動を低次多項式で表現しきれなくなるためと思われる。

#### 7.2.3 観測誤差の有無

衛星間距離5kmの場合について観測誤差の有無と推定

誤差との関係を図7-3に示す。観測誤差のない情報をもとに近似多項式を求め軌道伝播を行っても、観測時間が長くなるにつれて推定誤差が増加しており、このことから相対運動がある大きさ以上になると低次多項式では十分な精度を得られないことが確認される。

#### 7.2.4 近似次数

近似次数を3次とした場合について2次の場合と同様の解析を行った結果を図7-4、図7-5に示す。衛星間距離の違いによる推定誤差の違いが顕著になりはじめるのが、より長い観測時間からとなった。これは、近似次数を高めたことにより、より大きな相対運動まで多項式により表現できるようになったことを示していると思われる、観測誤差のない情報をもとにした場合の推定誤差の増加が2次近似の場合よりも大きく減少していることから確認される。

同様に近似次数を4次とした場合の結果を図7-6、図7-7に示す。この場合、観測時間400秒程度では衛星間距離の違いは推定精度に影響を与えず、4次多項式で相対運動を十分な精度で表現できていると考えられる。しかし一方で観測誤差が大きい場合には、観測誤差を最小二乗法で除去するために、低次近似を行った場合よりも長い観測時間を必要としていることも確認される。

近似次数が不足することにより観測誤差によらない軌道伝播誤差が生じている様子を、推定誤差の時系列に



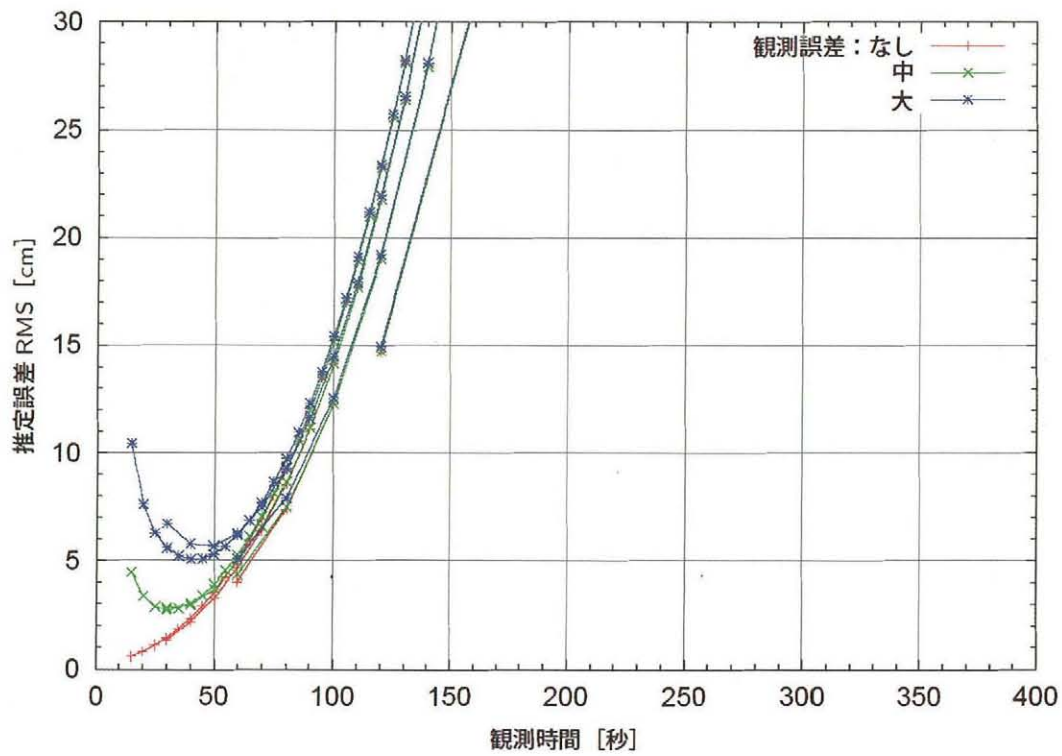


図7-3 観測誤差の有無と推定誤差 (2次近似, 衛星間距離5km)

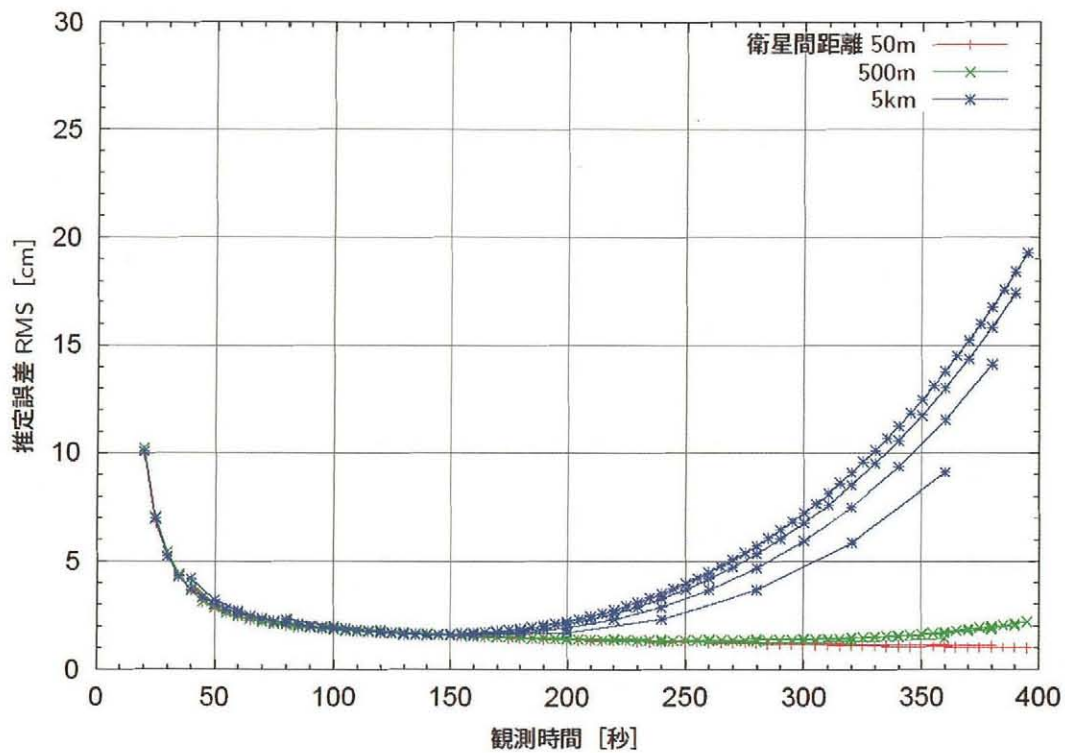


図7-4 衛星間距離と推定誤差 (3次近似)

よって示す。衛星間距離 5km の場合, 図7-2からも2次近似ではやや不十分であることが分かるが, 図7-8に示すとおり観測誤差がない場合でも特徴的な正弦波状の推定

誤差が生じている。これは, 相対運動の直交座標成分が正弦波状の運動であり, そのうち2次多項式で表せる成分までしか近似していないため, 残る高次の成分が表れ



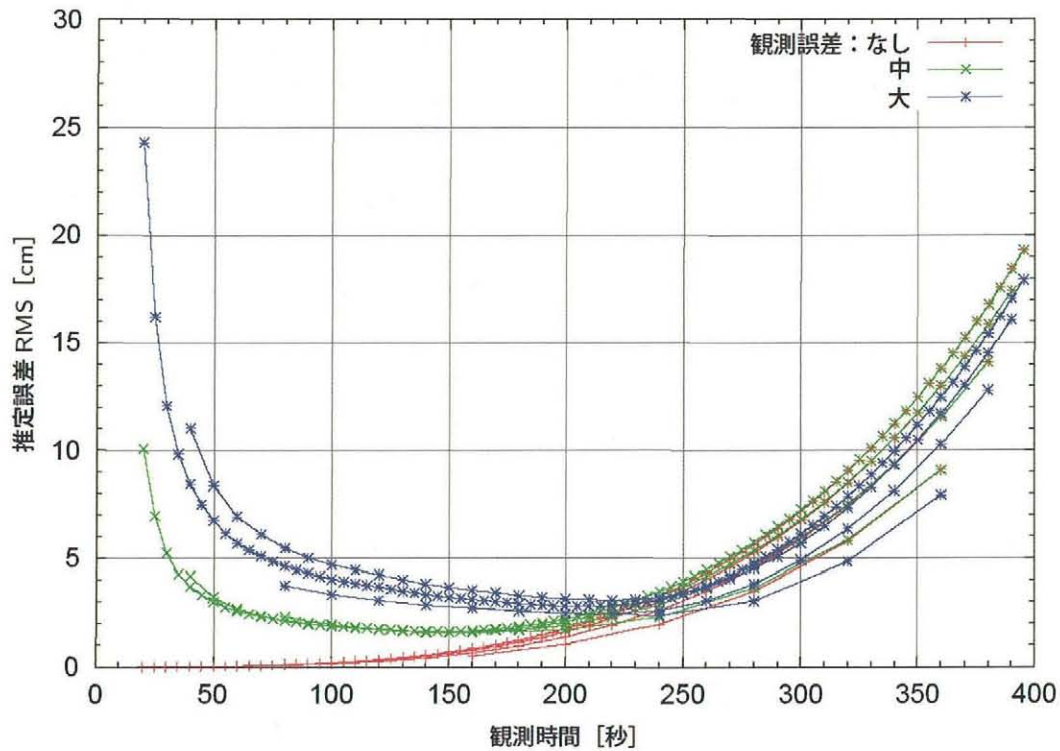


図 7-5 観測誤差の有無と推定誤差 (3次近似, 衛星間距離 5km)

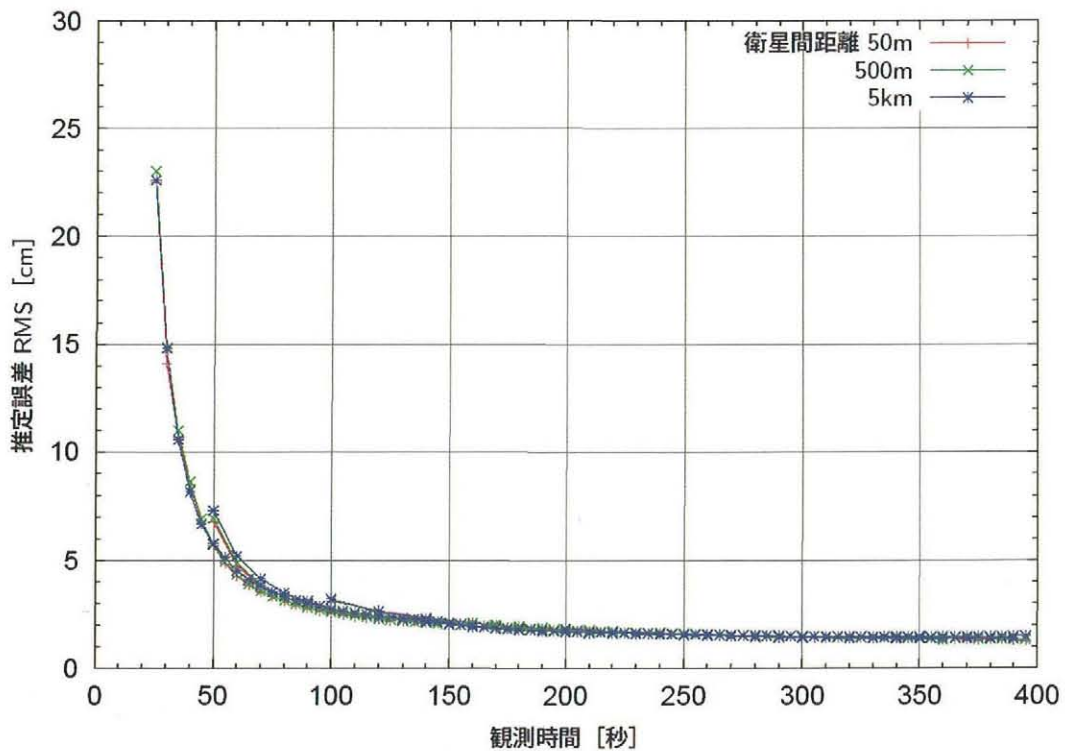


図 7-6 衛星間距離と推定誤差 (4次近似)

ていると考えられる。一方, 図7-9に示すとおり次数を高めると, 正弦波の残った高次成分はより小さくなり, 観測誤差によるランダムな成分が推定誤差の主成分となる。

#### 7.2.5 伝播時間

これまでの解析は, 観測間隔によらず伝播時間は10秒としてきた。中程度の観測誤差, 衛星間距離50m, 2次近

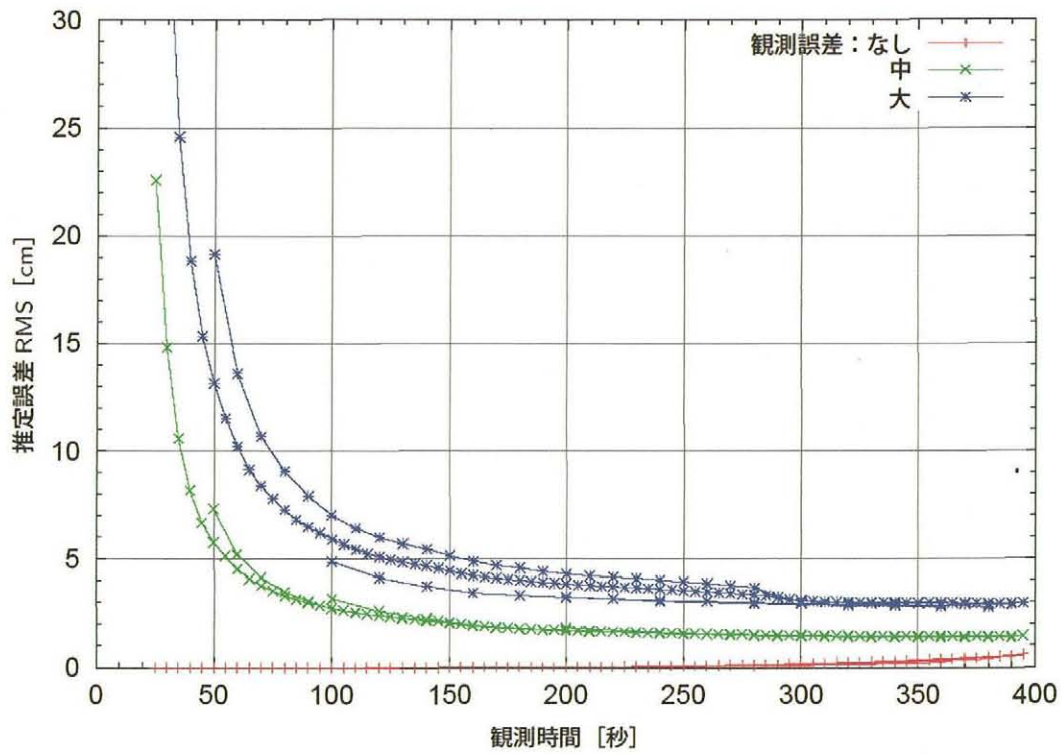


図 7-7 観測誤差の有無と推定誤差 (4次近似, 衛星間距離 5km)

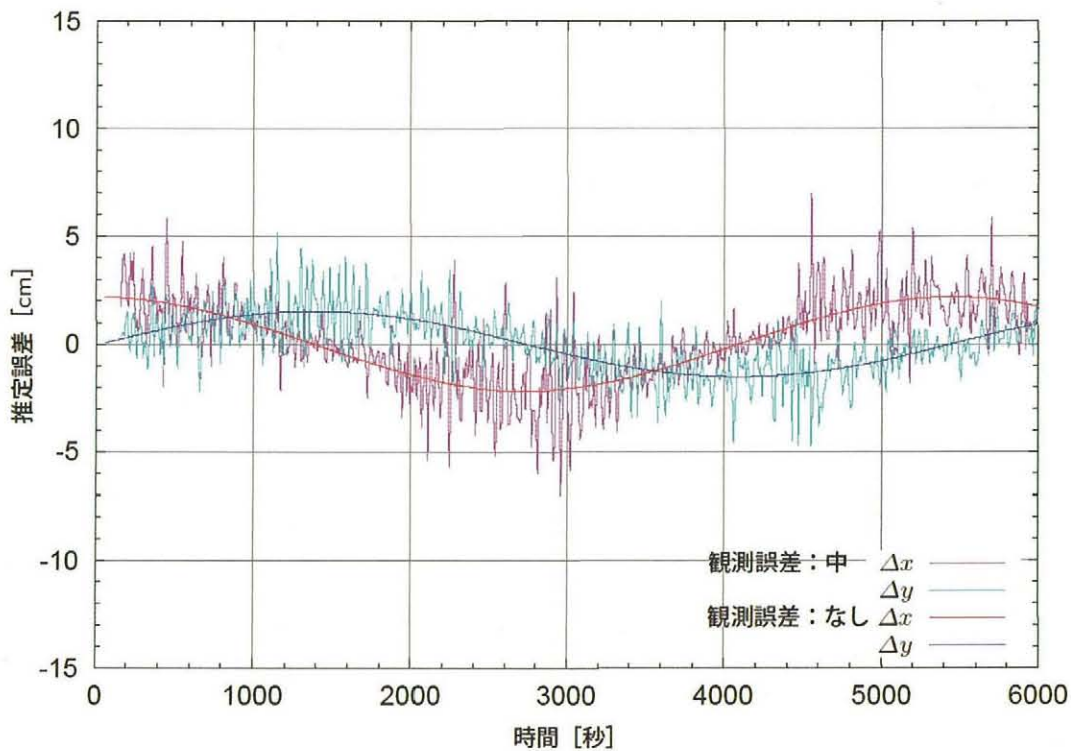


図 7-8 観測誤差の有無と推定誤差 (2次, 距離 5km, 間隔 10 秒×5 点)

似の場合, および大きめの観測誤差, 衛星間距離 5km, 3 次近似の場合について伝播時間と推定誤差との関係を図 7-10, 図 7-11 に示す。伝播時間の増加にともなって推定

誤差が増加することに違いはないが, 推定誤差を極小とする観測時間についてはほぼ一定のようである。ただし, 観測時間の減少による推定誤差増加の原因は情報量の減

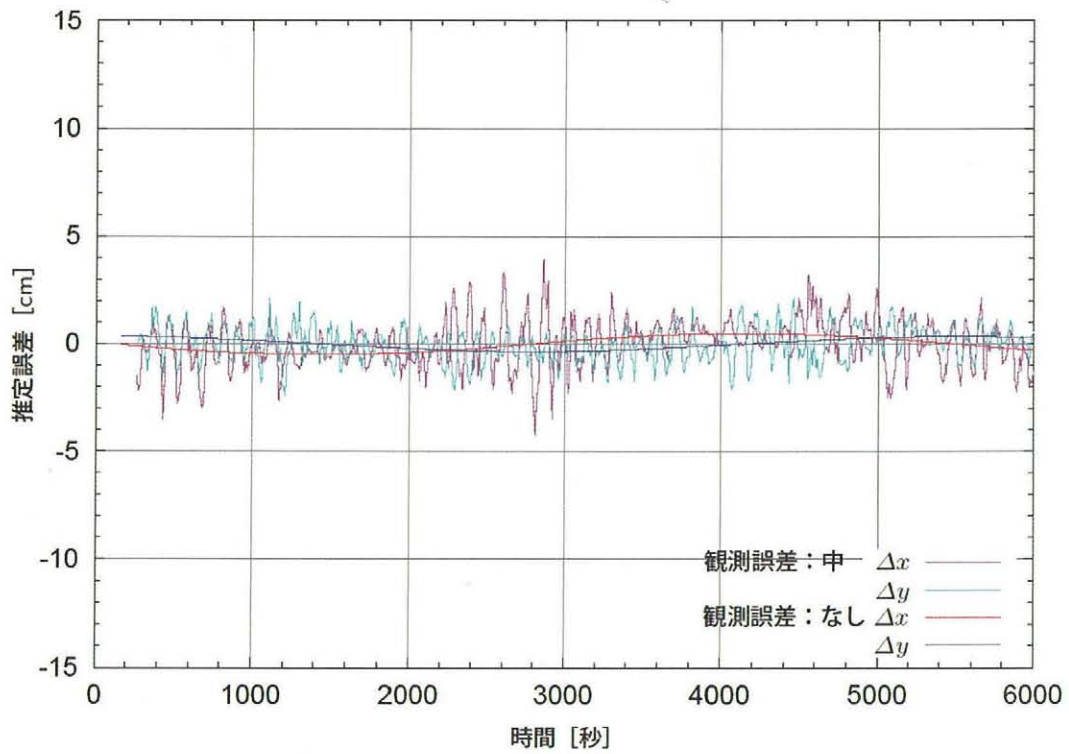


図 7-9 観測誤差の有無と推定誤差 (3次, 距離 5km, 間隔 10 秒×15 点)

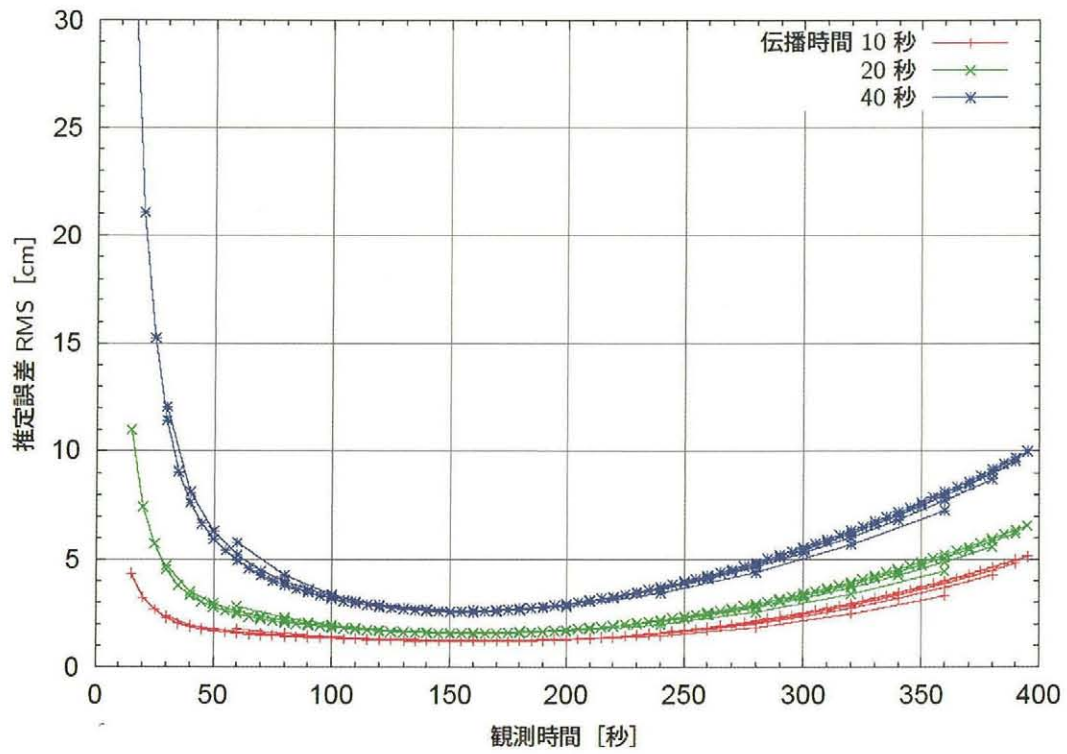


図 7-10 伝播時間と推定誤差  
(2次近似, 衛星間距離 50m, 観測誤差：中/中)



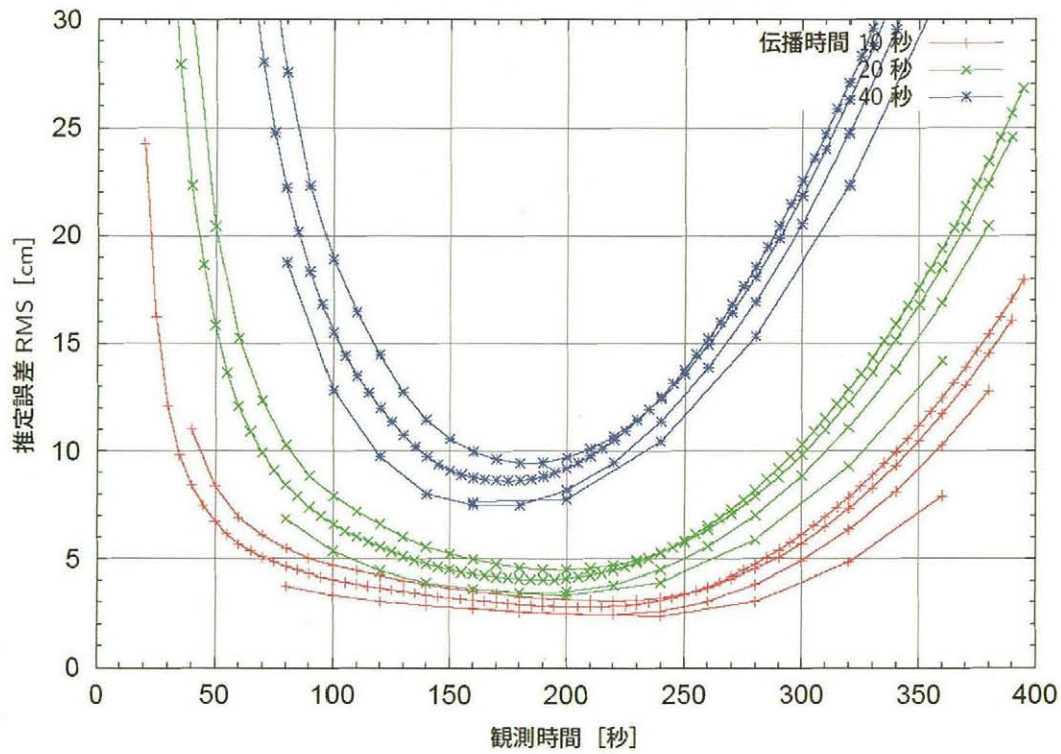


図 7-11 伝播時間と推定誤差  
(3次近似, 衛星間距離 5km, 観測誤差: 大/大)

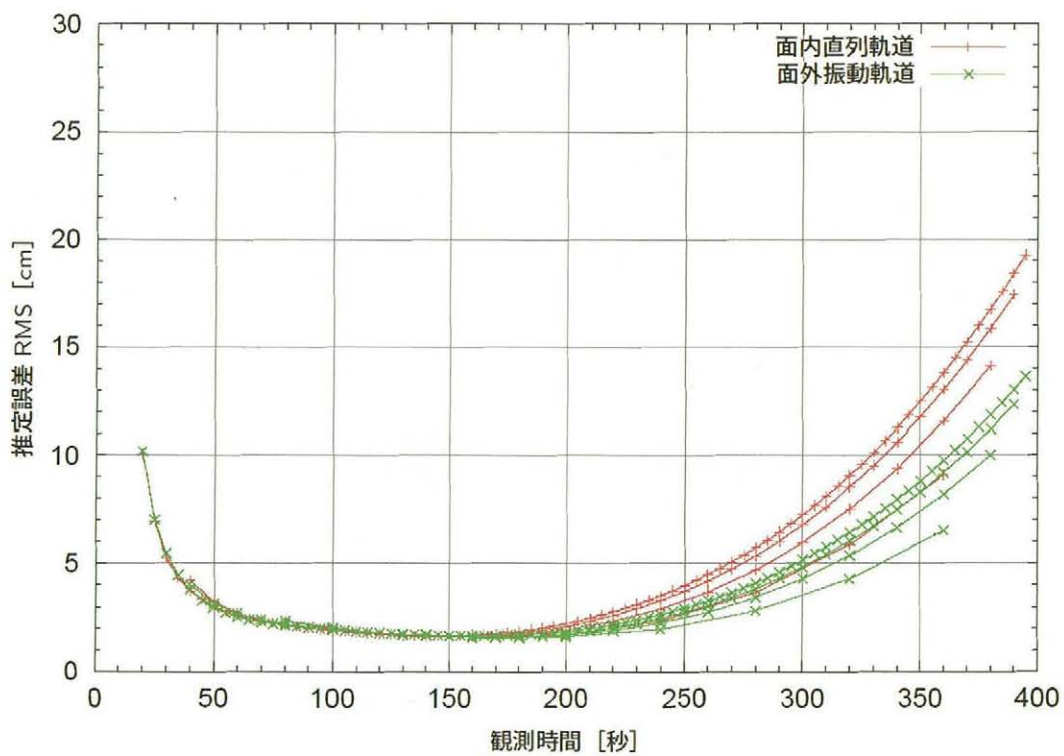


図 7-12 相対軌道と推定誤差 (3次近似, 最大衛星間距離 5km)

表 7-1 ケース表

図番号	相対軌道	衛星間距離	観測誤差	近似次数	伝播時間	観測間隔
図 7-1	面内	50m	中	1次	10秒	5～40秒
図 7-2	面内	50m～5km	中	2次	10秒	5秒
図 7-3	面内	5km	なし～大	2次	10秒	5秒
図 7-4	面内	50m～5km	中	3次	10秒	5秒
図 7-5	面内	5km	なし～大	3次	10秒	5秒
図 7-6	面内	50m～5km	中	4次	10秒	5秒
図 7-7	面内	5km	なし～大	4次	10秒	5秒
図 7-8	面内	5km	なし, 中	2次	10秒	5秒
図 7-9	面内	5km	なし, 中	3次	10秒	5秒
図 7-10	面内	50m	中	2次	10～40秒	5秒
図 7-11	面内	5km	大	3次	10～40秒	5秒
図 7-12	面内/面外	5km	中	3次	10秒	5秒

少による最小二乗法の残差の増加によるもので、観測時間の増加による推定誤差増加の原因は相対運動の大きさに対する近似次数の不足によるものであるため、必ずしも推定誤差を極小とする観測時間が一定とは限らないと思われる。

#### 7.2.6 相対軌道

これまででは、衛星間距離が一定に保たれる面内直列軌道について解析を行ってきた。相対軌道の違いと推定誤差との関係を調べるために、衛星間距離が正弦波状に変化する面外振動軌道との比較を行った結果を図7-12に示す。面外振動軌道のほうが軌道一周分の平均衛星間距離が短くなるため、観測時間が長くなった場合の推定誤差の増加の度合いがやや小さい。しかしその程度は小さく、相対軌道の違いが推定精度に与える影響は大きくないと思われる。

#### 7.3 多項式近似による軌道伝播精度のまとめ

推定誤差に対して感度の高かったパラメータは、衛星間距離、観測時間、近似次数、伝播時間、などであった。衛星間距離5km、観測間隔10秒、伝播時間40秒(3連続の測位不成立または通信エラーに相当)、大きめの観測誤差、という条件下でも、適切な近似次数と観測点数(例:3次近似,20点)を選べば推定誤差を10cm(RMS)程度に抑えられることが確認された。

本解析は、KGPS相対測位が相対軌道上での高精度軌道予測に使用可能であるかを確認することを目的としているため、最適な軌道予測アルゴリズムを使用しているわけではなく、ここで得られた結果は理論的な限界値というわけではない。より高い軌道伝播精度が必要な場合

は、過去の相対位置情報について重み付けを行うなど、さらなる検討の余地がある。

## 8. まとめ

低軌道衛星の高精度フォーメーションフライトのため、キネマティックGPSによる相対位置計測の有効性を検討し、以下の結果を得た。

- 1) 可視解析の結果、一般に地上よりも多くの衛星が観測できることがわかった。衛星形状等に依存するマスク角、マルチパスの影響は使用する衛星個別に検討する必要がある。
- 2) 衛星受信機から見たGPS衛星の、時間あたりの視線方向の変化は地上でのそれよりも大幅に大きい。アンビギュイティ解は、地上よりも高速に得られる。
- 3) 宇宙機間の相対位置計測間隔における軌道伝播誤差を検討した。多項式近似で軌道伝播を行った場合、数十秒の軌道伝播を行ったとしても伝播誤差を計測誤差程度に収められることがわかった。
- 4) 宇宙機のGPS受信機データ生成プログラムを作成し、また宇宙機用に改修したJAXA所有のキネマティックGPSソフトウェア「KINGS」を用いて、LEOの精密相対測位シミュレーションを多数ケースにつき行った。その結果、いずれも計測精度はセンチメートルレベルであった。ただし、解析精度、AR性能とともに、電離層遅延誤差・マルチパス誤差の増大とともに劣化した。ARのパラメータは、実際の電離層活動やマルチパス環境に応じて決定する必要がある。

以上のように、宇宙機におけるマルチパス環境やフォーメーション距離などの宇宙機およびミッション特有の事

項に対処すれば、キネマティック GPS による高精度宇宙用航法システム構築が可能であり、新規宇宙機ミッションの創出が期待される。

### 参考文献

- 1) (財)無人宇宙実験システム研究開発機構:「平成15年度小型衛星による群衛星化等に関する調査」調査報告書 (2004)
- 2) 中須賀:宇宙機のフォーメーションフライト, システム/制御/情報, 45-10, 1/6 (2001)
- 3) 小山, 吉河, 辻井, 藤原:将来宇宙機における高精度 GPS活用, 計測と制御, 第44巻第4号pp.263-265. (2005)
- 4) Franz Busse and Jonathan How: Demonstration of Adaptive Extended Kalman Filter for Low Earth Orbit Formation Estimation Using CDGPS, ION GPS 2002, 24-27 September 2002, Portland OR, pp. 2047-2058.
- 5) Elliott D. Kaplan, Editor, Understanding GPS: Principles and Applications, Artech House Publishers, Boston (1996)
- 6) Brown, Grover R., Hwang, P.Y.C.: Introduction to random signals and applied Kalman filtering. Third Edition. John Wiley & Sons, New York (1997)
- 7) T. Tsujii, et al.: Development of Kinematic GPS Software, KINGS, and Flight Test Evaluation, NAL TR-1357T (1998)
- 8) 辻井, 張替, 村田:二周波GPS受信機に対する高速化 OTF (On-the-Fly) アルゴリズムと飛行実験による評価, 計測自動制御学会誌, 第33巻, 第8号, pp743-751. (1997)
- 9) P. Teunissen, et al.:GPS for Geodesy, Springer-Verlag (1998)





宇宙航空研究開発機構研究開発報告 JAXA-RR-06-002

---

発行 平成18年7月7日

編集・発行 宇宙航空研究開発機構

〒182-8522 東京都調布市深大寺東町7-44-1

URL: <http://www.jaxa.jp/>

印刷・製本 株式会社 実業公報社

---

本書及び内容についてのお問い合わせは、下記をお願いいたします。

宇宙航空研究開発機構 情報システム部 研究開発情報センター

〒305-8505 茨城県つくば市千現2-1-1

TEL: 029-868-2079 FAX: 029-868-2956

---

©2006 宇宙航空研究開発機構

※本書の一部または全部を無断複写・転載・電子媒体等に加工することを禁じます。

