

再流動を考慮した油量不足状態の点接触 EHL 解析

野木 高*

An Analysis of Starved EHL Point Contacts with Reflow

Takashi NOGI*

In the starved lubrication regime, the film thickness can be much less than the fully flooded film thickness. The film thickness reduction is related to the inlet meniscus distance. The inlet meniscus and the film thickness can be computed for a given inlet film thickness distribution which is generally non-uniform. The inlet film thickness distribution, which is essentially the outlet film thickness distribution of the previous contact, is affected by the surface tension. In this paper, a modified Coyne-Elrod boundary condition is used to calculate the inlet film thickness distribution, taking the surface tension into account. A numerical analysis of EHL point contacts is carried out and solutions of the inlet meniscus and the film thickness are presented. At lower capillary numbers, side bands formed by reflow in the outlet region can replenish the contact owing to reflow in the inlet region. At higher capillary numbers, the side bands move away from the center of the track and the inlet distance decreases. This is a main cause of starvation in EHL point contacts. A good agreement is found between the numerical solutions and experimental results.

Key Words : starved EHL, point contact, reflow, side band, capillary number, amount of oil

1. 緒 言

油量不足状態の EHL における油膜厚さを予測することは、表面粗さより大きい膜厚を確保し、表面の接触による損傷を防止するために重要である。WEDEVEN ら¹⁾は油量不足による油膜厚さの減少量は入口メニスカス距離と相関があることを示した。HAMROCK と DOWSON²⁾ (H-D) は入口メニスカス距離 (以下では入口距離) をパラメータとして油量不足 EHL の膜厚計算式を提案しているが、実際の軸受では入口距離が不明であるため、上記の計算式の有用性は限定的である。CHEVALIER ら³⁾はキャビテーションの解析に用いられる ELROD⁴⁾のアルゴリズムを EHL に適用し、表面に付着している油膜の厚さ (油量を表すパラメータ、以下では初期膜厚) が既知であれば数値計算によって入口距離が求められることを示すとともに、接触部

を通過した出口の膜厚を初期膜厚として用い、側方漏れによって膜厚が減少する速度を明らかにしている。しかし、このような解析では膜厚は接触の繰返しによって単調に減少することになり、十分潤滑から油量不足状態へ遷移する現象を取り扱うことができない。

KINGSBURY⁵⁾によれば、油量不足の程度は、側方漏れによって失われる油量と、何らかのメカニズムによって接触部入口に再供給される油量のバランスによって決まる。CHIU⁶⁾は接触部を通過した直後の膜厚をヘルツ接触のプロファイルで近似し、これが接触と接触の間に表面張力によって平坦化されるという再供給モデルを提案した。

CANN ら⁷⁾は油量不足 EHL の膜厚に及ぼす運転条件の影響を実験的に調べ、油量不足の程度を支配するパラメータとして $SD = \eta_0 u a / h_1 \gamma$ を提案している。 h_1 はトラックの近傍に存在する油量と定義

(独)宇宙航空研究開発機構 研究開発本部衛星構造・機構グループ (〒182-8522 東京都調布市深大寺東町 7 丁目 44-1) Spacecraft Structures and Mechanisms Group, Aerospace Research and Development Directorate, Japan Aerospace Exploration Agency (44-1, Jindaiji-higashimachi 7-chome, Chofu-shi, Tokyo 182-8522)

* Corresponding author : E-mail: nogi.takah@jaxa.jp

されているが、油の体積をトラックの幅と長さで割って算出していることから、本研究の初期膜厚に相当すると考えられる。また、接触と接触の間の再供給は非常に遅く、主に接触部近傍で生ずると指摘されているが、解析的な取扱いは行われていない。

CHEVALIER³⁾は転動の繰返しの実験結果で、接触部の側方が十分潤滑状態にある一方、中央で油量不足が生じている例を示すとともに、この現象がトラックの中央で薄く、側方で厚い非一様な入口膜厚を用いた解析で再現できることを示している。しかし、文献3)で用いられている入口膜厚は Y のみの関数であり、運転条件の影響を考慮したものではない。

柴崎ら^{8,9)}は油量不足 EHL とマクロ流れの連成解析手法を提案した。この手法を玉軸受に適用すれば、供給油量から入口膜厚を求めることができる⁸⁾。また、接触部後方における油の回り込みを経験的に考慮することで、ボールオンディスク実験と一致する解析結果が得られている⁹⁾。

PEMBERTON と CAMERON¹⁰⁾(P-C)の観察によれば、極めて低速の場合を除き、接触部を迂回した油は出口側で合流せず、トラックの両側にサイド・バンド (side bands) が形成される。サイド・バンドは、2面の膜厚の和が接触部の両側のすきまより大きいため、入口側のくさび部で強制的に横方向に広げられる。大半の油は接触部の外側を通過するが、残りは接触部入口に再供給され、この再供給と側方漏れによる油量の減少が平衡状態を形成する。ここで重要なのは、出口側、入口側でメニスカスの両側からトラックの中央に向かう流れが発生することである。このような挙動を以下では再流動 (reflow) と呼ぶ。

上記の平衡状態では、入口膜厚は前回の接触の出口膜厚にほぼ等しく、サイド・バンドを含む非一様な入口膜厚が生ずる原因は出口側の再流動である。この再流動は油膜破断点の表面張力に影響されると考えられるが、従来の EHL 解析の境界条件では表面張力は考慮されていない。ELROD アルゴリズムでは、入口側の油膜形成点で圧力勾配、膜厚が不連続になる一方、出口側の油膜破断点の圧力勾配は0になり、破断点の下流の膜厚は破断

点のすきまに等しい (文献 11)の Fig. 3.4 参照)。すなわち、出口側の境界条件は表面張力を無視したレイノルズの条件である。一方、表面張力を考慮した境界条件として COYNE と ELROD^{12,13)} (C-E) の条件が知られている。C-E の条件では、破断点のすきまに比べて下流の膜厚は小さくなり、両者の比はキャピラリ数で決定される。

本研究では、再流動を考慮した油量不足状態の点接触 EHL 解析を行う。まず、C-E の境界条件に基づき、キャピラリ数をパラメータとしてサイド・バンドを含む非一様な入口膜厚を求める手法を提案する。また、この入口膜厚を用いた数値計算を CHEVALIER らの手法を用いて行い、油量不足状態の EHL 膜厚に及ぼす無次元初期膜厚とキャピラリ数の影響を明らかにする。さらに、入口メニスカスの形状と中央膜厚の減少率について解析結果と実験結果を比較し、解析の妥当性を検証する。

2. 記号

本研究で用いる記号を以下に示す。

a	: ヘルツ接触半径
C	: キャピラリ数
h	: すきま
h'	: 膜厚, $h' = \theta h$
h_c	: 中央膜厚
h_{eff}	: 十分潤滑状態の中央膜厚
h_i	: 初期膜厚
H	: 無次元膜厚, $H = h' R_x / a^2$
H_c	: 無次元中央膜厚, $H_c = h_c R_x / a^2$
H_{eff}	: 十分潤滑状態の無次元中央膜厚, $H_{eff} = h_{eff} R_x / a^2$
H_e	: サイド・バンドを無視した無次元出口膜厚
H_i	: 無次元初期膜厚, $H_i = h_i R_x / a^2$
H_{oil}	: 無次元入口膜厚
H_{sb}	: サイド・バンドの無次元最大膜厚
H_0	: 無次元剛体変位
m	: 無次元入口距離
p	: 圧力
p_h	: 最大ヘルツ接触圧力
p_r	: ROELANDS の式の定数, $p_r = 1.96 \times 10^8$

- P : 無次元圧力, $P = p/p_h$
 q : 単位幅当たりの流量
 Q : 単位幅当たりの無次元流量, $Q = qR_x/ua^2$
 r_x, r_y : メニスカスの半径
 r_x, r_y : メニスカスの無次元半径, $r_x = r_x/a$, $r_y = r_y/a$
 R_x, R_y : 等価半径
 u : x 方向平均速度
 V : C-E 理論の速度
 w : 荷重
 W_{sb} : サイド・バンドの無次元半幅
 X, Y : 無次元座標, $X = x/a$, $Y = y/a$
 X_0, Y_0 : 解析領域の境界の無次元座標
 Y_1 : サイド・バンドの中心の無次元座標
 z : ROELANDS の式の粘度-圧力指数
 α : 粘度-圧力係数
 γ : 表面張力
 δ : キャビティの境界の無次元補正量
 Δ_x, Δ_y : 無次元格子間隔
 η_0 : 大気圧下の粘度
 $\bar{\eta}$: 無次元粘度, $\bar{\eta} = \eta/\eta_0$
 ρ_0 : 大気圧下の密度
 $\bar{\rho}$: 無次元密度, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
 θ : 油膜厚さとすきまの比
 θ^* : C-E 理論の θ'
 θ' : 油膜破断点のすきまに対する下流の膜厚の比
 λ : 無次元パラメータ, $\lambda = 12\eta_0 R_x^2 u / p_h a^3$

3. 解析方法

3.1 数値計算方法

本研究では $R_x = R_y$ の点接触, すなわち円接触を対象に, CHEVALIER ら³⁾の手法を用い, 油膜厚さとすきまの比 θ を含む無次元レイノルズ方程式をマルチ・グリッド法で解いた. 無次元レイノルズ方程式は次式で表される.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \lambda \frac{\partial(\bar{\rho} \theta H)}{\partial X} \quad (1)$$

無次元すきまは次式で表される.

$$H(X, Y) = H_0 + \frac{X^2}{2} + \frac{Y^2}{2} + \frac{2}{\pi^2} \int_{-X_0}^{X_0} \int_{-Y_0}^{Y_0} \frac{P(X', Y') dX' dY'}{\sqrt{(X-X')^2 + (Y-Y')^2}} \quad (2)$$

油膜厚さは θH で表されることに注意を要する. 油膜破断領域の膜厚は 2 面に付着している油膜の厚さの和である. 荷重の釣合い関係は次式で表される.

$$\int_{-X_0}^{X_0} \int_{-Y_0}^{Y_0} P(X, Y) dX dY = \frac{2\pi}{3} \quad (3)$$

式(1)~(3)を以下の境界条件の下で解く.

$$P(-X_0, Y) = P(X_0, Y) = P(X, -Y_0) = P(X, Y_0) = 0 \quad (4)$$

$$\theta(-X_0, Y) = H_{oil}(Y) / H(-X_0, Y)$$

粘度-圧力関係式は ROELANDS の式を用いた.

$$\bar{\eta}(P) = \exp(p_r \alpha / z (-1 + (P p_h / p_r)^z)) \quad (5)$$

$$p_r \alpha / z = \ln(\eta_0) + 9.67$$

密度-圧力関係式は DOWSON と HIGGINSON の式を用いた.

$$\bar{\rho}(P) = \frac{0.59 \times 10^9 + 1.34 P p_h}{0.59 \times 10^9 + P p_h} \quad (6)$$

圧力発生領域と油膜破断領域の境界は緩和法の過程で自動的に計算される. すなわち, 圧力発生領域 ($\theta = 1$) の格子点で $P < 0$ となれば, $P = 0$ として境界の流量が連続になるように θ を再計算する. 油膜破断領域 ($P = 0$) の格子点で $\theta > 1$ となれば, $\theta = 1$ として P を再計算する¹¹⁾. ELROD アルゴリズムによる数値計算の特徴として, 出口側と同様に入口側でも上述の手続きによって入口メニスカスが決定される. したがって, 負圧が出口側のみで発生するように計算することは困難である.

弾性変形の計算には FFT 法¹⁴⁾を用いた. 文献 14)では解析領域の周囲に圧力 0 の領域を設け, 圧力が非周期関数であるために生ずる誤差を低減しているが, 本研究では高圧のヘルツ接触部が解析領域に比べて十分小さいため省略している.

3.2 C-E 理論

C-E^{12,13)}は 2 次元の流れについて, 流速分布は放物線型であると仮定し, 表面張力を考慮したナビエ・ストークス方程式を解いた. 破断点の近傍ではせん断流れと逆方向の圧力流れが生じ, 下流で

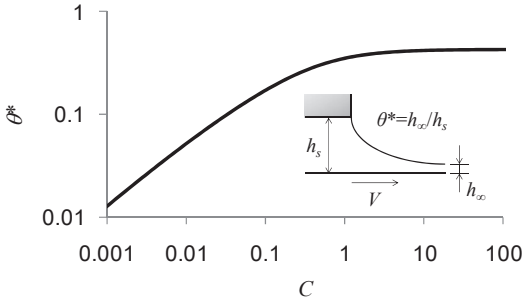


Fig. 1 COYNE-ELROD boundary condition

はせん断流れが支配的になるため、流量の連続より油膜は破断点から下流に向かうにつれて薄くなる。油膜破断点のすきまに対する下流の膜厚の比 θ^* は、次式で定義されるキャピラリ数の関数として計算される。

$$C = \eta_0 V / \gamma \tag{7}$$

θ^* の計算結果を Fig. 1 に示す。なお、C-E 理論の計算は逆流が生ずる範囲で不安定になるという問題が指摘されており¹⁵⁾、本研究では付録 A で述べるように速度勾配が自由境界で 0 になるよう C-E 理論を修正し、計算を行った。

本研究はすべり率が 0 の純転がり接触（以下では単に転がり接触と記す）を対象としている。C-E 理論はすべり接触を対象としているが、転がり接触へ適用することも考えられる。膜厚の中心線について対称な形状のメニスカスを仮定し、破断点のすきまが $2h_s$ 、下流の油膜厚さ h_x が 2 面で等しいとすれば、 θ^* を転がり接触にも適用できるという考え方である。DALMAZ¹⁶⁾ は、線接触における油膜破断点とキャピラリ数の関係を調べ、すべり接触では、C-E 理論から求めた破断点は実験結果とよく一致することを示しているが、転がり接触では、C-E 理論と実験の比較を行っていない。そこで、付録 B で述べるように BIRKHOFF と HAYS¹⁷⁾ の式を用いて油膜破断領域の膜厚を計算し、文献 16) の実験結果から下流の膜厚と破断点のすきまの比 θ' を求めると次式が得られた。

$$\theta' = 1.2\theta^* \tag{8}$$

本研究では上式を用いて接触部後方、メニスカス内側の油膜破断領域（以下ではキャビティ）の境界を求める。

3.3 再流動が無視できる場合

本節では出口側の再流動が無視できる場合を考

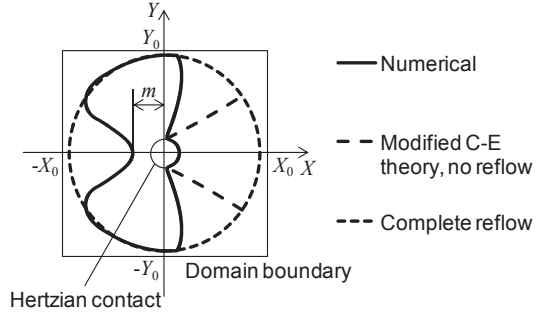


Fig. 2 Meniscus and cavity boundary

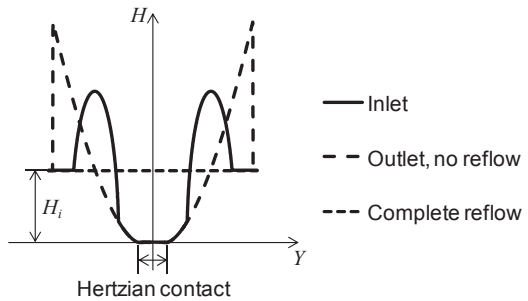


Fig. 3 Inlet and outlet film thickness

える。この場合のキャビティ境界はトラックの内側に適用される (3.5 節参照)。数値計算で得られるメニスカス形状の例を Fig. 2 に実線で示す。この場合 Fig. 3 に破線で示すような出口膜厚が得られる。負圧が発生しないとして計算を行っているため、この出口膜厚は出口側の再流動が無視できる場合の解になっている。レイノルズの条件より油膜破断領域の膜厚は油膜破断点に等しく、油膜破断点は最小すきま位置の近傍になるため、出口膜厚はヘルツ接触のプロファイルに近くなる。

一方、実験で観察されるキャビティの境界は、ヘルツ円から斜め後方に伸びる直線状になる。例えば文献 18) の Fig. 3.15 における境界と X 軸の角度は約 35°であり、表面張力の影響を無視した数値解と大きく異なる。そこで、本研究では境界を C-E 理論に基づいて求める。この境界は再流動の影響が小さいと考えられるトラック内側に適用されるため、出口膜厚として数値解を使用できると仮定すれば、出口側キャビティの膜厚は $\theta(X_0, Y)H(X_0, Y)$ で与えられる。油膜破断点に C-E の条件を適用すれば次式が得られる。

$$\theta(X_0, Y)H(X_0, Y) = \theta'H(X, Y) \quad (9)$$

ところで、キャビテーションは3種類に大別される¹⁹⁾。すなわち、(1)油膜破断点で流体がはく離する場合、(2)油が気体(溶解気体あるいは油の蒸気)を放出して破断する場合、(3)上流で発生した気泡が流れ場を変えるほどには成長せず、下流へ流されて気泡流を形成する場合である。C-E理論は(1)を仮定しているが、キャビティの境界では細かい気泡とすじ状流れ(streamer)が観察される^{1,10)}。したがって、キャビティの境界は上記(2)、(3)に近い状態にあり、(1)を仮定しているC-E理論、すなわち式(9)は厳密には成立していないと考えられる。

ヘルツ・トラックの内側($|Y| < 1$)においては、キャビティ境界の数値解はほぼヘルツ円に一致するが³⁾、数値計算の境界条件はレイノルズの条件であり、C-Eの条件では境界は下流側になる¹⁹⁾。一方、実験で観察される境界は、例えば文献18)のFig. 3.15のように、ヘルツ円に近い場合が多い。そこで、ヘルツ・トラック内側の境界としては数値解が使用できると仮定する。

ヘルツ円近傍で発生した気泡が式(9)の境界に沿って後方に流れていると仮定し、キャビティの境界として、 $|Y| = 1$ において数値解と一致するような式(9)の平行線を考える。

$$\theta(X_0, Y)H(X_0, Y) = \theta'H(X + \delta, Y) \quad (10)$$

δ を求めるには、まず数値解で $\theta(X_a, Y_a) = 1$ 、 $\theta(X_a + \Delta X, Y_a) < 1$ となる X_a を求める。ここで Y_a は格子点上で1に最も近い Y 座標である。本研究では解が X 軸について対称であるため、 $Y > 0$ の領域で計算すればよい。次に $\theta(X_0, Y_a)H(X_0, Y_a) = \theta'H(X_b, Y_a)$ の解 X_b を求めれば $\delta = X_b - X_a$ が得られる。ここで格子点間の膜厚は線形補間で計算する。

C-Eは式(7)の V として表面速度の境界に垂直な成分 $V = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$ (\mathbf{u} , \mathbf{n} はそれぞれ表面速度ベクトル、境界に垂直な単位ベクトル)を用いればよいと示唆しているが¹³⁾、上記のように気泡、すじ状流れが存在するため、本研究では油膜破断点における境界は X 軸に垂直とみなし、 X 方向の速度を用いる($V = u$)。したがって、 θ' は C のみの関数とな

る。このようにして求めた境界の例をFig. 2に破線で示している。これは、実験で観察されるキャビティの境界の形状によく対応している^{1,10)}。なお、直線状の境界は撮影速度に対して上記の気泡の流れが速い場合によく観察される。すなわち、直線状の境界は多数の気泡の気液界面の包絡線である。

3.4 再流動が支配的な場合

本節では再流動が支配的な場合を考える。この場合のメニスカス形状はトラックの外側に適用される(3.5節参照)。数値解の出口メニスカスはFig. 2の実線のような形状になるが、実際のトラック外側のメニスカスは入口側と出口側で対称な円形に近いことから¹⁰⁾、本研究ではメニスカスを次式で表される円で近似する。

$$\frac{X^2}{r_x^2} + \frac{Y^2}{r_y^2} = 1 \quad (11)$$

r_x , r_y を求めるには、 $H_{oil}(Y) = H_i$ の場合の数値解で $\theta(-r_x - \Delta X, 0) < 1$ 、 $\theta(-r_x, 0) = 1$ となる r_x を求め、同様に $\theta(0, r_y) = 1$ 、 $\theta(0, r_y + \Delta Y) < 1$ となる r_y を求める(解の対称性より $Y > 0$ の領域で計算する)。この場合、入口メニスカスは真円に近い形状になる³⁾。

式(11)の境界は入口側のくさび部と出口側の逆くさび部の膜厚がほぼ対称になるトラック外側に適用されることから、入口側の正圧と対称な負圧が出口側に生ずると考えれば、境界の膜厚、圧力勾配は入口側と出口側で等しくなり、入口膜厚と出口膜厚は一致する。そこで、出口膜厚はFig. 3に点線で示すように一様で $H_{oil}(Y) = H_i$ と仮定する。

r_x は一定としたが、 r_y は繰返し計算で変化すればその都度修正した。このようにして求めたメニスカスの例をFig. 2に点線で示している。

3.5 サイド・バンド

転動の繰返しでは、接触部の側方が十分潤滑状態にある一方、中央で油量不足の生ずる場合がある³⁾。これは3.3節の再流動が無視できる場合と3.4節の再流動が支配的な場合の中間の状態である。そこで、再流動が無視できる場合の解はトラックの内側、再流動が支配的な場合の解はトラックの外側に適用できると考える。この場合、出口

膜厚は次式で与えられる.

$$\begin{aligned} H_e(Y) &= \theta(X_0, Y)H(X_0, Y); |Y| < Y_1 \\ H_e(Y) &= H_i; Y_1 \leq |Y| \end{aligned} \quad (12)$$

ここで, Y_1 は再流動が無視できる場合の境界と, 再流動が支配的な場合の境界の交点の Y 座標である (対称性より $Y_1 > 0$ とする). Y_1 を求めるには, まず出口側で式(10)の解 $X_A(Y)$, 式(11)の解 $X_B(Y)$ を求め (格子点間の膜厚は線形補間で計算する), 次に $X_A(Y)$, $X_B(Y)$ の交点を求める (格子点間の境界は線形補間で計算する).

このようにして出口膜厚を求めると, 入口と出口で流量が不連続になる. すなわち, トラック外側の出口膜厚は一定の入口膜厚 H_i に等しいが, 内側の出口膜厚は H_i より小さくなるため, 出口側の流量は入口側より小さくなる. しかし, 実際は, この流量差に相当する油膜の厚い部分がトラックの両側に形成され, 流量の連続性が保たれている. これがサイド・バンドである. 本研究では接触と接触の間の再供給は無視できると仮定して, 式(12)の出口膜厚にサイド・バンドを加えて入口膜厚とする. サイド・バンドの中心の位置は Y_1 に等しいと仮定する.

Popovici¹⁸⁾はディスクに付着した油の膜厚を油膜形成点の手前の干渉縞から推定している. 文献18)の Fig. 4.23 (0.06 m/s) の結果を見ると, サイド・バンドのプロファイルはだ円形に近い. そこで入口膜厚を次式で近似する.

$$H_{oil}(Y) = \max \left(H_{sb} \left(1 - \left(\frac{|Y| - Y_1}{W_{sb}} \right)^2 \right)^{1/2}, H_e(Y) \right) \quad (13)$$

また, 流量の連続性より

$$\int_{-Y_0}^{Y_0} H_{oil}(Y) dY = 2Y_0 H_i \quad (14)$$

文献18)の Fig. 4.23 (0.06 m/s) からメニスカスの無次元幅を求めると $r_Y = 3.0$ であった. また, 全ての条件を合わせて数値解を求めると $H_i = 1.0$ で $H_1 = 3.33$ が得られた. ここで, H_1 は式(10), (11)の交点の H である. さらに, 文献18)の Fig. 4.23 (0.06 m/s) でディスクに付着した膜厚の最大値は $2.3 \mu\text{m}$ であり, 鋼球側も等しいとすると2面の和

は $4.6 \mu\text{m}$ となる. これは $H_{sb} = 2.4$ に相当する. 本研究では H_{sb} は H_1 に比例し, その係数は一定であると仮定した. すなわち, 上記の H_1 , H_{sb} の値より

$$H_{sb} = 0.72H_1 \quad (15)$$

式(15)で H_{sb} を計算し, 式(14)を数値的に解いて W_{sb} を求めれば, 式(13)の入口膜厚が決定される. 式(14)の計算は次式で表されるニュートン法で行った.

$$\begin{aligned} f(Y) &= \int_{-Y_0}^{Y_0} H_{oil} dY - 2Y_0 H_i \\ W_{sb} - \frac{f}{df/dY} &\rightarrow W_{sb} \end{aligned} \quad (16)$$

このようにして求めた入口膜厚の例を Fig. 3 に実線で示している.

式(1)~(4)の数値計算と式(13)による入口膜厚の計算を交互に繰返し解を求めた. 本研究で用いた格子点数は 1025×1025 である. 最初の入口膜厚 $H_{oil}(Y) = H_i$ である. 多くの場合, 数回の繰返しで収束解が得られた.

4. 実験方法

接触面に Cr 膜を有するガラス・ディスク (材質 BK7, ヤング率 80 GPa, ポアソン比 0.2) と直径 25.4 mm の鋼球 (材質 SUS440C, ヤング率 200 GPa, ポアソン比 0.3) のボールオンディスク型試験機

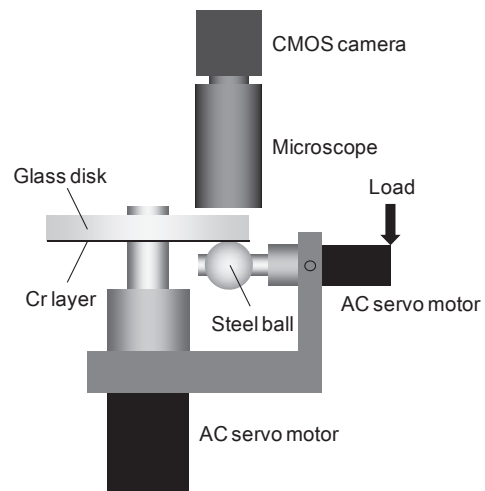


Fig. 4 Schematic diagram of test rig

Table 1 Experimental conditions

#	γ N/m	$\eta@20^\circ\text{C}$ Pa·s	α /GPa	u m/s	w N	h_i μm
1	0.03	0.093	24.0	0.1, 0.2, 0.5	20	34
2	0.03	0.093	24.0	0.1, 0.2, 0.5	10	19
3	0.03	0.093	24.0	0.1, 0.2, 0.5	20	22
4	0.03	0.093	24.0	0.1, 0.2	20	13
5	0.031	0.25	19.0	0.05, 0.1, 0.2	20	34
6	0.031	0.25	19.0	0.05, 0.1, 0.2	10	34
7	0.031	0.25	19.0	0.05, 0.1	20	22
8	0.021	0.52	20.0	0.05	20	41
9	0.021	0.52	20.0	0.05	10	63

を用い、メニスカスの観察と光干渉法による膜厚測定を行った。試験機の概略、実験条件をそれぞれ Fig. 4, Table 1 に示す。すべり率は 0 とし、少量の油を接触面に塗布した。潤滑油は Table 1 の #1～4 がパラフィン系鉱油、#5～7 が炭化水素系合成油、#8～10 がフッ素系合成油である。 h_i の測定は困難であり、文献 7) では油の体積をトラックの幅、長さで割って算出している。本研究では、各油量で最も低速の場合について、 r_Y が実験と解析で一致するように h_i を決定した。P-C⁽¹⁰⁾ の実験と同様に斜めから光を照射し、メニスカスの形状を観察した。

上記の実験方法は文献 18) と同様であるが、SiO₂ のスペーサ膜は用いていない。また、本研究ではメニスカス全体を含む広範囲の撮影を行うため低倍率の顕微鏡を用いるの必要があり、静止時のヘルツ接触部周囲のすきまによる較正は困難であった。そこで、予め各油について十分潤滑状態の干渉画像を荷重 20 N で速度を変化させて撮影しておき、油量不足状態と十分潤滑状態の接触部中心の色差 (RGB 色空間における距離) が最小になる十分潤滑状態の速度 u_{ref} を求めた。十分潤滑状態の H-D 式によれば中央膜厚は速度の 0.67 乗、荷重の -0.067 乗に比例することから²⁾、次式を用いて中央膜厚の減少率を算出した。

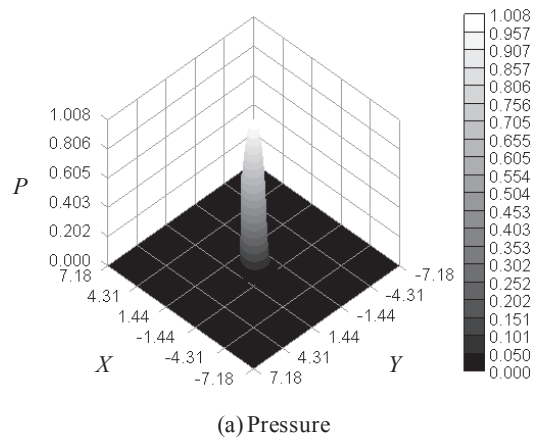
$$\frac{h_c}{h_{eff}} = \left(\frac{u_{ref}}{u} \right)^{0.67} \left(\frac{20}{w} \right)^{-0.067} \quad (17)$$

ここで、 w の単位は N である。

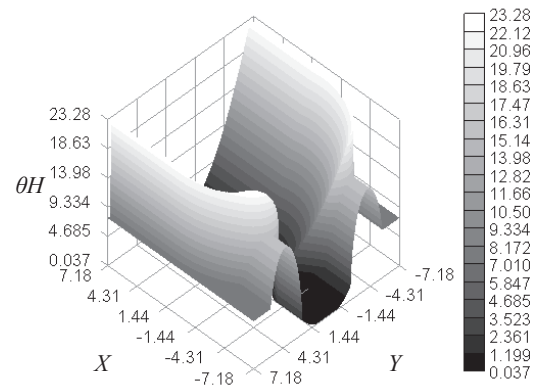
5. 解析結果とその実験的検証

Table 1 の #4 ($u = 0.1$ m/s) について、Fig. 5(a),

(b) にそれぞれ圧力分布、油膜厚さの解析結果を示す。接触部の外側の圧力は、十分潤滑状態と異なるが、ヘルツ圧に比べて小さいため、両者の差は Fig. 5(a) からわからない。Fig. 5(b) からわかるように、トラック中央の油量は、トラックの両側に比べて非常に少ない。出口側の再流動は入口膜厚



(a) Pressure



(b) Film thickness

Fig. 5 Dimensionless pressure and film thickness (#4, $u = 0.1$ m/s)

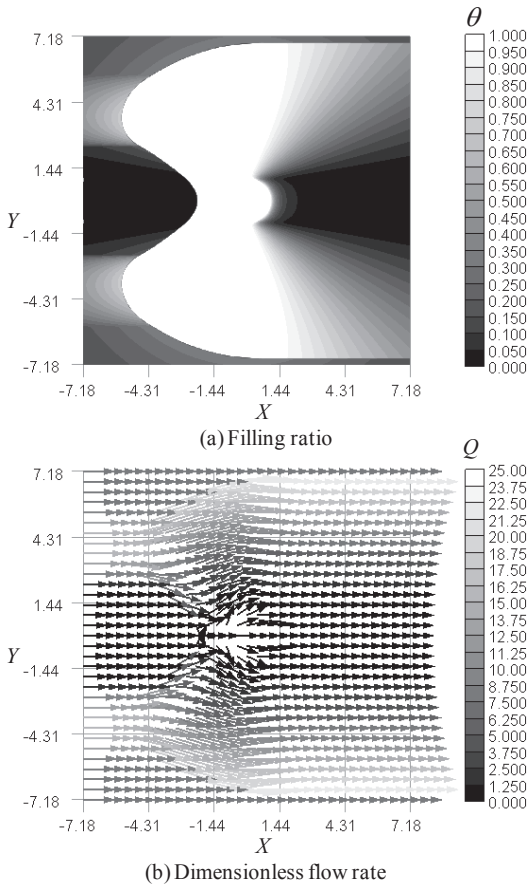


Fig. 6 Filling ratio and dimensionless flow rate (#4, $u = 0.1$ m/s)

の計算では考慮されているが、EHLの数値計算では考慮されていないため、 $X > 0$ の膜厚はヘルツ接触のプロファイルに近くなっているが、これが実際と異なることは上述のとおりである。

Fig. 6(a), (b)にそれぞれ油膜厚さとすきまの比、単位幅当たりの無次元流量を示す。Fig. 6(a)では、 $\theta = 1$ の領域で圧力が発生しており、入口メニスカスは油量不足状態のEHLで典型的なバタフライ形状を示している¹⁰⁾。Fig. 5(b), Fig. 6(b)からわかるように、サイド・バンドの油は、膜厚が接触部の両側のすきまより大きいため、入口側のくさび部で強制的に横方向に広げられる。大半の油は接触部の外側を通過するが、残りは接触部入口に再供給され、この再供給と側方漏れによる油量の減少が平衡状態を形成する¹⁰⁾。

入口膜厚の計算結果を、Table 1の#2, 3, 4につ

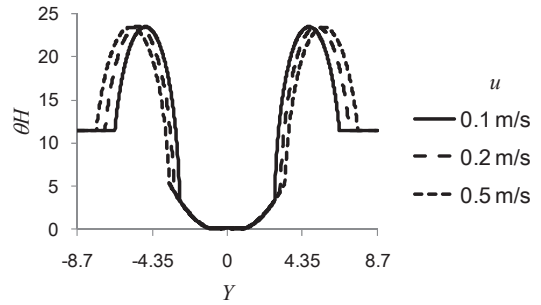


Fig. 7 Dimensionless inlet film thickness (#2)

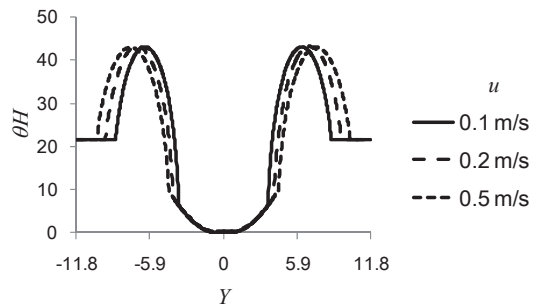


Fig. 8 Dimensionless inlet film thickness (#3)

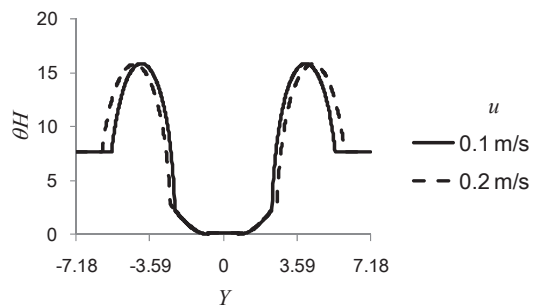


Fig. 9 Dimensionless inlet film thickness (#4)

いて、それぞれFig. 7, 8, 9に示す。同図からわかるように、サイド・バンドの無次元最大膜厚と無次元初期膜厚はほぼ比例する。また、速度が増大するとサイド・バンドはトラックの外側へ移動するが、これについては後述する。

メニスカスの解析結果と写真を、Table 1の#2, 3, 4について、それぞれFig. 10, 11, 12に示す。ここではFig. 2と同様に数値解を実線、式(10), (11)をそれぞれ破線、点線で示している。

入口側を見ると、メニスカスの数値解は実験結果とよく一致している。入口膜厚の大きいトラック両側のメニスカスは式(11)によく一致している。一方、入口膜厚の小さいトラック中央のメニスカ

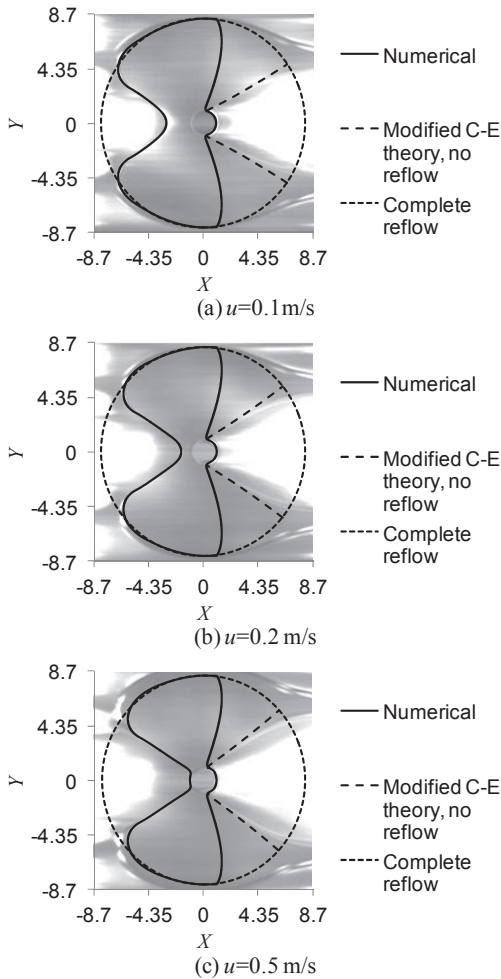


Fig. 10 Analytical results and photographs of the meniscus (#2)

スは、式(11)に比べて接触部に近くなる。

出口側を見ると、 X が小さい範囲では、式(10)、(11)は実験結果とよく一致している。 X が大きい範囲では、実際のキャビティ境界と X 軸の角度は小さくなり、外側のメニスカスも同様に式(11)の外側にずれる。下流に向かうにつれてキャビティの境界と外側のメニスカスは平行に近くなり、その間にサイド・バンドが形成されている。サイド・バンドの中心の位置は式(10)、(11)の交点とよく一致している。

Fig. 7～12で、速度が増大するとサイド・バンドがトラックの外側へ移動することに注目すべきである。これは以下のように説明できる。Fig. 1からわかるように、 θ' は速度とともに増大する。

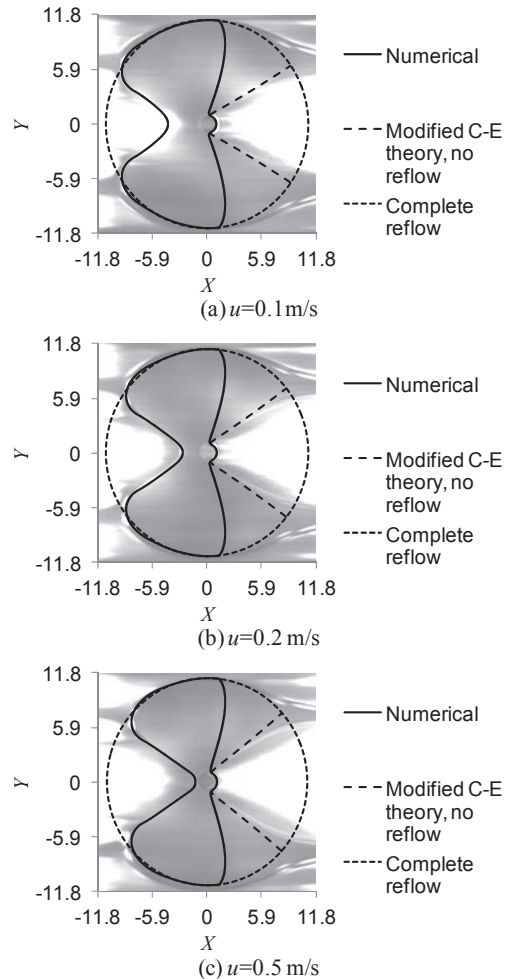


Fig. 11 Analytical results and photographs of the meniscus (#3)

一方、キャビティの膜厚 $\theta(X_0, Y)H(X_0, Y)$ は、ヘルツ接触のプロファイルに近いことからわかるように、速度の影響をほとんど受けない。したがって、式(10)からわかるように、速度が増大すると破断点の膜厚 $H(X, Y)$ は減少し、キャビティの境界は上流側へ移動する。一方、外側のメニスカスは速度の影響をほとんど受けないため、式(10)、(11)の交点はトラックの外側へ移動する。すなわち、速度が増大するとサイド・バンドは外側へ移動する。

Fig. 10～12を比較すると、無次元入口距離はサイド・バンドの無次元最大膜厚とともに大きくなり、サイド・バンドから接触部入口に再供給される油量に影響されることがわかる。一方、速度が増大し、サイド・バンドが外側へ移動すると、接

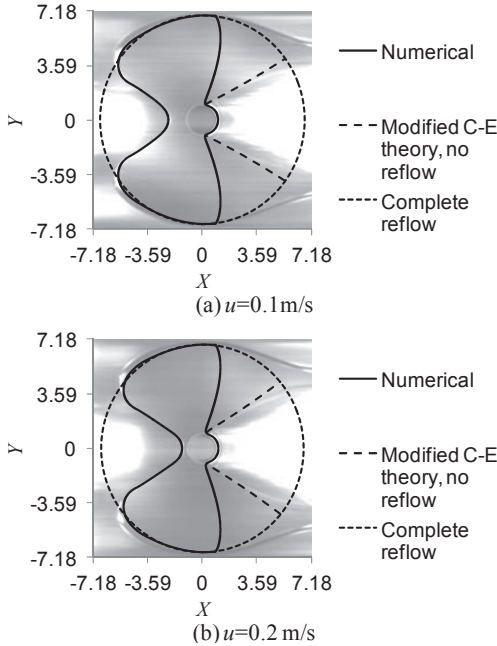


Fig. 12 Analytical results and photographs of the meniscus (#4)

触部入口に再供給される油量が減少し、無次元入口距離も減少する。これが高速で油量不足になるメカニズムである。サイド・バンドの位置の変化に比べて入口距離の変化が大きいことに注目すべきである。これは油の大半がサイド・バンドに存在し、トラック中央の油量が極めて少ないためである。

Fig. 10～12はパラフィン系鉱油の実験結果を示しているが、第4章で述べたように、炭化水素系合成油、フッ素系合成油についても実験を行った。その結果、メニスカス形状は、油の種類によらず、主に無次元初期膜厚とキャピラリ数で決定されることがわかった。例えば、#1の $u = 0.5 \text{ m/s}$ (パラフィン系鉱油, $H_i = 20, C = 1.6$) と#5の $u = 0.2 \text{ m/s}$ (炭化水素系合成油, $H_i = 20, C = 1.6$) を比較すると、メニスカス形状はほぼ同じであった。そこで、全ての油について、 H_i と C に注目し、解析と実験の比較を行った結果を以下に述べる。

Fig. 13にトラック中央の無次元入口距離とキャピラリ数の関係を示す。同図でバブルの直径は無次元初期膜厚に比例する。解析と実験の結果はよく一致している。無次元入口距離はキャピラリ数

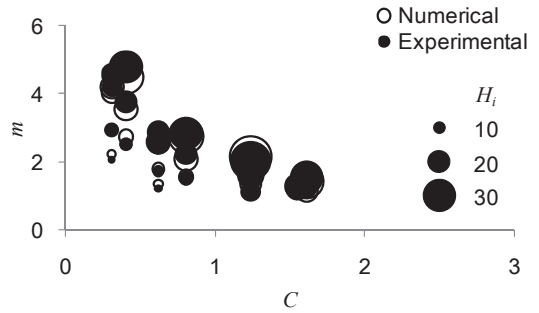


Fig. 13 Dimensionless inlet distance

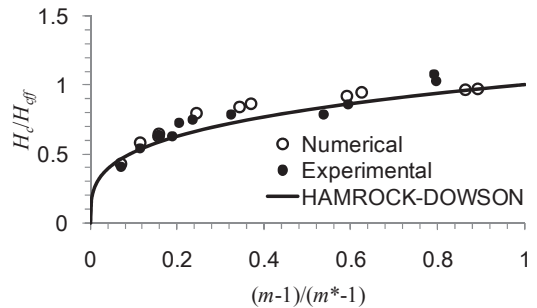


Fig. 14 Film thickness reduction

が増大すると減少する一方、バブルの直径、すなわち無次元初期膜厚とともに増大する。Fig. 13は、六つのパラメータ、すなわち表面張力、粘度、粘度-圧力係数、速度、荷重、初期膜厚が異なる場合の結果を示しているが、無次元入口距離は主に二つのパラメータ、 H_i と C で決定されることがわかる。

Fig. 14に中央膜厚の減少率、すなわち中央膜厚の油量不足時と十分潤滑時の比 H_c/H_{eff} を、H-Dの提案したパラメータ $(m-1)/(m^*-1)$ の関数として示す。中央膜厚の m^* は次式で表される²⁾。

$$m^* = 1 + 3.06H_{eff}^{0.58} \tag{18}$$

また、同図には H-D の提案した中央膜厚の減少率の計算式

$$\frac{H_c}{H_{eff}} = \left(\frac{m-1}{m^*-1} \right)^{0.29} \tag{19}$$

を実線で示している。解析と実験の結果はよく一致している。また、式(19)が本研究の結果とよく一致することから、中央膜厚の減少率は無次元入口距離で決定されることがわかる。なお、本研究

の範囲では数値計算と十分潤滑状態の H-D 式で H_{eff} はよく一致した．ここでは中央膜厚の減少率の数値計算結果は前者， m^* は後者を用いて算出している．

なお，#2 の $u = 0.5$ m/s の場合は $m \approx 1$ ，すなわち入口メニスカスがヘルツ円にほぼ一致した状態になり，収束解が得られないため EHL の数値計算と入口膜厚の計算の繰返しを 10 回で打ち切った．この状態では，油がトラックの中央に再供給されず，接触部の膜厚が側方漏れによってわずかながら減り続ける．これは接触部を通過した出口の膜厚を初期膜厚として用いた場合と同様である³⁾．この場合，理論的には接触の繰返しで膜厚は単調に減少し，固体接触が避けられないことになる．しかし，厳しい油量不足条件下でも極めて薄い油膜が残存する場合があります⁷⁾，軸受では転動体と保持器の接触によってトラックの油量が変化することも考えられ⁵⁾，実際の潤滑メカニズムは複雑である．

6. 結 言

表面張力を考慮した C-E 理論に基づいてサイド・バンドを含む非一様な入口膜厚を求める手法を提案し，入口膜厚を境界条件としてメニスカスを自動的に計算する ELROD アルゴリズムを用い，油量不足状態の点接触 EHL 解析を行った．メニスカス，油膜厚さの解析結果を示し，実験との比較による検証を行い，以下の結論を得た．

- (1) トラック中央のキャビティ境界はヘルツ円から斜め後方に伸びる直線状になり，境界と X 軸の角度はキャピラリ数とともに増大する．一方，トラック両側のメニスカスは主に油量，すなわち無次元初期膜厚で決まるだ円状になり，両者の交点にサイド・バンドが形成される．したがって，キャピラリ数が増大すると，サイド・バンドはトラックの外側へ移動する．
- (2) 無次元入口距離はサイド・バンドから接触部入口に再供給される油量に大きく依存し，無次元初期膜厚とともに増大する．一方，キャピラリ数が増大し，サイド・バンドがトラックの外側へ移動すると，サイド・バンドから接触部入口に再供給される油量が減少し，無

次元入口距離も減少する．これが高速で油量不足になるメカニズムである．

- (3) 無次元入口距離を含むメニスカス形状は解析と実験でよく一致した．無次元入口距離は主に二つのパラメータ，無次元初期膜厚とキャピラリ数で決定される．油量不足による中央膜厚の減少率は H-D の提案したパラメータ $(m-1)/(m^*-1)$ で整理でき，解析と実験でよく一致した．

付録 A：C-E の境界条件の計算方法

C-E 理論の計算の不安定性を回避するための修正を行う．付録 A の記号，式番号は文献 12) に合わせている．式(3)で境界上の境界に垂直な速度成分 $w = 0$ とおくと

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=l} = 0 \quad (\text{A1})$$

式(23)より

$$V = \frac{3}{2} \cos \theta \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{3} \right) \quad (\text{A2})$$

上式を式(27)に代入して

$$\frac{d\theta}{dS} = \frac{\psi + \frac{R}{6}(V^2 - 1) + G(H - 1) - \frac{3 \sin \theta \cos \theta}{2H^2}}{\frac{1}{N^3} + V \sin \theta} \quad (\text{A3})$$

なお，式(27)の第 3 項は誤記であり， $-G(H-1)$ が正しい．上記の式(A1)，(A2)と式(26)，(28)，(29)の数値積分によって解が得られる．この数値積分では，文献 15) で指摘されている不安定性の問題は生じない．C-E と同様に線形化を行うと，式(37)は

$$\psi = \frac{A \exp(\lambda S)}{\lambda} \quad (\text{A4})$$

式(40)は

$$\frac{1}{N^3} \lambda^3 + \frac{3}{2} \lambda^2 + \left(\frac{R}{2} - G \right) \lambda - 1 = 0 \quad (\text{A5})$$

と修正される．上記の式(A4)，(A5)と式(35)，(36)，(39)を用いて数値積分の初期値が求められる．文献 12) に数表で与えられている結果 ($R = G = 0$ の場合) と上記の方法を比較すると Table A1 のとお

Table A1 Comparison of the present theory with the C-E theory

N= (3C) ^{1/3}	C-E theory		Present theory	
	c/h _∞	R ₀ /h _∞	c/h _∞	R ₀ /h _∞
0.2	43.2	41.6	42.9	40.7
0.5	9.18	7.37	8.95	6.87
1.0	3.84	1.88	3.72	1.58
1.5	2.84	0.717	2.82	0.722
2.0	2.52	0.331	2.56	0.506
5.0	2.28	0.023	2.37	0.364

りである。本文中の θ^* の逆数である c/h_{∞} に大きな差はないことがわかる。

付録 B：転がり接触における C-E の境界条件

DALMAZ¹⁶⁾ の実験結果から油膜破断点のすきまに対する下流の膜厚の比を求める。転がり線接触の場合、BIRKHOFF と HAYS¹⁷⁾ によれば

$$h_{\infty} / h_{\min} = 0.65 \quad (\text{B1})$$

ここで、 h_{\min} は最小すきまであり、 h_{∞} は 2 面でもしいとする。一方、破断点のすきま $2h_s$ は

$$2h_s = h_{\min} + \frac{x_s^2}{2R_x} \quad (\text{B2})$$

ここで、 x_s は破断点の位置である。したがって

$$\bar{x}_s = \frac{x_s}{\sqrt{2Rh_0}} = \sqrt{\frac{1.3}{\theta'}} - 1 \quad (\text{B3})$$

Fig. B1 に \bar{x}_s の実験結果と式(B3)から求めた θ' を示す。 θ' が θ^* に比例すると仮定すれば、最小二乗法で式(8)が得られる。式(8)と実験結果はよく一致している。

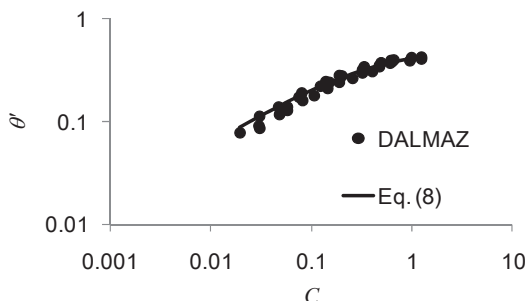


Fig. B1 Ratio of the film thickness downstream to the point of film rupture

文 献

- L. D. WEDEVEN, D. EVANS & A. CAMERON : Optical Analysis of Ball Bearing Starvation, ASME J. Lub. Tech., **93**, 3 (1971) 349-363.
- B. J. HAMROCK & D. DOWSON : Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part IV-Starvation Results, ASME J. Lub. Tech., **99**, 1 (1977) 15-23.
- F. CHEVALIER, A. A. LUBRECHT, P. M. E. CANN, F. COLLIN & G. DALMAZ : Film Thickness in Starved EHL Point Contacts, ASME J. Tribology, **120**, 1 (1998) 126-133.
- H. G. ELROD, Jr. : A Cavitation Algorithm, ASME J. Lub. Tech., **103**, 3 (1981) 350-354.
- E. KINGSBURY : Cross Flow in a Starved EHD Contact, ASLE Trans., **16**, 4 (1973) 276-280.
- Y. P. CHIU : An Analysis and Prediction of Lubricant Film Starvation in Rolling Contact Systems, ASLE Trans., **17**, 1 (1974) 22-35.
- P. M. E. CANN, B. DAMIENS & A. A. LUBRECHT : The Transition Between Fully Flooded and Starved Regions in EHL, Tribology Int., **37**, 10 (2004) 859-864.
- 柴崎・谷口・大島 : 枯渇 EHL とマクロ流れの連成解析手法の開発, 生産研究, **62**, 1 (2010) 40-44.
- 柴崎・丸山・大島 : ボールオンディスクにおける枯渇 EHL とマクロ流れの連成解析および実験的検証, トライボロジー会議予稿集, 東京 2011-5 (2011) 267-268.
- J. PEMBERTON & A. CAMERON : A Mechanism of Fluid Replenishment in Elastohydrodynamic Contacts, Wear, **37**, 1 (1976) 185-190.
- Y. H. WIJNANT : Contact Dynamics in the Field of Elastohydrodynamic Lubrication, Ph.D. thesis, University of Twente (1998).
- J. C. COYNE & H. G. ELROD, Jr. : Conditions for the Rupture of a Lubricating Film, Part I: Theoretical Model, ASME J. Lub. Tech., **92**, 3 (1970) 451-456.
- J. C. COYNE & H. G. ELROD, Jr. : Conditions for the Rupture of a Lubricating Film, Part II: New Boundary Conditions for Reynolds Equation, ASME J. Lub. Tech., **93**, 1 (1971) 156-167.
- 野木・加藤 : 弾性接触の限界に及ぼす硬質薄膜の影響 (第 1 報) - 実表面モデルによる検討 -, トライボロジスト, **42**, 2 (1997) 158-165.
- R. W. HEWSON : Free Surface Model Derived From the Analytical Solution of Stokes Flow in a Wedge, ASME J. Fluids Eng., **131**, 4 (2009) 041205.1-5.
- G. DALMAZ : Formation and Separation of Thin Viscous Film in Hertzian Line Contacts, ASME J. Lub. Tech., **102**, 3 (1980) 466-477.
- G. BIRKHOFF & D. F. HAYS : Free Boundaries in Partial Lubrication, J. Math. Phys., **42**, 2 (1963) 126-138.
- G. POPOVICI : Effects of Lubricant Starvation on Performance of Elast-Hydrodynamically Lubricated Contacts, Ph.D. thesis, University of Twente (2005).
- 中原綱光 : 流体油膜の挙動 - キャビテーション -, 潤滑, **26**, 3 (1981) 146-152.