〔論文〕

ロータダイナミック流体力の作用を考慮したターボポンプの急加速時の非定

常振動解析(回転同期成分に関する実験との比較)

荒木裕太*1 井上剛志*2 内海政春*3 安達和彦*4

Nonstationary Vibration Analysis of the High-Pressure Fuel Turbopump during the Fast Acceleration Considering the Effect of Rotordynamic Fluid Force (Comparison with the Synchronous Component of the Experimental Result)

Yuta ARAKI, Tsuyoshi INOUE, Masaharu UCHIUMI and Kazuhiko ADACHI

One of the main problems in the development of the rocket engine is the vibration problem of the fuel turbopump (FTP). In this study, the nonstationary vibration during the fast acceleration of FTP is investigated. The rotordynamic fluid force, damping effect of the wire-mesh-damper at the support parts, and rotating cavitation force are considered in the modeling. The variation of the rotational speed and the cavitation number obtained in the experiment are used as the input for the theoretical model, and the variation of the vibration amplitude is calculated numerically. In the spectra of the experimental data, the super-harmonic components and the asynchronous components which are not proportional to the rotational speed are observed in addition to the synchronous component. Because the developed model considers only the synchronous vibration, the synchronous component is extracted from the experimental data and compared with the numerical simulation data. These experimental and numerical results agree quantitatively, and as a result, the developed theoretical model is validated.

Key words: Turbopump, Vibration, Finite Element Method, Unsteady simulation

1. はじめに

液体ロケットエンジンではターボポンプの軸 振動が主要な不適合の原因である⁽¹⁾.エンジン始 動時の急加速状況でロータダイナミック流体力

(以下, RD 流体力とする)が加わる場合のターボ ポンプの動的挙動解析技術の開発が望まれてい る.このような解析コードの開発をめざし, 既報

*1 *2 *3 *4 原稿受付日 平成 24 年 月 日 ^{(2)~(4)}において、実機の寸法および材料特性に基づく有限要素モデルを構築し、その周波数応答特性およびモード特性を得た。

本研究では, 既報⁽³⁾ で構築した物理座標モデル の軸受部をより実機に近い柔支持構造モデルに 改良し, 実機ターボポンプのフライト模擬試験と 同じ急加速状況における非定常振動応答を数値 シミュレーションにより求めた.また, 実験の振 動データに対してスペクトル解析を行い, 含まれ る周波数成分を観察した.そして, そのうちの回 転同期周波数成分を取り出して逆フーリエ変換 を行うことにより回転同期成分の振動時刻歴デ ータを再生成し,その振動振幅の変化を数値シミ ュレーション結果と比較した.その結果,両者の 良好な一致が得られたので報告する.

2. ターボポンプ系のモデリング

有限要素法を用いて, Fig.1 に示すようにターボ ポンプ系のモデリングを行う.軸およびタービン, インデューサなどの部品のモデルには既報^{(2) (3)} と同じモデルを用いる.このとき,一定回転速度 で回転する場合のターボポンプ系の運動方程式 は式(1)のように表される⁽³⁾.

 $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C} + \omega \mathbf{G})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}_b + \mathbf{f}_{RD} + \mathbf{f}_{un} + \mathbf{f}_{cav} \qquad (1)$



Fig.1 FEM model of FTP⁽²⁾

ここで、 ω は軸の回転角速度を表す. カベクトル \mathbf{f}_{RD} は RD 流体力を表し、カベクトル \mathbf{f}_{un} は不つり あい力を表す. これらは、既報⁽³⁾ と同様である.

カベクトル \mathbf{f}_b は軸受反力を表す. 既報⁽³⁾ では軸 受部を単純な粘性減衰とばねの組み合わせとし て Fig. 2 (a)のようにモデル化したが,本研究で は,より実機の軸受支持構造に近いモデルとして, Fig. 2 (b)に示すように軸受外側はピンとワイヤ ーメッシュダンパで構成される柔支持構造⁽⁵⁾ も 考慮したモデル化を行う.ここで,玉軸受はばね 定数 \mathbf{k}_{bb} のばねでモデル化し,軸受外側の柔支持 構造については,ピンをばね定数 \mathbf{k}_s のばね,ワイ ヤーメッシュダンパを減衰係数 \mathbf{c}_d の粘性ダンパ でそれぞれモデル化する. 玉軸受外輪およびその サポート部は1つのはり要素としてモデル化する.

カベクトル \mathbf{f}_{cav} は旋回キャビテーション⁽⁶⁾⁽⁷⁾ による外力を表す.旋回キャビテーションは、イ ンデューサ部の入口圧力と翼端周速の関数で表 されるキャビテーション数 σ ⁽⁶⁾ がある値の範囲 になったときに発生し、 σ の値によって角周波数

 Ω_{c} がほぼ $\overline{\Omega}$ =1.15 ω , 1.0 ω , 0.8 ω の振れまわり

力を軸に与えることが知られている.本研究では, その旋回キャビテーションによる力はFig.3(a)

に示すように振れまわり角周波数 $\overline{\Omega}_{c}$ =1.15 ω ,

1.0 ω , 0.8 ω でピークを持つような流体に関する 共振現象とみなして考える⁽⁷⁾⁽⁸⁾.キャビテーショ ン力 \mathbf{f}_{cav} の振れまわり角周波数 Ω_c は,文献⁽⁹⁾を もとにキャビテーション数 σ の関数として一意 に決まるとして Fig. 3(b)のようにモデル化する. その結果,キャビテーション力 \mathbf{f}_{cav} はキャビテー ション数 σ の関数として次式で与えられる⁽⁷⁾.

$$\mathbf{f}_{cavx} = I_{\overline{\Omega}c}(\sigma) \cos(\Omega_c(\sigma, \omega)t + \phi_{cav})
\mathbf{f}_{cavy} = I_{\overline{\Omega}c}(\sigma) \sin(\Omega_c(\sigma, \omega)t + \phi_{cav})$$
(2)

ここで、 ϕ_{cav} はキャビテーション力の初期位相を 表すが、本研究では $\phi_{cav} = 0$ とする.また、 $I_{\overline{\Omega}c}(\sigma)$ はキャビテーション力 \mathbf{f}_{cav} の振れまわり力の強さ を表す関数であり、既報⁽⁷⁾で詳しく述べている. キャビテーション力 \mathbf{f}_{cav} の強さ $I_{\overline{\Omega}c}(\sigma)$ は、

 $\Omega_{c} = \overline{\Omega}_{c} (=1.15\omega, 1.0\omega, 0.8\omega)$ で極大値をもち,

Fig. 3(a) のような共振ピークを持つ関数として 式(3)で表される.

$$I_{\overline{\Omega}c}(\sigma) = \begin{cases} \frac{A_{\overline{\Omega}c}}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\Omega_c(\sigma)}{\overline{\Omega}_c}\right)^2\right\}^2 + \left(2\zeta_{\overline{\Omega}c}\left(\frac{\Omega_c(\sigma)}{\overline{\Omega}_c}\right)\right)^2}} \\ & \dots \\ 0 & \dots \\$$

ここで、 $A_{\overline{\Omega}c}$ は Fig. 3(a)の共振ピークの大きさ を表す量であり、この値が大きいほどキャビテー ションカの強さ $I_{\overline{\Omega}c}(\sigma)$ は強くなる. $\zeta_{\overline{\Omega}c}$ は Fig. 3(a) で示すキャビテーション力の共振モデ ルの等価減衰比であり、この値が大きいほど共振 ピークは太くなる. 式(3)の $\sigma_{\overline{\Omega}cu}$ および $\sigma_{\overline{\Omega}cl}$ は、 キャビテーション力が発生するキャビテーショ ン数 σ の範囲の上限と下限を表す値として導入 する.本研究で用いたこれらの諸元を Table 1、 Table 2 に示す. ここで、Table 1 に示されるキ ャビテーション数は正規化された値 $\sigma_c = \sigma/\sigma_0$ となっている.

実フライト時の急加速状況の非定常振動解析 を行うにあたり、軸の角加速度の時間変化が軸振 動に与える影響を考慮する必要がある.この影響 について、本研究では、不つりあい力 \mathbf{f}_{un} を軸の回 転角 Ψ [rad],回転角速度 $\dot{\Psi} = o(t)$ [rad/s]およ び回転角加速度 $\ddot{\Psi}$ [rad/s²]の関数で表し、ジャイ ロモーメントによる項は回転角速度 $\dot{\Psi}$ および回 転角加速度 $\ddot{\Psi}$ の関数で表す⁽¹⁰⁾.このとき、運動 方程式は式(4)のように表現される.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C} + \dot{\Psi}\mathbf{G})\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} + \ddot{\Psi}\mathbf{G})\mathbf{q}$$

= $\mathbf{f}_{b} + \mathbf{f}_{RD} + \mathbf{f}_{un}(\Psi, \dot{\Psi}, \ddot{\Psi}) + \mathbf{f}_{cav}$ (4)



(a)Original model ⁽³⁾







(b)Relationship between the cavitation number and the whirling frequency of cavitation force

Fig.3 Modeling of the cavitation force

patterns of cavitation		$\sigma_{_c}$	Ω_c [rad/s]
1.15 <i>w</i>	$\sigma_{\scriptscriptstyle 1.15\omega u}$	0.8	1.20 <i>w</i>
	$\sigma_{\scriptscriptstyle 1.15\omega l}$	0.6	1.10 <i>w</i>
1.0 <i>w</i>	$\sigma_{\scriptscriptstyle 1.0\omega u}$	0.51	1.01 <i>w</i>
	$\sigma_{_{1.0 \omega l}}$	0.49	0.99 <i>w</i>
0.8 <i>\varnothing</i>	$\sigma_{_{0.8\omega u}}$	0.41	0.82 <i>w</i>
	$\sigma_{_{0.8 \omega l}}$	0.39	0.78 <i>w</i>

Table 1 Assumed condition for the occurrence of the cavitations 1.15ω , 1.0ω and $0.8\omega^{(7)}$

Table 2 Parameter values used in the model of the cavitation force $^{(7)}$

patterns of cavitation	$\overline{\Omega}_c$ [rad/s]	$A_{\overline{\Omega}c}$ [-]	$\zeta_{\overline{\Omega}c}[-]$
1.15 <i>w</i>	1.15 <i>w</i>	13.34	0.014
1.0 <i>w</i>	1.0 <i>w</i>	9.532	0.003
0.8 <i>w</i>	0.8 <i>w</i>	2.224	0.007

3. 非定常応答の数値解析

3.1. 一定の角加速度で増速する場合の非 定常応答解析

構築した運動方程式(4)を用い,一定の角加速 度で増速する場合の数値シミュレーションを行 い,急加速時のターボポンプの振動特性を観察し た.Fig.4 に,回転速度 12000~45000rpmの範囲 において一定の角加速度 6000 あるいは 60000rpm/sec で増速した場合のインデューサ側 軸端位置の振幅の非定常応答を示す.比較として, 定常応答解析結果も実線で示す.Fig.4 より,角 加速度 $\dot{\Psi}$ が大きい場合ほど 3 次危険速度通過時 の振幅ピークの回転速度が高速側にずれている ことが確認できる.また,危険速度通過時の最大 振幅の大きさも変化している.このことから,定 常応答解析のみならず急加速状況における非定 常解析を行うことの重要性が確認できる.



Fig.4 Effect of the angular acceleration on the nonstationary vibration (variation of the vibration amplitude at the shaft end of the inducer side)

3.2. 実機フライトを模擬した非定常応答 解析

運動方程式(4)を用い、実機ターボポンプの地 上におけるフライト模擬試験と同じ時刻t,回転 角速度 ω ,およびキャビテーション数 σ のデータ を用いた時刻歴応答解析を行う.実験においては 100Hz でデータを取得している.それに対し、本 モデルを用いた数値シミュレーションで計算精 度を保つためには回転周期 $T = 2\pi/\omega$ の1/60以 下の時間刻みで数値積分を行う必要がある.した がって、数値シミュレーションの時間間隔は実験 でサンプリングされた時間間隔よりも細かくと る必要があり、かつその時間ごとの回転角速度 ω , およびキャビテーション数 σ のデータが必要で あるため、本研究では各実験データ点間を線形補 間して擬似的にデータを生成する.

本モデル中の軸受部の粘性減衰係数 c_d はワイ ヤメッシュダンパを粘性減衰でモデル化したも の⁽⁵⁾ であるが、その値は明確には定められていな い. 回転速度 42000rpm における前向き振れまわり の 1-3 次の固有値⁽⁴⁾ を粘性減衰係数 c_d に対して 求めたものを Fig. 5(a) に示す. なお, この c_d はイ ンデューサ側の軸受部のダンパに対応する値で あり,タービン側の軸受部のダンパに対応する値 にはワイヤメッシュダンパの個数の比から 1.5 倍 の値を用いている. このモデルでは c_d が約 2200Ns/mで1-3次の前向き振れまわりモードが安 定となることがわかる. つぎに,前向きの 1-3 次 および後向きの 1-4 次の固有値それぞれが安定と なるのに必要な粘性減衰係数 c_d を横軸を回転速 度でまとめたものを Fig. 5(b) に示す. この図より, 42000rpmで前向き 3 次モードが最も安定化しにく く,このことから前向き 3 次モードの通過が最も 困難となることが考察できる.

この Fig. 5 の結果を参考に、非定常解析を行う 際のワイヤメッシュダンパに対応する粘性減衰 係数 c_d としてインデューサ側軸受で 3000Ns/m、 タービン側軸受では 4500Ns/m として時刻歴応答 解析を行った結果を Fig. 6 に示す.ここで、Fig. 6(a) (b) は数値シミュレーションを行う際に用い た回転角速度およびキャビテーション数 σ_c の時 刻歴データで、角田宇宙センターで実施した実機 ターボポンプ単体における実験結果である.

Fig. 6(a) には1次から3次の危険速度を補助 線で示しており,本実験が急加速により3次危険 速度を通過した後に定常運転となっている様子 が読み取れる. Fig. 6(b)のキャビテーション数 の図中の6本の補助線はそれぞれ, Fig.3(b)およ び Table 1 で示した $\sigma_{0.8\omega l} \sim \sigma_{1.15\omega u}$ である.時間 経過とともにポンプ入口圧力の減圧制御により キャビテーション数 σ_c を減少させている.時刻 $t=22\sim26 \sec$ 付近では $\overline{\Omega}_c=1.15\omega$ のキャビテー ション力が発生する範囲, $t=27\sim29 \sec$ 付近では

$$\overline{\Omega}_{c} = 1.0\omega$$
のキャビテーション力が発生する範囲

t = 30 sec 付近では $\overline{\Omega}_c = 0.8\omega$ のキャビテーショ

ン力が発生する範囲にキャビテーション数 σ_c があることが読み取れる. Fig. 6(c)は,実験および数値シミュレーションにより得られた第2インペラ背面の軸振動センサ位置(DRF)における振動振幅の時間変化を示している. なお,両者の振動振幅はt = 19sec付近の前向き3次の危険速度通過時の最大振幅の実験値で正規化してある.

Fig. 6(c)から, $t = 22 \sim 26, 27 \sim 29, 30 \text{ sec}$ あた りでキャビテーション数が旋回キャビテーショ ンの発生範囲に入ったときに振動が大きくなる 傾向は数値シミュレーションで表現できている ことが確認できる. ここで, キャビテーション力 に対する応答が数値シミュレーションにおいて 非常に大きくなっているのは, Fig. 3(a)に示した キャビテーション力の大きさ $I_{\overline{\Omega}c}$ のモデル化に際 し, 熱力学的効果が弱く流体密度が大きい液体酸 素ターボポンプ (OTP)の実験値から FTP におけ る数値を類推したことに起因している. これらの キャビテーション力のモデル化に用いられたパ ラメータ $A_{\overline{\Omega}c} \geq \zeta_{\overline{\Omega}c}$ の詳細な決定について本論文 ではこれ以上言及せず, 今後の課題とする.

一方,旋回キャビテーションが発生していない 範囲に関しては Fig. 6(c) から,

- ・ 時刻*t* = 19sec の増速時や時刻*t* = 35sec くらいの減速時の3次危険速度通過時の軸振動過大は模擬できている.
- 3次危険速度より高速側における軸振動の無次元振幅量が実験では0.4、シミュレーションでは約0.1と乖離している.ただし3次危険速度より高速側は低速時に比べて軸振動振幅が大きくなる傾向は模擬できている.

などの点が観察されるが,実験と数値シミュレー ション結果の定量的な一致は見られない.そこで, 次節において実験データのスペクトルを観察し, その原因を考察する.



(a) Variation of the modal damping ratio of 1-3 order forward whirling modes for the damping coefficient c_d



(b) Minimum value of the damping coefficient c_d to stabilize each whirling mode (1-3 order, forward and backward modes)





Fig. 6 Time history of rotational speed, cavitation number, and the shaft vibration amplitude at DRF

実験データのスペクトル解析と 同期成分の数値解析との比較

4.1. 実機試験データのスペクトル解析

前節で用いた実験データは 100Hz のサンプリン グデータ(回転速度,キャビテーション数 σ_{α} ,振 動振幅値のデータセット)であったので、振動に 含まれる周波数成分は観察できなかった.本節で は別途高速サンプリング(48kHz)により取得さ れていた振動の時刻歴データを用い、短時間フー リエ変換を施して得られる時間周波数解析結果 を観察する. なお,この実験ではFig. 6(a)に示さ れているように回転速度が急速に変化する時間 区間がある.このことから、本研究では、できる だけ周波数分解能の高さを求めつつ、一方で、こ のような回転速度の変化をできるだけ忠実に表 すことができるようなフーリエ変換の時間区間 を検討し、最終的に 0.25sec 毎にフーリエ変換を 行うこととした.そして,回転速度はその時間区 間毎に、その中心値で一定であるとする.また、 解析の精度を向上させるために、フーリエ変換を 行うデータ区間は半分ずつずらし、結果を重ねて 表示・観察する.

上記の方針で短時間フーリエ変換を行って求 めた時間周波数解析結果をウォーターフォール 図の形で Fig. 7 に示す. なお,奥行きには回転速 度をとり,また補助線 1-4 は数値シミュレーショ ンモデルから得られる 1-4 次の前向き振れまわり モードの固有振動数⁽⁴⁾を示す. Fig. 7 から回転同 期成分以外の振動数成分が多く含まれているこ とが確認できる.その成分としては,回転速度の 2 倍や 3 倍の超調波成分,そして固有振動数成分 などの回転速度に比例しない非同期成分が観察 される.

超調波成分については,2倍成分は例えばイン ペラから吐出される流体により受ける一定方向 カと軸にわずかに存在しえる異方性の相互作用, あるいは部品組み立て時のわずかなミスアライ メントなどが要因として考えられる.回転速度に 比例しない非同期成分については,主に固有振動 数で発生していることから例えば,間欠的な入力 に対する絶え間ない過渡的な自由振動の発生,ワ イヤメッシュダンパの減衰力不足による不安定 化,回転する部品同士の間で作用する内部減衰に よる自励振動⁽¹⁰⁾ などが要因として考えられる. 同期成分以外のこれらの振動成分に関する発生 原因の考察やモデリングについては今後の課題 とする.



Fig. 7 Waterfall diagram for the experimental data of FTP :lines with notation of 1-4 denote the natural frequencies for 1-4 order

4.2. 実験データの回転同期成分と数値シ ミュレーション結果との比較

前節において,回転非同期周波数成分(超調波 成分,回転速度に比例しない非同期成分)がター ボポンプの軸振動に与える寄与が比較的大きい ことを観察した.一方,運動方程式(4)のモデル 化においては,軸の振れまわり軌道は回転同期の 円軌道であり,それ以外の軌道形態や振動数を励 起する項はキャビテーション力以外は含まれて いない.したがって,運動方程式(4)では,Fig.7 で観察した回転非同期周波数成分は解析できず, 説明できない. そこで, Fig. 7 で観察された回転 非同期周波数成分に関する原因の考察や解析は 今後の課題とし,本論文では回転同期成分のみを 実験データから抽出して Fig. 6(c)の数値シミュ レーションとの比較を行い,考察する.

短時間フーリエ変換を行った際にそれぞれの スペクトルにおいてリーケージが発生している ことを考慮して,回転同期成分として取り出す範 囲を0.8*ω*~1.2*ω*成分とする.Fig. 7 において 0.8*ω*~1.2*ω*成分のみを残しそれ以外を0とした ものをFig. 8 に示す.Fig. 8 のそれぞれの時間区間 に対応するデータに対して逆フーリエ変換を行 い,区間の中央 50%の部分の時刻歴をつなげるこ とにより同期成分の時刻歴を再生成する.

得られた同期成分の時刻歴波形に対して 0.01sec 毎に最大振幅を計算した振動振幅の時刻 歴と, Fig. 6(c)の数値シミュレーション結果を 重ねたものを Fig.9に示す. Fig.9から,急加速状 況から加速後の定常状態までの範囲において,3 次の危険速度通過時の様相,回転速度がほぼ一定 となった時間区間(時刻 $t=20\sim34$ sec)の様相に 関し,数値シミュレーション結果と実験の回転同 期成分がおおむね定量的に一致していることが 観察できる.

ここで、キャビテーション力が発生する範囲 (時刻t=20~34secの区間)については、実験デ ータで取り出した0.8*ω*~1.2*ω*成分中にキャビ テーション力による振動成分が含まれているこ とから実験データの振動振幅は変動を示してい る.この変動については、すでに述べたように本 モデルのキャビテーション力の大きさを表すパ ラメータ値(Table 2)が0TPの実験値からの類推 であること、またここで取り出した0.8*ω*~1.2*ω* 成分が全てのキャビテーション現象を含んでい るとは言えないことから本論文では詳細な考察 は行わない. Fig. 9 で得られた結果から、本研究で構築した 回転同期成分を説明する非定常振動解析モデル の妥当性が示された.



Fig. 8 Extract of the synchronous component (component of 0.8ω to 1.2ω considering the effect of leakage)



Fig. 9 Comparison between numerical simulation result and extracted data by inverse Fourier transform with frequencies from 0.8ω to 1.2ω

5. 結論

本論文では、エンジン始動時の急加速状況にお いてロータダイナミック流体力が作用するター ボポンプ軸系の非定常振動を解析できるモデル の構築を行った.そのモデルを用いた解析結果と 実験との比較を行い、以下の結論を得た.

- (1) 液体ロケットエンジン用ターボポンプの 有限要素モデルについて、軸受部の柔支持 構造まで考慮した線形モデルを構築した. また、ロータダイナミック流体力として、 M,C,Kマトリクスで表現されるノンキャ ビテーション力に加えインデューサ部のキ ャビテーション力も考慮したモデルを構築 した.ワイヤメッシュダンパを表す粘性減 衰係数については、系の安定性を保つのに 必要な程度の値を用いた.これらの要素モ デルを用いて、エンジン始動における急加 速時のターボポンプの非定常振動解析コー ドを構築した.
- (2) フライト模擬実験の振動データの時間周 波数解析を行い、回転同期成分以外に超調 波成分や回転速度に比例しない非同期成分 が比較的大きく寄与していることを観察した。
- (3) 本論文で構築したモデルの適用範囲が回転同期成分であることから,時間周波数解析結果から回転同期成分のみを抽出して逆フーリエ変換を行うことにより,同期成分の時刻歴振動波形の再生成を行った.この結果と本論文のモデルを用いた数値シミュレーション結果を比較し,おおむね定量的に一致することを観察した.

今後は Fig. 7 で観察された非同期振動成分の原 因の考察とそれを表現しえるようなモデルの拡 張を行う.また,玉軸受の非線形モデルやロータ ダイナミック流体力の非線形モデルの構築を行 い,それを組み込んでいくことにより,さらに精 度の高いターボポンプの軸振動解析コード開発 を進めていく.並行して,モード解析手法を取り 込んだ非線形低次元モデルを構築し援用するこ とにより高速演算の実現も目指していく.

6. 参考文献

- (1) 山田・内海, ロケット用ターボポンプの流体関 連振動事例, ターボ機械, 36-2, pp. 67-73 (2008)
- (2) 安達・内海・井上、ターボポンプの形態設計の ための線形振動モデリング、ターボ機械、40-7、 pp. 433-440 (2012)
- (3) 井上・堀部・内海・安達, ロータダイナミック流 体力の作用を考慮したターボポンプ軸系の有限 要素モデリングと振動解析, ターボ機械, 第40 巻, 第6号, pp.39-49(2012)
- (4) 井上・荒木・内海・安達, 複素モード解析を用い たターボポンプの低次元モデル構築と振動解析, ターボ機械, 第40巻, 第6号, pp. 50-59(2012)
- (5) Okayasu, A., Ohta, T., Azuma, T., Vibration Problem in the LE-7 Liquid Hydrogen Turbopump, AIAA/SAE/ASME/ASEE 26th Joint Propulsion Conference, AIAA90-2250(1990-7)
- (6) Kamijo, K., Shimura, T., and Watanabe, M., "An Experimental Investigation of Cavitating Inducer Instability", ASME paper 77-WA/FE-14, 1977.
- (7)内海・堀部・井上・吉田・安達,旋回キャビテ ーションの加振力モデリングとターボポンプロ ータの軸振動解析,第16回キャビテーションシ ンポジウム(2012-11)
- (8) 吉田・江口, ロータダイナミック流体力の類似 点(羽根車/ディフューザ旋回失速, 旋回キャビ テーション, 日本機械学会 2008 年度年次大会講 演論文集, pp. 75-76 (2008-8)
- (9) 吉田・南里・菊田・風見・伊賀・井小萩,熱力 学的効果が亜同期旋回キャビテーションとサー ジモード的振動に与える影響,機論,76-762, B(2010), pp.13-19
- (10) 山本・石田, 回転機械の力学, コロナ社(2001)