

# 宇宙航空研究開発機構研究開発報告

JAXA Research and Development Report

---

先進複合材構造への確率論的設計解析手法の適用について

横関智弘, 青木雄一郎, 小笠原俊夫, 紙田 徹

2005年12月

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

宇宙航空研究開発機構研究開発報告  
JAXA Research and Development Report

先進複合材構造への確率論的設計解析手法の  
適用について

On the Application of Probabilistic Design Methodology to  
Advanced Composite Structures

横関智弘\*1, 青木雄一郎\*1, 小笠原俊夫\*1.\*2, 紙田 徹\*2  
Tomohiro YOKOZEKI, Yuichiro AOKI, Toshio OGASAWARA, Toru KAMITA

\*1 総合技術研究本部 複合材技術開発センター  
Advanced Composite Technology Center  
Institute of Aerospace Technology

\*2 総合技術研究本部 将来宇宙輸送系研究センター  
Future Space Transportation Research Center,  
Institute of Aerospace Technology

2005年12月  
December 2005

宇宙航空研究開発機構  
Japan Aerospace Exploration Agency



# 先進複合材構造への確率論的設計解析手法の適用について\*

横関智弘\*<sup>1</sup> 青木雄一郎\*<sup>1</sup> 小笠原俊夫\*<sup>1,\*2</sup> 紙田 徹\*<sup>2</sup>

## On the Application of Probabilistic Design Methodology to Advanced Composite Structures

Tomohiro Yokozeki\*<sup>1</sup>, Yuichiro Aoki\*<sup>1</sup>, Toshio Ogasawara\*<sup>1,\*2</sup>, Toru Kamita\*<sup>2</sup>

### Abstract

Probabilistic design methodology is the focus of this discussion of the reliability assessment of advanced composite structures. The traditional deterministic design methodology commonly used in the aerospace industry is reviewed in terms of safety factors that represent uncertainties in the design procedure. Then, the probabilistic design methodology is introduced as a candidate that has the potential to assess the quantitative reliability of advanced composite structures and enhance the performance and the reliability of composite structures. Probabilistic design methodology is applied to fuel tanks as an example of an aerospace composite structure. A comparison is made of the design internal pressures of fuel tanks evaluated by deterministic and probabilistic design methodologies. Finally, the applicability of the probabilistic design methodology is discussed.

Keywords: Probabilistic design methodology, Reliability, Safety factor, Composite tank, Monte Carlo simulation

### 概 要

先進複合材構造の信頼性評価のための設計手法として、確率論的設計解析手法を取り上げる。まず、航空宇宙構造に用いられている従来の確定論的設計手法についてまとめ、設計の際に不確定性として考慮する安全率について述べる。次に、複合材構造の信頼性の定量化や信頼性向上に寄与する可能性のある候補として、確率論的設計解析手法を紹介し、この確率論的設計手法を航空宇宙構造の例として複合材製燃料タンクに適用した結果を報告する。従来手法と確率論的設計手法により得られた燃料タンクの設計内圧の比較を行った。最後に、確率論的設計解析手法の適用性と注意事項についてまとめる。

### 1. はじめに

航空宇宙機への高性能化・高信頼性化に対する要求がますます高まる機運の中で、過酷な環境下での軽量化を達成するため、先進複合材料が航空宇宙機の主要構造材料として位置づけられつつある。先進複合材料は、高い比剛性や比強度といった優れた性能を有するだけでなく、条件に応じて設計することのできる材料である。しかしながら、複合材料は異なる材料を組み合わせている

ことに起因する非均質性や不連続性のため、剛性や強度などの力学特性や寸法などの不確定性が従来の金属構造に比べて高くなる。現状では、このような複合材料構造も従来と同じく安全率を使用した設計概念で設計されているが、不確定性の高い材料を用いて構造設計を行う場合、安全率を使用した設計概念で設計することの安全度が十分なものになっているのか、あるいはより大きな安全率を要するのかといった点に関し、明示することができない。また、航空宇宙機の構造の大型化に伴い、シス

\* 平成17年11月29日受付 (received 29 November, 2005)

\*<sup>1</sup> 総合技術研究本部 複合材技術開発センター (Advanced Composite Technology Center, Institute of Aerospace Technology)

\*<sup>2</sup> 総合技術研究本部 将来宇宙輸送系研究センター (Future Space Transportation Research Center, Institute of Aerospace Technology)

テムを構成する要素数の増加のため、個々の要素に要求される信頼度要求はより厳しくなり、したがって、どのシステムに対しても同じ安全率を用いた設計では効率的な設計が達成されない。システムや個々の要素に応じた適切な安全率を使用する必要がある。現状では、より不確定性の高い推定荷重や構造部位に対し、割増係数や特別係数などを乗じることで個々の要素に対応しているが、まれにしか起き得ない事象に対して過度の対策を処置し、結果として軽量化が達成されないケースもあると考えられる。あるいは、可能性のある事象の確率を定量化し、リスク対策を最適に行い、構造設計することができれば、高性能化・高信頼性が同時に達成されることになる。そのため、先進複合材料構造に対する安全性あるいはリスクに関しての定量的な評価手段の確立が必要と考えられる。

複合材構造の開発手法は、図1に示すような Building Block Approach<sup>1)</sup> が用いられる。試験片、要素構造、部分構造、実大構造と構造レベルを段階に追って設計していく手法であり、従来の金属構造において確立された有効な手法である。このスケールアップしていく手法は、過剰な設計やリスクを回避するための効率的な手法であるが、各段階においてその安全度を明確にすることができないため、複合材構造の不確定性や成形の困難さも影響して、多くの検証試験を積み重ねていくことが要求され、開発コストや開発期間の増大を招くことになる。ただ、現状では実構造レベルでの不具合による後戻りのリスクを考えると、最も効率的な手法と考えられている。以上のことから、複合材料構造の信頼度の定量化は、より効率的な設計の一助となりうる可能性を有しているといえる。

リスクあるいは信頼性の定量化については従来から土木や原子力分野をはじめとして、システムの不確定要素を確率分布で表現し、破壊確率を評価する構造信頼性解析が広く行われてきている。複合材料の場合においては、均質材とは異なり、内部熱応力や界面、複雑な損傷形態など、信頼性評価の上で考慮すべき要因が多々存在し、また、考慮すべき要因か否かを判断すること自体が未だ困難である。特に、複合材構造の強度評価の際に、樹脂割れや界面損傷などの初期損傷と最終破壊の関係を論じる必要があり、それをどのように設計基準に取り込むかが重要なファクターとなる。したがって、直接に従来の信頼性解析を複合材構造に適用する際には、考慮すべき点が多々あると考えられる。

航空宇宙分野においては、米国<sup>2)</sup>を中心として信頼性あるいはリスクを定量化する手法の必要性が早くから認識され、複合材料についても1980年代から幾つかのプロジェクトが実施されてきている。NASA Lewisにより、

Probabilistic Structural Analysis Method (PSAM) プロジェクトが1984年に進められ、複合材料に対する確率設計手法プログラム Integrated Probabilistic Analysis of Composite Structures (IPACS) が開発され、繊維や樹脂などから複合材料のマクロな特性を推定するマイクロメカニクス、さらには複合材構造の応答解析などに確率論的な手法が組み込まれ、信頼度の定量化が可能な設計ツールとなっている。以降、Southwest Research Institute (USA)、JPL (USA)、Northrop Grumman (USA)、Aerospace (France)、Alpha STAR Corporation (USA) などにより研究が進められてきている。

本報告では、現状の設計手法、及び米国を中心に行われてきた複合材構造の確率論的設計解析手法についてまとめる。航空宇宙構造の代表例として、複合材製燃料タンクを挙げ、確率論的設計解析手法を適用した例を示す。先進複合材料構造設計に対する信頼度あるいはリスクの定量化手法として、また、過度に安全側に陥ることなく高性能化と高信頼性を両立可能な設計手法として、確率論的設計解析手法の可能性について探る。

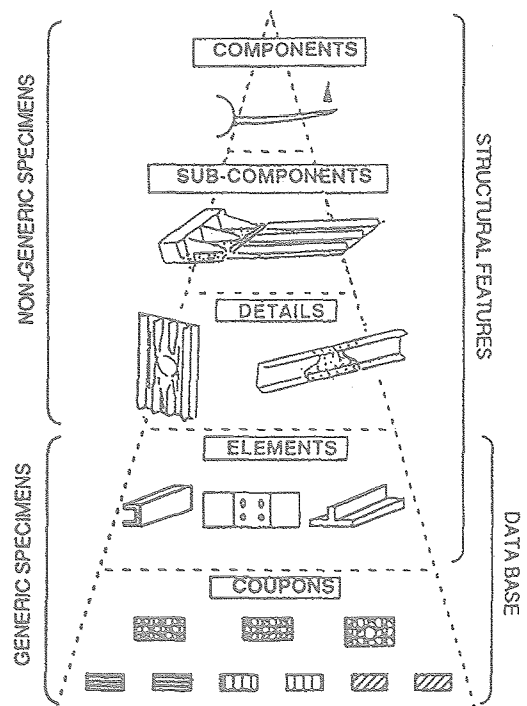


図1 Building Block Approach<sup>1)</sup>

## 2. 複合材構造設計の現状

### 2.1 確定論的設計手法

現状の航空機、宇宙機の構造設計では荷重の大きさやバラツキを推定し、材料許容値と比較して、所要の安全率を有する設計を行い、最終的に強度試験を行うことで設計の妥当性を実証している。ただし、この際、経験的に裏打ちされてきた安全率を用いており、従来と同じ材料や構造様式の場合は実用上支障をきたさないと考えられるが、先進複合材料をはじめとする新規材料や新規構造様式に対しては保証されたものではないことを述べておく。構造物に作用する荷重や構造物の強度はバラツキのあるものであるという考え方は従来の設計でも反映されており、代表的にはStatistical Process Control (SPC)として、プロセス条件と材料特性との関係を統計論的に扱う品質管理が求められている<sup>3)</sup>。ただし、現状では、不確定性を材料許容値のデータ解析や設計に用いる安全率に集約することで、バラツキそのものを陽に出さない確定論的設計が行われている。すなわち、設計条件(荷重や環境、材料許容値)には統計処理された安全側データ、あるいは最悪推定値を使用し、構造物寸法を安全側に確定論的に設計する方法である。

### 2.2 設計荷重の設定

航空機の正常な運行中に予想される最大の荷重を制限荷重と呼び、この制限荷重に対し安全上有害な残留変形を生じてはならないし、安全な運行を妨げてはならないと耐空性審査要領<sup>4)</sup>に定められている。また、その制限荷重に安全率を乗じた荷重を終極荷重と呼び、少なくとも3秒間は破壊することなく耐荷することが安全上要求されている。航空機の運用中に作用する荷重のうち、最も厳しい条件で設計荷重が設定される。宇宙機の場合も同様の設定法がとられている。構造部位により安全率が異なり、また、国によって安全率の考え方も異なる場合がある。構造試験により、制限荷重で残留変形を生じない、終極荷重で破壊しないことを確認することにより、強度保証を行っている。

### 2.3 設計許容値

材料の強度などの材料許容値は、試験データを統計処理することで設定される。航空宇宙分野において最も多く参照されるものとして、MIL-HDBK-17<sup>5)</sup>があるが、

- i) 引張・圧縮強度、面圧強さなどの強度特性
- ii) 弾性率、疲労、クリープ特性など

の2種類に大別される。i) については試験データから

A値(母集団の99%の値が95%信頼水準で入る値)またはB値(母集団の90%の値が95%信頼水準で入る値)などを統計処理により決定し、許容値を設定する。ii) については平均値などの代表値が用いられる。i)の統計処理の際には、材料等級、製造業者やロット間の変動等も考慮されるべきものである。

### 2.4 安全率

航空機や宇宙機の構造設計において用いられる安全率のうち最も単純なものは、静強度に対する安全係数であり、制限荷重に対して終極荷重を規定する際に用いられ、「終極荷重=安全率×制限荷重」と定義される。軽量化要求の厳しい航空機では1.5が審査要領に定められており、ロケットや衛星等では1.25が通常採用される。

構造物の最終的な強度については、構造試験において制限荷重及び終極荷重の際に作用する応力に対する材料許容値の比により定義される、強度率により評価される。理想的には強度率が1となる設計が目標であるが、疲労等を考慮する際には1より大きな強度率が求められる場合もある。

安全率が何を表しているかについては、その根拠、合理性は疑わしいものの、想定外の運用、推定荷重の不確定性、構造解析の不確定性、運用中の材料劣化、製造に起因するバラツキ、などの推定不可能な不確定性を表現していると考えられる。複合材料に関しては材料物性のバラツキや製造条件の不確定性、環境劣化しやすい点など、推定困難な不確定性がより多くなり、従来の金属材料に対する経験に裏打ちされた安全率は見直される必要があると考えられる。

通常的安全率の他に、

- ① 荷重の割増係数
- ② 特別係数
- ③ 安全余裕

が考慮される。①については荷重条件の推定が困難なケース(蛇面のヒンジモーメントなど)について静強度の安全率にさらに乗じる形で用いられる。②は通常用いる安全率が十分でないと考えられる構造部位(金具や面圧部など)に用いられる。③は高い信頼性が要求される場合や疲労寿命などに対する安全係数である。

以上をまとめた強度保証の概念図を図2に示す。設計では、これらの強度保証と平行して点検・整備を根拠とした損傷許容設計により安全性を確保するが、これらは損傷や繰り返し負荷に対する同様の考慮を行うものである。

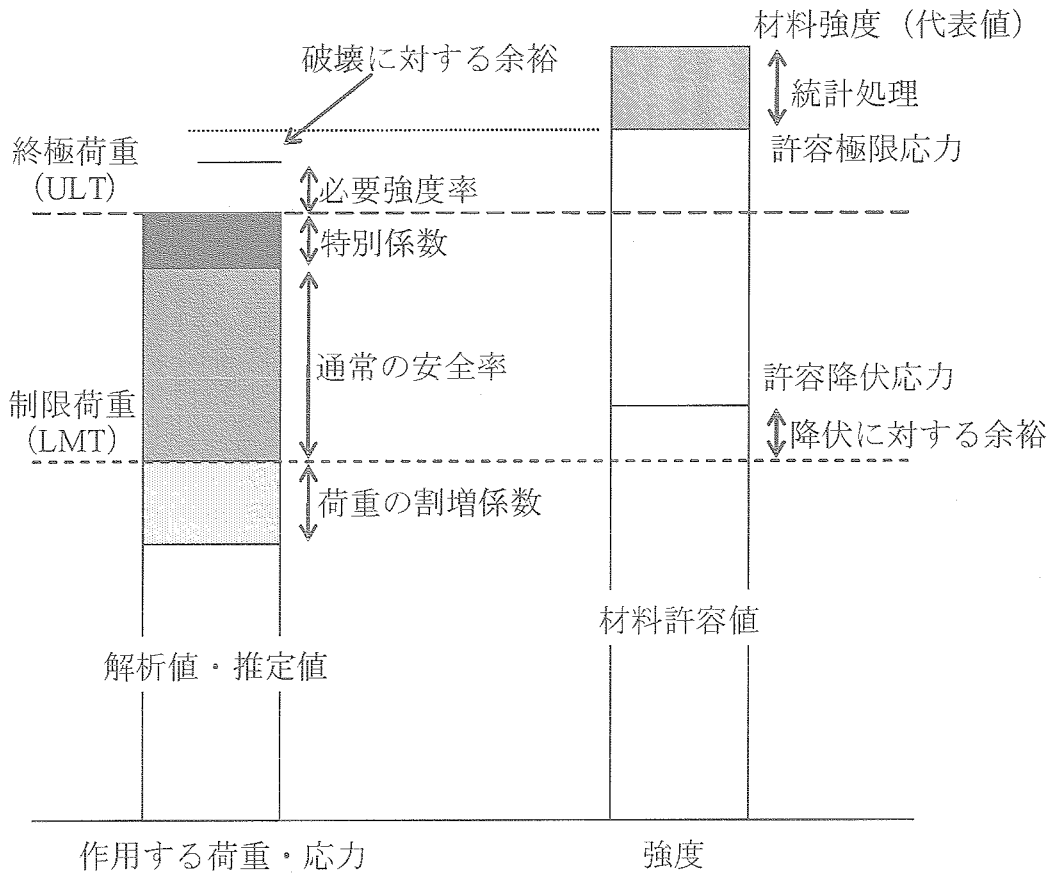


図2 現状の設計における強度保証の概念図

### 3. 確率論的設計解析手法<sup>2)</sup>

以上述べてきたような安全率を使用した従来の設計手法では、前述のように、従来の経験に裏打ちされていない新たな材料や構造様式の設計への適用の際に問題点を露呈し、また、複合材料は設計変数も多く、潜在的なバラツキが大きいため信頼性確保と高性能化が同時に達成されにくくなる状況も見えつつある。これらは本質的には不確定要素の取り扱いに起因している。そのため、構造設計の際に、不確定性を考慮して、設計変数や材料特性を確率変数として扱い、構造の破壊確率を数値化することで定量的な信頼性設計を行う確率論的設計を行うことが試みられている<sup>2)</sup>。これにより、高性能化と高信頼性の両立や目標の信頼性を満たす最適な構造設計が可能になると考えられる。

ここでは、この確率論的設計手法の航空機構造への適用に関してまとめられた文献<sup>2)</sup>を基に、確率論的設計解析手法の概要をまとめる。

#### 3.1 確率論的設計解析手法の概要

確率論的設計解析手法の基本としては、設計変数、材

料特性、荷重条件などの入力データの確率論的定義、構造物内の破壊様式に対応する発生応力の算出とその確率論的定義、及び構造物の破壊確率の算出が挙げられる。確率論的設計解析手法の概念図<sup>2)</sup>を図3に示す。荷重条件や材料特性の確率分布が与えられ、その際に構造物中に生じる各破壊様式についての算出応力の確率分布とそれに対応する強度（許容値）の分布形がわかれば、その重なり部を評価することで各破壊様式に対する破壊確率が算出できる。一般的な手順を以下にまとめ、各々についての説明は後述する。

- ① 推定される荷重条件下で、構造システムにおいて考慮すべき構造部位及び破壊様式を決定する。
- ② 各破壊様式について許容破壊確率を決定する。
- ③ 構造解析を実施し、構造物中の応答や発生応力の算出を行う。
- ④ 強度などの設計変数や発生応力の確率論的定義を行う。
- ⑤ 各破壊様式及び想定部位における破壊確率を算出する。
- ⑥ 構造システム全体の破壊確率を算出し、システム

の許容破壊確率との比較を行う。

### 3.2 破壊様式の抽出

構造システム内の破壊様式はその部位によって異なる可能性があり、複数の破壊様式が拮抗または干渉し合う場合もあり、設計の際にはかなりのノウハウが必要と考えられる。破壊様式も静的なもの動的なもの（周期的負荷）とに分けられる。荷重を受けた際に、構造物内で耐荷能力（強度）を超えるか、き裂長さが臨界値を越えた際に構造物の破壊が起こる。

複合材構造の場合、潜在的な破壊様式自体が十分に解明されていないわけではないため、設計に必要な破壊様式の抽出は困難を極めると考えられる。荷重条件や部位により引張破壊、層間強度、座屈など、クリティカルな破壊様式が異なり、衝撃損傷時などに生じる層間剥離や樹脂割れといった複合材特有の破壊様式も損傷許容を考慮した設計に反映される必要がある。

### 3.3 許容破壊確率の設定

許容破壊確率は確率論的設計解析によって得られた破壊確率と照らし合わせて、十分な信頼性が得られているか否かを判断する基準であり、航空機などの全体構造に対する許容値は、一般に決定しにくいものである。法的、技術的、経済的な観点から総合的に検討し、当局の責任において基準が設定される。航空機の場合、 $1 \times 10^{-7} \sim 1 \times 10^{-9}$ 程度（1フライトあたり<sup>2)</sup>であるが、コンセンサスは得られていない。

設計を行う際には、全体の許容破壊確率が与えられた際に、各コンポーネントにおける破壊確率を決定するこ

とが必要で、FTA (Fault Tree Analysis)などを導入し、決定していかななくてはならない。

### 3.4 構造解析

確率論的設計解析において各部位における発生応力を算出する際に、それに適した新たな手法を開発するものひとつの手であるが、設計者にとって使用しやすい点などを考慮すると、従来の確定論的設計に用いられた構造解析手法や有限要素法を利用すべきと考えられる。NESSUS<sup>®</sup>などの確率論的解析プログラムと既存の構造解析プログラムとを直結させ、連携させて確率論的設計解析を行うことが一番の近道である。

### 3.5 設計変数の確率分布定義

一般に構造物中に生じる発生応力と材料強度について、それぞれの確率論的定義として確率密度分布関数 (Probabilistic Density Function, PDF) で表し、構造信頼性を定量化する手法がとられる。しかしながら、材料特性などのPDFを算出するためには膨大な実験結果や妥当な解析結果が必要である。通常は、理論曲線と実際のデータのフィッティングにより近似曲線を決定し、構造信頼性評価に用いられる。確率分布形としては、正規分布、対数正規分布、ワイブル分布、ベータ関数分布、一様分布などの連続分布や、ポアソン分布などの離散分布がある。確率分布を用いて破壊確率を算出する場合、高信頼性が要求されればされるほど、確率分布のすそ野形状に大きく依存することとなり、適切な分布形の選定が重要なファクターとなる。また、確率変数化する設計変数や材料特性について、各々の独立性等にも注意を要す

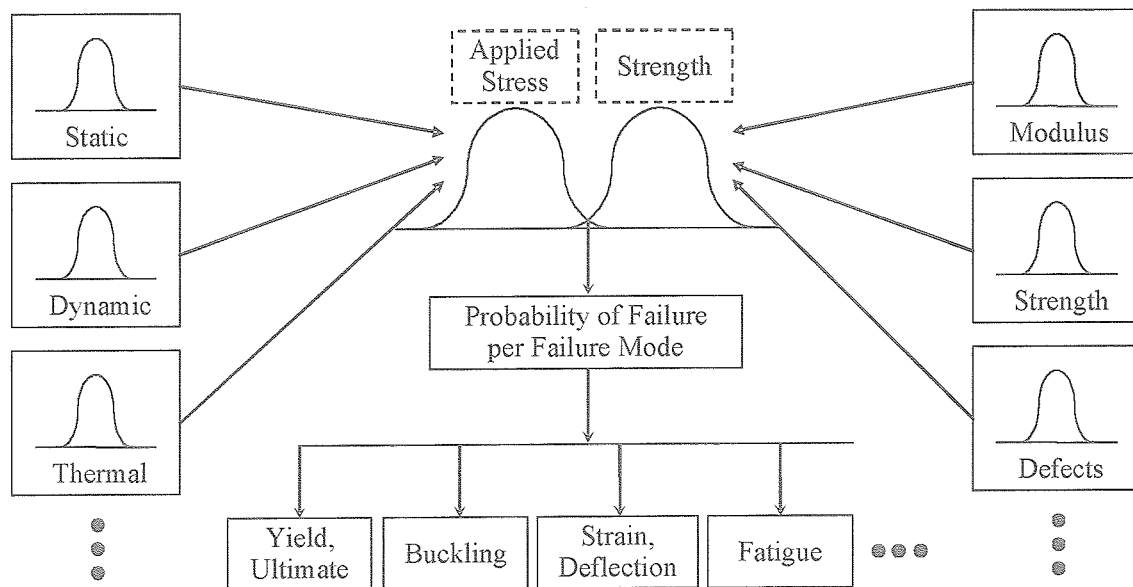


図3 確率論的設計解析手法の概念<sup>2)</sup>



る。

複合材料の特性は、何度も述べているが従来材に比べ、バラツキが大きくなる傾向にある。製造時やバッチによる差異、試験法による差異などを考慮する必要もあるし、環境劣化が顕著であるため、複数の温度条件や湿度条件での試験も必要である。こうした複合材の材料特性データ取得法についての注意事項はMIL-HDBK-17<sup>5)</sup>に示されている。確率論的設計の場合には試験標本数に関する明確な基準はない。標本の大きさが大きければ平均や標準偏差などの推定値の信頼区間が狭まり、高い信頼性を要求すれば最適な標本数は増大する。一方で、確率論的設計解析では、破壊確率への各材料特性の感度(sensitivity)を求めることができる。したがって、感度の高い材料特性についてより多くの試験を行うといった手法をとり、効率的な試験計画を立てることも可能と考えられる。

### 3.6 各破壊様式の破壊確率の算出

破壊確率を算出する場合の基本は、構造物中の発生応力の確率分布と材料強度の確率分布を定式化し、その重複部分を計算することにある。解析的な積分は、変数が膨大となる複合材構造には適用できないため、モンテカルロシミュレーションや限界状態近似法を用いて破壊確率を算出する。発生応力の確率分布の決定には応答曲面近似も多用される。各々の手法の詳細は省略するが、効率的なサンプリング法や近似の精度を上げる工夫がなされてきている。

### 3.7 システムの破壊確率の算出

各部位の破壊確率が求められれば、システム全体の破壊確率を最後に算出する。全ての部位の破壊事象が独立であれば、全体の破壊確率は

$$P_f^{system} = 1 - \prod_i (1 - P_f^{(i)}) \quad (1)$$

と求められるが、実際の構造物においては、各部位の破壊様式は独立とはいえない。その際にはFTAとモンテカルロシミュレーションを併用するなど、効率的な信頼性評価を行う必要がある。

## 4. 確率論的設計解析手法の適用例 (複合材製燃料タンク)

### 4.1 問題の概要と確率論的設計解析手順

将来の宇宙輸送機や燃料電池などをはじめとする極低温燃料貯蔵システムの軽量化あるいは高性能化に対し、炭素繊維強化複合材料(CFRP)のタンク構造への適用が期待されている。再使用型宇宙輸送系の極低温CFRPタンクの技術課題の検討<sup>7)</sup>やその先行基礎研究<sup>8,9)</sup>は、

わが国においても1990年代後半から行われている。タンク構造自体には口金部との接合法やドーム部設計など実用的な課題が多いが、極低温タンク用CFRPの技術課題としては、液体水素などの極低温推進剤の漏洩問題が挙げられる。最近の樹脂の高靱性化に伴い、CFRPの極低温環境下への適用に際して、力学挙動自体は問題ないと考えられるが、成形温度と使用温度(極低温)の差が大きいことに起因する相当な内部熱応力や、内圧・外荷重により生じる応力により図4に示すような樹脂割れが発生し、それが各層に連結することにより漏洩経路が形成され<sup>8,9)</sup>、推進剤の漏洩を誘発してしまう。漏洩がどの程度許容されるか、あるいは、CFRPは強度部材として用い、漏洩防止ライナを別途設けるか否か等は、今後明確にする必要があると考えられるが、CFRPが漏洩を起こさないような設計をする場合もある。したがって、極低温CFRPタンクの通常の部位(シリンダ部など)に対しては、CFRPの樹脂割れが重要な考慮すべき破壊モードである。また、高压ガスタンクにもこの破壊モードの考慮が必要な場合もあると考えられる。

以上を基に、CFRPタンクのシリンダ部の設計に対し、確率論的設計手法の適用を試みる。ここでの想定条件は、

- ① タンクシリンダ部はCFRPのみで設計する。
- ② 燃料としては液体水素(-253℃)を想定し、場合により水素ガス(RT、20℃)も想定する。
- ③ 力学的荷重としては内圧のみを考慮し、静的負荷のみを考える。
- ④ タンクの内径は500mmとする。
- ⑤ タンク壁の積層構造としては、8層アングルプライ対称積層とする。

を考える。実際の設計では、タンク内圧要求が決定され、それに対しタンク構造(積層構成や厚みなど)が決定される場合が多いと考えられるが、ここでは、タンク幾何形状が決定した際に、内圧をどこまで上げることができるかを想定する。図5にタンクシリンダ部の概要を示す。

以下に、この想定のもとで、確率論設計手法の各ステップについて説明する。

#### Step-1: 破壊様式の抽出

先に述べたように、漏洩を起こさないようにするためには、樹脂割れがクリティカルな破壊様式である。アングルプライ積層の場合、積層板内の1つの層でも樹脂割れが起こった場合、他の層にも樹脂割れを誘発する可能性が高く<sup>10)</sup>、漏洩を引き起こしやすと考えられる。したがって、1つの層に樹脂割れが発生することをシリンダ部の“破壊”と見なすこととする。

Step-2：許容破壊確率の設定

破壊様式の決定の際に、1つの層に樹脂割れが発生することを破壊と見なした。この破壊様式の決定プロセス内に安全側の配慮があり、したがって、許容破壊確率は極度に低くする必要はないものと考えられる。ここでは、許容破壊確率として0.001または0.01の2ケースを考える。

Step-3：構造解析

複合材料積層板内の樹脂割れに関する応力解析は数多くの解析モデルが提案されている<sup>11-14)</sup>。ここでは、準2次元シアラグモデル<sup>15)</sup>を適用する。シアラグモデルは、積層板の各層の応力として面内応力のみを考慮し、各層間に荷重伝達を考慮するためにせん断応力が作用するとしてモデル化したものである。荷重条件としては内圧( $p$ )を考えるが、内圧と作用する面内応力( $\sigma_x, \sigma_\phi$ )の関係は、

$$\sigma_x = \frac{p r_i}{2 t}, \quad \sigma_\phi = p \frac{r_i}{t} \quad (2)$$

である。ただし、 $r_i$ はタンク内半径、 $t$ はタンク壁の厚みであり、 $r_i \gg t$ としている。Appendix A.1に用いたシアラグモデルの詳細を示す。

樹脂割れは、層の厚みが厚いほど発生しやすく、また、隣接する層の剛性にも影響を受けることが知られている<sup>16)</sup>。こうした影響を考慮するため、解析された応力と強度比較による破壊判定ではなく、樹脂割れが起きる際のエネルギー解放率と破壊靱性値の比較によるエネルギー条件による破壊判定を行う。樹脂割れ発生に伴うエネルギー解放率は、樹脂割れを閉じるのに必要な仕事量を計算することで、各モードのエネルギー解放率を解析的に求めることができる<sup>15)</sup>。このエネルギー解放率の算出法についてはAppendix A.2に示す。こうした混合モードのエネルギー破壊条件として、

$$\left( \frac{G_I}{G_{IC}} \right) + \left( \frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^2 = 1 \quad (3)$$

を用いる。ただし、 $G_I, G_{II}$ はモードI及びモードIIに関するエネルギー解放率、 $G_{IC}, G_{IIC}$ は各モードの破壊靱性値である。この条件での樹脂割れ予測は実験とよく一致することを確認している<sup>15)</sup>。

以上により、材料特性や幾何学条件などが与えられれば、樹脂割れ発生判定が可能である。

Step-4：設計変数の確率分布定義

ここで考慮すべき不確定性として、材料特性(剛性、熱残留歪み、破壊靱性)、幾何特性(各層の厚み、繊維配向角)を考える。これらの特性の不確定性は、成形プロセスなどにより何らかの相関がある可能性もあるが、ここでは、全て独立変数として扱い、分布形としては正規分布を仮定する。用いた各材料特性や幾何条件の平均及び標準偏差を表1に示す。平均値は文献値<sup>9,15)</sup>を用い、バラツキは著者らの知見に基づき設定し、平均値に対する百分率で示している。

Step-5：各破壊様式の破壊確率の算出

ここでは、モンテカルロシミュレーションにより、樹脂割れに対する破壊確率を算出する。構造解析法として簡易な解析解を用いているため、通常のシミュレーションを行ったとしても、解析時間はさほどかからない。内圧については確定論的に与え、各内圧条件で10,000回のシミュレーションを行い、内圧と破壊確率の関係を算出する。

Step-6：システムの破壊確率の算出

この例題ではタンクシリンダ部のみを考えているため、システムの破壊確率はStep-5で算出したものになる。

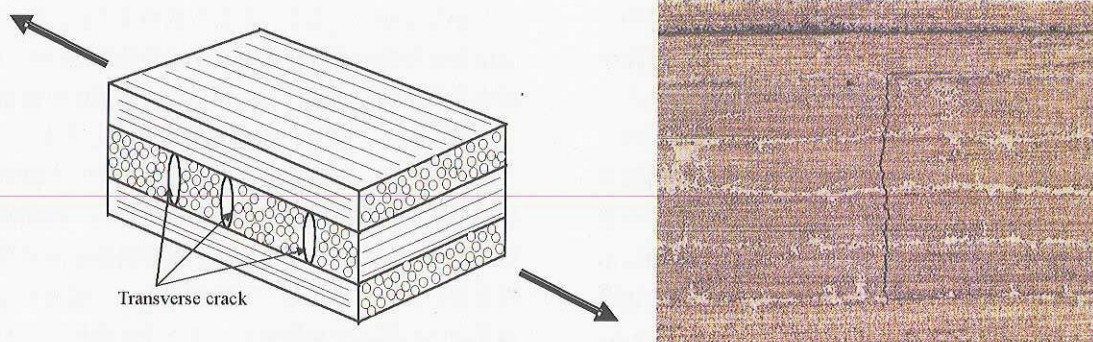


図4 複合材料中に生じる樹脂割れ

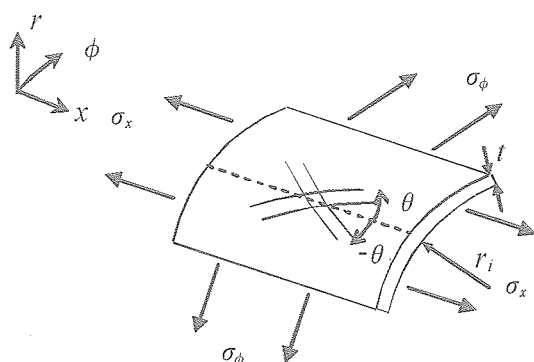


図5 タンクシリンダ部

#### 4.2 解析結果

8層アングルプライ対称積層としては $[\theta/-\theta]_{2s}$ 、 $[\theta_2/-\theta_2]_s$ などが考えられる。樹脂割れは層厚さが薄いほど発生しにくいので、 $[\theta/-\theta]_{2s}$ の方が一般に有利である。熱応力と内圧が作用する問題においては、樹脂割れを最も起こしにくい積層角は内圧によって異なってくる。そこで、 $[\theta/-\theta]_{2s}$ について、各変数のバラツキを考慮せず、平均値で解析した場合に、最適積層角と内圧の関係(LH<sub>2</sub>条件)を図6に示す。内圧が1MPa以上になると52~55°の積層角が最適となっていることがわかる。また、 $\theta$ 以外の不確定性を考慮して、内圧が1MPaのときの $\theta$ と破壊確率の関係(RT条件)を図7に示すが、積層角がわずかでもずれると破壊確率が急激に変化することがわかる。

以下では、全ての不確定性を考慮している。表1の特性及び不確定性を考慮して算出した、 $[52_2/-52_2]_s$ 及び $[52/-52]_{2s}$ に関する内圧と破壊確率の関係(RT条件)を示したものを図8に示す。これからも $[52/-52]_{2s}$ の優位性がわかる。 $[52/-52]_{2s}$ についてRT条件とLH<sub>2</sub>条件での内圧と破壊確率の関係を比較したものを図9に示す。ここでの例題では、LH<sub>2</sub>における破壊靱性値が高いにも関わらず、厳しい熱応力のため、設計内圧が小さくなると考えられる。

各特性の不確定性の影響度を調べるため、各特性のばらつき(標準偏差)が変動した際に、許容破壊確率0.001とした場合の設計内圧がどの程度変化するかといった感度解析を実施した。 $[52/-52]_{2s}$ (LH<sub>2</sub>条件)について、設計内圧変化(元の設計内圧で無次元化)の各標準偏差値変化(表1に示した標準偏差値で無次元化)の割合に関する微係数を数値的に算出したものを図10に示す。剛性のばらつきの感度は比較的低く、積層角と破壊靱性値のばらつきは大きな感度を有することがわかる。確率論的設計を行う場合、破壊靱性値などの確率論的定義は設計に大きな影響を与えると考えられる。

従来の確定論的設計手法とここで示した確率論的設計手法を比較する。確定論的設計では、剛性や幾何条件は平均値を用い、破壊靱性値(材料許容値)としてA値またはB値(サンプル数無限大)を使用して、終局荷重(内圧)及び制限荷重(内圧)を求めた。ただし、安全率としては1.5を用い、他の特別係数等はいっていない。 $[52_2/-52_2]_s$ 及び $[52/-52]_{2s}$ について、RT条件並びにLH<sub>2</sub>条件の際の設計内圧の比較を図11に示す。ここで示した例題においては、安全率1.5での設計はサンプル数無限大としてのより効率的な設計をしているにも関わらず、設計制限内圧は、許容破壊確率0.001(信頼度0.999)での確率論的設計手法の設計内圧よりも低くなっている。また、設計終極内圧は破壊確率が0.01よりも高いものとなっている。つまり、安全率1.5での設計制限内圧はここでの想定した不確定性のもとでは信頼度が0.999よりも高くなっており、設計終極内圧での信頼度は0.99よりも低くなっているといえる。これらの関係は、許容値やバラツキデータにより逆転するが、設定安全率がどの程度の信頼度に相当するかといった点において、確率論的設計解析手法は設定安全率の検証に用いることも有用であると考えられる。

#### 4.3 考察

ここで紹介した確率論的設計手法解析に関する考察をここで述べる。先進複合材料構造など、潜在的な不確定性の高いものを設計に取り組み場合、本手法はその材料特性データを効率よく取得するためにも有効である。構造解析の際に得られる副産物である設計変数の感度は、より重要度の高い材料特性の不確定性に関する知見を与えてくれる。したがって、より感度の高い物性については、データ点を増やし、感度の低い物性については最低限のデータを得るなどの実験計画を立てることができる。また、破壊確率などの定量化が行えることで、様々な構造様式や設計指針などを数値的に比較することが可能であるため、より効率的な最適設計が行えるものと考えられる。

しかしながら、ここで示した例のように、特に複合材では多大な数の不確定性を有する特性についての確率論的定義が必須であり、したがって、定量化の信頼性自体が問題である。また、不確定性を考慮したといっても、この手法では、不確定性を考慮して決定した材料特性や幾何形状を基に、確定論的に解析を行い、信頼性評価を行ったものである。すなわち、解析自体が決定された特性を用いたものであり、成形プロセスに起因する、複合材構造内の厚みや繊維角のバラツキが解析モデルに考慮されていない点が検討課題と考えられる。例えば、樹脂割れ解析をする際は、1回の解析での層の厚みは一定で

表1 各材料特性や幾何条件の平均及び標準偏差

	Average (RT)	Average (LH <sub>2</sub> )	SD (%)
$E_L$ [GPa]	147	150	5
$E_T$ [GPa]	8.3	14.7	5
$G_{LT}$ [GPa]	4.7	8.0	5
$\nu_{LT}$	0.35	0.35	5
$\nu_{TT}$	0.45	0.45	5
$a_L \Delta T$ (thermal strain-L) [ $\mu$ ]	-70	-260	5
$a_T \Delta T$ (thermal strain-T) [ $\mu$ ]	2930	6870	5
$G_{IC}$ [J/m <sup>2</sup> ]	387	900	10
$G_{IIC}$ [J/m <sup>2</sup> ]	1980	4500	10
tply (ply thickness) [mm]		0.14	3
$\theta$		-	2

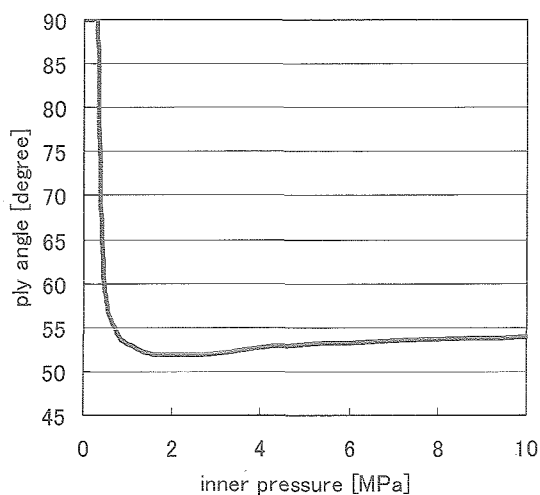


図6 最適積層角と内圧の関係 (LH<sub>2</sub>温度)

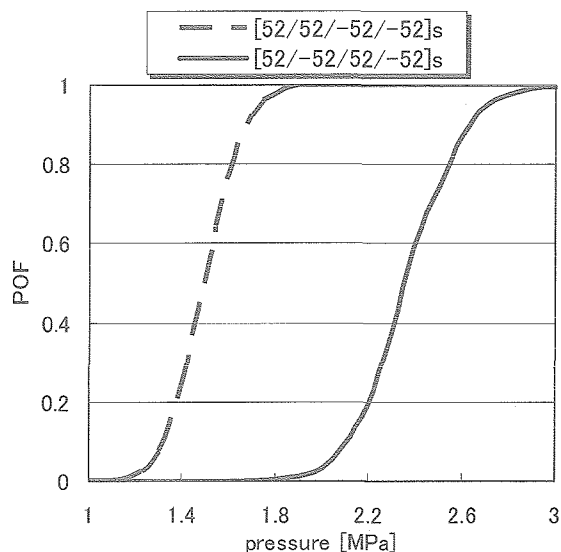


図8 [52<sub>2</sub>/-52<sub>2</sub>]<sub>s</sub>及び [52/-52]<sub>2s</sub>に関する内圧と破壊確率の関係 (RT)

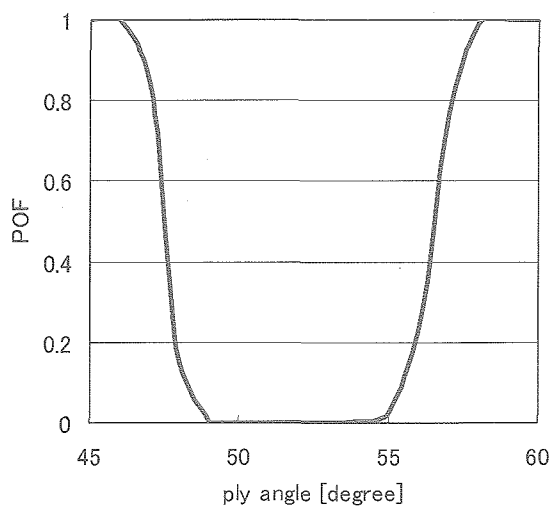


図7 積層角と破壊確率の関係 (内圧1 [MPa]、RT)

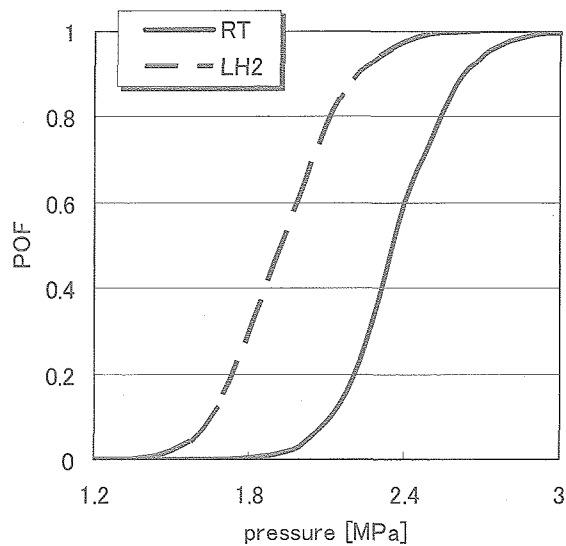


図9 [52/-52]<sub>2s</sub>についてRTとLH<sub>2</sub>温度での内圧と破壊確率の関係



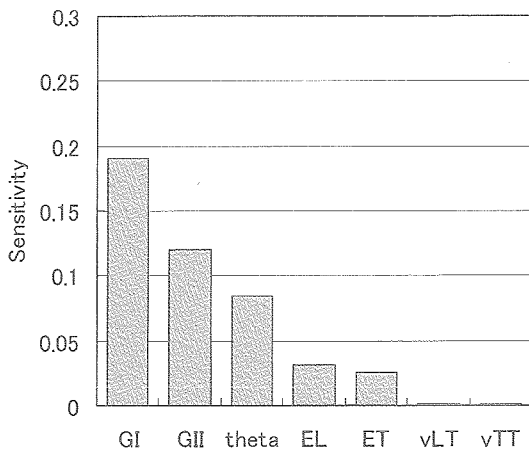


図10 各特性の標準偏差値に関する設計内圧 (POF=0.001) の感度

あり、層厚み自体が分布している解析モデルの結果ではない。厚みが増える構造では厚み変化部で応力集中があり、また、材料許容値である破壊靱性もモデル内で変化している場合は、応力集中部との関連で、より破壊しやすくなっている可能性も考えられる。空間的な不確定性分布を考慮した確率有限要素解析などを実施して、こういった点について検討することも重要と考えられる。

### 5. まとめ

従来の航空宇宙構造物の設計法及び確率論的設計解析手法を概観し、確率論的設計解析手法の適用例を示した。従来は安全率といった経験に裏打ちされているものあるいは根拠が不明なものを用いて、推定しにくい不確定性を考慮して安全側に設計していたものに対し、設計の信頼性の定量化が可能となる確率論的設計解析手法は、先進複合材料をはじめとする新たな材料や構造様式の効率的な設計を行える可能性を有する設計手法と考え、ここで取り上げた。以下に確率論的設計解析手法の利点についてまとめる。

- ① 設計時のリスクや信頼性の定量化が可能である：設計上の不確定性を確率変数として扱い、既存の構造解析と連携させて破壊確率や信頼度を求めることができる点において、信頼性の定量的扱いが可能である。
- ② 設計変数の重要度を判定することが可能である：確率論的設計手法の強みは、すべての設計変数を数値的に組み込んでいるため、変数相互の影響や感度に関する情報が得られることである。この情報に基づき試験計画を立てたり、製造上の許容誤差などを設定可能である。

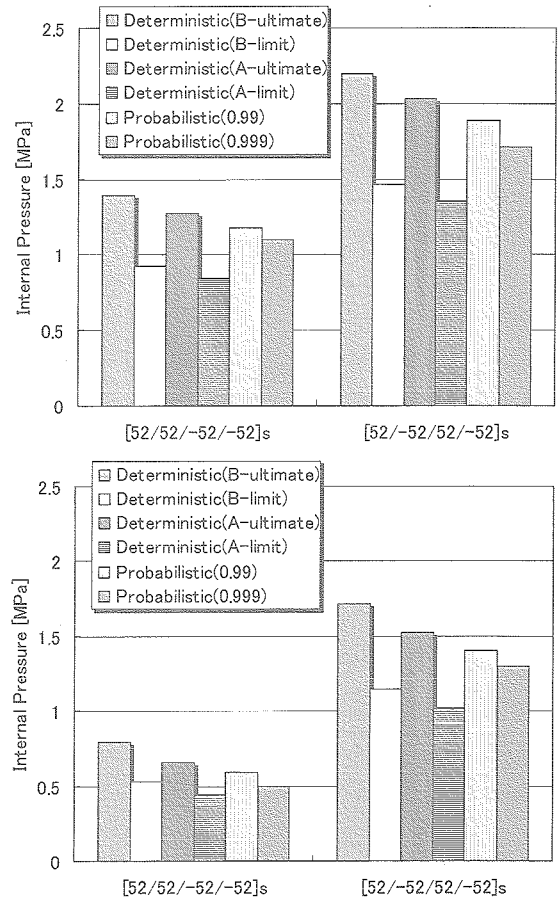


図11 確率論的設計と確率論的設計の比較 (上：RT、下：LH<sub>2</sub>温度)

- ③ 設計時のリスクの高い部位を特定可能である：構造全体のリスクは通常特定の部位の信頼性に大きく左右される。リスクの定量化が可能である確率論的設計手法では、リスクの高い部位を特定でき、その部位の設計変更や検査項目の設定などによりリスクを低減させることが可能で、結果として全体のリスクを低減できる。
- ④ 構造様式や設計指針を比較する手段を与える：異なる設計間の信頼性を比較することで、構造様式や設計指針の信頼性の差異を判定することができる。
- ⑤ 最適設計における評価関数の指標を与える：破壊確率などを組み込んだ設計の最適化が可能となり、極限状態で高性能・高信頼性の求められる航空宇宙構造にとってはより効率的な設計が可能となる。
- ⑥ 過度の安全側の設計を回避することができる：複合材料構造では、環境劣化や損傷挙動の複雑性に起因して、最悪条件の設定が過度に安全側に陥りやすい可能性がある。確率論的設計手法を用い

ば各最悪条件の出現確率などを考慮して、より効率的な設計が可能となる。

- ⑦ 検査間隔の最適化が可能である：推定荷重やき裂長さなどについて確率的に取り扱えるため、損傷発見率などを定量化可能であり、損傷検出のための検査期間の最適化が行える。
- ⑧ 保証期間の設定や在庫管理に方針を与える：損傷しやすい部位や損傷の起こる頻度を特定できるため、部品の保証期間や整備のための在庫管理の指針を与えることができる。

一方で、確率論的設計を行うにあたり、幾つかの注意事項にも留意する必要がある。設計の信頼性を定量化するためには膨大なデータや詳細解析が必要となることは認識すべきである。以下に、注意事項や制限事項についてまとめる。

- i) 設計の際に構造設計に関する工学知識と統計学に関する知識が必要である
- ii) 統計データが不足している：試験データ数はもちろんのこと経年データに関しては圧倒的にデータ不足に陥る。確率論的設計解析手法では各不確定性に陽な形で確率論的定義をする必要があるため、データ内挿や外挿、あるいは少ない標本数に頼る形では、破壊確率算出の際に信頼性のない結果を得てしまうことも大いにありうる。
- iii) 低確率領域の影響が大きい：高い信頼性を要求されればされるほど、確率分布のすそ野が破壊確率に大きく影響する。実際には標本数には限界があるため、外挿などの近似の影響が大きくなる。
- iv) リスクレベルに関する基準が曖昧である：許容破壊確率あるいは最低信頼度に関する規定や社会的コンセンサスが得られていないのが現状である。
- v) 設計の際により時間と資源が必要である：確率論的設計解析には従来の構造解析以上に確率論的モデル化の必要性など、時間や労力を要する。解析時間や計算容量もより必要になってくる。
- vi) 推定困難な不確定性への考慮が必要である：安全率を使用する場合と異なり、不確実性のため係数を用いることがないため、設計時に破壊に関するすべてのシナリオを網羅する必要がある。そのため、人的ミスといったヒューマンファクターに関する影響など、推定が困難な不確定性についても考慮が必要となり、今後のさら

なる研究が求められる。

- vii) 設計の妥当性が証明困難である：仮に求められる信頼性で実機を設計した場合に、それを証明する手段が現状ではない。これが確率論的設計の最大の課題であると考えられる。そのため、信頼性評価の指針や信頼性への影響を見極めるツールとしての利用が良いという声も多い。
- viii) 解析手法は複数ある：確率論的設計解析の際に用いる手法は3節で示したように構造解析や信頼性評価などの際に複数存在する。それぞれの手法で異なる結果が得られる場合も多く、各手法の精度やコストなどを考え、用いる手法を選択する必要がある。
- ix) 破壊様式に関するモデル化が不可欠である：全ての破壊様式の解析モデルが必要となる。確率論的設計解析そのものの問題ではないが、確率論的手法では、多くの場合、既存の構造解析手法を利用する。そのため、破壊様式のモデル化の完成が前提となっている。複合材料構造においては層間剥離などの複雑な損傷形態に対するモデル化自体が確立に至っていないのが現状である。
- x) システム全体のモデル化が必要である：各部位や破壊様式それぞれについては、モデル化ができたとしても、構造全体の破壊形態は個々の破壊様式が複数影響し合っている場合も多く、全体としてのモデル化も不可欠である。

また、特に複合材構造の場合、成形時の温度分布等のバラツキのため、同一の構造内でも特性や厚みなどの空間的な分布が存在すると考えられる。そのため、空間的な特性バラツキを考慮する必要もあると考えられる。

確率論的設計解析手法が実際の設計に受け入れられるかは今後の研究や教育によるところが大きい。航空機設計へは法的規制も多く、認証機関への働きかけも必要となり、事実上困難な場合も多いと考えられるが、宇宙機へは比較的適用されやすいと考えられるし、過去にも幾つかの事例が存在する<sup>2)</sup>。確率論的設計解析手法のユーザーフレンドリーな汎用化及び手順の基準化なども進めば適用される機会も増えるかもしれない。当面の間は、この手法のメリットを強調しすぎることも、また、困難さを前面に押し出し有用性を否定することもなく、現状の設計に対する信頼度を補う形での使用ならば可能と考えられる。

## 謝辞

本報告の一部は、平成16年度に日本複合材料学会へ

委託して実施された「先進複合材構造の確率論的設計解析手法に関する調査研究」の調査結果報告書（先進複合材構造の確率論的設計解析手法に関する調査研究、日本複合材料学会、平成17年3月）を基にして、まとめたものである。本委員会の委員長である上智大学・末益博志教授をはじめとする各委員の方々に深甚なる謝意を表す。

### 参考文献

- 1) Rouchon, J., "Certification of Large Aircraft Composite Structures, Recent Progress and New Trends in Compliance Philosophy", Proceedings of 17<sup>th</sup> ICAS, Stockholm, Sweden, 1990.
- 2) Long, M. W. and Narciso, J. D., "Probabilistic Design Methodology for Composite Aircraft Structures", DOT/FAA/AR-99/2, 1999.
- 3) MIL-HDBK-17-3F Composite Materials Handbook, Chapter 3.
- 4) 耐空性審査要領、国土交通省航空局検査課
- 5) MIL-HDBK-17-1F Composite Materials Handbook, Chapter 8.
- 6) Riha, D.S., Thacker, B. H., Millwater, H. R., Wu, Y., - T. and Enright M. P. "Probabilistic Engineering Analysis Using the NESSUS Software", AIAA Paper 2000-1512.
- 7) 石川隆司、森野美樹、青木隆平、熊沢寿、「再使用宇宙輸送系の極低温CFRP燃料タンクの技術課題と今後の研究構想」、日本複合材料学会誌24(5)、1998、pp.169-175.
- 8) Aoki, T., Ishikawa, T., Kumazawa, H. and Morino, Y., "Mechanical Performance of CF/Polymer Composite Laminates under Cryogenic Conditions", AIAA Paper 2000-1605.
- 9) Kumazawa, H., Aoki, T. and Susuki, I., "Analysis and Experiment of Gas Leakage through Cross-Ply Laminates for Propellant Tanks", AIAA Journal, 41, 2003, pp.2037-2044.
- 10) Yokozeki, T., Aoki, T., Ogasawara, T. and Ishikawa, T., "Effects of Layup Angle and Ply Thickness on Matrix Crack Interaction in Contiguous Plies of Composite Laminates", Composites Part A, 36, 2005, pp.1229-1235.
- 11) Garrett, K. W., Bailey, J. E., "Multiple Transverse Fracture in 90° Cross-Ply Laminates of A Glass Fibre-Reinforced Polyester", Journal of Materials Science, 12, 1977, pp.157-168.
- 12) Hashin, Z., "Analysis of Cracked Laminates: A Variational Approach", Mechanics of Materials, 4, 1985, pp.121-136.
- 13) McCartney, L. N., "Theory of Stress Transfer in A 0°-90°-0° Cross-Ply Laminate Containing A Parallel Array of Transverse Cracks", Journal of Mechanics and Physics of Solids, 40, 1992, pp.27-68.
- 14) Nairn, J. A. and Hu, S., "Micromechanics of Damage: A Case Study of Matrix Microcracking", In: Talreja, R. editor., Damage Mechanics of Composite Materials, Amsterdam, Elsevier, 1994, p.187-243.
- 15) 横関智弘、「複合材料積層板の多層層内損傷挙動」、東京大学博士論文、2004.
- 16) Flagg, D. L. and Kural, M. H., "Experimental Determination of the In Situ Transverse Lamina Strength in Graphite/Epoxy Laminates", Journal of Composite Materials, 16 (2), 1982, pp.103-116.

### Appendix

#### A.1 シアラグモデル

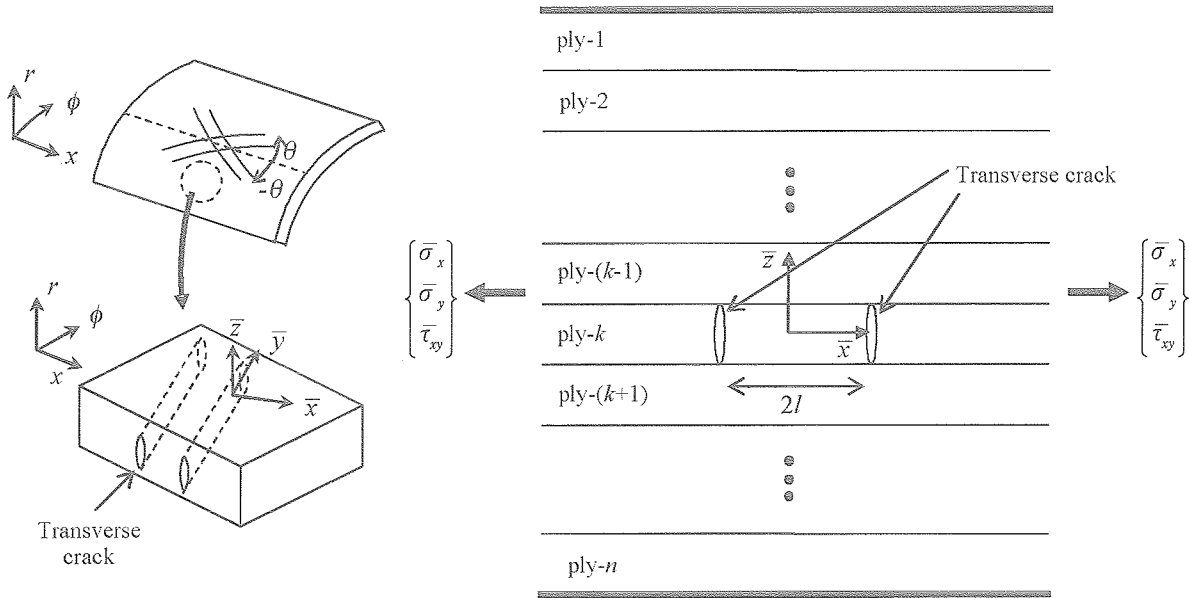
樹脂割れが複合材料積層板のある層内に発生する場合、その1つの層の厚みや幅全域にわたり貫通して観察されることが多く、したがって、図A.1に示すような断面で議論されることが多い。すなわち、樹脂割れを有する層の繊維方向（樹脂割れ貫通方向）を $\bar{y}$ 方向、厚み方向を $\bar{z}$ 方向とする直交座標系を定義し、その $\bar{x}-\bar{z}$ 断面で解析が行われる。シアラグモデルでは、厚み方向の応力を無視し、各層の $\bar{x}-\bar{y}$ 面内のみの応力を考慮する。ただし、各層間のせん断応力を考え、隣接層への応力伝達がなされるとする。各層の面内応力及び面内変位 ( $\bar{u}, \bar{v}$ ) は厚み方向に一定と仮定し、各層の面内変位と層間応力の関係を以下のように表す<sup>15)</sup>。

$$\begin{bmatrix} \bar{u}^{(k)} - \bar{u}^{(k+1)} \\ \bar{v}^{(k)} - \bar{v}^{(k+1)} \end{bmatrix} = [\bar{I}^{(k)}] \begin{bmatrix} \bar{\tau}_{xz}^{(k-1, k)} \\ \bar{\tau}_{yz}^{(k-1, k)} \end{bmatrix} + [\bar{C}^{(k, k+1)}] \begin{bmatrix} \bar{\tau}_{xz}^{(k, k+1)} \\ \bar{\tau}_{yz}^{(k, k+1)} \end{bmatrix} + [\bar{I}^{(k+1)}] \begin{bmatrix} \bar{\tau}_{xz}^{(k+1, k+2)} \\ \bar{\tau}_{yz}^{(k+1, k+2)} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

ただし、

$$\begin{aligned} [\bar{C}^{(k, k+1)}] &= \frac{t^{(k)}}{3} \begin{bmatrix} \bar{S}_{35}^{(k)} & \bar{S}_{45}^{(k)} \\ \bar{S}_{45}^{(k)} & \bar{S}_{44}^{(k)} \end{bmatrix} + \frac{t^{(k+1)}}{3} \begin{bmatrix} \bar{S}_{55}^{(k+1)} & \bar{S}_{45}^{(k+1)} \\ \bar{S}_{45}^{(k+1)} & \bar{S}_{44}^{(k+1)} \end{bmatrix} \\ [\bar{I}^{(k)}] &= \frac{t^{(k)}}{6} \begin{bmatrix} \bar{S}_{55}^{(k)} & \bar{S}_{45}^{(k)} \\ \bar{S}_{45}^{(k)} & \bar{S}_{44}^{(k)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

であり、 $t^{(k)}$  は各層の厚み、 $\bar{S}_{ij}^{(k)}$  は各層のコンプライアンスである。この層間せん断特性は、変分原理を適用し、最適化したものである。



図A.1 複合材料積層板に発生する樹脂割れの解析モデル

この仮定のもとでの各層の平衡方程式は、

$$\begin{aligned}
 t^{(1)} \frac{\delta \bar{\sigma}_x^{(1)}}{\delta \bar{x}} &= \bar{\tau}_{xz}^{(1,2)} \\
 t^{(1)} \frac{\delta \bar{\tau}_{xy}^{(1)}}{\delta \bar{x}} &= \bar{\tau}_{yz}^{(1,2)} \\
 t^{(k)} \frac{\delta \bar{\sigma}_x^{(k)}}{\delta \bar{x}} &= \bar{\tau}_{xz}^{(k,k+1)} - \bar{\tau}_{xz}^{(k-1,k)} \\
 t^{(k)} \frac{\delta \bar{\tau}_{xy}^{(k)}}{\delta \bar{x}} &= \bar{\tau}_{yz}^{(k,k+1)} - \bar{\tau}_{yz}^{(k-1,k)} \\
 t^{(n)} \frac{\delta \bar{\sigma}_x^{(n)}}{\delta \bar{x}} &= -\bar{\tau}_{xz}^{(n-1,n)} \\
 t^{(n)} \frac{\delta \bar{\tau}_{xy}^{(n)}}{\delta \bar{x}} &= -\bar{\tau}_{yz}^{(n-1,n)}
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

となり、(A.1) ~ (A.3) 式及び、変位-歪み関係式、各層の構成方程式から連立変微分方程式が得られる。これを与えられた荷重条件 ( $\bar{\sigma}_x$  など) や境界条件 (き裂面の応力条件など) を適用することで、応力分布や変位分布が決定される。

### A.2 エネルギー解放率

樹脂割れ発生に関するエネルギー解放率は、樹脂割れ

発生前後のエネルギーバランスを考え、算出することが可能である。ここでは、樹脂割れを閉じるのに必要な仕事量を計算することで、エネルギーバランスを考慮すると同時に、破壊モードの分離、すなわちモード I (引張り裂開口) 及びモード II (せん断き裂開口) を別々に算出する。ただし、新たな樹脂割れ発生前後に積層板の歪みは変化しないとする歪み一定条件を仮定している。

例えば、図A.1の2つの樹脂割れの中央に新たな樹脂割れが発生する場合を考える。新たな樹脂割れが発生する前に、2つの樹脂割れの中央に作用していた引張応力及びせん断応力を  $\bar{\sigma}_x, \bar{\tau}_{xy}$  とし、樹脂割れ発生後のき裂開口変位をと  $\Delta \bar{u}, \Delta \bar{v}$  とすると、この発生したき裂面に発生前の応力を作用させてき裂を閉じ、基の状態にするまでに要するエネルギーから、エネルギー解放率を算出でき、

$$G = \bar{\sigma}_x \Delta \bar{u} + \bar{\tau}_{xy} \Delta \bar{v} = G_I + G_{II} \tag{A.4}$$

で与えられる。したがって、シアラグモデルから得られる、応力分布や変位分布から (A.4) 式を用いてエネルギー解放率を求めることができる。





宇宙航空研究開発機構研究開発報告 JAXA-RR-05-005

---

発行 平成 17 年 12 月 28 日  
編集・発行 宇宙航空研究開発機構  
〒182-8522 東京都調布市深大寺東町 7-44-1  
URL : <http://www.jaxa.jp/>  
印刷・製本 丸善プラネット (株)

---

本書及び内容についてのお問い合わせは、下記にお願いいたします。  
宇宙航空研究開発機構 情報システム部 研究開発情報センター  
〒305-8505 茨城県つくば市千現 2-1-1  
TEL : 029-868-2079 FAX : 029-868-2956

---

©2005 宇宙航空研究開発機構

※本書の一部または全部を無断複写・転載・電子媒体等加工することを禁  
じます。



宇宙航空研究開発機構  
Japan Aerospace Exploration Agency