

宇宙航空研究開発機構研究開発報告

ブレード翼端形状がヘリコプタの高速衝撃騒音に及ぼす影響



2004年3月

宇宙航空研究開発機構

宇宙航空研究開発機構研究開発報告

JAXA Research and Development Report

ブレード翼端形状がヘリコプタの高速衝撃騒音に及ぼす影響

Effect of Blade-Tip Shape on High-Speed Impulsive Noise of
Helicopter Rotors

青山 剛史、齊藤 茂

Takashi AOYAMA, Shigeru SAITO

総合技術研究本部 航空環境技術開発センター

Aeronautical Environment Technology Center

Institute of Space Technology and Aeronautics

2004 年 3 月

March 2004

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

2025-01-10 10:00

目 次

概要	1
記号	1
1. 序論	1
1.1 ヘリコプタの高速衝撃騒音について	1
1.1.1 FW-Hの式とCFDを組み合わせる方法	3
1.1.2 Kirchhoffの式とCFDを組み合わせる方法	3
1.1.3 CFDを直接用いる方法	3
1.2 本研究の目的	3
2. 解析法とその検証	3
2.1 解析法	3
2.2 解析法の検証	4
3. 翼端形状が高速衝撃騒音に及ぼす影響	5
3.1 後退角の影響	5
3.2 前進角の影響	9
3.3 テーパの影響	10
3.3.1 1/4弦線に沿ったテーパの影響	10
3.3.2 前縁後退角によるテーパの影響	13
3.3.3 後縁後退角によるテーパの影響	15
3.4 アスペクト比の影響	17
3.5 翼厚テーパの影響	19
3.6 新型形状の影響	21
4. 結論	22
参考文献	22
Appendix A 非局所化による騒音増大の理論的背景	24
Appendix B 拡張されたKirchhoffの式の導出	24
Appendix C Generalized Derivativeについて	27
Appendix D 空間微分から時間微分への変換について	30

ブレード翼端形状がヘリコプタの 高速衝撃騒音に及ぼす影響*

青山剛史*¹、齊藤茂*¹

Effect of Blade-Tip Shape on High-Speed Impulsive Noise of Helicopter Rotors*

Takashi AOYAMA*¹, Shigeru SAITO*¹

Abstract

The effect of blade-tip shape on high-speed impulsive (HSI) noise of helicopter rotors is numerically investigated using a Euler CFD code. Near-field acoustic pressure at 1.1 rotor radii is used for the evaluation of noise intensity, because it is found that the near-field acoustic pressure is in good correlation with the far-field HSI noise calculated by a method combining the CFD code with an acoustic code based on an extended Kirchhoff's formulation. Calculations are performed to analyze the effects of blade thickness and planform on the intensity of HSI noise under a non-lifting hover condition. As a result, the following three factors: 1) strength of shock wave on blade surface, 2) location of shock wave, and 3) area of supersonic region in the vicinity of blade tip, are found to be dominant for the intensity of HSI noise. Newly devised tip shapes that effectively reduce HSI noise are also proposed, based on this result.

Keywords: Helicopters, Tip shape, HSI noise, Euler equations, Kirchhoff's formulation

概 要

ヘリコプタが高速前進飛行する際、前進側のブレード上に発生する衝撃波に起因して、高速衝撃騒音(HSI Noise: High-Speed Impulsive Noise)と呼ばれる音が放出される。筆者らが以前から行ってきた研究の結果から、ブレード翼端の設計パラメータの内、特に平面形と翼厚を工夫することが、ブレード上の衝撃波を低減するのに有効であることが示されたので、本報告では、これらの設計パラメータがホバリング時の高速衝撃騒音に及ぼす影響をCFDによって解析した。結果として、高速衝撃騒音の強さを決める要因が、1)ブレード上の衝撃波の強さ、2)衝撃波のスパン方向分布、3)ブレード最先端付近での超音速領域の広さ、の3つであることを見出した。また、その知見を生かして騒音低減効果の大きな新型形状を考案した。

1. 序論

1.1 ヘリコプタの高速衝撃騒音について

ヘリコプタはホバリングや垂直離着陸といった固定翼機にない飛行形態を有するため、その特性を生かして、ドクターヘリ、報道ヘリ、消防・防災ヘリ等、様々な分野で活用されている。しかし、移動手段の常として高速化への要求は尽きることはなく、図1.1にも示される通り、最近では約400 km/hの前進速度が出せるヘリコプタが現れるようになってきている。このようにヘリコプタが高速前進飛行すると、前進側のブレード上に衝撃波が生

じ、それが原因となって高速衝撃騒音 (HSI Noise: High-Speed Impulsive Noise) と呼ばれる騒音が発生する。この騒音は、ブレードの回転面内前方に指向性を持つ極めて耳障りな音であり、その音圧波形は鋭い負のピークを持つ。発生メカニズムの大まかな理解には文献2が詳しい。また、非局所化 (Delocalization) と呼ばれる現象 (ブレード固定の回転座標系から見たとき、ブレードの外側に現れる超音速領域とブレード上の超音速領域がつながる現象) が起こると、ブレード上の衝撃波によって生じた強い擾乱が遠方まで到達し、観測者の耳にす

* 平成16年2月18日 受付 (received 18 February, 2004)

*¹ 総合技術研究本部 航空環境技術開発センター

(Aeronautical Environment Technology Center, Institute of Space Technology and Aeronautics)

る騒音の波形が左右対称のもの（図1.2(a)(b)）でなく、鋸の歯のような非対称形（図1.2(c)）に変わるとともに、音圧の負のピーク値も急激にその絶対値が大きくなる。その理論的根拠³をAppendix Aに解説する。

高速衝撃騒音の原因となる衝撃波は、従来の低速ヘリコプタでは問題とならなかった新たな騒音源⁴であり、流体自体からの音である4極子音（quadrupole）に分類される。4極子音を解析するためには、ブレードを取り囲む流体の情報が必要であるため、それを求めるのに最近

発達めざましい数値計算の手法（CFD）が適用されるようになってきている。高速衝撃騒音の解析法としては主に以下の3つ⁵が挙げられる。

- a) Ffowcs Williams and Hawkins (FW-H) の式とCFDを組み合わせる方法^{3, 6}
- b) Kirchhoff の式とCFDを組み合わせる方法^{7, 8}
- c) CFDを直接用いる方法^{9, 10}

以下に、それぞれの解析法について解説する。

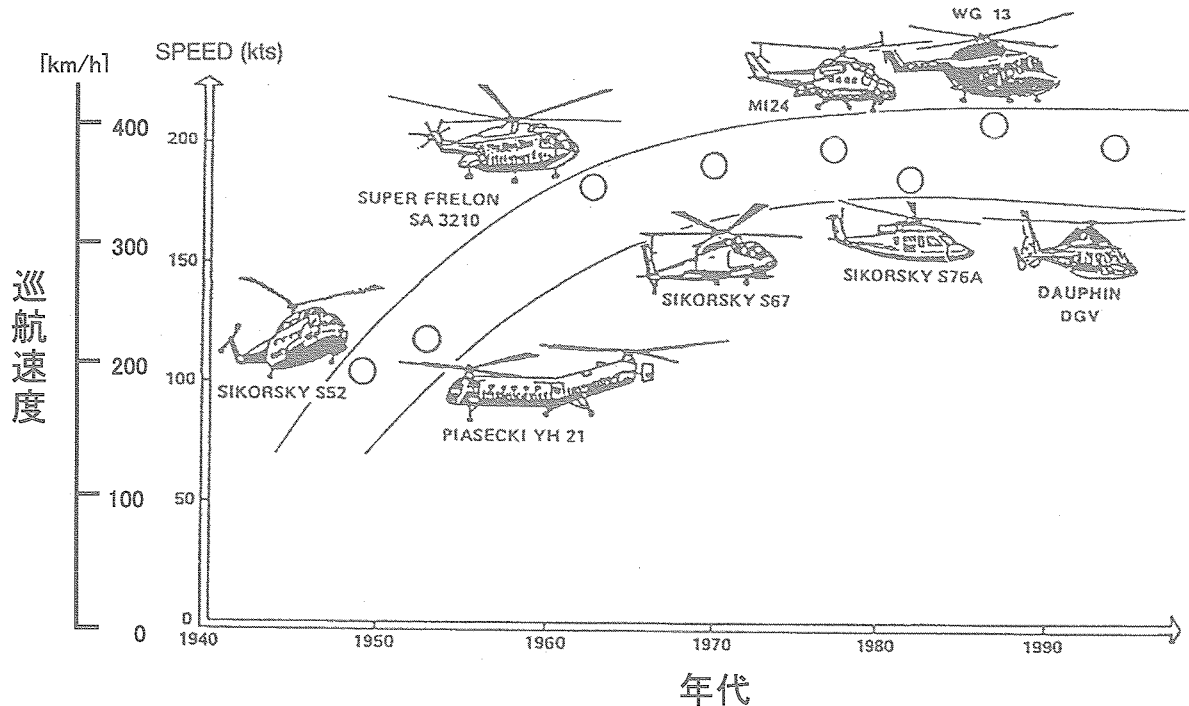


図1.1 ヘリコプタの前進速度の変遷¹

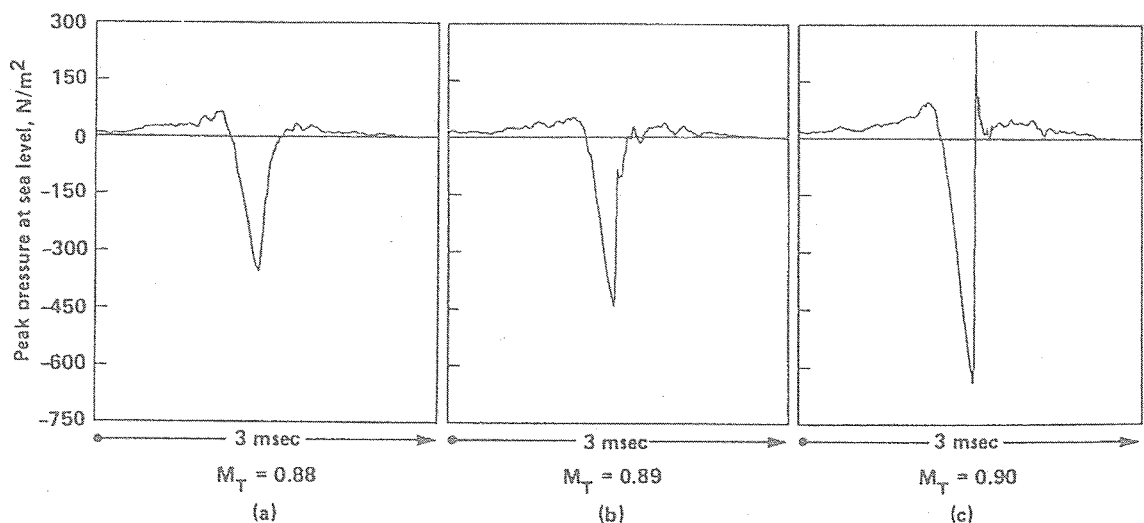


図1.2 翼端マッハ数の違いによる高速衝撃騒音の音圧波形変化³

1.1.1 FW-H の式とCFDを組み合わせる方法

最近まで、空間の2階微分である4極子の項を精度よく見積ることが困難なことから、この方法では特に非局所化の現象が起こる条件で高速衝撃騒音の予測は困難であると言われていた。しかし、Brentner⁶は、4極子の項についてformulation Q1A（命名法は、Farassatによって導かれたヘリコプタの翼厚音と荷重音の項の形式に倣っている）を導き、それをWOPWOP（ヘリコプタの翼厚音と荷重音を予測する定評のあるコード）に組み込むことでWOPWOP+に拡張し、ホバリング及び前進飛行時の高速衝撃騒音を精度良く予測することに成功した。ただし、この形式では、音源の動きは亜音速に限られている。

1.1.2 Kirchhoffの式とCFDを組み合わせる方法

1882年に発表されたKirchhoffの式は、主に光の回折理論や電磁気学の問題を解くのに使われているが、音の伝播の問題にも適用されている。例えばHawkings¹¹は、高速プロペラやヘリコプタ・ロータの騒音を予測するのにこの式を用いた。そこでは、回転するブレードのまわりに非線形現象を包み込む閉曲面（Kirchhoff Surface）を定義して、その内部では非線形の空力計算を行い、その結果から閉曲面上の圧力やその時間及び空間変化率を求め、それを音源として閉曲面外の流体は均一であるという仮定の元で、Kirchhoffの式を用いて任意の観測点における音圧を求める方法を提案している。その際、移動する閉曲面の影響を含むKirchhoffの式が必要になるが、これを最初に導いたのは Morgans¹²であり、その後 Morino¹³によってグリーン関数を用いた方法が導入され、Farassat と Myers¹⁴が、Generalized Function Theory を用いて滑らかな変形を伴う任意運動する個体面の影響を含むKirchhoff の式を導き直した。この手法では、Kirchhoff Surface の設定に任意性があること及び結果的に得られる音圧がCFDによる流れ場の計算精度に敏感であるという欠点があるが、とくに非局所化が起こる条件での遠距離騒音予測には適している。

1.1.3 CFDを直接用いる方法

この方法は、観測点での音圧をCFDによって直接的に計算する手法である。音波は微弱な波であるため、通常の流体計算に用いられるスキームではそれを精度よくとらえることは困難であると考えられるが、ここでは対象としている高速衝撃騒音が比較的大きな音圧変動を伴う現象であるため、従来のCFDをそのまま適用できるであろうという考え方が基礎となっている。この手法では、時間及び空間上の解像度がそのまま課題となるが、近距離騒音を精度良く解析できる利点がある。将来的には、計算機速

度や計算技術の向上によって遠距離場の騒音予測も可能となろう。従来、空力音は流れによって引き起こされ、音速で圧縮性流体中を伝播する微弱な波として扱われてきた。古典的な波動方程式もこの考え方に基づいて導かれており、また特別の場合を除いて空力音が流れに及ぼす影響が小さいことから、空力音の発生源である流れの影響は、波動方程式の音源項（右辺）に現れる強制力として理解されてきた。このように空力音と流れを原因と結果として見る見方は Lighthill の音響アナロジーによって発展し、FW-Hの波動方程式に受け継がれている。しかし直接CFDで音場を解析する場合には、当然空力音と流れの相互干渉が許され、音源項を他の方法で求めることなしに、音圧は解の一部として求まる。この点が本方法と従来の方法との大きな相違点である。遷音速流れでは、空力音と流れを因果関係で見える見方にそぐわない現象も起こる¹⁵ので、特にこのような現象の解析にはCFDを用いる方法が力を発揮することになる。

1.2 本研究の目的

ブレード翼端の設計パラメータの内、特に平面形と翼厚を工夫することが、ヘリコプタの高速衝撃騒音を低減するのに有効であることが知られている。Baeder¹⁶は、CFDを用いて翼端に前進角を持つブレードが騒音低減に有効であることを示した。筆者らも独自にブレードの平面形や翼厚に関する研究^{17, 18, 19}を行ってきたが、ここではCFDを直接用いる方法でそれらの設計パラメータが高速衝撃騒音に及ぼす影響を包括的に調べ、低騒音ブレードの設計に関する指針を得ることを目的とする。

2. 解析法とその検証

2.1 解析法

ここで用いた解析法は、1.1.3節で解説したCFDを直接用いる方法である。具体的には、差分法に基づくEulerコード²⁰を用いており、数値解法は効率化されたBeam-Warming法を基礎として右辺にChakravarthy-OsherのTVDスキームを適用したものである。計算格子のトポロジーは、図2.1に示すように翼型周りのO型格子をスパン方向に積み重ねたO-H型で、格子点数は、 ξ 方向79点、 η 方向50点、 ζ 方向40点の合計158,000点である。この内、79×20点がブレード上に配置されている。また、計算格子を上から見ると、図2.2に示すようにブレード翼端より外側部分が後退している。これは、ブレード上の衝撃波に起因する擾乱がブレード座標系ではブレード外で特性曲線（図2.3参照）に沿って曲がって伝播するように見えるため、ブレード延長上の格子が密集する部分を伝播方向に追従させるためである。この工夫

によって、比較的遠方まで擾乱を精度良くとらえることが可能となる。

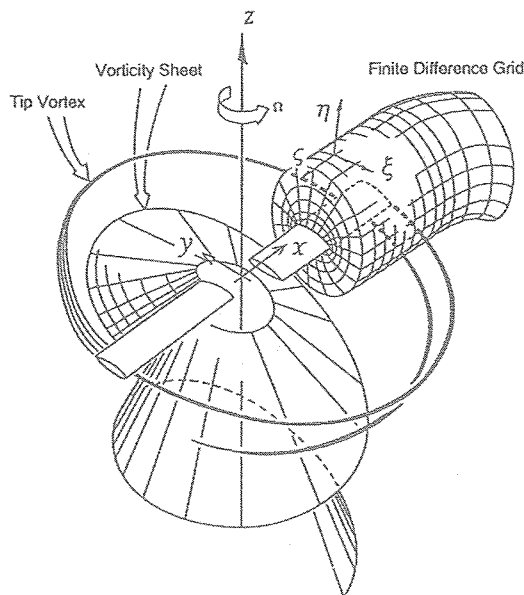


図2.1 CFD計算の座標系と計算格子の概念図

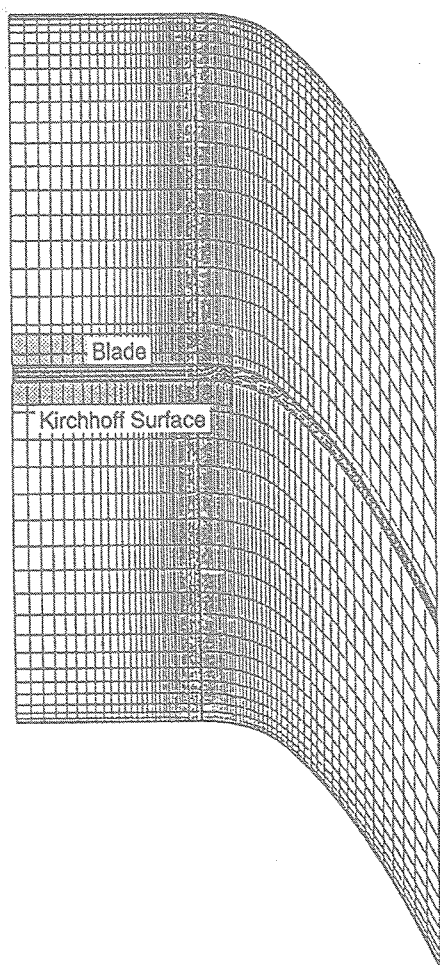


図2.2 計算格子を上から見た図

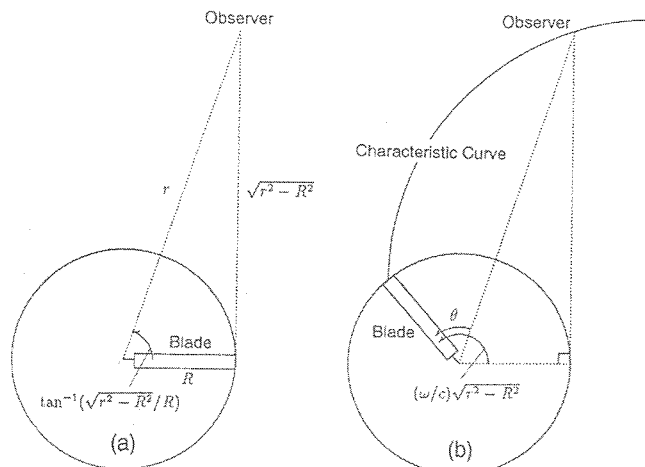


図2.3 特性曲線

2.2 解析法の検証

図2.4は、本解析法で求めた音圧の時間履歴を実験結果⁷と比較したものである。計算条件は、無揚力のホバリングで翼端マッハ数0.90である。また、計算対象はUH-1Hの1/7モデルロータで、ブレード半径1.045[m]、アスペクト比13.71、翼断面はNACA0012である。観測点は、ロータ回転面内の1.1Rに位置する。計算結果は実験値と極めてよく一致しており、本解析法の予測精度の高さを示している。

この計算結果を入力として、1.1.2節で解説したKirchhoffの式とCFDを組み合わせる方法²¹で遠方場の音圧波形を計算し、ロータ回転面内の3.0Rに位置する観測点で実験値²²と比較した結果が図2.5である。図より、計算結果は負のピーク直後の正のピークと波形の幅を過小予測しているものの、高速衝撃騒音の計算において最も重要な、鋸の歯のような非対称波形と負のピーク値を極めてよく予測している。本方法では、まず圧力変動が起きているブレードの周りの流れ場を前述のEulerコードで計算する。次に、その計算領域の内側に衝撃波などの非線形現象を包み込む閉曲面、即ちKirchhoff面を定義し、その上の圧力及び圧力勾配をEuler計算の結果から求める。ここで用いたKirchhoff面は図2.6に示すような円筒に近い形状（補間を避けるため、CFDの計算格子と一致させているので、正確な円筒形ではない）で、ブレード翼端に近い底面は1.1Rに位置し、底面の半径は約1.5Cである。非線形現象の影響はこの閉曲面上に反映され、閉曲面外の流体は均一であるという仮定の元でKirchhoffの式を用いて任意の観測点での音圧を計算する。底面の位置および半径を決める際には、Kirchhoff面が非線形現象を包み込み、かつKirchhoff面のうち音速以上で動く部分になるべく少なくなるように考慮する必要がある。ここでは、翼端マッハ数が0.90であるため、音速で回転する半径位置が $R/0.90 \approx$

1.11Rとなることから、底面位置を1.1Rとした。また、底面の半径は、ブレード翼面上から垂直方向に伸びる衝撃波を包含するように、1.5Cと決定した。本KirchhoffコードはFarassatら¹⁴の導出した式に基づいており、Kirchhoff面はブレードに固定されて空間内を回転している。本方法は、ジェット騒音や渦騒音など4極子音に起因する騒音の予測法としても適用可能であり、極めて応用範囲が広範であるため、ここでその詳細について解説しておくことは、ひとりヘリコプタの高速衝撃騒音の分野のみならず様々な分野の研究にとって有意義であると考えられる。そこで、とくに本方法の本質であるGeneralized Derivativeの適用を中心に、解の導出¹⁴をAppendix Bに詳述する。

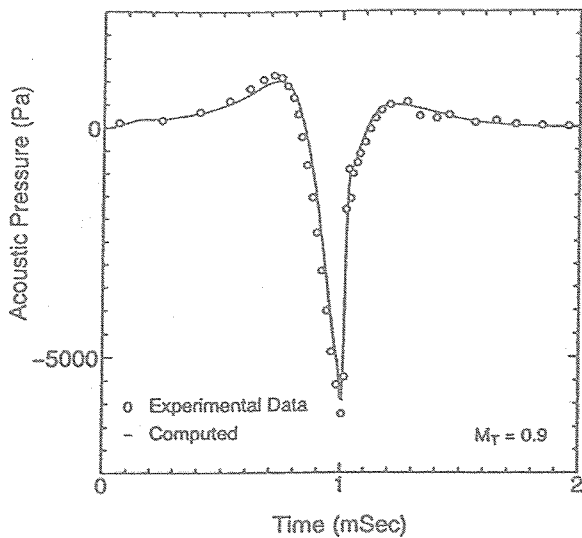


図 2.4 高速衝撃騒音の波形に関する計算結果と実験値の比較（観測者位置：1.11R）

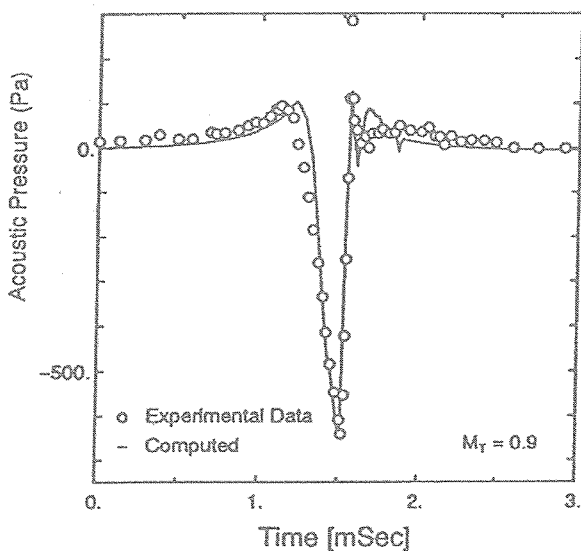


図 2.5 高速衝撃騒音の波形に関する計算結果と実験値の比較（観測者位置：3.0R）

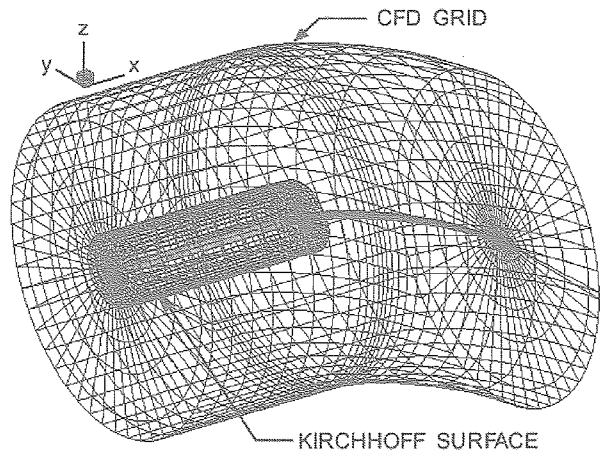


図2.6 CFDの計算格子とKirchhoff面

ここで、スパン方向の1.1RにおけるCFD計算の結果を入力として、非線形性を排除した波動方程式で計算した遠方場騒音が実験値と極めてよい一致を見せたことから、非線形現象はすべてKirchhoff面の中に包含されており、その影響は1.1Rでの結果に反映されていると言える。従って、翼端形状が遠方場で観測される高速衝撃騒音に及ぼす影響を、CFDによって直接的に求めた1.1Rでの結果をもって比較検討することの妥当性が示されたことから、ここでは先に述べた通り、CFDによる直接解法を適用することとした。さらに言えば、Kirchhoffの式とCFDを組み合わせる方法で遠方場音を解析すればより正確に翼端形状の影響を把握できる可能性はあるが、翼端形状を変えるとKirchhoff面の形状もそれに伴って変わり、翼端形状の影響を相互比較する際、これが遠方場での音圧波形の差にどの程度影響を及ぼしているか正確に把握することが困難であることから、ここではこの方法の適用を避けた。

3. 翼端形状が高速衝撃騒音に及ぼす影響

計算条件と計算対象は、2節で述べたものと同様である。また、翼断面は平面形を変えても常に全スパン位置でNACA0012を保つものとした。

3.1 後退角の影響

図3.1は、ブレード翼端部分の後退角が高速衝撃騒音に及ぼす影響を示したものである。図の横軸 $(r/R)_0$ は後退角及を付け始める無次元半径位置であり、縦軸は高速衝撃騒音の負のピーク値である。この値の絶対値が大きいほど、騒音が大きいことを意味する。図中の黒丸は非局所化が起こっていることを示し、白丸は起こっていないことを示す。ただし、この図に限って言えば、すべての点で非局所化が起こっている。図より、後退角 10° では $(r/R)_0=0.99$ で多

少矩形ブレード（図で $(r/R)_0=1.0$ の値）より騒音低減効果が見られるものの、 $(r/R)_0=0.97$ 以下ではすべて矩形よりわずかに騒音が増加している。ただし、 $(r/R)_0$ の変化に伴う差異は極めて小さい。後退角 20° でも同様の傾向が見られ、 $(r/R)_0=0.99$ ではほぼ矩形と変わらないものの、 $(r/R)_0=0.97$ 以下ではすべて矩形よりわずかに騒音が増加している。ただし、 $(r/R)_0$ の変化に伴う差異は小さい。

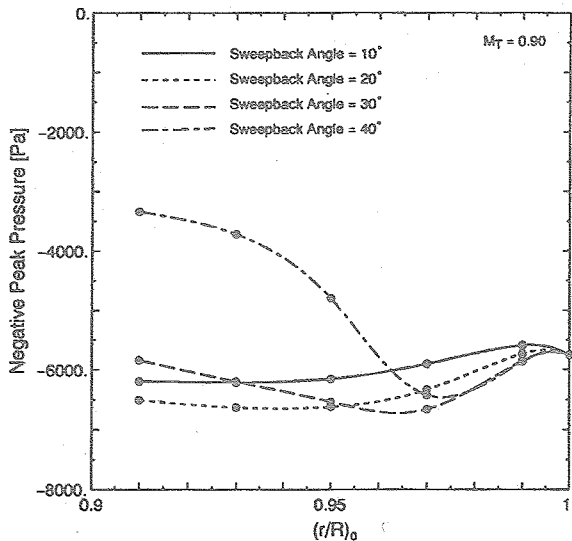


図3.1 翼端の後退角が高速衝撃騒音に及ぼす影響

ここで注目すべきことは、後退角 10° より後退角 20° の方が騒音を増加させてしまうことである。通常、後退角が大きいくほど後退角効果によってブレード上に生ずる衝撃波が弱まり、衝撃波に起因する高速衝撃騒音も小さくなると考えられるが、ここでは反対の結果が得られているので、その原因を探ってみる。図3.2(a)～(e)はそれぞれ $(r/R)_0=0.99, 0.97, 0.95, 0.93, 0.91$ のとき後退角がブレード上に生ずる衝撃波の発生に及ぼす影響を示したもので、横軸は無次元半径位置 r/R 、縦軸は衝撃波前後の圧力係数の差 $\Delta(-C_p)$ （図3.3参照）である。ここでは $\Delta(-C_p)$ を衝撃波の強さを表す指標と考えて、この値のスパン方向分布を調べることによって、衝撃波のスパン方向の強さを定量的に示している。図より、 $(r/R)_0$ の値にかかわらず、後退角が大きくなるほど $\Delta(-C_p)$ のスパン方向のピーク値 $\Delta(-C_p)_{\text{peak}}$ （図3.4参照）の現れる無次元半径位置 $(r/R)_{\text{peak}}$ （図3.4参照）が翼端側に移動しており、それに伴って翼最先端部分での $\Delta(-C_p)$ が増加し、ブレード上の衝撃波による擾乱がブレード外に伝播しやすい状況を作り出していることがわかる。これが後退角 10° より後退角 20° で騒音が増加する原因であると考えられる。

また図3.1より、後退角 30° においては $(r/R)_0=0.99$ と 0.97 で 10° 及び 20° と同様の傾向を見せているが、

$(r/R)_0=0.95$ 以下では後退角 20° より騒音が減少しており、 $(r/R)_0=0.91$ では矩形と同程度のところまで回復している。ここで図3.2を見ると、後退角 30° では、 $(r/R)_0=0.95$ 以下で後退角付け始め位置周辺での衝撃波が極端に弱まっており、特に $(r/R)_0=0.93$ と 0.91 では 10° 及び 20° に比べて $\Delta(-C_p)$ の現れる無次元半径方向の幅 $(r/R)_{\text{range}}$ （図3.4参照）が極端に減少している。従って、衝撃波の発生位置は翼端側に移動しているものの、衝撃波の発生範囲が極めて狭まっていることから、図3.1において後退角 30° の $(r/R)_0=0.95$ 以下で突然傾向が変わっているものと考えられる。また、図3.2で後退角 30° の $(r/R)_0=0.97$ に比べて $(r/R)_0=0.95$ で突然後退角を付けた効果が顕著になるのは、 $0.95R$ が矩形での $(r/R)_{\text{peak}}$ にほぼ一致するためであると考えられる。即ち、 $(r/R)_0=0.99$ と 0.97 では、衝撃波の最も強い位置に後退角が付いていないことから、後退角によって衝撃波が弱まる効果が発揮されていない。従って、後退角の効果を利用するためには、 $(r/R)_0$ を矩形での $(r/R)_{\text{peak}}$ 以下にすべきで、後退角を付け始める位置が極めて重要であることがわかった。ただし、後退角 30° でも図の範囲では矩形より騒音は大きい。

さらに、図3.1より、後退角 40° では後退角 30° で述べた傾向がより顕著となり、 $(r/R)_0=0.95$ 以下では矩形より騒音が低減していることがわかる。ただし、図の範囲では非局所化の発生は抑えられておらず、また低減効果は $(r/R)_0$ が小さくなるに従って鈍るので、 $(r/R)_0$ を 0.91 より小さくしても振りモーメントの増加を招くなど構造上のペナルティを補うに値する騒音低減効果は期待できない。以上より、後退角に関しては 40° 以上の角度を矩形での $(r/R)_{\text{peak}}$ より翼根側から付けるのがよいことがわかった。ただし、これは構造上かなり厳しい形状であることを付け加えておく。

図3.5(a)～(d)に、それぞれ後退角 10° において $(r/R)_0=0.97, 0.95, 0.93, 0.91$ のブレード翼端周辺の等マッハ数線図を示す。図中のハッチ部分は超音速領域であり、ブレード上の超音速領域とブレードの外側に現れる超音速領域がつながっていることから、非局所化の現象が起こっていることが見て取れる。また、図3.6から図3.8にも同様にそれぞれ後退角 $20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ の結果を示す。

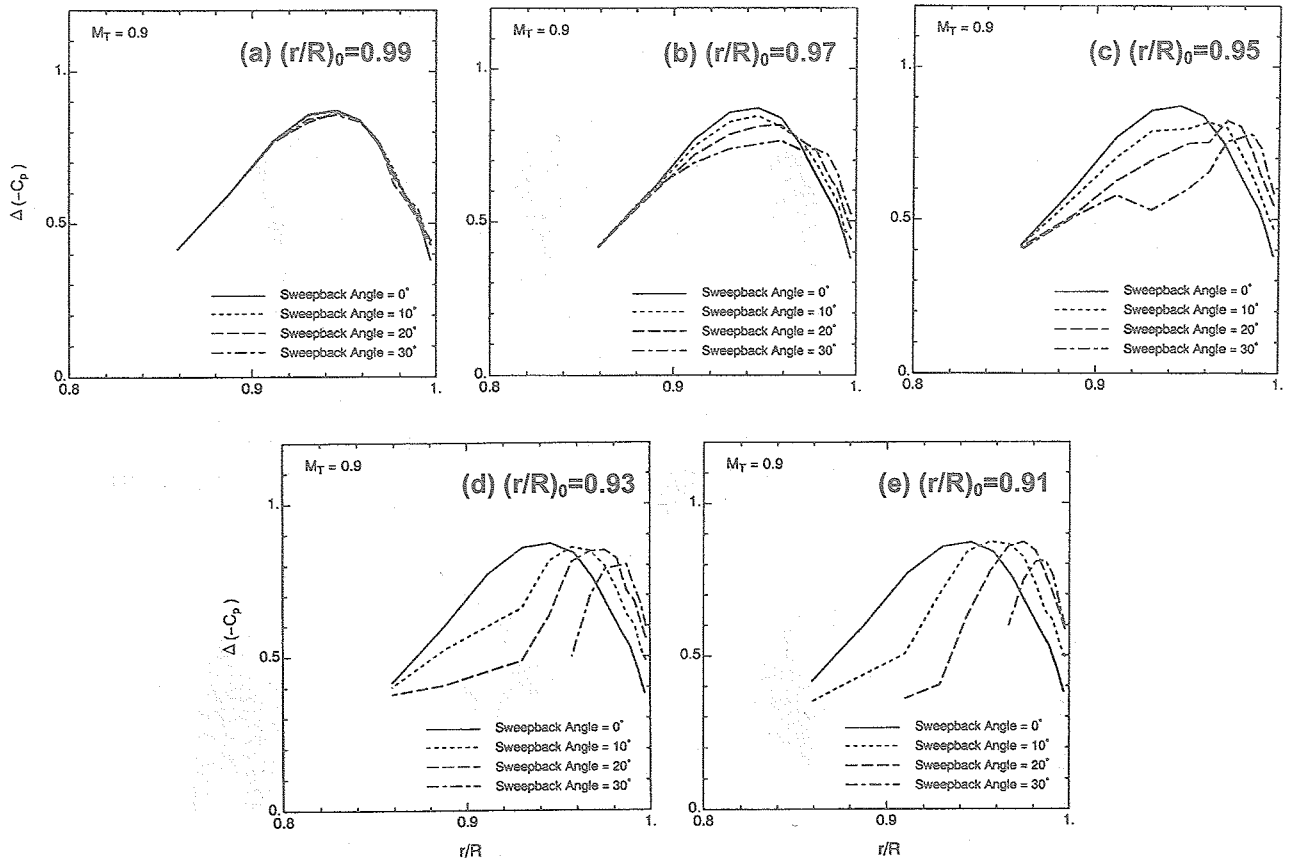


図3.2 翼端の後退角がブレード上の衝撃波に及ぼす影響

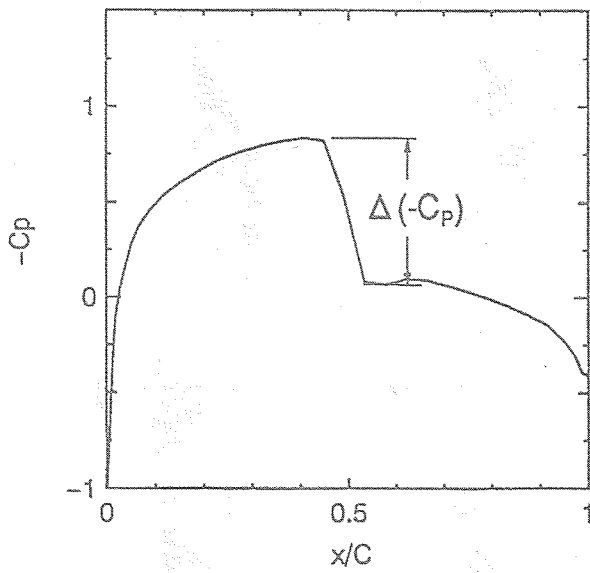


図 3.3 $\Delta(-C_p)$ の定義

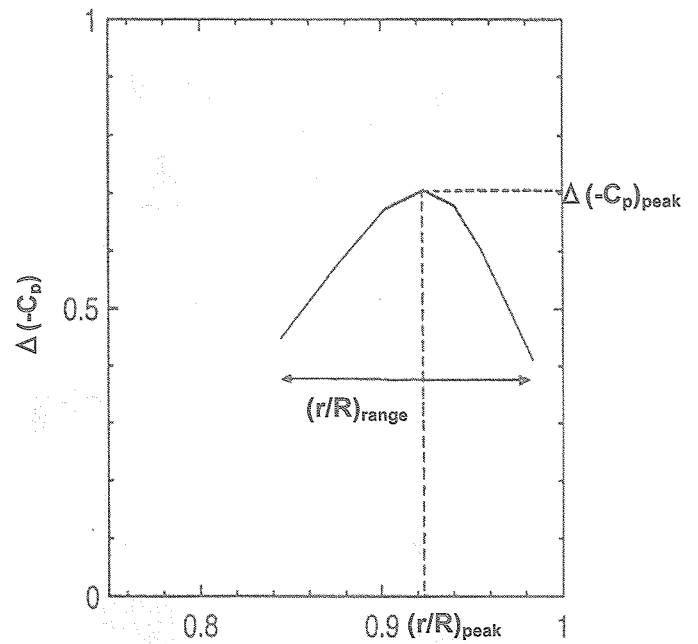
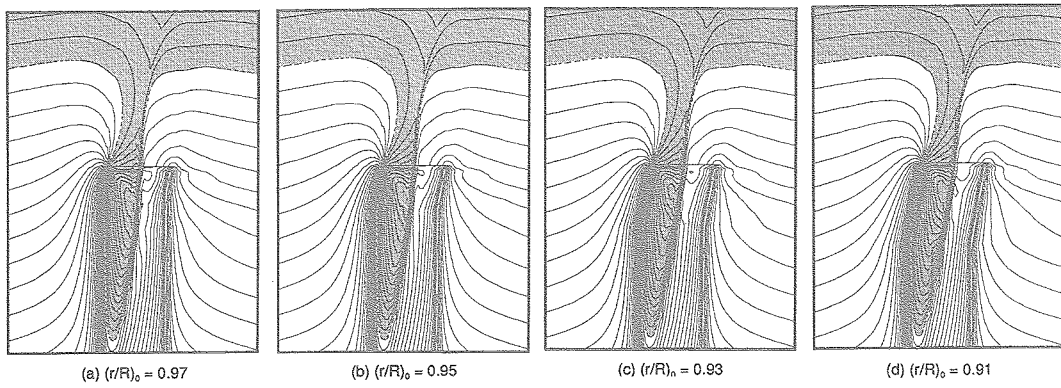
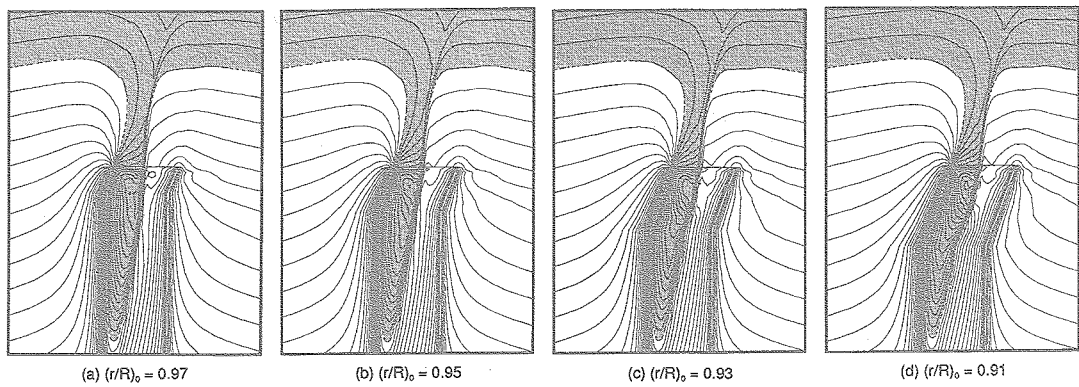
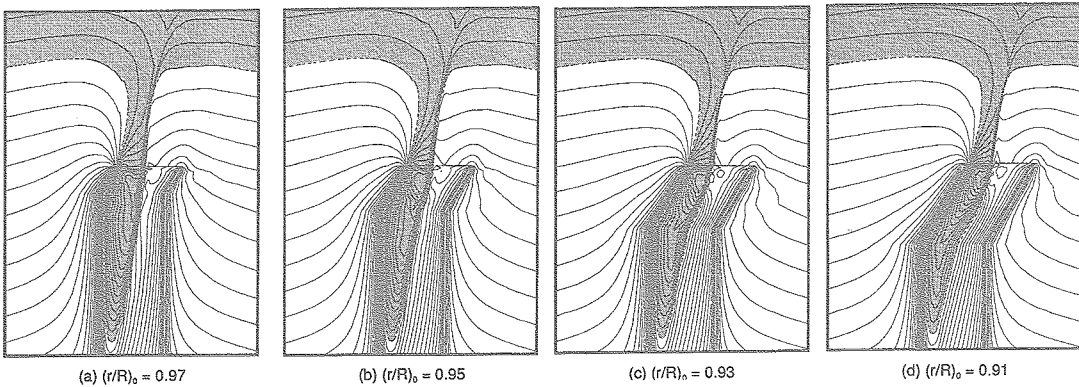
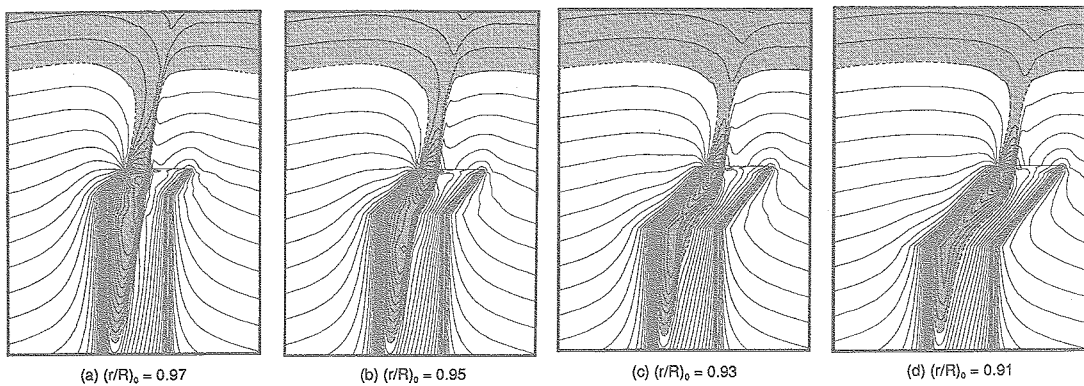


図 3.4 $\Delta(-C_p)_{\text{peak}}$, $(r/R)_{\text{range}}$, $(r/R)_{\text{peak}}$ の定義

図3.5 翼端周辺等マッハ数線図（後退角 10° ）図3.6 翼端周辺等マッハ数線図（後退角 20° ）図3.7 翼端周辺等マッハ数線図（後退角 30° ）図3.8 翼端周辺等マッハ数線図（後退角 40° ）

3.2 前進角の影響

図3.9は、ブレード翼端部分の前進角が高速衝撃騒音に及ぼす影響を示したものである。図より、前進角は $(r/R)_0$ を小さくすればするほど、また角度を大きくすればするほど、ほぼ線形的に低減効果が大きくなることがわかる。そして、前進角 30° では、 $(r/R)_0=0.93$ 以下で非局所化の発生を抑えるに到っている。図3.10は、前進角がブレード上に生ずる衝撃波の発生に及ぼす影響を示したものである。図より、 $(r/R)_{\text{peak}}$ は $(r/R)_0$ が小さければ小さいほど、また前進角が大きければ大きいほど翼根側に移動しており、それに伴って翼最先端での衝撃波強度も弱まり、擾乱がブレード外に伝播しにくい状況を作り出している。

従って、上述した前進角による騒音低減効果の主因は、 $(r/R)_{\text{peak}}$ の位置と翼最先端での衝撃波強度であると考えられる。以上より、前進角は構造強度の許す範囲でできるだけ翼根側から大きな角度で付けるとよいことがわかった。図3.11から図3.13にそれぞれ前進角 10° 、 20° 、 30° の等マッハ数線図を示す。図3.13の(c)と(d)で非局所化現象の発生が抑えられていることが見て取れる。

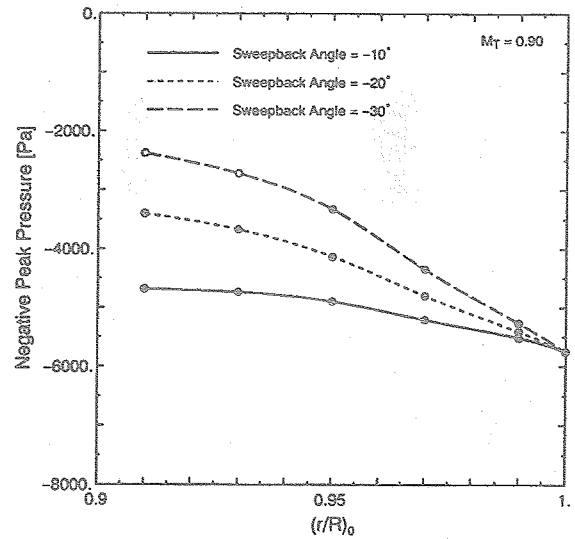


図3.9 翼端の前進角が高速衝撃騒音に及ぼす影響

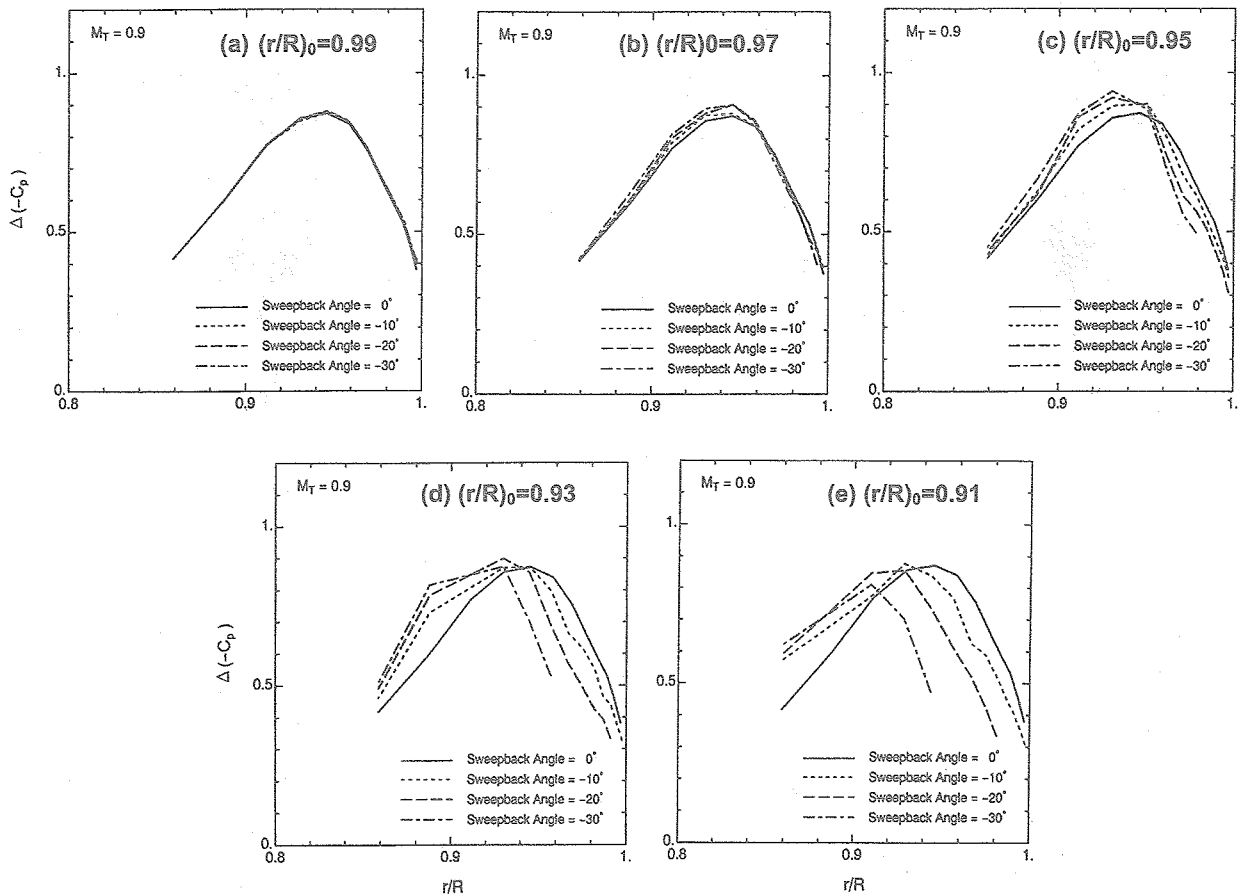
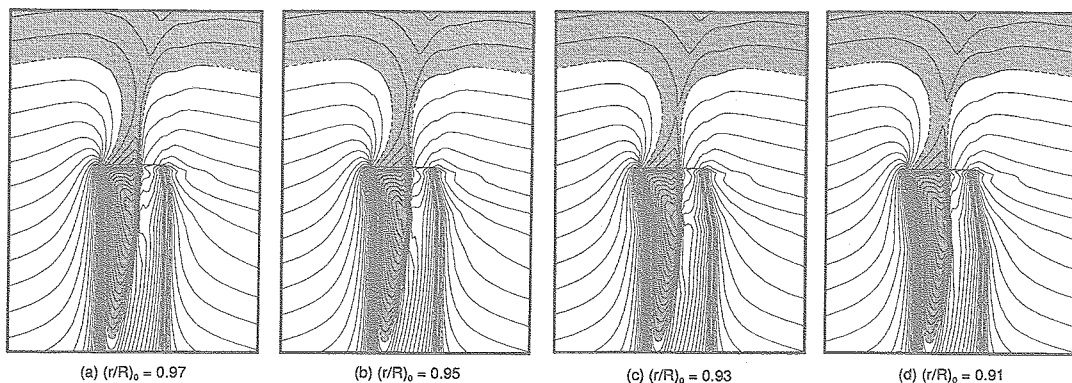
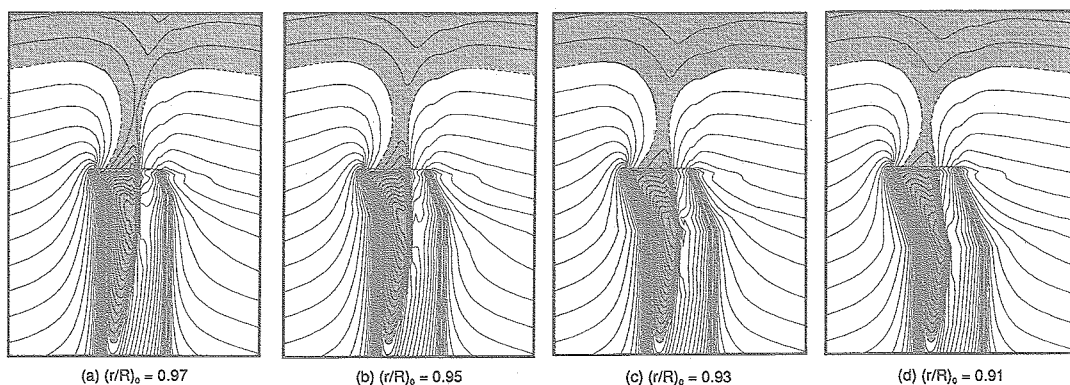
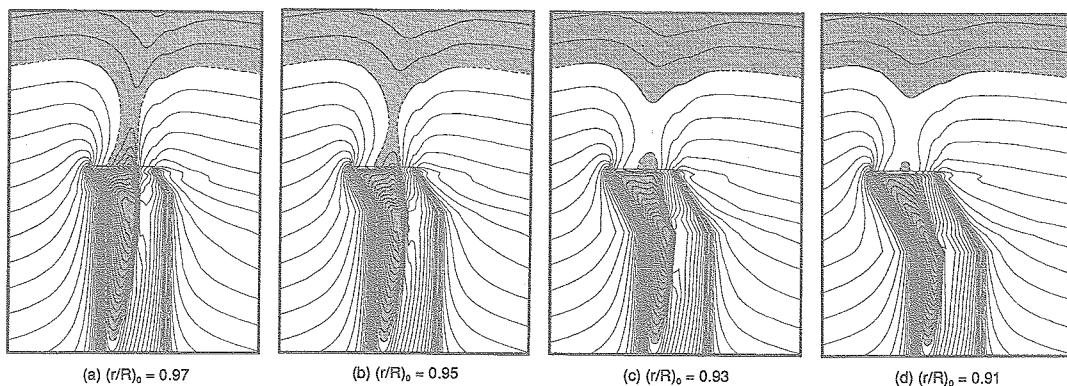


図3.10 翼端の前進角がブレード上の衝撃波に及ぼす影響

図3.11 翼端周辺等マッハ数線図（前進角 10° ）図3.12 翼端周辺等マッハ数線図（前進角 20° ）図3.13 翼端周辺等マッハ数線図（前進角 30° ）

3.3 テーパの影響

ここでは、テーパの影響を詳細に探るため、1/4弦線に沿ったテーパ、前縁後退角によるテーパ、後縁後退角によるテーパという3種類のテーパについて解析を行った。

3.3.1 1/4弦線に沿ったテーパの影響

図3.14は、1/4弦線に沿ったテーパが高速衝撃騒音に及ぼす影響を示す。また、図3.15から図3.18はそれぞれテーパ比0.4, 0.2, 0.1, 1.4の等マッハ数線図を示しており、実

際の翼端形状に関してはこれらの図を参照されたい。図3.14より、1/4弦線に沿ってテーパ比が1以下のテーパを付けると、唯一の例外（ $TR=0.1$, $(r/R)_0=0.99$ ）を除いて、テーパ比が小さければ小さいほど、また $(r/R)_0$ が小さければ小さいほど、ほぼ線形的に騒音低減効果が大きくなることがわかる。ただし、図の範囲では非局所化の発生を抑えるには到っていない。

図3.19は、1/4弦線に沿ったテーパがブレード上に生ずる衝撃波の発生に及ぼす影響を示したものである。図より、テーパ比が小さければ小さいほど、また $(r/R)_0$ が小さけれ

ば小さいほど、翼端の3次元効果²³⁾によって $(r/R)_{\text{peak}}$ が翼端側にずれていることがわかる。また、 $(r/R)_0$ が矩形の $(r/R)_{\text{peak}}$ 、即ち約 $0.95R$ 以下の場合には、テーパ比が小さければ小さいほど、また $(r/R)_0$ が小さければ小さいほど、 $\Delta(-C_p)_{\text{peak}}$ が増加する傾向が顕著に現れている。このように、衝撃波の様子のみを見ると、テーパを付けることによって高速衝撃騒音は増加しそうに見えるが、図3.14では逆の結果が得られている。ここで図3.17(d)を見ると、テーパを付けたことによって翼最先端部での翼弦長が小さくなり、ブレード上の超音速領域が狭まることで非局所化現象を起りにくくしているのがわかる。従って、1/4弦線に沿ったテーパによって騒音低減効果を得ようとした場合、ブレード面積の減少等によるロータ性能の低下が許す範囲で、なるべくテーパ比の小さなテーパをできるだけ翼根側から付けるのが良いことがわかった。

また、テーパ比が1以上のテーパ、即ち逆テーパでは、 $TR=1.4$ の例を計算し、図3.14に結果を示した。図より、 $(r/R)_0$ が小さければ小さいほど、ほぼ線形的にわずかながら騒音は増加していることがわかる。これは、図3.18からもわかる通り、逆テーパによって衝撃波の強度そのものは弱まるものの、翼端における超音速領域が広まることから、かえって非局所化が起りやすくなっているためである。

従って、高速衝撃騒音低減の観点からすれば、逆テーパは付けない方が良いと言える。

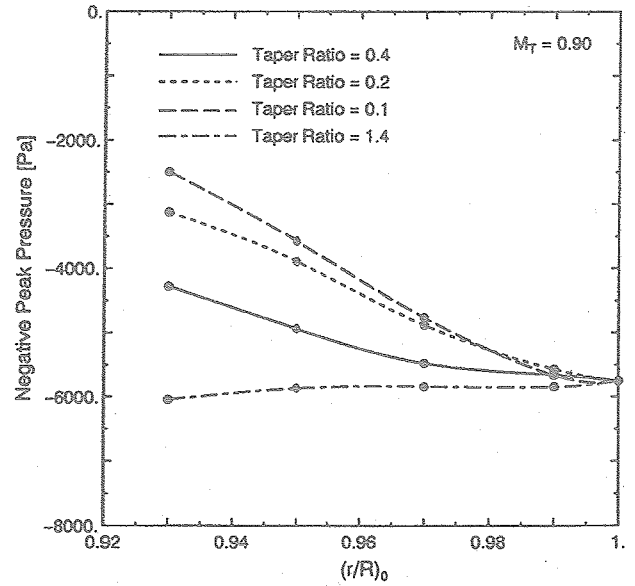


図3.14 1/4弦線に沿ったテーパが高速衝撃騒音に及ぼす影響

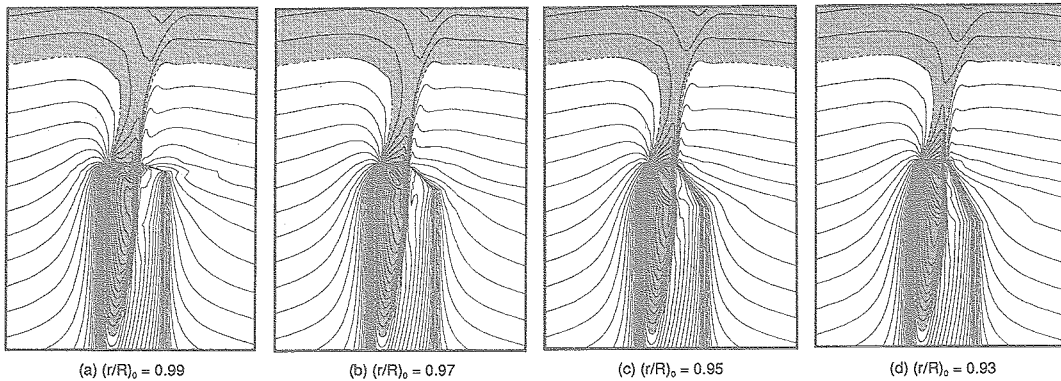


図 3.15 翼端周辺等マッハ数線図 (テーパ比 0.4、1/4 弦線に沿ったテーパ)

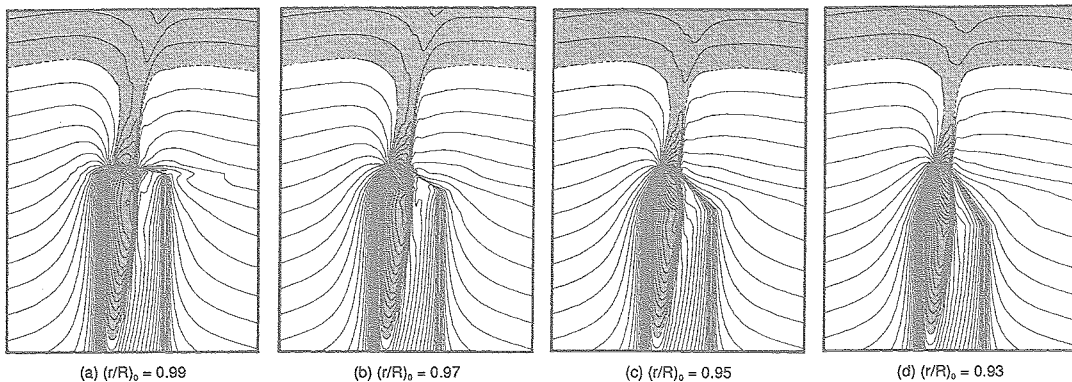


図3.16 翼端周辺等マッハ数線図 (テーパ比0.2、1/4弦線に沿ったテーパ)

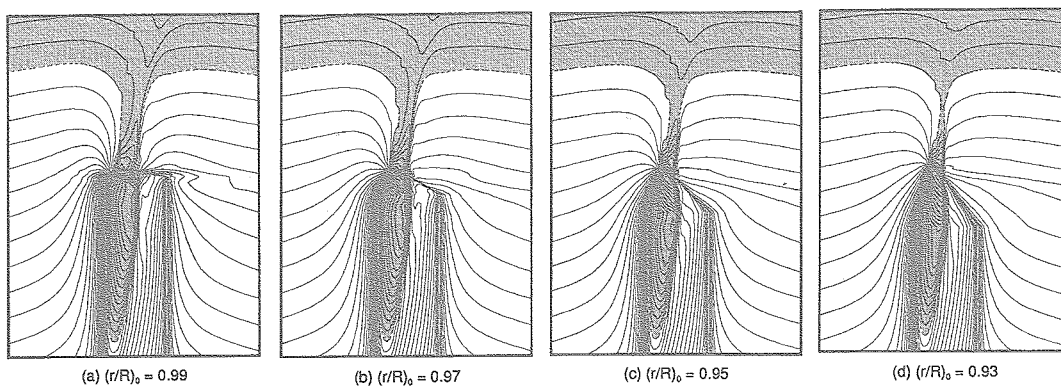


図3.17 翼端周辺等マッハ数線図 (テーパ比0.1、1/4弦線に沿ったテーパ)

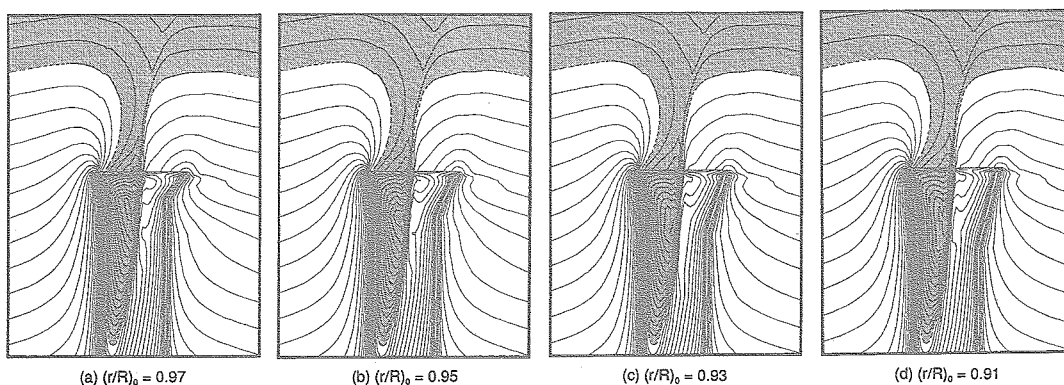


図3.18 翼端周辺等マッハ数線図 (テーパ比1.4、1/4弦線に沿ったテーパ)

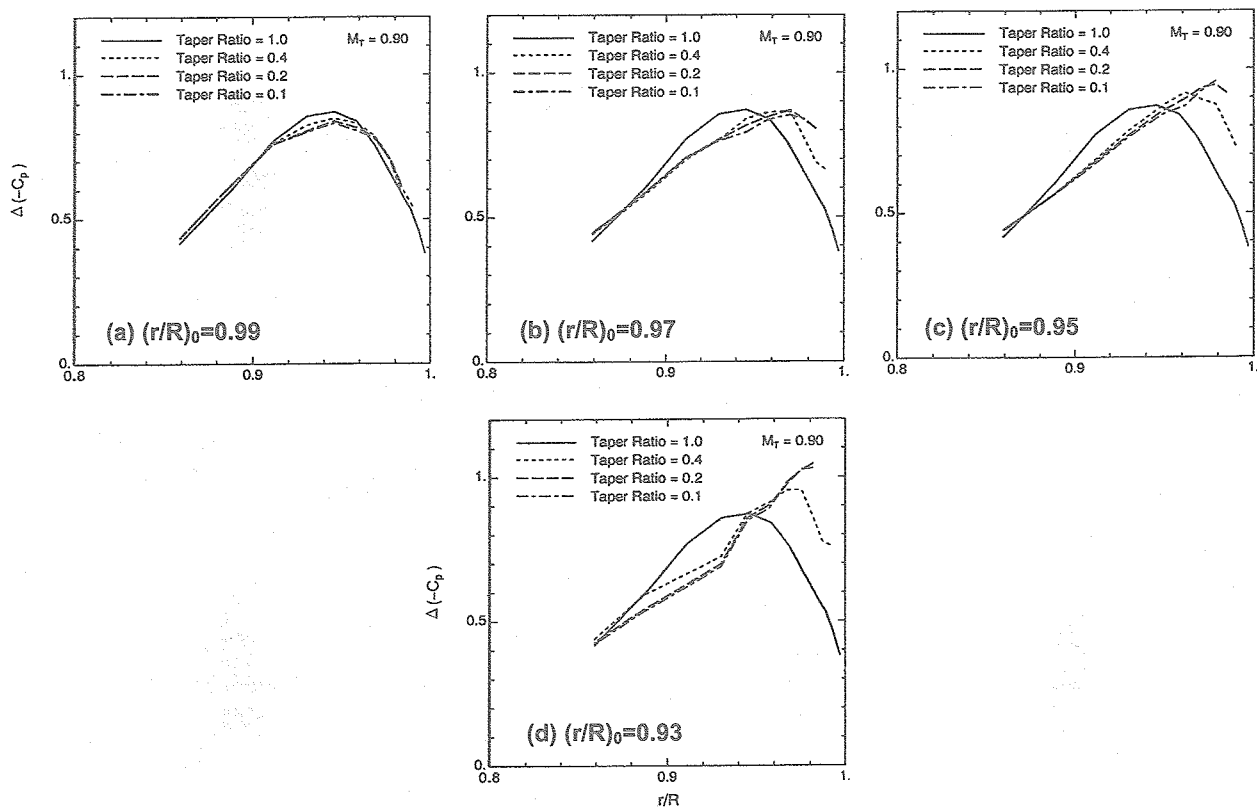


図3.19 1/4弦線に沿ったテーパがブレード上の衝撃波に及ぼす影響

3.3.2 前縁後退角によるテーパの影響

図3.20は、前縁後退角によるテーパが高速衝撃騒音に及ぼす影響を示す。また、図3.21から図3.23はそれぞれテーパ比0.4, 0.2, 0.1の等マッハ数線図を示しており、実際の翼端形状に関してはこれらの図を参照されたい。図3.20より、前縁後退角によるテーパを付けると、 $TR=0.4$ の場合、グラフの傾きより $(r/R)_0=0.97$ 以上でかなり大きな騒音低減効果が得られることがわかる。しかし、 $(r/R)_0=0.95$ 以下では低減効果が急激に鈍ってくる。 $TR=0.2$ でも同様の傾向が見られ、低減効果は $TR=0.4$ よりもさらに大きく、 $(r/R)_0=0.97$ 以下で非局所化の発生を抑えている。 $TR=0.1$ でも同様の傾向が見られ、 $(r/R)_0=0.99$ 以下で非局所化の発生を抑えているが、 $TR=0.2$ と比べた場合、差異はあまり大きくないので、ブレード面積の減少によるロータ性能の低下を考慮すれば、 $TR=0.2$ の低減効果でも十分であると思われる。さらに、 $TR=0.2$ の中でも $(r/R)_0=0.95$ 以下で低減

効果が鈍ることから、設計上は $(r/R)_0=0.97$ が推奨できる。

図3.24は前縁後退角によるテーパがブレード上に生ずる衝撃波の発生に及ぼす影響を示したものである。図より、これは後退角の結果（図3.2参照）と1/4弦線に沿ったテーパの結果（図3.19参照）の両方の性質を持っていることがわかり、衝撃波を抑える効果は1/4弦線に沿ったテーパに比べて格段に大きいと言える。これが前縁後退角によるテーパの高速衝撃騒音に対する極めて有効な低減効果の主因であると考えられる。

例えば図3.21と図3.15を比較すると、前縁後退角によるテーパは1/4弦線に沿ったテーパよりかなり効率よくブレード上の超音速領域を狭めており、結果として非局所化の発生を起りにくくしている。いずれにしても、前縁後退角によるテーパは、矩形からの変形量が僅かであっても大きな騒音低減効果が得られるため、極めて有効な翼端形状と言える。

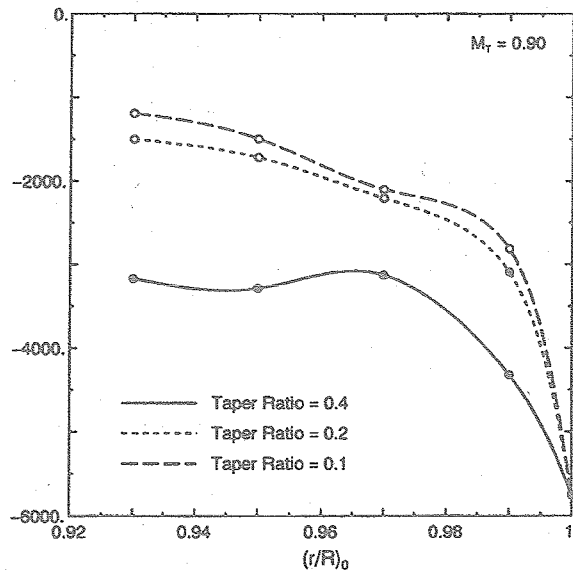


図3.20 前縁後退角によるテーパが高速衝撃騒音に及ぼす影響

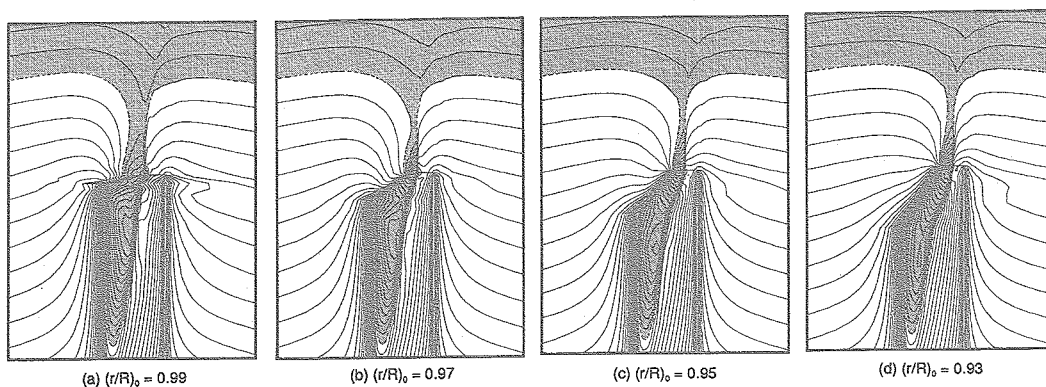


図3.21 翼端周辺等マッハ数線図（テーパ比0.4、前縁後退角によるテーパ）

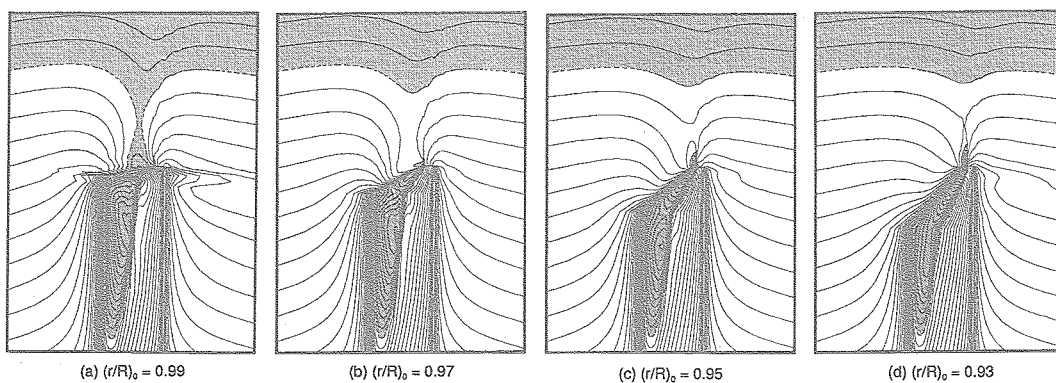


図3.22 翼端周辺等マッハ数線図 (テーパ比0.2、前縁後退角によるテーパ)

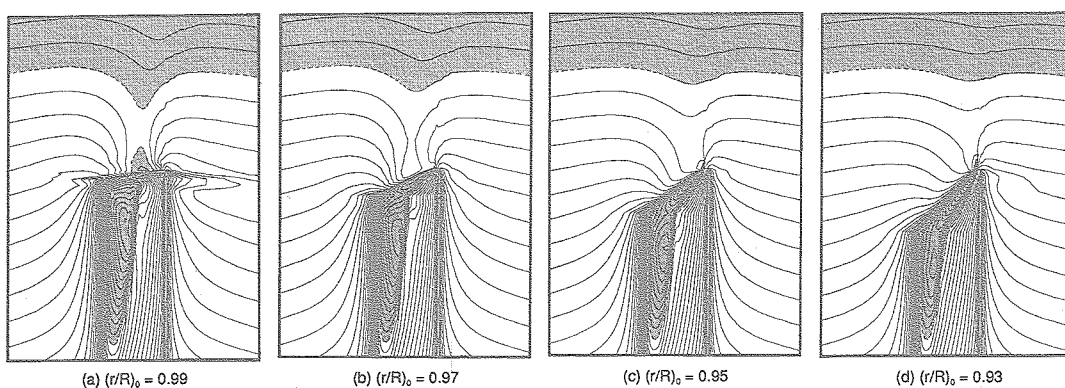


図3.23 翼端周辺等マッハ数線図 (テーパ比0.1、前縁後退角によるテーパ)

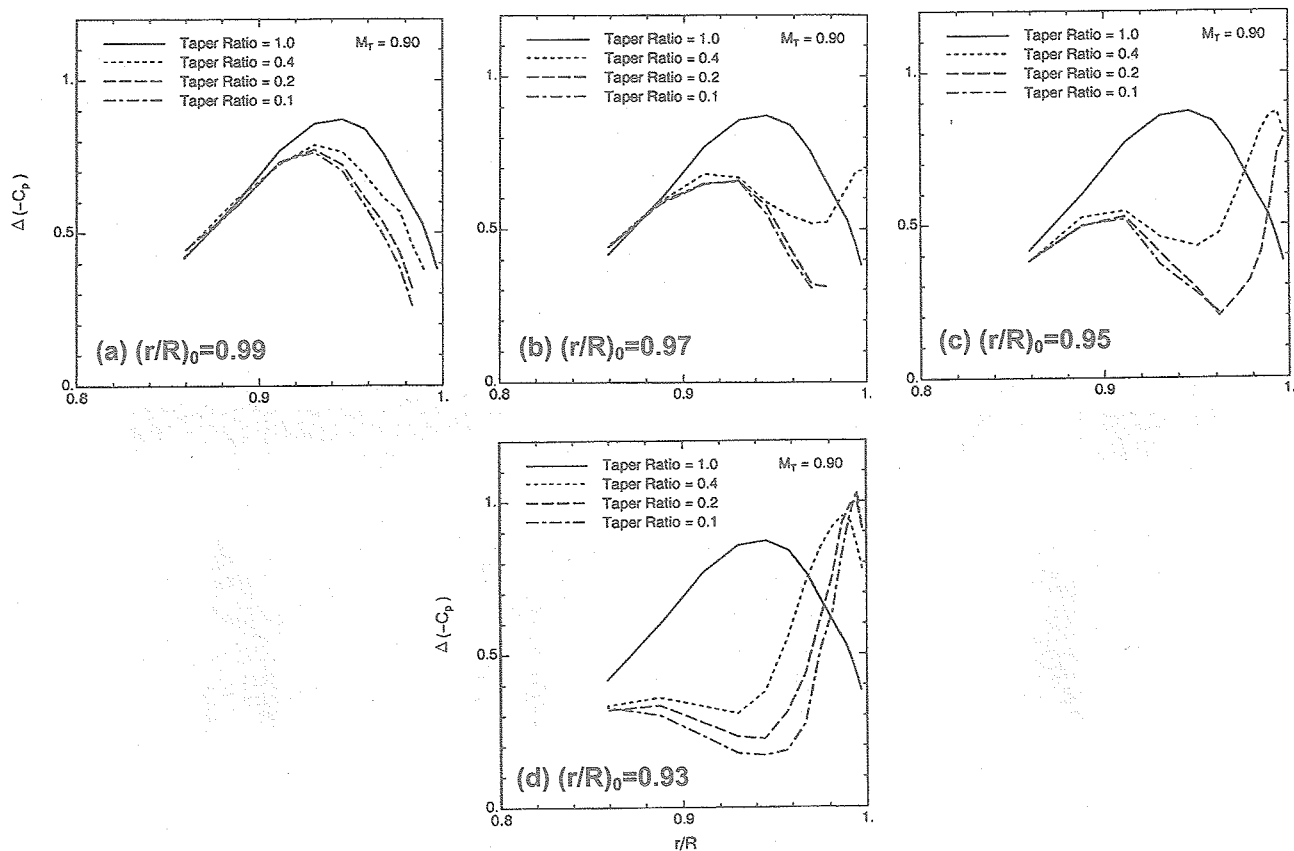


図 3.24 前縁後退角によるテーパがブレード上の衝撃波に及ぼす影響

3.3.3 後縁後退角によるテーパの影響

図3.25は、後縁後退角によるテーパが高速衝撃騒音に及ぼす影響を示す。また、図3.26から図3.28はそれぞれテーパ比0.4, 0.2, 0.1の等マッハ数線図を示しており、実際の翼端形状に関してはこれらの図を参照されたい。図3.25より、後縁後退角によるテーパを付けると、 $TR=0.4$ の場合、前縁後退角ほどではないが、 $(r/R)_0=0.99$ でもかなり大きな騒音低減効果が得られることがわかる。 $(r/R)_0=0.97$ 以下では、ほぼ線形的に僅かずつ低減効果が増していく。 $TR=0.2$ でも同様の傾向が見られ、低減効果は $TR=0.4$ よりも大きく、 $(r/R)_0=0.93$ 以下で非局所化の発生を抑えている。また、 $TR=0.1$ でも同様の傾向が見られ、 $(r/R)_0=0.95$ 以下で非局所化の発生を抑えている。しかし、前縁後退角と比べた場合、全体的に低減効果は小さく、また前縁後退角のように $TR=0.2$ と $TR=0.1$ で低減効果がほぼ同程度であるという、 TR の減少による効果の鈍りが見られないので、推奨できる形状は決めにくい。

図3.29は後縁後退角によるテーパがブレード上に生ずる衝撃波の発生に及ぼす影響を示したものである。図より、後縁後退角によるテーパは1/4弦線に沿ったテーパと似た傾向を示していることがわかる。例えば図3.26と図3.21を比較すると、後縁後退角は前縁後退角ほど効率的にはブレード上の超音速領域を狭めておらず、また図3.28と図3.26の比較からもわかるように、テーパ比が小さい場合には後縁後退角の角度にかかわらず、ブレード外の超音速領域がブレード最先端部分のみならず、後縁後退角部分からも生じている。この現象は、非局所化の発生を抑える意味において望ましくない。また、これが後縁後退角によるテーパが前縁後退角によるテーパほどの騒音低減効果を見せない理由の一つであると思われる。

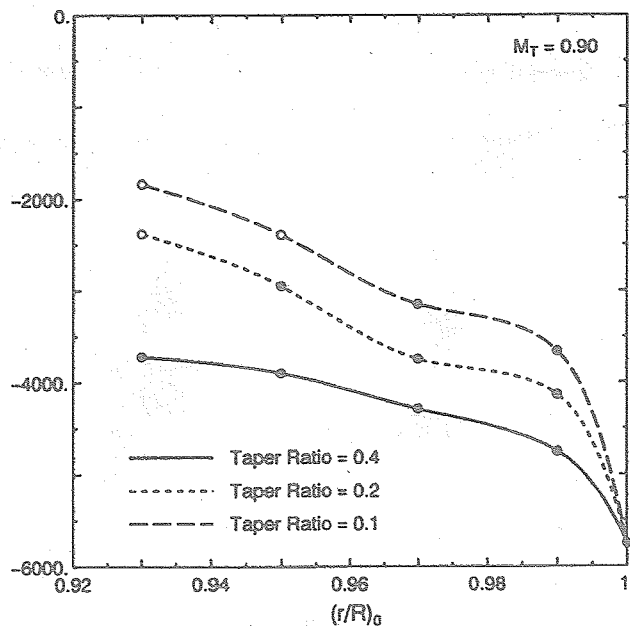


図3.25 後縁後退角によるテーパが高速衝撃騒音に及ぼす影響

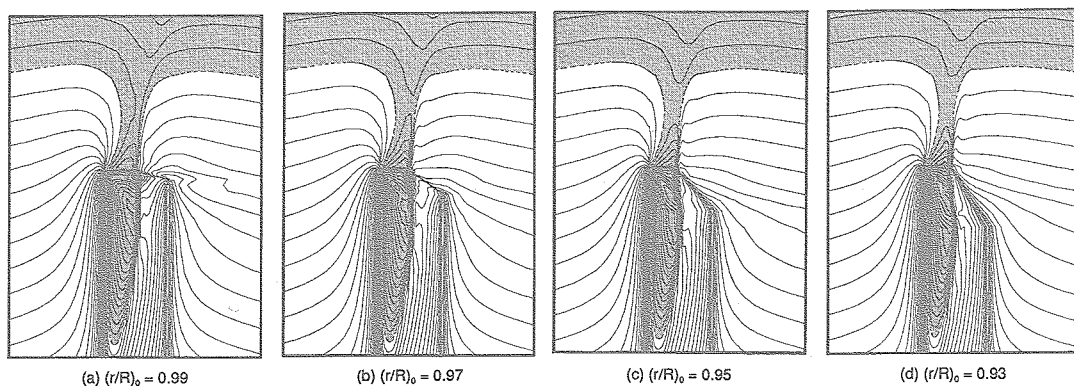


図3.26 翼端周辺等マッハ数線図（テーパー比0.4、後縁後退角によるテーパー）

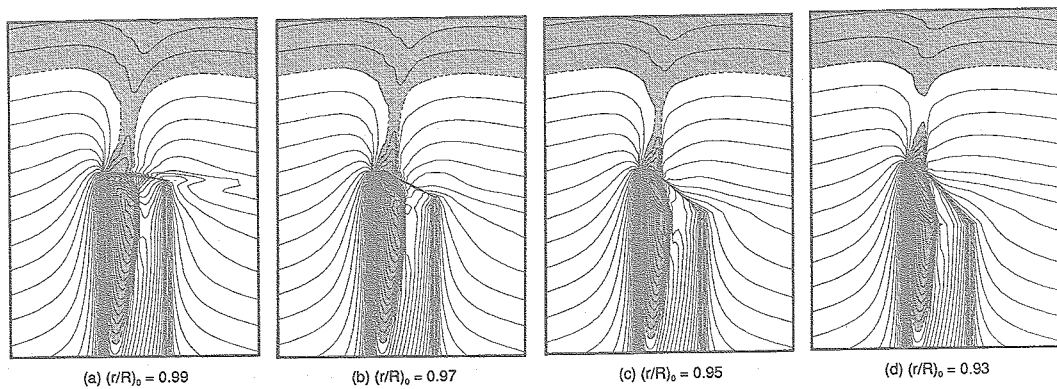


図3.27 翼端周辺等マッハ数線図（テーパー比0.2、後縁後退角によるテーパー）

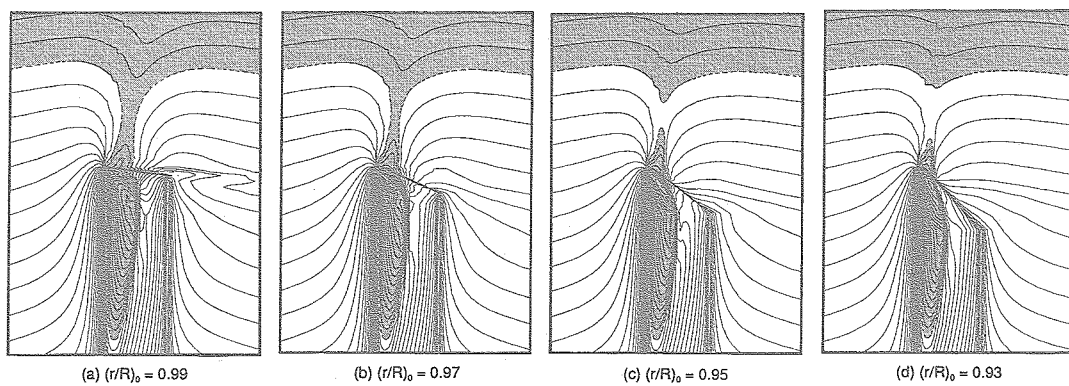


図3.28 翼端周辺等マッハ数線図（テーパー比0.1、後縁後退角によるテーパー）

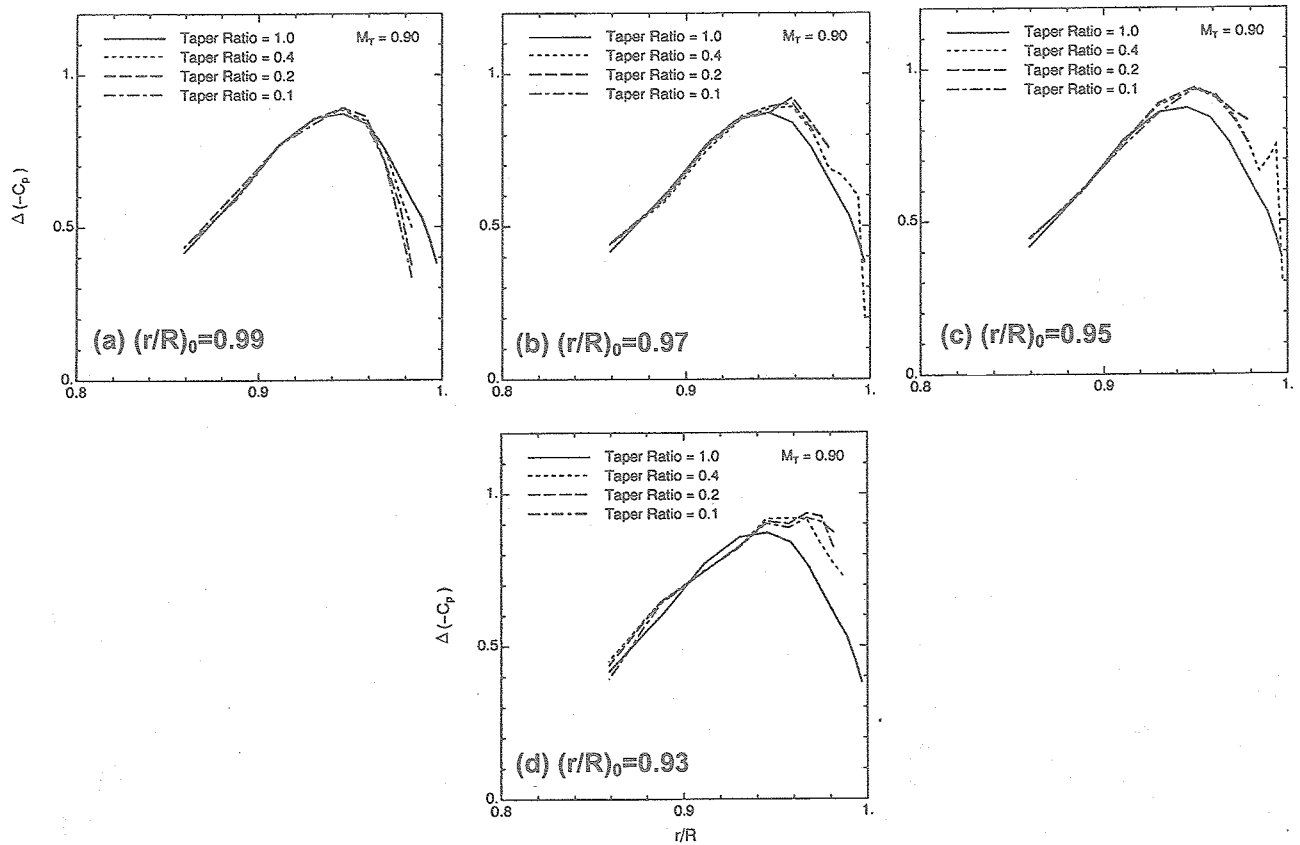


図3.29 後縁後退角によるテーパがブレード上の衝撃波に及ぼす影響

3.4 アスペクト比の影響

前節までの解析はすべてアスペクト比 $AR=13.71$ で行ったが、テーパによって高速衝撃騒音が低減される現象をより深く理解するために、本節では高速衝撃騒音に及ぼすアスペクト比の影響について述べる。また、この解析は、前節までに行った議論をより大きなアスペクト比を持つ実際のヘリコプタに適用する際の参考にもなる。ここで、アスペクト比はロータ半径を固定し、ブレードのコード長を増減することによって変化させた。図3.30は、 $AR=13.71$ から40の範囲で $M_T=0.88, 0.89, 0.90$ の3つの条件の計算を行った結果である。図より、どの翼端マッハ数の条件でもアスペクト比の増加による騒音低減効果は極めて大きく、またアスペクト比の増加に対して低減効果が徐々に鈍ってくる傾向も3条件すべてにおいて見られる。

図3.31(a)~(c)はそれぞれ、 $M_T=0.88, 0.89, 0.90$ においてアスペクト比がブレード上に生ずる衝撃波に及ぼす影

響を示したものである。図より、どの翼端マッハ数の条件でも、アスペクト比の増加に伴って翼端の3次元効果により $\Delta(-C_p)_{\text{peak}}$ が増加し、 $(r/R)_{\text{peak}}$ が翼端側に移動している。即ち、衝撃波強度は増し、ブレード外への擾乱の伝播がなされやすい状況が作り出されている。従って、一見図3.30と矛盾する結果が得られそうであるが、図3.32から図3.34に示されるように、アスペクト比の増加に伴ってブレード上の超音速領域が狭められ、非局所化の発生が抑えられている上、翼厚音も減少するので、図3.30のような結果が得られたものと考えられる。

従って、高速衝撃騒音を低減するためには、大きなアスペクト比のブレードを用いるべきで、低減効果はアスペクト比の増加に対して徐々に鈍る傾向にあるため、ロータ性能など他の要因も考慮しながら、適当な値を選ぶことが望ましい。

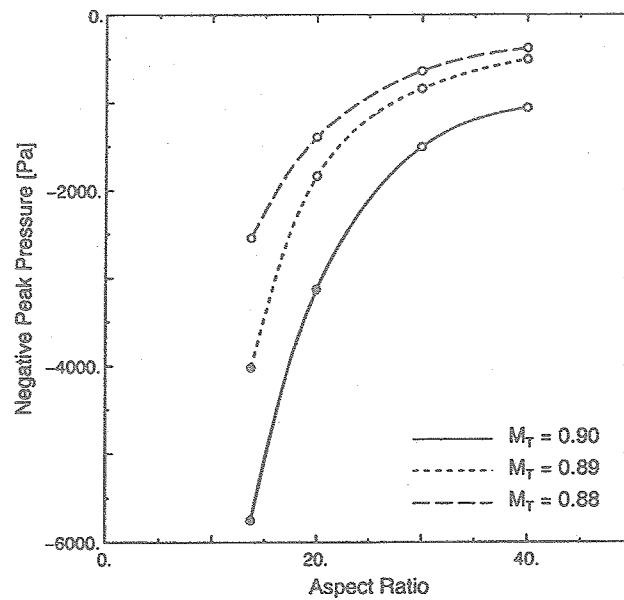


図3.30 アスペクト比が高速衝撃騒音に及ぼす影響

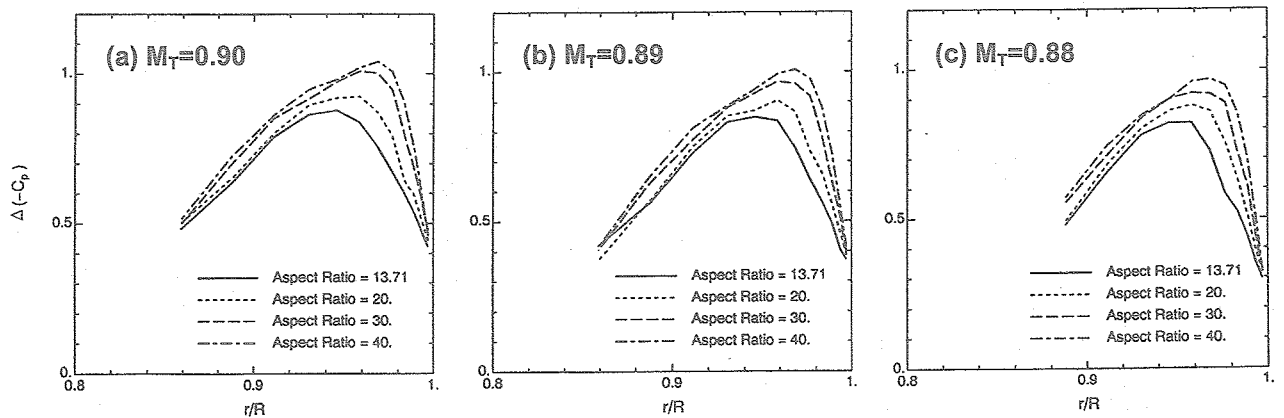


図3.31 アスペクト比がブレード上の衝撃波に及ぼす影響

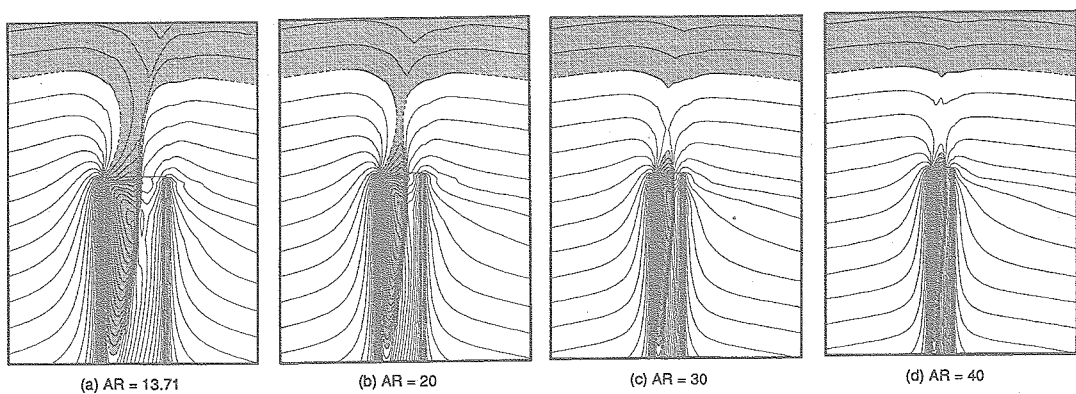


図3.32 翼端周辺等マッハ数線図 (翼端マッハ数0.90)

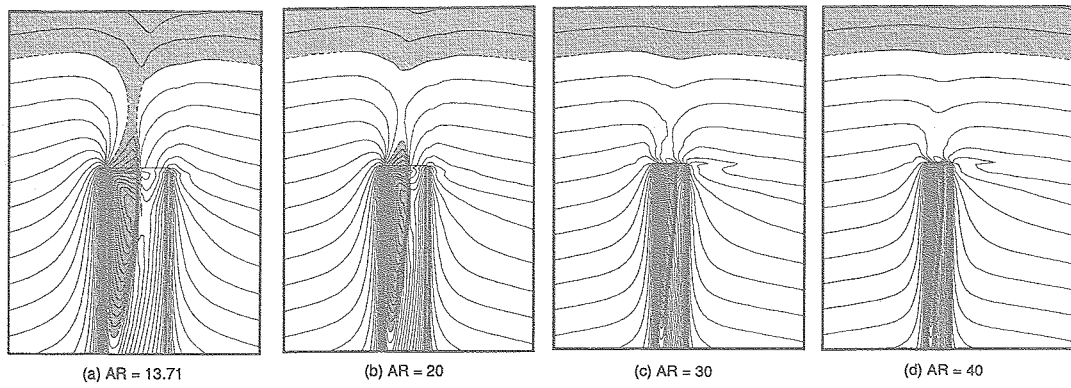


図3.33 翼端周辺等マッハ数線図 (翼端マッハ数0.89)

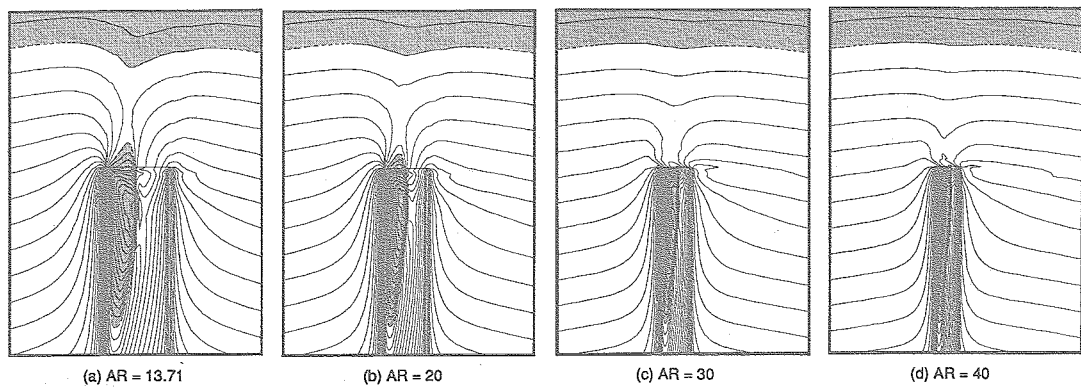


図3.34 翼端周辺等マッハ数線図 (翼端マッハ数0.88)

3.5 翼厚テーパの影響

図3.35は、高速衝撃騒音に及ぼす翼厚比テーパの影響を示す。TR=0.75は12%翼厚から9%翼厚へのテーパを、TR=0.50は12%翼厚から6%翼厚へのテーパを表す。図より、どちらのテーパでも $(r/R)_0$ の減少に従ってほぼ線形的に騒音低減効果は増加する。TR=0.50は当然TR=0.75より低減効果は大きく、 $(r/R)_0=0.93$ 以下で非局所化の発生を抑えている。図3.36に示したブレード上の衝撃波の様子を見ると、 $(r/R)_0$ が小さいほど、またテーパ比が小さいほど、薄翼の効果によって $\Delta(-C_p)_{\text{peak}}$ が減少しており、これが図3.35の結果を与えていると考えられる。参考のため、図3.37と図3.38にそれぞれTR=0.75と0.50の等マッハ数線図を示す。

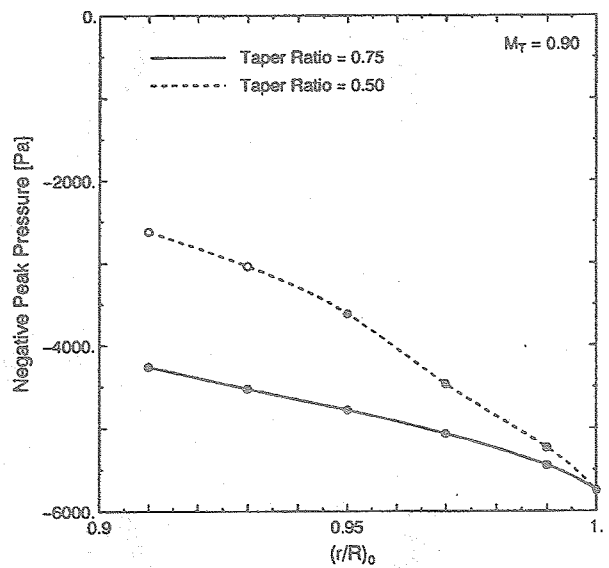


図3.35 翼厚テーパが高速衝撃騒音に及ぼす影響

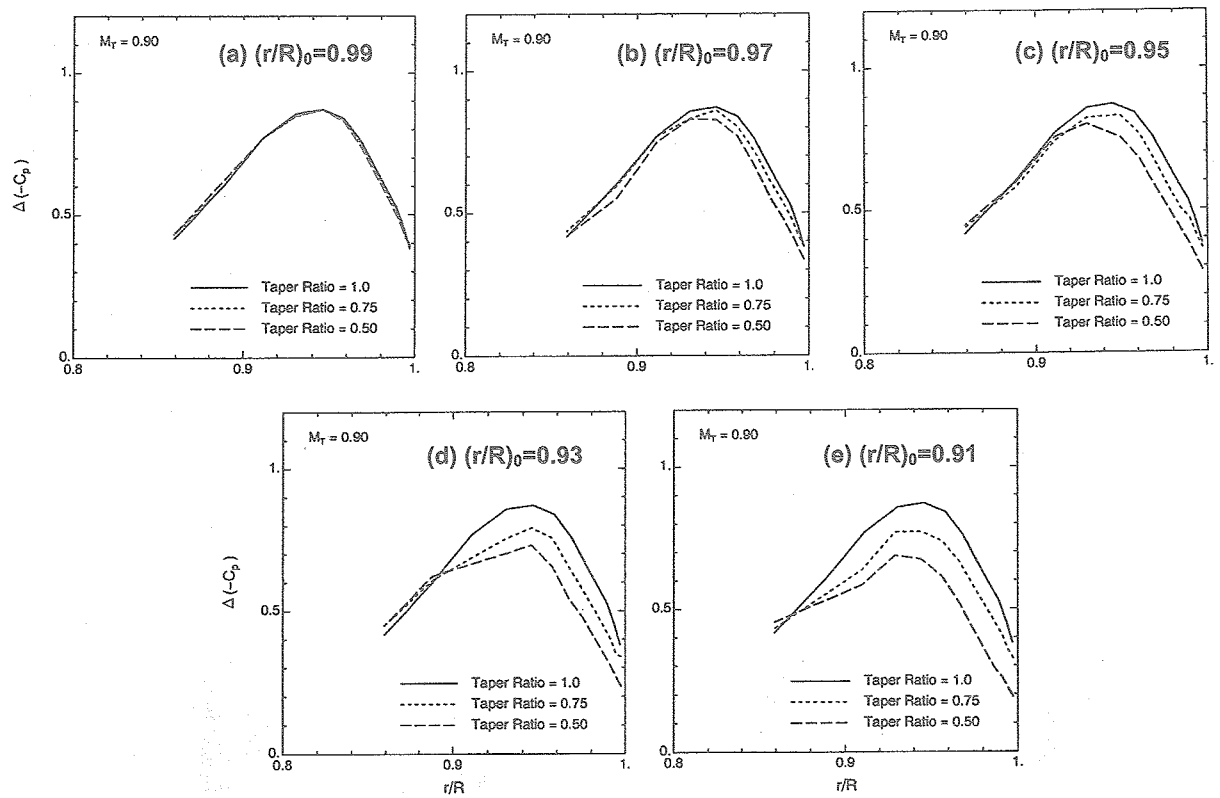


図3.36 翼厚テーパがブレード上の衝撃波に及ぼす影響

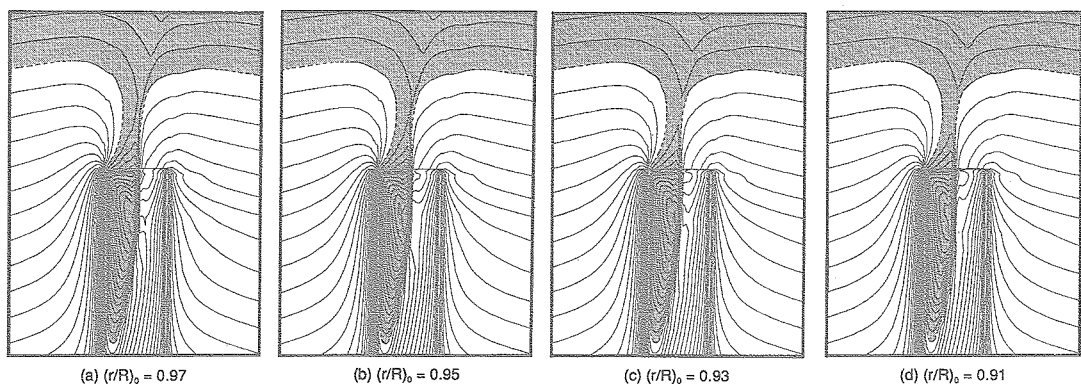


図3.37 翼端周辺等マッハ数線図 (翼厚テーパ0.75)

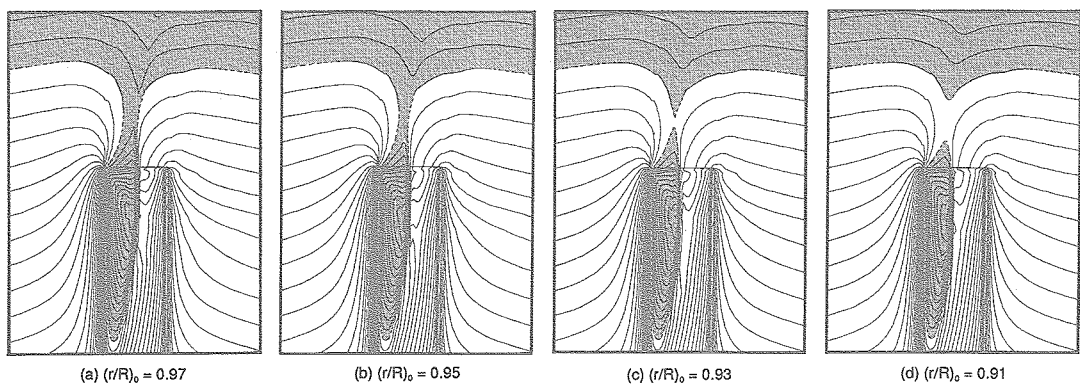


図3.38 翼端周辺等マッハ数線図 (翼厚テーパ0.50)

3.6 新型形状の影響

著者らは以前から、ヘリコプタの高速化を可能にするため、高速前進飛行時に前進側ブレード上に生じる衝撃波を弱め、抵抗発散を遅らせる翼端形状に関する研究^{17,23}を行ってきた。その結果として、前縁のデルタ状突起と後退角を組み合わせた形状が衝撃波を抑えるのに有効であるという結論を得た。ここでは、この形状が高速衝撃騒音に及ぼす影響を調べた。具体的にこの形状を決める際には、衝撃波の強さに比例してコード長が大きくなる（図3.2(a)の実線にほぼ比例する）ようにデルタ状の突起を前縁に配置し、突起の高さは、大きなねじりモーメントを発生させないことを基準に決定する。また、ブレード先端部分の前縁後退角は、 $60^{\circ} \sim 70^{\circ}$ を目安に決める。ここで用いた形状は図3.39(a)～(c)に示す3つで、それぞれ以下のような特徴を持つ。

- (a) 0.86Rから0.98Rの範囲で0.94Rに高さ0.3Cの頂点を持つデルタ状突起を有し、0.98R以上には 70° の前縁後退角を持つ。翼型は全スパン位置でNACA0012である。
- (b) 0.86Rから0.97Rの範囲で0.94Rに高さ0.3Cの頂点を持つデルタ状突起を有し、0.97R以上には 65° の前縁後退角を持つ。翼型は全スパン位置でNACA0012である。
- (c) 平面形は(b)と同じで、翼型はデルタ状突起部分以外全スパン位置でNACA0012である。デルタ状突起部分では、それより翼根側とおなじ絶対翼厚を保つようにした。従ってその部分では実質的に薄翼を有することになる。

これら3形状の音圧の負のピーク値はそれぞれ(a) 約 $-2770[\text{Pa}]$ 、(b) 約 $-2100[\text{Pa}]$ 、(c) 約 $-1780[\text{Pa}]$ で、矩形の約 $-5750[\text{Pa}]$ に比較すると大きく騒音が低減されている。また、図3.39より、3形状とも非局所化の発生を抑えていることがわかる。形状(b)は、ほぼ図3.23(b)の形状にデルタ状突起を付け加えた形になっているが、全スパン位置でNACA0012を保っているため、突起部分ではかなり厚翼になっている。従って、図3.23(b)の形状に比べてかなり翼厚音が増加していると考えられるが、形状(b)のピーク値が図3.23(b)の形状のピーク値約 $-2100[\text{Pa}]$ と差がないことから、デルタ状突起がブレード上の衝撃波を弱める効果が、高速衝撃騒音の低減にも有効であることがわかる。

図3.40は、ブレード上の衝撃波の様子を示す。図と矩形の結果（例えば図3.2(a)の実線）を比べれば明かなように、新型形状が衝撃波を弱める効果は極めて大きい。とくに形状(c)では、図3.39に示されるように、形状(b)に比べてデルタ状突起部分の薄翼が衝撃波を大幅に弱めている上、翼厚音も低減していると考えられることから、高速衝撃騒音の低減効果は極めて大きい。また、どの形状でも前縁後退角は効率的に翼最先端付近での超音速領域を狭めており、非局所化現象の発生を抑えている。形状(a)と形状(b)を比較すると、デルタ状突起の範囲と前縁後退角の大きさが僅かに異なるが、その僅かな差が衝撃波強度と騒音に大きな差を生んでいるので、最適なデルタ状突起と前縁後退角を探ることが今後の重要な課題であると言える。そして、新型形状はどれも揚力を生み出す部分での翼面積を増していることから、ロータ性能に及ぼす影響も良好であると推察できる。

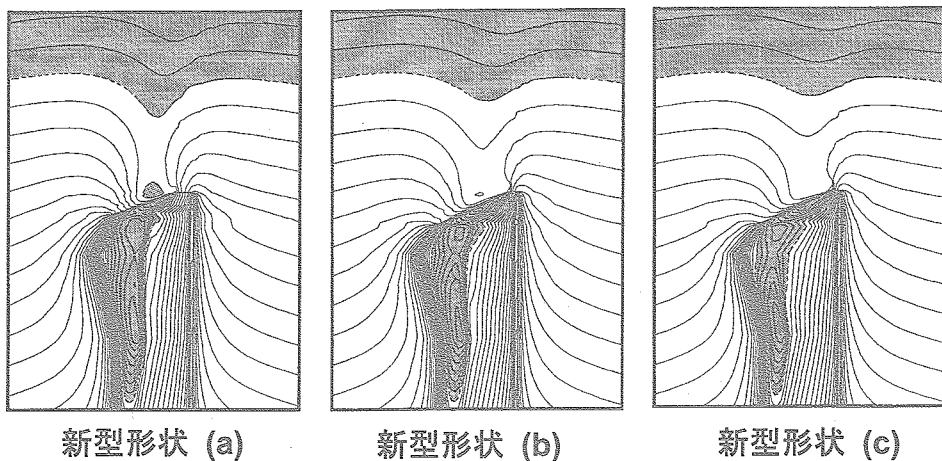


図3.39 翼端周辺等マッハ数線図（新型形状）

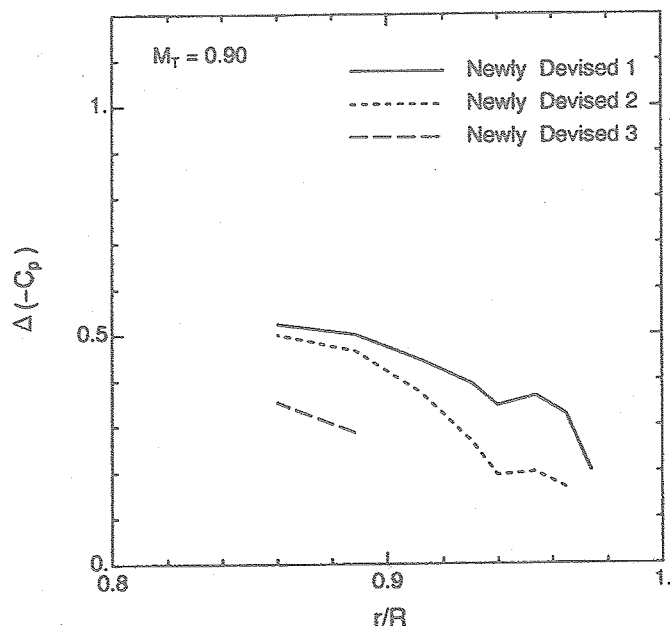


図3.40 新型形状がブレード上の衝撃波に及ぼす影響

4. 結論

- 高速衝撃騒音の強さを決める要因は、1)ブレード上の衝撃波の強さ、2)衝撃波のスパン方向分布、3)ブレード最先端付近での超音速領域の広さ、の3つであることがわかった。
- 後退角は 40° 以上の角度を矩形での $(r/R)_{\text{peak}}$ より翼根側から付けるのがよいことがわかった。ただし、これは構造上かなり厳しい形状である。前進角は構造強度の許す範囲でできるだけ翼根側から大きな角度で付けるとよいことがわかった。
- 1/4弦線に沿ったテーパによって騒音低減効果を得ようとした場合、ブレード面積の減少等によるロータ性能の低下が許す範囲で、なるべくテーパ比の小さなテーパをできるだけ翼根側から付けるのが良いことがわかった。また、高速衝撃騒音低減の観点からすれば、逆テーパは付けない方がよいと言える。
- 前縁後退角によるテーパは、矩形からの変形量が僅かであっても大きな騒音低減効果が得られるため、極めて有効な翼端形状と言える。設計上は、 $TR=0.2$ の $(r/R)_0=0.97$ が推奨できそうである。後縁後退角によるテーパも前縁後退角によるテーパほどではないものの、騒音低減効果は大きい。3種類のテーパ（1/4弦線に沿ったテーパ、前縁後退角によるテーパ、後縁後退角によるテーパ）を比較した場合、前縁後退角によるテーパが最も大きな騒音低減効果を期待できる。
- アスペクト比による騒音低減効果は、その増加に伴って徐々に鈍る傾向にあるものの、高速衝撃騒音を低減するためには大きなアスペクト比のブレードを用いる

べきであることがわかった。

- 翼厚テーパでは、 $(r/R)_0$ が小さいほど、またテーパ比が小さいほどほぼ線形的に騒音低減効果が大きくなる。
- 前縁のデルタ状突起と前縁後退角を組み合わせた形状は、極めて騒音低減効果が大きい。ただし、最適なデルタ状突起と前縁後退角を見つけることが今後の課題である。

参考文献

1. Vuillet, A., The High Speed Helicopter, 18th European Rotorcraft Forum, 1992.
2. Schmitz, F. H., Yu, Y. H., Helicopter Impulsive Noise: Theoretical and Experimental Status, Journal of Sound and Vibration, Vol.109, No.3, 1986.
3. Schmitz, F. H., Yu, Y. H., Transonic Rotor Noise - Theoretical and Experimental Comparisons, Vertica, Vol. 5, No.2, 1981, pp. 55-74.
4. Farassat, F., Can Shock Waves on Helicopter Rotors Generate Noise? A Study of the Quadrupole Source, 46th Annual Forum of the American Helicopter Society, 1990.
5. 河内啓二, ヘリコプタ騒音の計算法, 日本航空宇宙学会誌, 41, 1993, pp.548-555.
6. Brentner, K. S., An Efficient and Robust Method for Predicting Helicopter High-Speed Impulsive Noise, Journal of Sound and Vibration, 203(1), pp. 87-100, 1997.

7. Purcell, T. W., CFD and Transonic Helicopter Sound, 14th European Rotorcraft Forum, 1988.
8. 神尾純一, 青山剛史, 河内啓二, 齊藤茂, 遷音速ロータ騒音の計算, 第6回数値流体力学シンポジウム, 1992.
9. Bader, J. D., Euler Solutions to Nonlinear Acoustics of Non-lifting Hovering Rotor Blades, 16th European Rotorcraft Forum, 1990.
10. 青山剛史, 齊藤茂, 河内啓二, 遷音速ロータ騒音のCFDによる直接解析, 第12回航空機計算空気力学シンポジウム, 1994.
11. Hawkings, D. L., Noise Generation by Transonic Open Rotors, Westland Research Paper 599, 1979.
12. Morgans, R. P., The Kirchhoff Formula Extended to a Moving Surface, Philosophical Magazine, 1930.
13. Morino, L., A General Theory of Unsteady Compressible Potential Aerodynamics, NASA CR-2464, 1974.
14. Farassat, F. and Myers, M. K., Extension of Kirchhoff's Formula to Radiation from Moving Surfaces, Journal of Sound and Vibration, 123(3), 1988, pp.451-460.
15. Brentner, K. S., Using Finite Volume Methods for Aeroacoustics, Computational Acoustics, 2nd IMACS Symposium on Computational Acoustics, 1989.
16. Baeder, J. D., Passive Design for Reduction of High-Speed Impulsive Rotor Noise, Journal of AHS, Vol. 43, No. 3, pp. 222-234, 1998.
17. Aoyama, T., Kawachi, K., and Saito, S., Effect of Blade-Tip Planform on Shock Wave of Advancing Helicopter Blade, Journal of Aircraft, Vol.32, No.5, Sep.-Oct. 1995, pp.955-961.
18. 青木誠, 近藤夏樹, 青山剛史, 齊藤茂, ヘリコプタの高速衝撃騒音を低減するブレード形状の設計に関する研究, 第13回航空機計算空気力学シンポジウム概要集, p.7, 1995.
19. Aoyama, T., Aoki, M., Kondo, N., Saito, S., and Kawachi, K., Effect of Blade-Tip Shape on High-Speed Rotor Noise, AIAA Paper 96-2380 (Proceedings of 14th AIAA Applied Aerodynamics Conference), June 17-20, 1996.
20. Aoyama, T., Kawachi, K., and Saito, S., Unsteady Calculation for Flowfield of Helicopter Rotor with Various Tip Shapes, 18th ERF, No. B03, 1992.
21. Aoyama, T., Kawachi, K., Saito, S., and Kamio, J., Unsteady Analysis of Transonic Helicopter Rotor Noise, 19th ERF, 1993.
22. Boxwell, D. A. et al., Hovering Impulsive Noise: Some Measured and Calculated Results, Vertica, Vol.3, 1979.
23. 青山剛史, 齊藤茂, ブレード翼端形状が前進飛行時のヘリコプタ・ブレード上に生ずる衝撃波に及ぼす影響, 航空宇宙技術研究所報告 TR-1275, 1995.
24. Goldstein, M. E., Aeroacoustics, McGraw-hill, 1976.
25. Farassat, F., Theory of Noise Generation from Moving Bodies with an Application to Helicopter Rotors, NASA TR R 451, 1975.
26. Farassat, F., Discontinuities in Aerodynamics and Aeroacoustics: The Concept and Applications of Generalized Derivatives, Journal of Sound and Vibration 55(2), 1977, pp.165-193.

Appendix A 非局所化による騒音増大の理論的背景

比熱比一定で衝撃波が強くない（エントロピーの増加が無視できる）と仮定すれば、遷音速で回転するホバリング・ロータの騒音伝播を支配する方程式は

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \phi + 2 \text{grad} \phi \cdot \text{grad} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \text{grad} \phi \cdot \text{grad} [(\text{grad} \phi)^2] = 0 \quad (\text{A-1})$$

となる。これをブレード固定の円筒座標系 (r, θ, z) に変換すると

$$\left\{ \omega^2 - \frac{c_0^2}{r^2} - (\gamma + 1) \frac{\omega}{r^2} \phi_\theta \right\} \phi_{\theta\theta} - 2\omega \phi_r \phi_{r\theta} - 2\omega \phi_z \phi_{z\theta} = \left\{ a_0^2 + (\gamma - 1) \omega \phi_\theta \right\} \left(\phi_{rr} + \frac{\phi_r}{r} + \phi_{zz} \right) \quad (\text{A-2})$$

を得る。ここで、偏微分方程式の理論によれば、 $\phi_{\theta\theta}$ の係数がこの方程式の全体的な性質を決める。即ち、

$$A \equiv \omega^2 - \frac{c_0^2}{r^2} - (\gamma + 1) \frac{\omega}{r^2} \phi_\theta \quad (\text{A-3})$$

と定義すれば、 $A < 0$ のとき楕円型となり、 $A > 0$ のとき双曲型となる。ここで、 A を変形すると、

$$A = \omega^2 - \frac{c_0^2}{r^2} - \frac{(\gamma - 1)\omega}{r^2} \phi_\theta - \frac{2\omega}{r^2} \phi_\theta \quad (\text{A-4})$$

となり、エネルギー方程式を用いると

$$A = \omega^2 - \frac{c^2}{r^2} - \frac{2\omega}{r^2} \phi_\theta \quad (\text{A-5})$$

となる。ここで、 $U_\infty = \omega r$, $\phi_\theta = -ur$ と定義すれば、

$$A = -\frac{c^2}{r^2} \left\{ 1 - \frac{(U_\infty + u)^2}{c^2} + \frac{u^2}{c^2} \right\} \quad (\text{A-6})$$

を得る。弧内の第3項を無視して、さらに

$$M_l \equiv \frac{U_\infty + u}{c} : \text{local Mach number} \quad (\text{A-7})$$

と定義すれば、最終的に

$$A = -\frac{c^2}{r^2} (1 - M_l^2) \quad (\text{A-8})$$

を得る。従って、 $M_l < 1.0$ のときは $A < 0$ となるので、支配方程式は楕円型となり、波動的な挙動は形成されない。しかし、 $M_l > 1.0$ のときは $A > 0$ となるので、支配方程式は双曲型となり、擾乱は波動的に伝播する。このような理由で、非局所化が起こると強い擾乱が遠方まで伝播しやすくなる。

Appendix B 拡張された Kirchhoff の式の導出

均質 (homogeneous) な場における波動方程式は

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \Phi \equiv \square^2 \Phi = 0 \quad (\text{B-1})$$

と表される。しかし、高速衝撃騒音を扱うとき避けて通れないのは、衝撃波のような非線形現象によって生ずる音源であり、この効果を含もうとすれば波動方程式はもはや式(B-1)の形には書けない。そこでまず空間内に $f(\mathbf{x}, t) = 0$ で表され

るなめらかな閉曲面 S を考え、これの内側を $f < 0$ 、外側を $f > 0$ 、 $f = 0$ で $\nabla f = \mathbf{n}$ と定義する。また、 Φ とその一階導関数は $f > 0$ で連続であるとする。そして、非線形現象に起因する音源はすべて $f < 0$ の領域内にあると考える。すると $f > 0$ の領域では(B-1)の式が成り立つことになる。ここで

$$\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} \Phi & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (\text{B-2})$$

のような拡張された関数 $\tilde{\Phi}$ を導入すると、 $\tilde{\Phi}$ は不連続な関数であるから、 $f(\mathbf{x}, t) = 0$ では微分不可能だがそれ以外の領域では

$$\square^2 \tilde{\Phi} = 0 \quad (\text{B-3})$$

が成り立つことになる。ここで Generalized Derivative (Appendix C 参照) を含むオペレータを $\bar{\square}$ で表して、以下の式を変形する。

$$\square^2 \tilde{\Phi} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} - \bar{\nabla}^2 \tilde{\Phi} \quad (\text{B-4})$$

まず、Appendix Cの式(C-17)より、右辺第1項は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial t} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial t} + \hat{\Phi} \frac{\partial f}{\partial t} \delta(f) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial t} [\hat{\Phi} \nu_n \delta(f)] \\ &= \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} - \hat{\Phi}_{t(x)} \nu_n \delta(f) - \frac{\partial}{\partial t} [\hat{\Phi} \nu_n \delta(f)] \end{aligned} \quad (\text{B-5})$$

のように変形できる。ただし

$$\nu_n \equiv -\frac{\partial f}{\partial t} \quad (\text{B-6})$$

$$\hat{\Phi} \equiv \lim_{f \rightarrow +0} \Phi(\mathbf{x}, t) \quad (\text{B-7})$$

$$\hat{\Phi}_{t(x)} \equiv \lim_{f \rightarrow +0} \frac{\partial \Phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \quad (\text{B-8})$$

である。ここで、 ν_n は S に垂直な局所的な速度である。次に、式(B-4)の右辺第2項に式(C-17)を適用すると

$$\begin{aligned} \bar{\nabla}^2 \tilde{\Phi} &= \bar{\nabla} \cdot (\bar{\nabla} \tilde{\Phi}) \\ &= \bar{\nabla} \cdot [\nabla \tilde{\Phi} + \hat{\Phi} \nabla f \delta(f)] \\ &= \bar{\nabla} \cdot (\nabla \tilde{\Phi}) + \bar{\nabla} \cdot [\hat{\Phi} \mathbf{n} \delta(f)] \\ &= \nabla^2 \tilde{\Phi} + \hat{\Phi}_n \delta(f) + \bar{\nabla} \cdot [\hat{\Phi} \mathbf{n} \delta(f)] \end{aligned} \quad (\text{B-9})$$

となる。ただし、 \mathbf{n} は物体表面の外向き単位法線ベクトルで

$$\hat{\Phi}_n \equiv \lim_{f \rightarrow +0} \nabla \tilde{\Phi} \cdot \mathbf{n} \quad (\text{B-10})$$

である。式(B-5)と式(B-9)の結果を式(B-4)に代入すると

$$\begin{aligned} \square^2 \tilde{\Phi} &= \frac{1}{c_0^2} \left\{ \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} - \hat{\Phi}_{i(x)} v_n \delta(f) - \frac{\bar{\partial}}{\partial t} [\hat{\Phi} v_n \delta(f)] \right\} - \{ \nabla^2 \tilde{\Phi} + \hat{\Phi}_n \delta(f) + \bar{\nabla} \cdot [\hat{\Phi} \mathbf{n} \delta(f)] \} \\ &= \left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} - \nabla^2 \tilde{\Phi} \right) - \frac{1}{c_0^2} \hat{\Phi}_{i(x)} v_n \delta(f) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\bar{\partial}}{\partial t} [\hat{\Phi} v_n \delta(f)] - \hat{\Phi}_n \delta(f) - \bar{\nabla} \cdot [\hat{\Phi} \mathbf{n} \delta(f)] \\ &= 0 - \frac{1}{c_0^2} \hat{\Phi}_{i(x)} v_n \delta(f) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\bar{\partial}}{\partial t} [\hat{\Phi} v_n \delta(f)] - \hat{\Phi}_n \delta(f) - \bar{\nabla} \cdot [\hat{\Phi} \mathbf{n} \delta(f)] \\ &= - \left(\hat{\Phi}_n + \frac{1}{c_0} M_n \hat{\Phi}_{i(x)} \right) \delta(f) - \frac{1}{c_0} \frac{\bar{\partial}}{\partial t} [M_n \hat{\Phi} \delta(f)] - \bar{\nabla} \cdot [\hat{\Phi} \mathbf{n} \delta(f)] \equiv r(y, \tau) \end{aligned} \quad (\text{B-11})$$

が得られる。ただし、 $M_n = v_n / c_0$ である。ここで、自由空間におけるグリーン関数 $G^0 = \frac{1}{4\pi r} \delta(g)$ を用いると、 $\square^2 \tilde{\Phi} = \gamma(y, \tau)$ の解が $\tilde{\Phi} = \int \frac{1}{4\pi r} \gamma(y, \tau) \delta(g) dy d\tau$ (ただし $g = \tau - t + r/c_0 = 0$) と書かれることから、式(B-11)の解は

$$\begin{aligned} 4\pi \tilde{\Phi}(x, t) &= - \int \frac{1}{r} \left(\hat{\Phi}_n + \frac{1}{c_0} M_n \hat{\Phi}_{i(y)} \right) \delta(f) \delta(g) dy d\tau - \frac{1}{c_0} \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int \frac{1}{r} M_n \hat{\Phi} \delta(f) \delta(g) dy d\tau \\ &\quad - \bar{\nabla} \cdot \int \frac{1}{r} \hat{\Phi} \mathbf{n} \delta(f) \delta(g) dy d\tau \end{aligned} \quad (\text{B-12})$$

となる。ここで、

$$\hat{\Phi}_{i(y)} = \partial \hat{\Phi}(y, \tau) / \partial \tau \quad (\text{B-13})$$

である。グリーン関数に関しては、文献24に詳しい。さらに、式(B-12)の最後の項に出てくる空間微分を時間微分に変えるため、Appendix Dに示した式(D-5)を用いる。ここで、音源変数の (y, τ) が固定されていることと、 \mathbf{n} と \mathbf{r} のなす角が θ であることを考慮すれば、結果的に式(B-12)は

$$\begin{aligned} 4\pi \tilde{\Phi}(x, t) &= - \int \frac{1}{r} \left(\hat{\Phi}_n + \frac{1}{c_0} M_n \hat{\Phi}_{i(y)} \right) \delta(f) \delta(g) dy d\tau + \int \frac{1}{r^2} \hat{\Phi} \cos \theta \delta(f) \delta(g) dy d\tau \\ &\quad + \frac{1}{c_0} \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \int \frac{1}{r} (\cos \theta - M_n) \hat{\Phi} \delta(f) \delta(g) dy d\tau \end{aligned} \quad (\text{B-14})$$

と書かれる。次に、式(B-15)中の

$$I = \int \mathcal{Q}_1 \delta(f) \delta(g) dy d\tau \quad (\text{B-15})$$

の形の積分は、 S を3次元極座標 (表面座標は (u_1, u_2) で $f = u_3$) で表す座標変換 $(u_1, u_2, u_3) \rightarrow y$ を用いて

$$I = \int_{D(S)} \left[\frac{Q_1 \sqrt{g_{(2)}}}{1 - M_r} \right]_{\tau^*} du^1 du^2 \quad (\text{B-16})$$

と変形できる。ここで、 $g_{(2)} = g_{11}g_{22} - g_{12}^2$ (ただし $g_{ij} (i, j = 1, 2)$ は計量テンソルの要素)、 $M_r = \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{r}} / c_0$ (ただし $\mathbf{v} = \partial \mathbf{y} / \partial \tau$) であり、 $D(S)$ は (u_1, u_2) 空間の中での S の領域である。また、 τ^* は $g = 0$ の音源時間における解 (音の放射時間) である。従って、式(B-14)は

$$\begin{aligned} 4\pi\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) = & - \int_{D(S)} \left[\frac{(\hat{\Phi}_n + c^{-1} M_n \hat{\Phi}_{\tau(y)}) \sqrt{g_{(2)}}}{r(1 - M_r)} \right]_{\tau^*} du^1 du^2 + \int_{D(S)} \left[\frac{\hat{\Phi} \sqrt{g_{(2)}} \cos \theta}{r^2 (1 - M_r)} \right]_{\tau^*} du^1 du^2 \\ & + \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{D(S)} \left[\frac{(\cos \theta - M_n) \hat{\Phi} \sqrt{g_{(2)}}}{r(1 - M_r)} \right]_{\tau^*} du^1 du^2 \end{aligned} \quad (\text{B-17})$$

となる。ここで、 S が変形しないと仮定すれば、 $[\sqrt{g_{(2)}}]_{\tau^*} du^1 du^2$ は dS と書けるので、式(B-17)は

$$\begin{aligned} 4\pi\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) = & - \int_S \left[\frac{(\hat{\Phi}_n + c^{-1} M_n \hat{\Phi}_{\tau(y)})}{r(1 - M_r)} \right]_{\tau^*} dS + \int_S \left[\frac{\hat{\Phi} \cos \theta}{r^2 (1 - M_r)} \right]_{\tau^*} dS \\ & + \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[\frac{(\cos \theta - M_n) \hat{\Phi}}{r(1 - M_r)} \right]_{\tau^*} dS \end{aligned} \quad (\text{B-18})$$

となる。さらに、この式で特異点が生ずるのを避けるために、 $1 - M_r > 0$ の仮定と

$$\frac{dS}{|1 - M_r|} = \frac{d\Sigma}{\sqrt{1 + M_n^2 - 2M_n \cos \theta}} \equiv \frac{d\Sigma}{\Lambda} \quad (\text{B-19})$$

なる関係²⁵を用いれば、最終的に

$$\begin{aligned} 4\pi\tilde{\Phi}(\mathbf{x}, t) = & - \int_{\Sigma} \left[\frac{(\hat{\Phi}_n + c^{-1} M_n \hat{\Phi}_{\tau(y)})}{r\Lambda} \right]_{\tau^*} d\Sigma + \int_{\Sigma} \left[\frac{\hat{\Phi} \cos \theta}{r^2 \Lambda} \right]_{\tau^*} d\Sigma \\ & + \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \left[\frac{(\cos \theta - M_n) \hat{\Phi}}{r\Lambda} \right]_{\tau^*} d\Sigma \end{aligned} \quad (\text{B-20})$$

が得られる。

Appendix C Generalized Derivative²⁶について

まずヘビサイド関数 $h(x)$ は

$$h(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (\text{C-1})$$

のように定義される不連続な単位ステップ関数だが、これが微分可能であるとして $h'(x)$ に検査関数 $\phi(x)$ をかけて積分すると以下ようになる。ただし $\phi(x)$ は微分可能で0を含む開区間 (a, b) において可積分であり、 (a, b) の外では0であると定義する。

$$\begin{aligned}
\int_a^b h'(x)\phi(x)dx &= [h(x)\phi(x)]_a^b - \int_a^b h(x)\phi'(x)dx \\
&= - \int_a^b h(x)\phi'(x)dx \\
&= - \int_a^0 h(x)\phi'(x)dx - \int_0^b h(x)\phi'(x)dx \\
&= - \int_0^b \phi'(x)dx \\
&= -[\phi(x)]_0^b = -\phi(b) + \phi(0) = \phi(0)
\end{aligned} \tag{C-2}$$

また

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & x = 0 \\ 0 & x \neq 0 \end{cases} \tag{C-3}$$

かつ

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1 \tag{C-4}$$

で定義されるディラックのデルタ関数にも同様の手続きを施すと

$$\begin{aligned}
\int_a^b \delta(x)\phi(x)dx &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_a^b \delta_\varepsilon(x)\phi(x)dx \\
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2} \phi(x)dx \\
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \phi(0)\varepsilon = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \phi(0) = \phi(0)
\end{aligned} \tag{C-5}$$

となる。これは任意の関数 $\phi(x)$ について成り立つので

$$\bar{h}'(x) = \delta(x) \tag{C-6}$$

が得られる。ただし $\bar{}$ は Generalized Derivative を表し、 δ_ε は図 C-1 の関数である。次に図 C-2 のような不連続関数 $f(x)$ を考え

$$g(x) = f(x) - \Delta f h(x - c) \tag{C-7}$$

とすれば、 $g(x)$ は図 C-2 の点線となり

$$g'(x) = f'(x) \quad (x \neq c) \tag{C-8}$$

である。ここで Generalized Function の概念を用いると

$$\bar{g}'(x) = g'(x) = f'(x) = \bar{f}'(x) - \Delta f \delta(x - c) \tag{C-9}$$

なので

$$\bar{f}'(x) = f'(x) + \Delta f \delta(x - c) \tag{C-10}$$

を得る。これを $g(x,t)=0$ で Δf のジャンプがある多次元関数 $f(y)$ に拡張する。ただし $y=(y_1,y_2,y_3)$ であり、 Δf は

$$\Delta f = [f]_{g=0^+} - [f]_{g=0^-} \quad (C-11)$$

と定義する。 $g=0$ の近傍で $(y_1,y_2,y_3) \rightarrow (g,u,v)$ の一対一対応の変数変換を行うと、式(C-10)より

$$\frac{\partial f}{\partial g} = \frac{\partial f}{\partial g} + \Delta f \delta(g-0) = \frac{\partial f}{\partial g} + \Delta f \delta(g) \quad (C-12)$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \frac{\partial f}{\partial u} \quad (C-13)$$

$$\frac{\partial f}{\partial v} = \frac{\partial f}{\partial v} \quad (C-14)$$

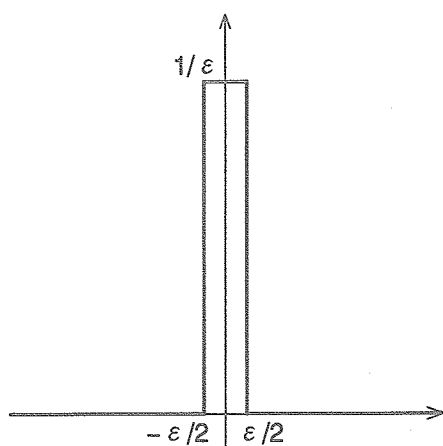
を得る。これらを用いると

$$\frac{\partial f}{\partial y_i} = \frac{\partial f}{\partial g} \frac{\partial g}{\partial y_i} + \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y_i} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y_i} \quad (C-15)$$

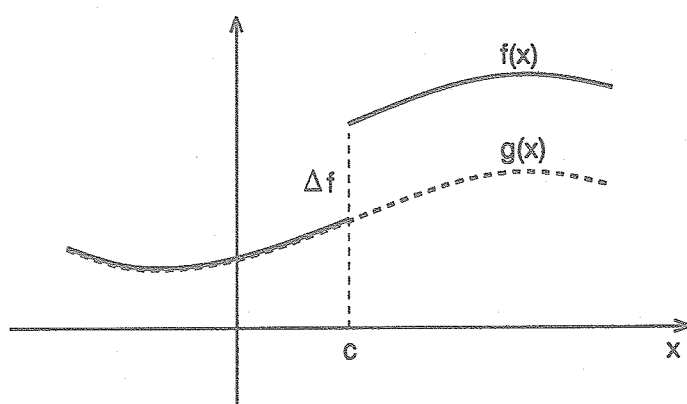
$$= \frac{\partial f}{\partial g} \frac{\partial g}{\partial y_i} + \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y_i} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial y_i} + \Delta f \frac{\partial g}{\partial y_i} \delta(g) \quad (C-16)$$

$$= \frac{\partial f}{\partial y_i} + \Delta f \frac{\partial g}{\partial y_i} \delta(g) \quad (C-17)$$

が得られる。



図C-1 ディラックのデルタ関数



図C-2 不連続関数 $f(x)$

Appendix D 空間微分から時間微分への変換について²⁵

$$\begin{aligned}
\frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \left[\frac{\delta(g)}{r} \right] &= \frac{\partial r}{\partial x_i} \frac{\bar{\partial}}{\partial r} \left[\frac{\delta(g)}{r} \right] \\
&= \frac{\partial \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots}}{\partial x_i} \frac{\bar{\partial}}{\partial r} \left[\frac{\delta(g)}{r} \right] \\
&= \frac{x_i - y_i}{r} \frac{\bar{\partial}}{\partial r} \left[\frac{\delta(g)}{r} \right] \\
&= \hat{r}_i \left[\frac{1}{r} \frac{\bar{\partial} \delta(g)}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \delta(g) \right]
\end{aligned} \tag{D-1}$$

ここで τ を固定すれば、 $\delta = \delta(g)$ かつ $g = g(r, t)$ なので

$$\frac{\bar{\partial} \delta}{\partial r} = \frac{\partial g}{\partial r} \frac{\bar{\partial} \delta}{\partial g} \tag{D-2}$$

$$\frac{\bar{\partial} \delta}{\partial t} = \frac{\partial g}{\partial t} \frac{\bar{\partial} \delta}{\partial g} \tag{D-3}$$

となり、 $g = \tau - t + \frac{r}{c}$ であることより

$$\frac{\bar{\partial} \delta}{\partial r} = \frac{\partial g / \partial r}{\partial g / \partial t} \frac{\bar{\partial} \delta}{\partial t} = -\frac{1}{c} \frac{\bar{\partial} \delta}{\partial t} \tag{D-4}$$

が得られる。従って

$$\frac{\bar{\partial}}{\partial x_i} \left[\frac{\delta(g)}{r} \right] = -\frac{1}{c} \frac{\bar{\partial}}{\partial t} \left[\frac{\hat{r}_i \delta(g)}{r} \right] - \frac{\hat{r}_i \delta(g)}{r^2} \tag{D-5}$$

となる。ただし $\hat{r} = (x - y)/r$ は伝播方向の単位ベクトルである。

記号

AR: アスペクト比

c : 局所音速 [m/s]

c_0 : 定常な基準状態での音速 [m/s]

$f(x, t) = 0$: 物体表面の式 ($f > 0$ が外側、 $f < 0$ が内側を表す)

$g = \tau - t + r/c_0 = 0$: 音響球体を与える式 (t, x 固定)、音響球面を与える式 (t, x, τ 固定)

$H(\cdot)$: ヘビサイド関数

$M_n = v_n / c_0$: S 上の局所的な法線速度のマッハ数

n : 物体表面の外向き単位法線ベクトル

p : 音圧 [Pa]

$r = x - y$: 音源と観測者を結ぶベクトル

$r = |x - y|$: 音源と観測者の間の距離 [m]

$\hat{r} = (\mathbf{x} - \mathbf{y}) / r$: 音源と観測者を結ぶ単位ベクトル

R : ブレード半径 [m]

S : 物体表面

TR: テーパ比

t : 時間あるいは観測者時間 [s]

U_{∞} : 一様流速度 [m/s]

u : 局所擾乱速度 [m/s]

$v_n = -\partial f / \partial t$: S 上の局所的な法線速度 [m/s]

\mathbf{x} : 観測者の位置ベクトル

\mathbf{y} : 音源の位置ベクトル

τ : 音源時間 [s]

$\delta(\)$: ディラックのデルタ関数

Φ : 音圧、密度あるいは速度ポテンシャル

ϕ : 速度ポテンシャル

Γ : 音響球面 $g=0$ と物体との交線

θ : \mathbf{n} と \mathbf{r} のなす角

Σ : Γ が作る曲面

ω : 回転角速度 [rad/s]

γ : 比熱比

宇宙航空研究開発機構研究開発報告 JAXA-RR-03-019

発行日 2004年3月25日
編集・発行 独立行政法人 宇宙航空研究開発機構
〒182-8522
東京都調布市深大寺東町七丁目4番地1
TEL 0422-40-3000 (代表)
印刷所 株式会社 ビー・シー・シー・
東京都港区浜松町2-4-1

©2004 JAXA

※本書(誌)の一部または全部を著作権法の定める範囲を超え、無断で複写、複製、転載、テープ化およびファイル化することを禁じます。

※本書(誌)からの複写、転載等を希望される場合は、下記にご連絡ください。

※本書(誌)中、本文については再生紙を使用しております。

<本資料に関するお問い合わせ先>

独立行政法人 宇宙航空研究開発機構 情報化推進部 宇宙航空文献資料センター



宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency

