

宇宙航空研究開発機構研究開発報告

JAXA Research and Development Report

高速CMOSイメージセンサ PB-MV13のガンマ線照射試験

野澤 宏大・吉川 一朗

2004 年 3 月

宇宙航空研究開発機構

JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY

高速 CMOS イメージセンサ PB-MV13 のガンマ線照射試験

野澤 宏 大・吉 川 一 朗

Gamma ray irradiation test for PB-MV13, a high-speed CMOS image sensor

By

H. NOZAWA and I. YOSHIKAWA

Abstract: We will propose an atmospheric imager as a payload of the Mercury Magnetospheric Orbiter (MMO) in the BepiColombo mission. The instrument needs a high-speed image sensor with 500 fps (frames-per-second). Up to now, a CMOS image sensor, Micron PB-MV13, is one of the feasible candidates. The radiation environment around Mercury is very severe. The total dose during the mission is provisionally estimated at ~ 70 krad (Si). Therefore, we have examined degradation of the CMOS sensor after ^{60}Co irradiation. A dark current increased by four times. The degradation of the sensitivity by 11 % was also found. However, those damages are not fatal for our purpose. We conclude that PB-MV13 is the best candidate for the Mercury mission.

概 要

我々は BepiColombo 水星探査計画の磁気圏探査機 (Mercury Magnetospheric Orbiter : MMO) の搭載機器として、ナトリウムガスの運動を可視化するカメラを提案している。この装置には毎秒 500 枚以上の撮像・読み出しが可能なイメージセンサが必要であり、Micron 社の CMOS イメージセンサ (PB-MV13) はその候補の 1 つである。水星周辺は放射線環境が非常に厳しく、初期的な見積もりでは、ミッション期間中の総吸収線量は約 70 krad (Si) と計算されている。センサの放射線耐性を調べるため、 ^{60}Co を用いてガンマ線照射試験を行った。その結果、暗電流は 4 倍にまで増加し、受光感度も約 11 % 低下したことが確認されたが、それ以外の損傷は見られなかった。今回の試験結果により、PB-MV13 は放射線耐性のある高速イメージセンサであり、水星探査機に搭載する大気カメラに採用できると結論付けた。

第 1 章 は じ め に

BepiColombo 水星探査計画には水星周辺のナトリウムガスの変動を撮る測器が必要である。地上からは到底見ることができないナトリウムガスの空間分布や時間変動を明らかにすることが第一の目的である。磁気圏探査機 (Mercury Magnetospheric Orbiter : MMO) からなされる太陽風・磁気圏粒子観測や流星塵の観測、または太陽光フラックスのデータを総合的に解析することにより、ナトリウムガスの生成に関する未解決の問題に決着をつ

ける．つまり，ナトリウムガスが地面から放出される原因が，粒子スパッタプロセスが重要なのか，それとも太陽光によるフォトスパッタなのか，または流星塵の衝突による気化の影響が大きいのかという長年の謎を解決するのが究極の目的である．そのために我々は，MMO 探査機に Fabry-Perot 干渉計を用いた大気カメラの搭載を提案している．観測は探査機が水星中心から 5 Rm (Rm：水星半径 2440 km) 程度離れた地点から行い，装置自身が持つ 1 次元の視野と探査機のスピンを利用して 2 次元像を得る．スピン周期は 4 秒であり，観測地点から必要な空間分解能 (1/64 Rm) を達成するためには，500 fps (frames-per-second) の撮像・読み出し性能を有するイメージセンサが必要である．水星周辺の放射線環境は非常に厳しく，ミッション期間中の被爆量は初期的な見積もりとして約 70 krad (Si) が想定されているが，これに耐えうるイメージセンサは非常に少ない．CCD は一般に放射線照射により電荷転送効率 (charge transfer efficiency: CTE) が減少する．CCD は個々の画素が電荷転送を担っており，電荷を転送してから増幅する方式をとっている．そのため，一番端の画素に蓄えられた電荷がブリアンプに運ばれるまでの効率は著しく減少する．一方，CMOS センサは電荷の転送を行わないため，一般に CCD よりも耐放射線性に優れているといわれている．耐放射線性実績のある CMOS センサとしては Fillfactory 社の STAR250 があるが，画像の読み出しレートが遅いため (< 30 fps) 我々の用途には向かない^[1]．高速撮像ができる最も有力な素子の候補として，Micron 社の CMOS センサ (PB-MV13) がある (表 1)．この CMOS センサは全 1280 × 1024 画素を最大 500 fps で読み出すことが可能である．

本研究では，この高速 CMOS センサ (PB-MV13) に対して ⁶⁰Co によるガンマ線照射試験を行い，水星探査計画での使用の実現性を考察した．

第 2 章 必要な CMOS センサの特性

大気カメラの検出部にはイメージ・インテンシファイア (I.I.: image intensifier) と高速 CMOS センサを使用する．図 1 に検出部の模式図を示す．I.I. は光電面，マイクロチャンネルプレート (MCP)，及び蛍光面から構成され，微弱な光を増幅することができる．I.I. で 1000 倍程度に増幅された光を CMOS センサで測定する．表 2 にナトリウムの D2 線 (波長 589.0 nm) の光量，I.I. に到達する光子の数，観測モード，及び観測を可能にする必要条件を一覧にした．観測対象の明るさにより，光子をひとつずつ計測する光子数測定モード (フォトンカウンティングモード) と集められた光を 2 msec 毎に測定する積分モード (フラックスモード) の 2 つの測定法を併用する．

光量が少ない場合 (40 kR-400 kR) は I.I. のゲインのばらつきが原因で入出力特性の直線性が損なわれてくるため，光子数測定モードを使う．2 msec に比べて十分に短い露出を何回も行い，その間に画素に光が入ったか否かだけを判断する．検出器へ到達する光子の数は I.I. により十分に増倍されているため，検出器の読み出しノイズ (約 70 electrons) 以上の値を閾値として採用すれば，光子の有無を判断することが可能となる．この手法でダイナミックレンジを 2 桁確保するには，2 msec の間に 100 回以上露出をする必要があり，20 μ sec 前後の間に画素

表 1 高速 CMOS センサ，PB-MV13 の緒言

画素数	1280 H × 1024 V
画素サイズ	12 μ m × 12 μ m
AD コンバータ	On-chip 10-bit column-parallel
フレームレート [fps]	0-500 1280 × 1024 画素 > 10,000 部分読み出しの場合 [例 0-50,000 fps @1280 × 10]
最大量子井戸	63,000 electrons
読み出しノイズ	70 electrons

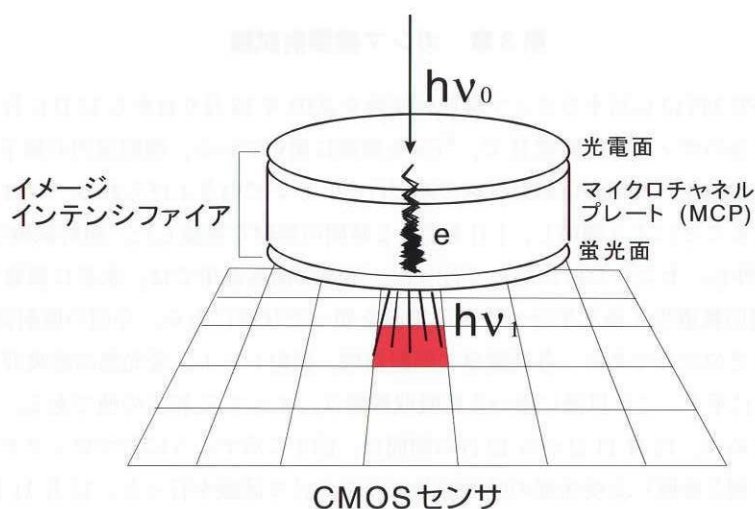


図1 検出部の模式図。イメージ・インテンシファイア（I.I.）とCMOSセンサを組み合わせて使用する。光量にあわせて積分モードと光子数測定モードとを使い分ける。

表2 ナトリウムD2線の光量，検出器に到達する光子数，観測モード，及び照射試験後の判断条件

光量 [Rayleigh (注1)]	検出器に到達する 光子数(注2) [photons/2msec]	観測モード	必要な条件
40 k	4	光子数測定モード (フォトンカウンティングモード)	暗電流 < 200 [electrons/pixel/20 μ sec]
400 k	40	積分モード (フラックスモード)	受光感度の低下 < 25% 暗電流 < 500 [electrons/pixel/2 msec]
4 M	400		

注1：1Rayleigh = $10^6/4\pi$ [photons/cm²/str/sec]；注2 光学系の効率を25%，開口部 $\phi 6.6$ mm，1画素の見込む立体角 6.9×10^{-9} [str] と仮定した場合；光電面の量子効率は50%，I.I.のゲインは1000倍，CMOSセンサの量子効率は25%としている。

に溜まった電荷を読み出すことが要求される。PB-MV13は読み出し領域を制限することにより、撮像速度をさらに増加させることができる（表1参照）。例えば1280×10画素のみを読み出す場合、フレームレートは最大50,000 fpsとなり、20 μ sec間隔での光子数測定が可能となる。光子数測定モードで最も問題となり得るのは暗電流増加である。I.I.のゲインを約1000倍と考え、200 electronsを閾値とする場合、20 μ secあたりの暗電流が200 electronsを超えないことが必要である。

一方、観測の対象が比較的明るい場合（400 kR以上）はI.I.の入出力特性に十分な直線性が期待できるため、2 msec毎に画素に蓄えられた電荷を読み出すような観測を行う（積分モード）。積分モードで問題となるのは、CMOSセンサの受光感度の低下である。照射試験全期間での受光感度低下量が25%以下であれば、科学的成果を出すのに十分なデータが得られる。受光感度低下の主な要因としては、①各画素のプリアンプのゲイン低下、②量子効率の低下、及び③ADコンバータを含む周辺回路の劣化が考えられる。400 kRの光量を観測する際にCMOSセンサに蓄えられる電子数は5,000 electrons程度であるため、積分モードで使用する際の暗電流は500 [electrons/pixel/2 msec] 以下であれば有意な観測が可能である。

第3章 ガンマ線照射試験

高速 CMOS センサ PB-MV13 に対するガンマ線照射試験を 2003 年 12 月 9 日から 12 日に行った。場所は都立産業技術研究所・駒沢庁舎のガンマ線照射室 II で、 ^{60}Co を線源に用いている。照射室内の様子を図 2 に示す。照射台（アルミ板）中央に格納された線源は照射試験の時だけクレーンで引き上げられる。照射レート（krad/h）は線源からの距離を変えることにより調節し、1 日あたり 2 時間の照射を実施した。照射試験は CMOS センサを図 3 に示す基板から取り外し、センサだけに対して行った。実際の衛星運用では、水星に到着するまでは装置の電源は投入せず、水星周回軌道投入後も半分の時間は電源を切った状態にある。今回の照射試験を cold（非通電）状態で実施した理由はそのためである。各試験日の照射領域、照射レート、受光部の総吸収線量、及び周辺回路部の総吸収線量を表 3 に示す。これ以降に用いる総吸収線量は、すべて Si 相当の値である。ガンマ線照射による損傷部位を見極めるために、12 月 11 日から 12 日の期間は、図 4 に示すように鉛ブロックを用いて AD コンバータを含む周辺回路部（図 3 参照）と受光部の吸収線量に差をつけて試験を行った。12 月 11 日、12 日に使用した鉛ブロックの透過率はそれぞれ 10 %（5 cm 厚）、0.5 %（10 cm 厚）である^[2]。4 日間の総吸収線量は受光部が 75.0 krad、周辺回路部が 32.6 krad である。

表 4 の（A）から（D）に示す 4 項目の特性試験を、照射試験開始前日、及び各照射試験日（照射終了後 3 時間以内）に室温 $16\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$ の環境下で行った。項目（A）では CMOS センサの読み出しノイズを測定する。項目（B）では照射試験期間中の感度の変化を見るために強度安定型 He-Ne レーザの強度を測定した。He-Ne レーザ

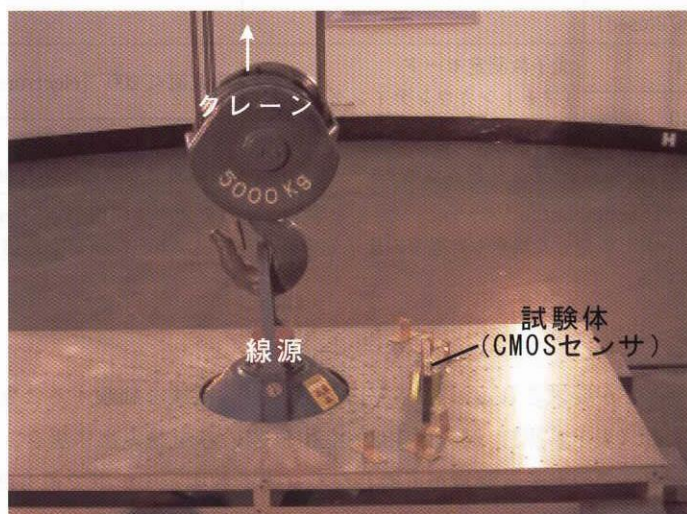


図 2 都立産業技術研究所・駒沢庁舎、照射室 II の様子。線源（ ^{60}Co ）は照射台（アルミ板）中央に格納されており、照射の際にクレーンで引き上げられる。

表 3 各試験日の照射状況。吸収線量は Si 相当である

日 付	照射領域	照射レート	総吸収線量 受光部（周辺回路部）
12 月 9 日	受光部 + 周辺回路部	7.5 krad/h	15.0 krad (15.0 krad)
12 月 10 日	受光部 + 周辺回路部	7.5 krad/h	30.0 krad (30.0 krad)
12 月 11 日	受光部	12.5 krad/h	55.0 krad (32.5 krad)
12 月 12 日	受光部	10.0 krad/h	75.0 krad (32.6 krad)

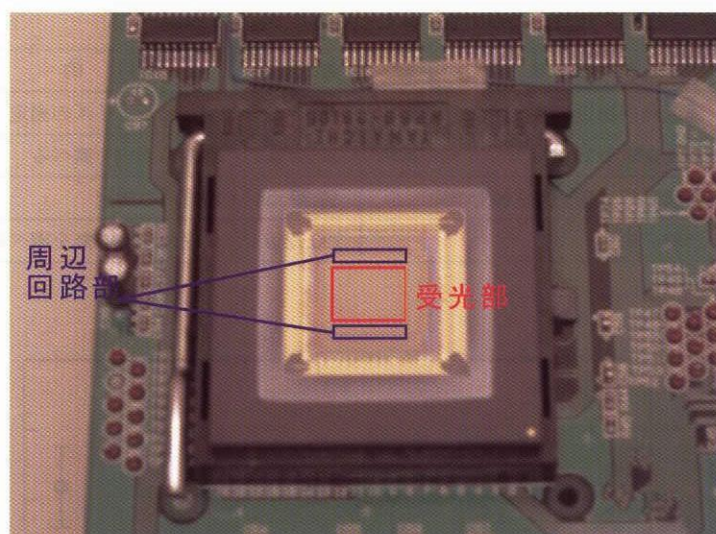


図3 基板上実装した高速CMOSセンサ（PB-MV13）．赤と青の四角で示した領域は、それぞれ受光部、及び周辺回路部の位置を表している．PB-MV13はソケットから外せるように加工してあり、PB-MV13にだけ照射試験を行った．

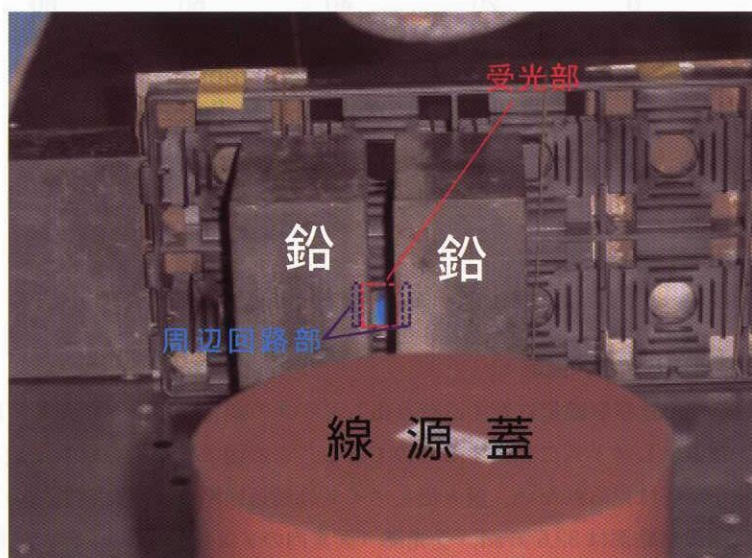


図4 12月12日の照射試験の状況．受光部のみに照射を行った．鉛ブロックで隠された青い四角で示した付近に周辺回路部がある．赤い四角で示した領域は受光部である．

の強度揺らぎは $\pm 0.1\%$ /時間である．項目（C）の結果は項目（A）との差をとることで、暗電流を求めることができる．項目（D）は、ガンマ線照射により生じるであろう飽和画素や画素欠損などの異常を見つけ出す．一様光源としては、フリッカーレスタイプの特種蛍光灯を採用しているスタンダード・カラービューアーを使用した．撮像の際にも一般の蛍光灯に特有のちらつきは起こらない．また、有効面内での照度分布の均一性は92.5%以上である．

表 4 PB-MV13 の測定項目とその露出時間

試 験 項 目	露光時間	目 的
(A) 露光時間最短 暗室撮影	13.86 μ s	読み出しノイズの測定
(B) 強度安定型 He-Ne レーザ光の撮影	38.88 μ s	感度の変化を調べる
(C) 露光時間最長 暗室撮影	97.39 ms	暗電流の測定
(D) 一様光撮影	720.72 μ s	欠陥画素の有無を調べる

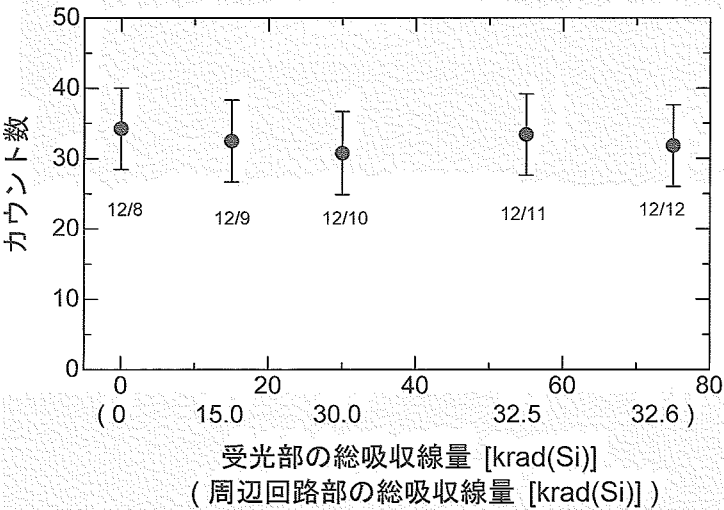


図 5 読み出しノイズ測定結果。() 内は周辺回路部の総吸収線量。

第 4 章 照射試験結果

4.1. 試験項目 (A)：読み出しノイズ測定

図 5 に受光部と周辺回路部の総吸収線量に対する読み出しノイズの変化を示す。誤差棒は画素全体から求めた標準偏差であり、これが読み出しノイズに相当するものである。この図では平均カウント数、及び標準偏差と総吸収線量との間には明確な関係は見られない。読み出しノイズは周辺回路部、及び画素内のアンプの双方にその原因がある。すなわち、周辺回路部は 32.6 krad、受光部（画素内のアンプ）については 75.0 krad まで照射による損傷を受けていないと言える。

4.2. 試験項目 (B)：受光感度特性

図 6 に強度安定型 He-Ne レーザの強度を測定した結果を示す。図 6 (a)、及び図 6 (b) は同一のデータを、それぞれ横軸に異なる値を用いて表示している。図 6 (a) は横軸に受光部の総吸収線量を、図 6 (b) は周辺回路部の総吸収線量をそれぞれ用いている。総吸収線量の増加に伴いカウント数が減少している。これは CMOS センサの受光感度低下、及びカバーガラス（硼珪酸ガラス製）の黒化（透過率減少）に起因するものと考えられる。実際に探査機に搭載する場合は、耐放射線性実績のある合成石英^[3, 4]製のカバーガラスを使用することにより、黒化の問題は解決できる。

そこで補遺図 A に示すように硼珪酸ガラスの一種である S-BSL7 のパラメータ^[3]とカバーガラスの厚さ（0.75 mm）から、照射によるガラスの透過率の減少量を計算した。その結果を用いて、図 6 (a) と図 6 (b) からガラ

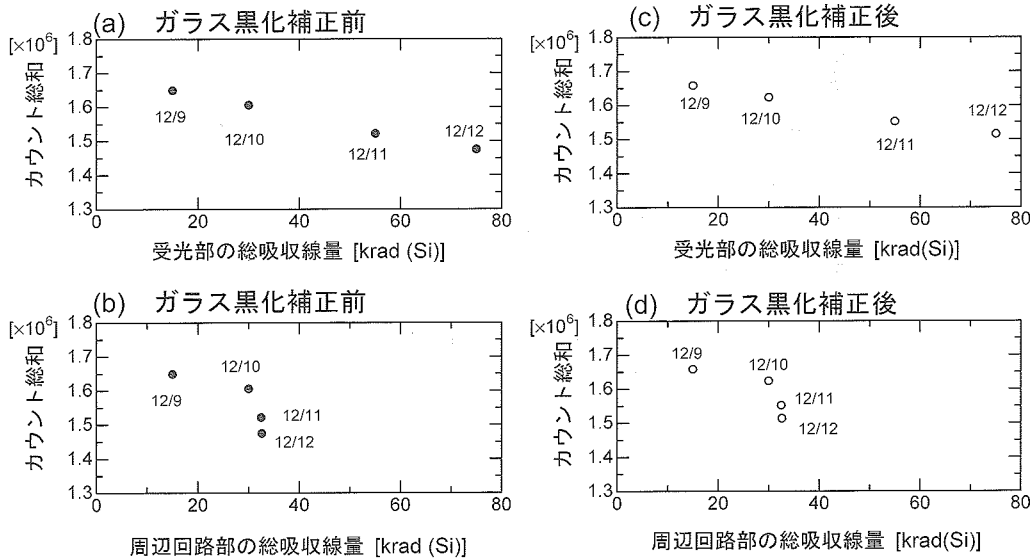


図6 He-Neレーザの強度を測定した結果。(a) 受光部の総吸収線量に対する変化、(b) 周辺回路部の総吸収線量に対する変化、(c) ガラスの黒化の影響を補正した後の受光部の総吸収線量に対する変化、(d) 同様に補正後の周辺回路部の総吸収線量に対する変化。(b), (d)に見られる周辺回路部の総吸収線量30 krad付近の急激な変化は、受光部の総吸収線量を増加させたことにより生じたと考えられる。

スの黒化の影響を補正したものを図6(c)と図6(d)に示す。図6(c)に着目すると、受光部の総吸収線量が増加するに従いカウント数が減少している。また、図6(d)では、周辺回路部への総吸収線量30.0 kradを境にカウント数が大幅に減少しているように見える。図6(d)でカウント数が急激に減少しているように見える12月11日、12日には鉛ブロックによる遮蔽を行い、周辺回路部へはほとんど照射していない。それに関わらず、この2日間の減少傾向は全面への照射を行った12月9日、10日とほぼ同様である。また、周辺回路部が大きな損傷を受けていたとすると、その影響は図5に示した読み出しノイズの結果にも現れているはずである。すなわち、カウント数の減少は周辺回路部への照射量ではなく、受光部への照射量に依存したものであると判断するのが妥当である。

今回の照射試験から得られたCMOSセンサの受光感度の低下は約11%である。これは積分モード観測からの要請(表2)を十分に満たすものである。

4.3. 試験項目(C): 暗電流測定

図7にガンマ線照射試験前後の暗電流の推移を示す。図6と同様に図7(a)と図7(b)も、同一のデータをそれぞれ横軸に受光部の総吸収線量、周辺回路部に総吸収線量を用いて示している。暗電流は1秒間あたり([count/pixel/sec])の値に換算している。図7(a)の受光部への照射に着目すると、照射前は50 [count/pixel/sec]程度であった暗電流は、受光部15.0 kradから55.0 kradにかけて総吸収線量が増えるに従い増加傾向を示し、最大で照射試験前の4倍程度(~ 210 [count/pixel/sec])となった。それ以降は暗電流の増加は見られない。受光部の総吸収線量が55.0 kradに達した付近でCMOSセンサ自体の暗電流増加が飽和状態となったように見える。図7(b)では、周辺回路部の総吸収線量30 kradを境に暗電流が大幅に増加しているように見える。これは図6(d)の場合と同様の理由で生じたものである。すなわち、暗電流の増加は受光部への照射量に依存していると判断するのが妥当である。

CMOSセンサの最大量子井戸(63,000 electrons; 表1)を10 bitで割った値(~ 62 [electrons/count])をAD変換係数として、暗電流を電子数に変換すると、暗電流の最大値は約 1.3×10^4 [electrons/pixel/sec]となる。

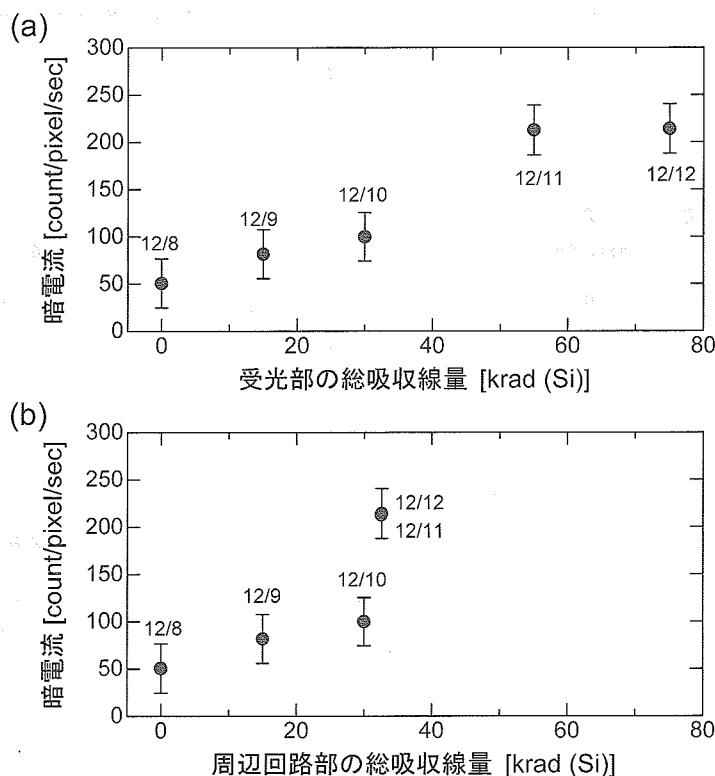


図7 暗電流の平均値の推移. (a) 受光部の総吸収線量に対する変化, (b) 周辺回路部の総吸収線量に対する変化. (b) に見られる周辺回路部の総吸収線量 30 krad 付近の急激な変化は, 受光部の総吸収線量を増加させたことにより生じたと考えられる.

これを 20 μ sec, 及び 2 msec 間の電子数に換算すると, それぞれ 0.3 [electrons/pixel/20 μ sec], 30 [electrons/pixel/2 msec] となり, これは表2に示した光子数測定モード, 及び積分モードでの条件を満たしている.

各画素での暗電流の変化を図8に示す. 各画素におけるカウント数の平方根を標準偏差 (σ) とし, これを単位として横軸を取り, 前日との暗電流増減分布の比較を行った. 統計的な揺らぎから期待される分布として, 図8 (a) に平均が0, 標準偏差が1のガウス分布を参考のために示す. これらから, 図7に見られた暗電流の変化は特定の画素が異常に大きな値を示した結果起こったものではなく, 素子全体の暗電流分布が変化した結果であることがわかる.

4.4. 試験項目 (D): 一様光撮影

一様な光源を撮影した結果を図9に示す. これらは連続して取得した10枚の画像の平均値である. 横軸はカウント数, 縦軸は度数をそれぞれ表し, データに対しガウス分布を当てはめた. 平均のカウント数は, 光源として用いたスタンダードカラービューアーの安定性に依るものなので, ここでは議論しない. 注目すべき点は, 平均カウント数ではなくカウント数分布の幅である. 吸収線量の違いにより分布の幅に有意な差が生じたなら, 画素間での感度の非一様性が増加したことを意味する. 照射試験の全期間を通してカウント数分布の半値全幅は12.4から18.5カウントの間で変化が見られたが, これらは致命的なものではない. また, ガンマ線照射による飽和画素・画素欠陥という致命的な損傷は見られなかった.

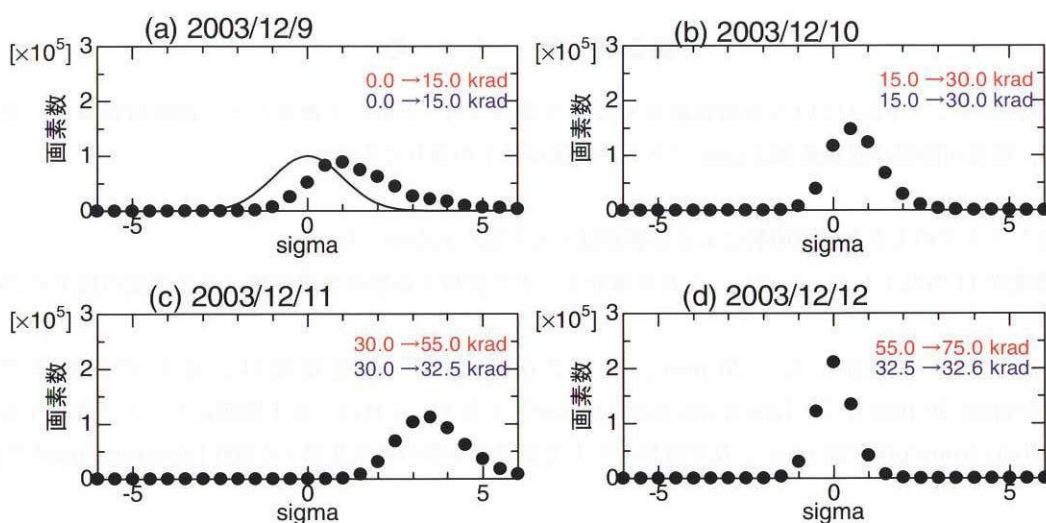


図 8 前日に対する当日の暗電流増減分布の推移。(a)に参考として平均0, $\sigma = 1$ のガウス分布を実線で示す。受光部の総吸収線量の変化を赤字で、周辺回路部の総吸収線量の変化を青字でそれぞれ示す。

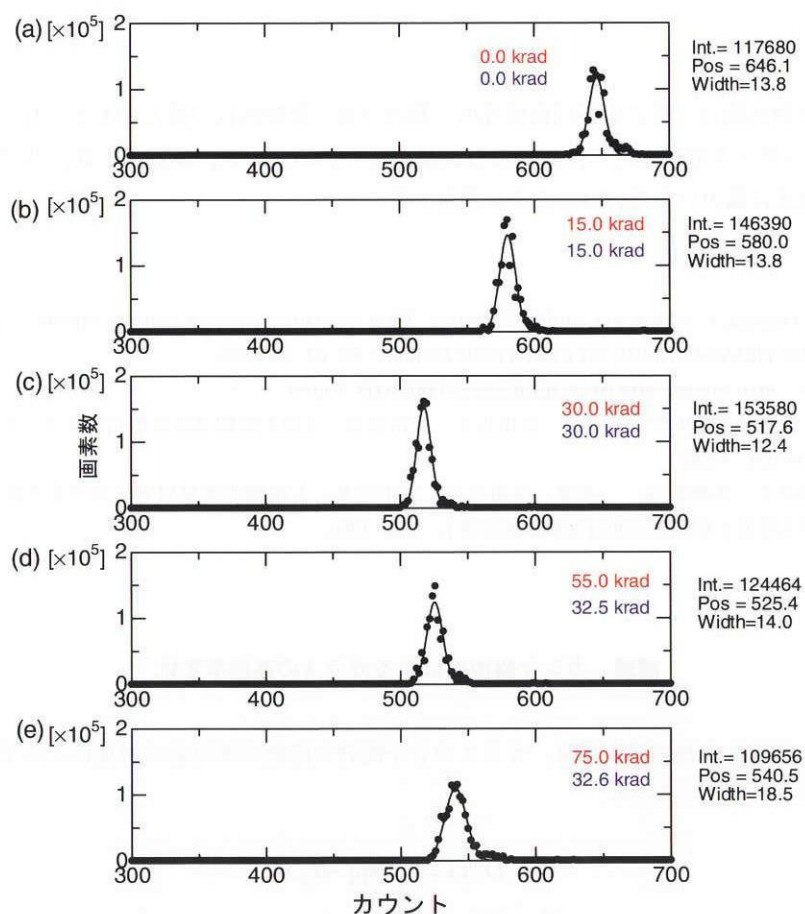


図 9 一様光源を撮影した際のカウント分布の推移。(a) 12月8日, (b) 12月9日, (c) 12月10日, (d) 12月11日, (e) 12月12日。受光部の総吸収線量を赤字で、周辺回路部の総吸収線量を青字で示す。図中の実線はデータに対して当てはめたガウス分布である。各グラフの右横に示した数値は上から最小二乗法から得られたピークの高さ、平均値、及び半値全幅である。

第5章 ま と め

高速 CMOS センサ PB-MV13 の放射線耐性をガンマ線 (^{60}Co) を用いて調査した。総吸収線量は、受光部に 75.0 krad, 周辺回路部は吸収線量 32.6 krad である。結果は以下の通りである。

- ① 読み出しノイズの大きさには照射による影響がほとんど見られなかった。
- ② 受光感度が 11 % 低下した。しかし、これは積分モードで使用する際の要求仕様（受光感度の低下 < 25 %）を満たす。
- ③ 暗電流が 4 倍に増加した。20 μsec 、及び 2 msec あたりの暗電流は、それぞれ最大で約 0.3 [electrons/pixel/20 μsec], 30 [electrons/pixel/2 msec] となる。これは、光子数測定モードで使用する際の仕様 (< 200 electrons/pixel/20 μsec)、及び積分モードで使用する際の要求仕様 (< 500 [electrons/pixel/2 msec]) を満たす。
- ④ 飽和画素や画素欠陥は確認されなかった。

以上のことから、放射線耐性の観点からは高速 CMOS センサ PB-MV13 を大気カメラの検出器として MMO 探査機搭載することは可能であると結論する。

謝 辞

今回のガンマ線照射試験は、都立産業技術研究所・駒沢庁舎の牧野敦氏の協力のもとで行った。ここに深く感謝する。PB-MV13 のデータ取得の際に、株式会社画像技研の山田大吾氏、藤田武夫氏、及び丸紅ソリューション株式会社の柳沢徹氏に協力いただいた。ここに感謝する。

参考文献

- [1] Bogaerts, J., B. Dierikx, G. Meynants, and D. Uwaerts, Total dose displacement damage effects in a radiation-hardened CMOS APS, *IEEE TRANSACTIONS ON ELECTRON DEVICE*, 50, 84-90, 2003.
- [2] 原子力百科事典： http://mext-atm.jst.go.jp/atomica/09041003_1.html
- [3] 西野洋平, 末松芳法, 木挽俊彦, 一本潔, 常田佐久, 武山芸英, 次期太陽観測衛星用光学ガラスの放射線耐性試験, 国立天文台報, 145-150, 1998.
- [4] 末松芳法, 西野洋平, 木挽俊彦, 一本潔, 常田佐久, 武山芸英, 太陽観測衛星用光学ガラスの放射線耐性試験, 平成 8-10 年度「原研大学原子炉利用共同研究成果報告書」, 1-5, 1999.

補遺 ガンマ線照射によるガラスの透過率変化

ガンマ線照射によるガラスの透過率変化は、ガラスの分子配列欠陥数が照射量の増加によらず一定であると仮定すると、以下の式でモデル化できる^[3]。

$$T(\lambda, D, x) = T_0 \exp[-\alpha_D x] \quad (\text{A1})$$

$$T_0 = RT_{00} \exp[-k_{abs} x] \quad (\text{A2})$$

$$T_R = \left[1 - \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \right]^2 \quad (\text{A3})$$

$$\alpha_D = \alpha_{sat} (1 - \exp[-\beta D]) \quad (\text{A4})$$

ここで、 D は総吸収線量、 x はガラスの厚さ、 T_0 は反射損失を含む場合の照射前の透過率、 T_{00} は反射損失を含まない場合の照射前の透過率、 k_{abs} は単位長さあたりのガラス固有の吸収係数、 α_0 は照射によって生じる吸収量を表し、 α_{sat} は吸収線量が無限大の場合の吸収係数である。PB-MV-13のカバーは硼珪酸ガラスでできている。今回はその一種である S-BSL7 のパラメータを使用して、透過率の推移を見積もった。ガラスのパラメータは波長 350 nm から 700 nm まで 50 nm 刻みのテーブルとなっている。また、カバーガラスの厚さは 0.75 mm である。

図 A に照射試験の全日程終了後に、国立極地研究所の分光光度計で測定したカバーガラス（総吸収線量 82.5 krad）透過率の実測値と、照射前、及び吸収線量 15.0 から 82.5 krad の S-BSL7 の透過率の計算値を示す。この図から、実測値と計算結果がほぼ一致していることがわかる。

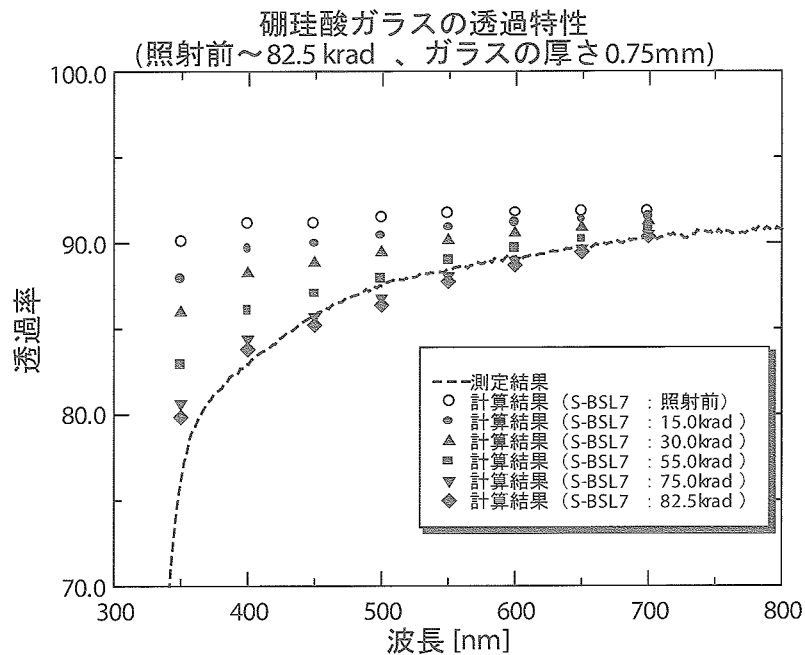


図 A 硼珪酸ガラスの透過率特性。82.5 krad 照射後の実測値（破線）、S-BSL7 の照射前の計算値、及び吸収線量 15.0 から 82.5 krad の計算値を示す。

$$f_1(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + x \right)$$

$$f_2(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - x \right)$$

Figure 1 shows the results of the numerical simulation. The figure is divided into two parts: (a) and (b). Part (a) shows the time evolution of the system for different initial conditions. The x-axis represents time t (in units of τ), and the y-axis represents the quantity $f_1(x)$. The curves show that the system converges to a steady state value of $f_1(x) = 1/2$ for all initial conditions. Part (b) shows the time evolution of the system for different initial conditions. The x-axis represents time t (in units of τ), and the y-axis represents the quantity $f_2(x)$. The curves show that the system converges to a steady state value of $f_2(x) = 0$ for all initial conditions.

Figure 1. Time evolution of the system for different initial conditions. (a) Time evolution of $f_1(x)$. (b) Time evolution of $f_2(x)$.

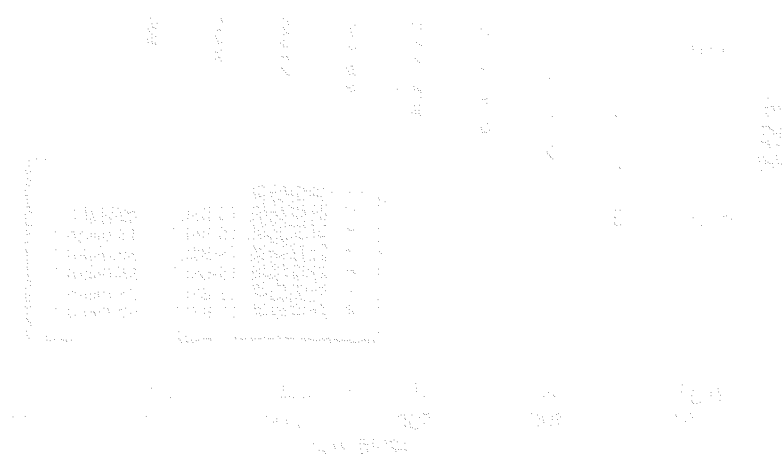


Figure 1. Time evolution of the system for different initial conditions. (a) Time evolution of $f_1(x)$. (b) Time evolution of $f_2(x)$.



宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency