

# 宇宙航空研究開発機構研究開発資料

## JAXA Research and Development Memorandum

---

### スピン衛星に搭載した磁力計センサの軌道上データを用いた アライメント解析手法

Method to Determine the In-orbit Sensor Alignment of the Magnetometer  
Onboard a Spin-stabilized Satellite

松岡 彩子, 寺本 万里子, 野村 麗子

Ayako MATSUOKA, Mariko TERAMOTO and Reiko NOMURA

2019年1月

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

# 目次

1. はじめに	2
2. 計算手法	3
2.1. ミラー座標系におけるセンサ計測軸の表記	3
2.2. センサ基準直交座標系 $O_1$ の導入	4
2.3. 衛星スピン軸基準直交座標系 $O_S$ の導入	6
2.4. 正弦波フィット結果の係数を関連付けて $\alpha$ と $\beta$ を求める	7
2.5. アライメント較正マトリックスの生成	13
2.6. オフセットの較正	13
3. 「あらせ」衛星搭載 MGF への適用	14
4. GEOTAIL アライメント較正方法との差異	16
5. まとめ	16
謝辞	16
参考文献	17

# スピンの衛星に搭載した磁力計センサの軌道上データを用いた アライメント解析手法

松岡 彩子<sup>\*1</sup>, 寺本 万里子<sup>\*2</sup>, 野村 麗子<sup>\*3</sup>

## Method to Determine the In-orbit Sensor Alignment of the Magnetometer Onboard a Spin-stabilized Satellite

Ayako MATSUOKA <sup>\*1</sup>, Mariko TERAMOTO <sup>\*2</sup>, Reiko NOMURA <sup>\*3</sup>

### ABSTRACT

Magnetic field vector in the space has been measured by many magnetometers onboard spacecraft. When we need to measure the magnetic field with good accuracy, the precise determination of the sensing directions in the absolute coordinate is essential. We have to know the precise attitude of the spacecraft as well as the precise sensing directions in the frame of the spacecraft. In the case of spin-stabilized spacecraft, the three magnetic field components measured by the magnetometer show time-varying sinusoidal wave form. The alignment angles of the sensing direction can be computed from the amplitude and phase of the sinusoidal wave form. When the sensitivity of and angles between the three sensor elements are precisely calibrated in the ground experiment, the sensing directions in the spacecraft reference frame are expressed by two alignment angles,  $\alpha$  and  $\beta$ . There are three solutions of the pair of the alignment angles,  $\alpha$  and  $\beta$ . We applied the calculation method shown here to the data from MGF onboard the Arase satellite. The alignment angles are determined with the accuracy of  $0.05^\circ$  and  $0.2^\circ$  for the  $\pm 8000$  nT and  $\pm 60000$  nT ranges, respectively.

**Keywords:** Arase, ERG, MGF, magnetic field, alignment

### 概要

宇宙機に搭載したベクトル磁力計を用いて、宇宙空間における磁場を精度良く観測するためには、絶対座標における磁場測定方向を高精度で決定する必要がある。このためには、絶対座標における宇宙機の姿勢を高精度で求めると同時に、宇宙機の機軸座標における磁場測定方向（アライメント）を高精度で求める必要がある。宇宙機がスピンしている場合には、ベクトル磁力計の3成分のデータは正弦波の時間変動を示し、その振幅と位相を使って、スピン軸を基準とした機軸座標における磁力計のアライメントを算出することが可能である。磁力計の地上較正で、各測定軸の感度と測定軸間のなす角が既に求められている場合、アライメントを表す2つの角度と、スピン面内の磁場の2成分の合計4つの未知数に対し、これらの間の関係を表す式は6つ立ち、3通りのアライメントの解が求められる。ここで示した手法を、ジオスペース探査衛星「あらせ」搭載の磁場観測器 MGF によって実際に得られたデータに適用した。 $\pm 8000$  nT レンジの時には  $0.05^\circ$ 、 $\pm 60000$  nT レンジの時には  $0.2^\circ$  の精度でアライメントを求められることが示された。

doi: 10.20637/JAXA-RM-18-008/0001

\* 平成 30 年 11 月 5 日受付 (Received November 5, 2018)

<sup>\*1</sup> 宇宙科学研究所 太陽系科学研究系 (Department of Solar System Sciences, Institute of Space and Astronautical Science)

<sup>\*2</sup> 名古屋大学 宇宙地球環境研究所 (Nagoya University, Institute for Space-Earth Environmental Research)

<sup>\*3</sup> 国立天文台 RISE 月惑星探査検討室

(Research of Interior Structure and Evolution of solar system bodies, National Astronomical Observatory of Japan)

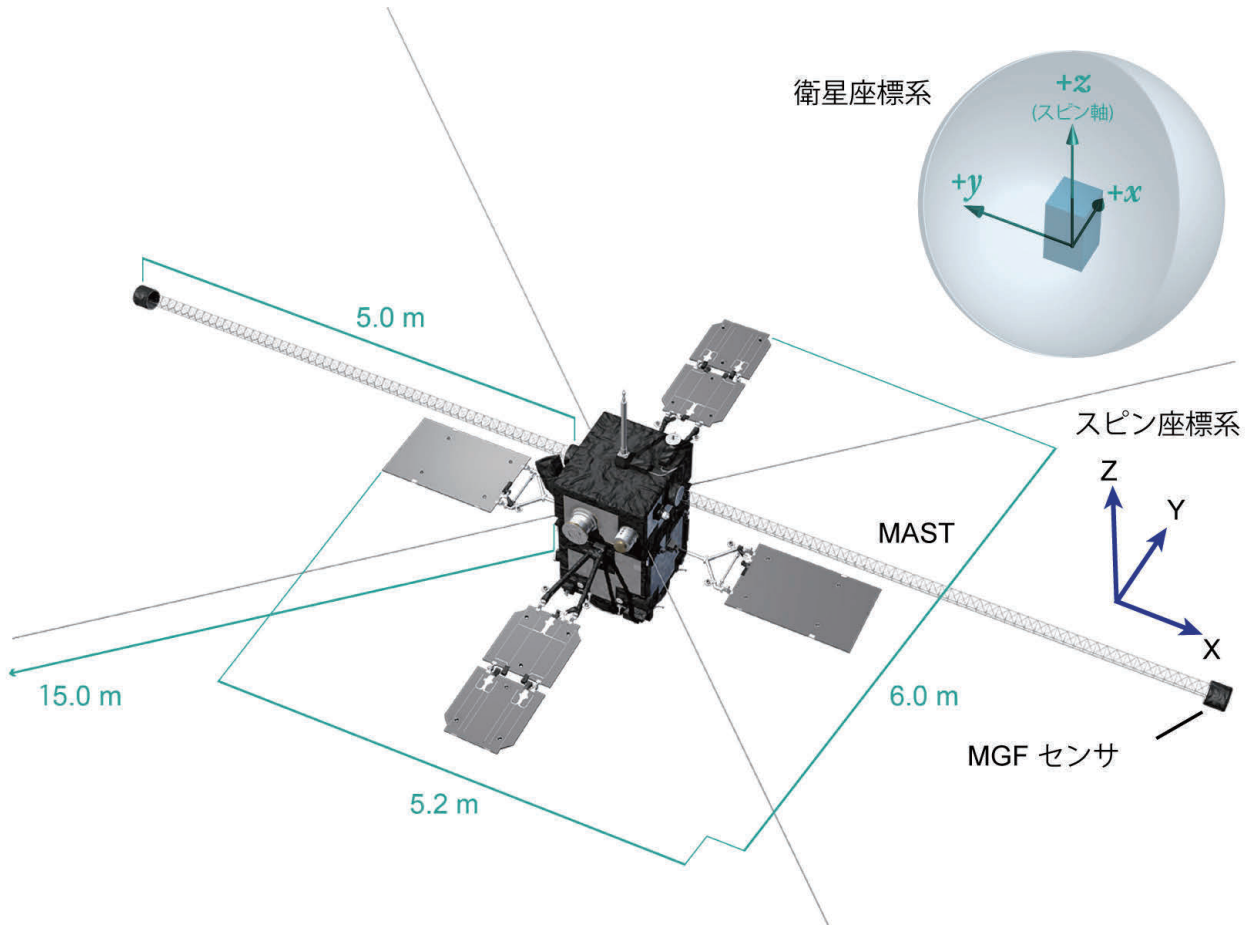


図1 「あらせ」衛星の外観と、衛星座標系とスピン座標系の関係

## 1. はじめに

宇宙科学研究や宇宙環境モニタ、宇宙機の姿勢決定等を目的として、これまで多くの飛行体ミッションで宇宙空間における磁場の測定が行われてきた。これらのミッションにおいて、絶対座標における磁場の方向を高精度で決定するためには、太陽センサや星センサによって、磁力計を搭載した宇宙機の姿勢を高精度で決定すると共に、宇宙機に対する磁力計の計測軸方向を高精度で決定することが必要である。これらの情報を元に、絶対座標系に対するセンサの計測軸方向を求めれば、測定磁場データを絶対座標系におけるベクトル磁場量に変換する行列を決めることが可能となる。

宇宙空間の微弱な磁場を高精度で測るために、磁力計のセンサを伸展物の先端に搭載し、衛星の磁場ノイズの影響を低減する手法が良く取られる。打ち上げ後伸展物が展開され、その後のセンサの計測軸方向が、衛星の機軸座標で定義された設計方向に対してどの程度傾いているのか（アライメント）を地上試験で完全に求めることは困難である。一方で、宇宙空間において宇宙機が機軸座標に固定された軸周りに安定してスピンしている場合には、軌道上の磁場計測データを用い、機軸座標における磁力計センサのアライメントを算出することが可能である。伸展物を展開後に軌道上で取得する磁場観測データを正弦波フィッティングした結果を用い、衛星のスピン軸によって規定される機軸座標系に対する磁力計センサのアライメントを求めることが本解析の目的である。

本稿では、ジオスペース探査衛星「あらせ」(ERG)<sup>1)</sup> 搭載の磁場観測器 (MGF)<sup>2)</sup> の計測軸方向のアライメント導出に用いた例を示すが、スピンする宇宙機による磁場観測全ての場合について、同様の方法が利用できる。MGFのセンサは、図1に示すような、「あらせ」衛星本体から伸展した長さ約5mのマストの先端に搭載されている。伸展後のマストの根元と先端とのアライメントの関係

はマストの伸展試験に際し計測され、マストの先端における MGF センサの取り付け方向は厳密に管理されている。しかしマストの展開後の形状の再現性や、宇宙空間における伸展物への力のかかり方、伸展物の変形を地上で完全に模擬することは難しい。高精度の磁場計測のために、軌道上の磁場計測データを用い、マストの微小な変形やその時間変化を評価した。

## 2. 計算手法

### 2.1. ミラー座標系におけるセンサ計測軸の表記

MGF の地上較正試験では、図 2(a)に示すように、センサ治具に立方体のミラー（磁場観測で要求される精度よりも直交性が良好なため、ここでは正確な直交座標として扱い、マスト先端部の座標系として用いる）が接着されていた。このミラーで定義される直交座標系各軸に対する、センサの測定軸方向（非直交右手系）を角度  $\Phi_A$  および  $\Theta_A$  ( $A=X, Y, Z$ ) で表し、これらの角度の取り方の定義を図 2(b)に示す（GEOTAIL 搭載磁場観測器の較正試験<sup>3)</sup>に定義は同じ）。これらの角度は、「あらせ」衛星搭載 MGF の地上較正<sup>4)</sup>によって求められている。結果を表 1 に示す。

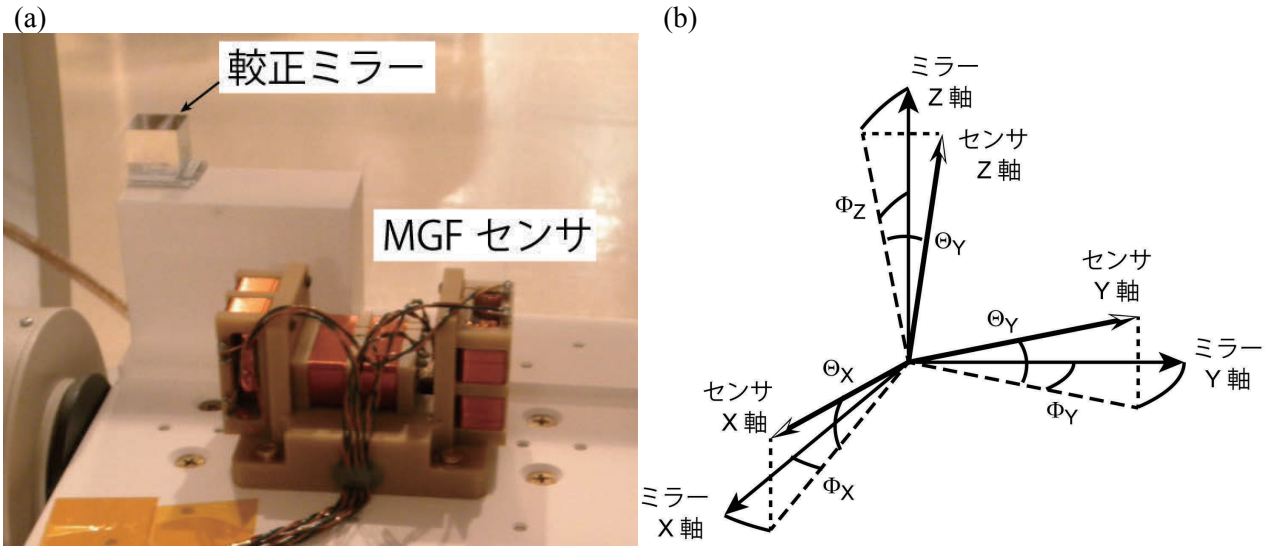


図2 (a) 較正試験時にミラーが取り付けられたMGFセンサ  
(b) ミラー座標系とセンサ座標系の関係

表 1 ミラー座標系に対するMGF-Sのアライメント測定結果 (単位:° )<sup>4)</sup>

		X軸		Y軸		Z軸	
		$\theta_x$	$\phi_x$	$\theta_y$	$\phi_y$	$\theta_z$	$\phi_z$
±60000 レンジ	1回目	-0.16±0.03	0.22±0.005	0.28±0.002	-0.41±0.01	-0.13±0.02	-0.25±0.01
	2回目	-0.15±0.03	0.23±0.003	0.26±0.004	-0.43±0.01	-0.12±0.02	-0.26±0.01
±8000 レンジ	1回目	-0.72±0.01	0.22±0.03	0.17±0.002	-0.40±0.005	-0.13±0.007	-0.23±0.03
	2回目	-0.72±0.01	0.23±0.03	0.15±0.003	-0.42±0.005	-0.12±0.007	-0.23±0.03
	3回目	-0.72±0.02	0.25±0.03	0.18±0.004	-0.44±0.006	-0.15±0.006	-0.23±0.03

ミラー座標（直交座標）におけるセンサ 3 軸の各測定軸方向の単位列ベクトル  $\vec{S}_X^M$ 、 $\vec{S}_Y^M$ 、 $\vec{S}_Z^M$  は  $\Phi_X$ 、 $\Theta_X$ 、 $\Phi_Y$ 、 $\Theta_Y$ 、 $\Phi_Z$ 、 $\Theta_Z$  を用いて

$$\vec{S}_X^M = \begin{pmatrix} \cos \Theta_X \cos \Phi_X \\ \cos \Theta_X \sin \Phi_X \\ \sin \Theta_X \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} Ccx \\ Csx \\ Sx \end{pmatrix}$$

$$\vec{S}_Y^M = \begin{pmatrix} \cos \Theta_Y \sin \Phi_Y \\ \cos \Theta_Y \cos \Phi_Y \\ \sin \Theta_Y \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} Csy \\ Ccy \\ Sy \end{pmatrix}$$

$$\vec{S}_Z^M = \begin{pmatrix} \cos \Theta_Z \sin \Phi_Z \\ \sin \Theta_Z \\ \cos \Theta_Z \cos \Phi_Z \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} Csz \\ Sz \\ Ccz \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}^M = \begin{pmatrix} \vec{S}_X^M & \vec{S}_Y^M & \vec{S}_Z^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ccx & Csy & Csz \\ Csx & Ccy & Sz \\ Sx & Sy & Ccz \end{pmatrix}$$

と表される。

## 2.2. センサ基準直交座標系 $O_1$ の導入

表 1 の地上較正試験結果が示す通り、センサ計測 3 軸は厳密な直交関係にはない。センサ計測軸と、衛星スピン軸で規定される直交座標系との関係を表記しやすくするために、次のような直交  $O_1$  座標系を導入する。

- $O_1$ 座標系のX軸は、センサの計測X軸と同じ
  - $O_1$ 座標系のY軸は、センサの計測X軸・Y軸がなす面と同一平面上にあり、センサの計測Y軸とほぼ平行
  - $O_1$ 座標系のZ軸は、X軸・Y軸と右手系をなす
- $O_1$ 座標系とセンサ計測軸との関係を、図3 に示す。

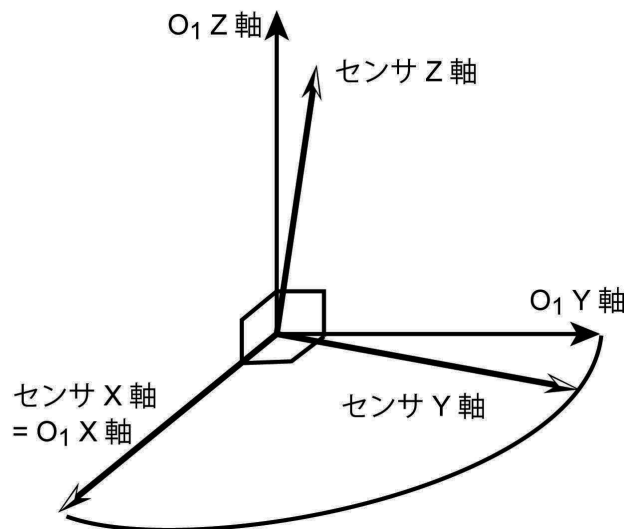


図3  $O_1$ 座標系とセンサ計測軸の関係

ミラー座標系における、 $O_1$  の各軸の単位行ベクトルの表記  $\vec{P}_X^M$ 、 $\vec{P}_Y^M$ 、 $\vec{P}_Z^M$  を求める。

a)  $O_1$  の X 軸はセンサの X 軸と同じなので

$$\vec{P}_X^M = \begin{pmatrix} Ccx \\ Csx \\ Sx \end{pmatrix}^T \equiv \begin{pmatrix} P_{XX}^M & P_{XY}^M & P_{XZ}^M \end{pmatrix}$$

次に Y 軸より先に Z 軸を考える。 $O_1$  の Z 軸は、センサの X 軸と Y 軸に垂直なので、まず  $\vec{S}_X^M$  と  $\vec{S}_Y^M$  の外積をとって、

$$\vec{P}_Z^M // \vec{S}_X^M \times \vec{S}_Y^M = \begin{pmatrix} Ccx \\ Csx \\ Sx \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Csy \\ Ccy \\ Sy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} CsxSy - SxCcy \\ SxCsy - CcxSy \\ CcxCcy - CsxCsy \end{pmatrix}$$

単位行列化するために

$$q = \sqrt{(CsxSy - SxCcy)^2 + (SxCsy - CcxSy)^2 + (CcxCcy - CsxCsy)^2}$$

とおいて正規化する。

$$\begin{aligned} \vec{P}_Z^M &= ((CsxSy - SxCcy)/q \quad (SxCsy - CcxSy)/q \quad (CcxCcy - CsxCsy)/q) \\ &\equiv \begin{pmatrix} P_{ZX}^M & P_{ZY}^M & P_{ZZ}^M \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Y 軸は Z 軸と X 軸の外積だから

$$\begin{aligned} \vec{P}_Y^M &= \vec{P}_Z^M \times \vec{P}_X^M \\ &= \frac{1}{q} (CsxSy - CcySx \quad SxCsy - CcxSy \quad CcxCcy - CsxCsy) \times (Ccx \quad Csx \quad Sx) \\ &= \left( \{(SxCsy - CcxSy)Sx - (CcxCcy - CsxCsy)Csx\}/q \right. \\ &\quad \left. \{(CcxCcy - CsxCsy)Ccx - (CsxSy - CcySx)Sx\}/q \right. \\ &\quad \left. \{(CsxSy - CcySx)Csx - (SxCsy - CcxSy)Ccx\}/q \right) \\ &\equiv \begin{pmatrix} P_{YX}^M & P_{YY}^M & P_{YZ}^M \end{pmatrix} \end{aligned}$$

b)  $\vec{P}_X^M$ 、 $\vec{P}_Y^M$ 、 $\vec{P}_Z^M$  を用いて、ミラー座標系における任意のベクトルを  $O_1$  座標系における表記に変換する行列  $M_{M1}$  をあらわすことができる。

$$M_{M1} = \begin{pmatrix} \vec{P}_X^M \\ \vec{P}_Y^M \\ \vec{P}_Z^M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{XX}^M & P_{XY}^M & P_{XZ}^M \\ P_{YX}^M & P_{YY}^M & P_{YZ}^M \\ P_{ZX}^M & P_{ZY}^M & P_{ZZ}^M \end{pmatrix}$$

c)  $O_1$  座標系においてセンサの X 軸方向単位列ベクトル  $S_{col X}^1$  は、

$$S_{col X}^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

センサの Y 軸方向単位列ベクトル  $S_{col Y}^1$  は、

$$\begin{aligned} M_{M1} \cdot S_Y^M &= \begin{pmatrix} P_{XX}^M & P_{XY}^M & P_{XZ}^M \\ P_{YX}^M & P_{YY}^M & P_{YZ}^M \\ P_{ZX}^M & P_{ZY}^M & P_{ZZ}^M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Csy \\ Ccy \\ Sy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{XX}^M Csy + P_{XY}^M Ccy + P_{XZ}^M Sy \\ P_{YX}^M Csy + P_{YY}^M Ccy + P_{YZ}^M Sy \\ P_{ZX}^M Csy + P_{ZY}^M Ccy + P_{ZZ}^M Sy \end{pmatrix} \\ &\equiv \begin{pmatrix} S_{YX}^1 \\ S_{YY}^1 \\ S_{YZ}^1 \end{pmatrix} \equiv S_{col Y}^1 \end{aligned}$$

センサの Z 軸方向単位列ベクトル  $S_{col Z}^1$  は、

$$\begin{aligned} M_{M1} \cdot S_Z^M &= \begin{pmatrix} P_{XX}^M & P_{XY}^M & P_{XZ}^M \\ P_{YX}^M & P_{YY}^M & P_{YZ}^M \\ P_{ZX}^M & P_{ZY}^M & P_{ZZ}^M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Csz \\ Sz \\ Ccz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{XX}^M Csz + P_{XY}^M Sz + P_{XZ}^M Ccz \\ P_{YX}^M Csz + P_{YY}^M Sz + P_{YZ}^M Ccz \\ P_{ZX}^M Csz + P_{ZY}^M Sz + P_{ZZ}^M Ccz \end{pmatrix} \\ &\equiv \begin{pmatrix} S_{ZX}^1 \\ S_{ZY}^1 \\ S_{ZZ}^1 \end{pmatrix} \equiv S_{col Z}^1 \end{aligned}$$

すなわち

$$S_{col}^1 \equiv \begin{pmatrix} S_{col X}^1 & S_{col Y}^1 & S_{col Z}^1 \end{pmatrix} = M_{M1} \cdot \begin{pmatrix} S_X^M & S_Y^M & S_Z^M \end{pmatrix} = M_{M1} \cdot S^M$$

$S_{col X}^1, S_{col Y}^1, S_{col Z}^1$  を転置した行ベクトル  $S_{row X}^1, S_{row Y}^1, S_{row Z}^1$  で作られるマトリックス  $S_{row}^1$  ( $S_{col}^1$  の転置行列) は、 $O_1$  座標系の磁場ベクトルをセンサ 3 軸の各測定成分に変換する。

$$\begin{pmatrix} S_{row X}^1 \\ S_{row Y}^1 \\ S_{row Z}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S_{YX}^1 & S_{YY}^1 & S_{YZ}^1 \\ S_{ZX}^1 & S_{ZY}^1 & S_{ZZ}^1 \end{pmatrix} \equiv S_{row}^1 = S_{col}^{1T}$$

ここで重要なことは、以上の値は全て地上較正試験の結果から出ている値で、未知数は含まないということである。

### 2.3. 衛星スピン軸基準直交座標系 $O_S$ の導入

スピン軸を基準とした直交座標系  $O_S$  を、以下のように定義する。

- $O_S$  座標系の Z 軸は衛星のスピン軸方向に一致する
- $O_S$  座標系の X 軸は衛星のスピン軸 (=  $O_S$  座標系の Z 軸) と  $O_1$  座標系の X 軸 (= センサ X 軸) とが成す面内にあり、 $O_1$  座標系の X 軸にほぼ平行である。
- $O_S$  座標系の Y 軸は、X 軸・Z 軸と右手系をなす

$O_S$  座標系と  $O_1$  座標系の関係は、図 4 のようになっている。 $O_S$  座標系の X 軸と  $O_1$  座標系の X 軸とが成す角を  $\beta$  (Y 軸方向から XZ 平面を見て、 $O_1$  座標系の X 軸が時計回りに回る方向を正)、 $O_S$  座標系の Y 軸と  $O_1$  座標系の Y 軸とが成す角を  $\alpha$  (X 軸方向から YZ 平面を見て、 $O_1$  座標系の Y 軸が時計回りに回る方向を正) とすれば、 $O_1$  座標系は、スピン座標系を Y 軸周りに角度  $\beta$  回転した後、X 軸周りに角度  $\alpha$  回転したものに等しくなる。



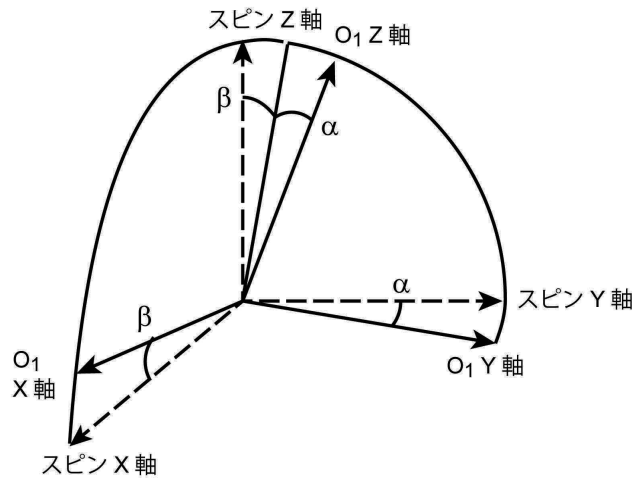


図4 O<sub>s</sub>座標系と O<sub>1</sub>座標系の関係

a) O<sub>s</sub>座標系における O<sub>1</sub>座標系の X 軸方向の単位ベクトルは、

$$\vec{r}_X = (\cos \beta \quad 0 \quad \sin \beta)$$

O<sub>1</sub>座標系の Z 軸方向の単位ベクトルは、

$$\vec{r}_Z = (-\cos \alpha \sin \beta \quad \sin \alpha \quad \cos \alpha \cos \beta)$$

O<sub>1</sub>座標系の Z 軸方向の単位ベクトルは、X 軸方向と Z 軸方向の外積を取って

$$\begin{aligned} \vec{r}_Y &= \vec{r}_Z \times \vec{r}_X = \begin{pmatrix} -\cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \\ \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \beta \\ 0 \\ \sin \beta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sin \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha \cos^2 \beta + \cos \alpha \sin^2 \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \alpha \sin \beta \\ \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

となる。

b) O<sub>s</sub>座標系から O<sub>1</sub>座標系への変換行列 M<sub>S1</sub> は、

$$M_{S1} = \begin{pmatrix} \vec{r}_X \\ \vec{r}_Y \\ \vec{r}_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \tag{2.3-1}$$

となる。

#### 2.4. 正弦波フィット結果の係数を関連付けて α と β を求める

a) 外部磁場が時間的に一定の時、衛星と共にスピンする座標系では、衛星スピン軸方向の磁場は一定で、一方スピン軸に垂直なスピン平面内の磁場は正弦波的に時間変動する。外部磁場が絶対座標系で時間的に一定であり、しかも人工的なオフセットが回転する O<sub>s</sub>座標系で時間的に一定である時、O<sub>s</sub>座標系における磁場は

- X 成分は正弦波的な時間変動をする外部磁場成分と一定の人工的オフセットの和
- Y 成分は振幅が X 軸と同じで、位相が 90° 異なる正弦波的な時間変動の外部磁場成分と一定の人工的オフセットの和（「あらせ」の場合には、衛星の+Z 方向から見て衛星のスピンは

反時計回りなので、Y成分の時間変動はX軸に スピン周期/4 先行する)

- Z軸は外部磁場とオフセットの和の一定値

となる。これを

$$B_x^S = G \sin \omega t + H \cos \omega t + C_X$$

$$B_y^S = G \cos \omega t - H \sin \omega t + C_Y$$

$$B_z^S = B_Z + C_Z$$

と表す。ここで、 $C_X$ 、 $C_Y$ 、 $C_Z$  は衛星による人工的なオフセットである。

$O_1$ 座標系における磁場の3成分は、式 2.3-1 であらわされる変換行列  $M_{S1}$  を使って、

$$\begin{aligned} \vec{B}^1 &\equiv M_{S1} \cdot \begin{pmatrix} B_x^S \\ B_y^S \\ B_z^S \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G \sin \omega t + H \cos \omega t + C_X \\ G \cos \omega t - H \sin \omega t + C_Y \\ B_Z + C_Z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} G \cos \beta \sin \omega t + H \cos \beta \cos \omega t + C_X \cos \beta + (B_Z + C_Z) \sin \beta \\ (G \sin \alpha \sin \beta - H \cos \alpha) \sin \omega t + (H \sin \alpha \sin \beta + G \cos \alpha) \cos \omega t \\ + C_X \sin \alpha \sin \beta + C_Y \cos \alpha - (B_Z + C_Z) \sin \alpha \cos \beta \\ (-G \cos \alpha \sin \beta - H \sin \alpha) \sin \omega t + (-H \cos \alpha \sin \beta + G \sin \alpha) \cos \omega t \\ -C_X \cos \alpha \sin \beta + C_Y \sin \alpha + (B_Z + C_Z) \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (2.4-1)$$

となる。ここで、

$$D_1 \equiv G \cos \beta$$

$$D_2 \equiv H \cos \beta$$

$$D_3 \equiv C_X \cos \beta + (B_Z + C_Z) \sin \beta$$

$$D_4 \equiv G \sin \alpha \sin \beta - H \cos \alpha$$

$$D_5 \equiv H \sin \alpha \sin \beta + G \cos \alpha$$

(2.4-2)

$$D_6 \equiv C_X \sin \alpha \sin \beta + C_Y \cos \alpha - (B_Z + C_Z) \sin \alpha \cos \beta$$

$$D_7 \equiv -G \cos \alpha \sin \beta - H \sin \alpha$$

$$D_8 \equiv -H \cos \alpha \sin \beta + G \sin \alpha$$

$$D_9 \equiv -C_X \cos \alpha \sin \beta + C_Y \sin \alpha + (B_Z + C_Z) \cos \alpha \cos \beta$$

とおけば、上式は

$$\vec{B}^1 = \begin{pmatrix} D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t + D_3 \\ D_4 \sin \omega t + D_5 \cos \omega t + D_6 \\ D_7 \sin \omega t + D_8 \cos \omega t + D_9 \end{pmatrix} \quad (2.4-3)$$

となる。

b) センサ X、Y、Z 軸のオフセットを  $Q_X$ 、 $Q_Y$ 、 $Q_Z$  とすれば、センサの各軸で測定される磁場 ( $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_z$ ) は、式 2.4-3 の各成分に  $Q_X$ ,  $Q_Y$ ,  $Q_Z$  を加えたものであるから、

$$X \text{ 軸 : } b_x = \vec{B}^1 \cdot \vec{S}_X^1 + Q_X = D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t + D_3 + Q_X \quad (2.4-4)$$

$$Y \text{ 軸 : } \begin{aligned} b_y &= \vec{B}^1 \cdot \vec{S}_Y^1 + Q_Y = (S_{YX}^1 D_1 + S_{YY}^1 D_4 + S_{YZ}^1 D_7) \sin \omega t \\ &\quad + (S_{YX}^1 D_2 + S_{YY}^1 D_5 + S_{YZ}^1 D_8) \cos \omega t \\ &\quad + S_{YX}^1 D_3 + S_{YY}^1 D_6 + S_{YZ}^1 D_9 + Q_Y \end{aligned} \quad (2.4-5)$$

$$Z \text{ 軸 : } \begin{aligned} b_z &= \vec{B}^1 \cdot \vec{S}_Z^1 + Q_Z = (S_{ZX}^1 D_1 + S_{ZY}^1 D_4 + S_{ZZ}^1 D_7) \sin \omega t \\ &\quad + (S_{ZX}^1 D_2 + S_{ZY}^1 D_5 + S_{ZZ}^1 D_8) \cos \omega t \\ &\quad + S_{ZX}^1 D_3 + S_{ZY}^1 D_6 + S_{ZZ}^1 D_9 + Q_Z \end{aligned} \quad (2.4-6)$$

で表される。

c) 一方で、センサ X、Y、Z 軸で実際に測定された磁場データに正弦波フィッティングをかけた結果がそれぞれ、

$$b_x = A_X \sin(\omega t + \phi_X) + R_X$$

$$b_y = A_Y \sin(\omega t + \phi_Y) + R_Y$$

$$b_z = A_Z \sin(\omega t + \phi_Z) + R_Z$$

すなわち、

$$b_x = A_X \sin \omega t \cos \phi_X + A_X \cos \omega t \sin \phi_X + R_X$$

$$b_y = A_Y \sin \omega t \cos \phi_Y + A_Y \cos \omega t \sin \phi_Y + R_Y$$

$$b_z = A_Z \sin \omega t \cos \phi_Z + A_Z \cos \omega t \sin \phi_Z + R_Z$$

であるとき、これを式 2.4-4、2.4-5、2.4-6 と比較して

$$A_X \cos \phi_X = D_1$$

$$A_X \sin \phi_X = D_2$$

$$A_Y \cos \phi_Y = S_{YX}^1 D_1 + S_{YY}^1 D_4 + S_{YZ}^1 D_7$$

$$A_Y \sin \phi_Y = S_{YX}^1 D_2 + S_{YY}^1 D_5 + S_{YZ}^1 D_8$$

$$A_Z \cos \phi_Z = S_{ZX}^1 D_1 + S_{ZY}^1 D_4 + S_{ZZ}^1 D_7$$

$$A_Z \sin \phi_Z = S_{ZX}^1 D_2 + S_{ZY}^1 D_5 + S_{ZZ}^1 D_8$$

という関係が成り立つ。よって、未知数  $D_1$ 、 $D_4$ 、 $D_7$  に対して

$$\begin{pmatrix} A_X \cos \phi_X \\ A_Y \cos \phi_Y \\ A_Z \cos \phi_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S_{YX}^1 & S_{YY}^1 & S_{YZ}^1 \\ S_{ZX}^1 & S_{ZY}^1 & S_{ZZ}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_4 \\ D_7 \end{pmatrix}$$

が成り立ち、 $3 \times 3$  の行列の逆行列を求めることにより

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_4 \\ D_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S_{YX}^1 & S_{YY}^1 & S_{YZ}^1 \\ S_{ZX}^1 & S_{ZY}^1 & S_{ZZ}^1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_X \cos \phi_X \\ A_Y \cos \phi_Y \\ A_Z \cos \phi_Z \end{pmatrix}$$

で  $D_1$ 、 $D_4$ 、 $D_7$  が求められる。同様に  $D_2$ 、 $D_5$ 、 $D_8$  も

$$\begin{pmatrix} D_2 \\ D_5 \\ D_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S_{YX}^1 & S_{YY}^1 & S_{YZ}^1 \\ S_{ZX}^1 & S_{ZY}^1 & S_{ZZ}^1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_X \sin \phi_X \\ A_Y \sin \phi_Y \\ A_Z \sin \phi_Z \end{pmatrix}$$

により求められる。

d) 以上で求めた  $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_4$ 、 $D_5$ 、 $D_7$ 、 $D_8$  を使い、式 2.4-2 の 8 つの式のうち 6 つ

$$D_1 = G \cos \beta \quad (1)$$

$$D_2 = H \cos \beta \quad (2)$$

$$D_4 = G \sin \alpha \sin \beta - H \cos \alpha \quad (3)$$

$$D_5 = H \sin \alpha \sin \beta + G \cos \alpha \quad (4)$$

$$D_7 = -G \cos \alpha \sin \beta - H \sin \alpha \quad (5)$$

$$D_8 = -H \cos \alpha \sin \beta + G \sin \alpha \quad (6)$$

を使って、 $\alpha$  と  $\beta$  を求める。残りの  $D_3$ 、 $D_6$ 、 $D_9$  はオフセット成分なので、アライメントには関係しない。

未知数が  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $G$ 、 $H$  の 4 つあるのに対して、式が 6 つあるので、解は 3 通り出る。

[解法 1] (1), (2), (3), (4) を使って解く

[解法 2] (1), (2), (5), (6) を使って解く

[解法 3] (3), (4), (5), (6) を使って解く

しかし、(1), (2), (3), (4) を用いて解  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $G$ 、 $H$  が一組求められたとき、 $-\alpha$ 、 $-\beta$ 、 $G$ 、 $H$  もまた (1), (2), (3), (4) を満たすことがわかり、 $\alpha$  と  $\beta$  の符号が不定となる。他の解法で得た解の符号を参考に判断する必要がある。一方、(1), (2), (5), (6) を用いた場合と (3), (4), (5), (6) を用いた場合には、 $\alpha$  と  $\beta$  の解は一通りに決まる。

[解法 1] (1), (2), (3), (4) を使って解く場合

以下のように  $F_1$  および  $F_2$  を定義する。

$$(3) \div D1 \quad \text{は} \quad \frac{D_4}{D_1} = \sin \alpha \tan \beta - \frac{D_2 \cos \alpha}{D_1 \cos \beta}$$

$$(4) \div D2 \quad \text{は} \quad \frac{D_5}{D_2} = \sin \alpha \tan \beta + \frac{D_1 \cos \alpha}{D_2 \cos \beta}$$

したがって

$$\frac{D_5}{D_2} - \frac{D_4}{D_1} = \left( \frac{D_1}{D_2} + \frac{D_2}{D_1} \right) \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \left( \frac{D_5}{D_2} - \frac{D_4}{D_1} \right) \frac{D_1 D_2}{D_1^2 + D_2^2} = \frac{D_1 D_5 - D_2 D_4}{D_1^2 + D_2^2} \equiv F_1$$

$\alpha$  および  $\beta$  の大きさが  $90^\circ$  よりも小さい場合、 $F_1$  は常に正である。

$$\begin{aligned} \sin \alpha \tan \beta &= \frac{D_4}{D_1} + \frac{D_2}{D_1} \frac{D_1 D_5 - D_2 D_4}{D_1^2 + D_2^2} = \frac{D_1^2 D_4 + D_2^2 D_4 + D_1 D_2 D_5 - D_2^2 D_4}{D_1 (D_1^2 + D_2^2)} \\ &= \frac{D_1 D_4 + D_2 D_5}{D_1^2 + D_2^2} \equiv F_2 \end{aligned}$$

$F_2$  の符号は、 $\alpha \cdot \beta$  に一致する。 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  であるから、 $u \equiv \sin^2 \beta$  とおけば

$$F_1^2 \cos^2 \beta + F_2^2 \cot^2 \beta = F_1^2(1-u) + F_2^2 \frac{1-u}{u} = 1$$

したがって

$$F_1^2 u^2 + (F_2^2 - F_1^2 + 1)u - F_2^2 = 0$$

これは  $u$  についての2次方程式なので

$$u \equiv \sin^2 \beta = \frac{(F_1^2 - F_2^2 - 1) \pm \sqrt{(F_1^2 - F_2^2 - 1)^2 + 4F_1^2 F_2^2}}{2F_1^2}$$

$u \geq 0$  なので解は1つだけで

$$u \equiv \sin^2 \beta = \frac{(F_1^2 - F_2^2 - 1) + \sqrt{(F_1^2 - F_2^2 - 1)^2 + 4F_1^2 F_2^2}}{2F_1^2}$$

$$\sin^2 \alpha = \cot^2 \beta F_2^2 = \left(\frac{1}{u} - 1\right) F_2^2$$

$$\frac{1}{u} = \frac{2F_1^2}{(F_1^2 - F_2^2 - 1) + \sqrt{(F_1^2 - F_2^2 - 1)^2 + 4F_1^2 F_2^2}} = -\frac{(F_1^2 - F_2^2 - 1) - \sqrt{(F_1^2 - F_2^2 - 1)^2 + 4F_1^2 F_2^2}}{2F_2^2}$$

したがって

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= -\frac{(F_1^2 - F_2^2 - 1) - \sqrt{(F_1^2 - F_2^2 - 1)^2 + 4F_1^2 F_2^2} + 2F_2^2}{2} \\ &= -\frac{(F_1^2 + F_2^2 - 1) - \sqrt{(F_1^2 + F_2^2 - 1)^2 + 4F_2^2}}{2} \end{aligned}$$

[解法2] (1), (2), (5), (6) を使って解く場合

以下のように  $F_3$  および  $F_4$  を定義する。

$$(5) \div D1 \quad \text{は} \quad \frac{D_7}{D_1} = -\cos \alpha \tan \beta - \frac{D_2}{D_1} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

$$(6) \div D2 \quad \text{は} \quad \frac{D_8}{D_2} = -\cos \alpha \tan \beta + \frac{D_1}{D_2} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

したがって

$$\frac{D_8}{D_2} - \frac{D_7}{D_1} = \left(\frac{D_1}{D_2} + \frac{D_2}{D_1}\right) \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \left(\frac{D_8}{D_2} - \frac{D_7}{D_1}\right) \frac{D_1 D_2}{D_1^2 + D_2^2} = \frac{D_1 D_8 - D_2 D_7}{D_1^2 + D_2^2} \equiv F_3$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha \tan \beta &= -\frac{D_7}{D_1} - \frac{D_2}{D_1} \frac{(D_1 D_8 - D_2 D_7)}{D_1^2 + D_2^2} = -\frac{D_1^2 D_7 + D_2^2 D_7 + D_1 D_2 D_8 - D_2^2 D_7}{D_1 (D_1^2 + D_2^2)} \\ &= -\frac{D_1 D_7 + D_2 D_8}{D_1^2 + D_2^2} \equiv F_4 \end{aligned}$$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  であるから、 $u \equiv \sin^2 \beta$  とおけば

$$F_3^2 \cos^2 \beta + F_4^2 \cot^2 \beta = F_3^2(1-u) + F_4^2 \frac{1-u}{u} = 1$$

解き方は [解法1] と同じで

$$u \equiv \sin^2 \beta = \frac{(F_3^2 - F_4^2 - 1) + \sqrt{(F_3^2 - F_4^2 - 1)^2 + 4F_3^2 F_4^2}}{2F_3^2}$$

$\beta$  の符号は  $F_4$  の符号と同じ。

$$\sin^2 \alpha = \cos^2 \beta F_3^2 = \frac{(F_3^2 + F_4^2 + 1) - \sqrt{(F_3^2 + F_4^2 + 1)^2 - 4F_3^2}}{2}$$

$\alpha$  の符号は  $F_3$  の符号と同じ。

[解法 3] (3), (4), (5), (6) を使って解く場合

(3)  $\times$   $\sin \alpha$  - (5)  $\times$   $\cos \alpha$

$$D_4 \sin \alpha - D_7 \cos \alpha = G(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \sin \beta = G \sin \beta \quad (2.4-7)$$

(3)  $\times$   $\cos \alpha$  + (5)  $\times$   $\sin \alpha$

$$D_4 \cos \alpha + D_7 \sin \alpha = -H(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = -H \quad (2.4-8)$$

(4)  $\times$   $\sin \alpha$  - (6)  $\times$   $\cos \alpha$

$$D_5 \sin \alpha - D_8 \cos \alpha = H(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \sin \beta = H \sin \beta \quad (2.4-9)$$

(4)  $\times$   $\cos \alpha$  + (6)  $\times$   $\sin \alpha$

$$D_5 \cos \alpha + D_8 \sin \alpha = G(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = G \quad (2.4-10)$$

式 2.4-7 と 式 2.4-10 から

$$D_4 \sin \alpha - D_7 \cos \alpha = (D_5 \cos \alpha + D_8 \sin \alpha) \sin \beta$$

式 2.4-8 と 式 2.4-9 から

$$D_5 \sin \alpha - D_8 \cos \alpha = -(D_4 \cos \alpha + D_7 \sin \alpha) \sin \beta$$

ゆえに

$$(D_4 \sin \alpha - D_7 \cos \alpha)(D_4 \cos \alpha + D_7 \sin \alpha) + (D_5 \sin \alpha - D_8 \cos \alpha)(D_5 \cos \alpha + D_8 \sin \alpha) = 0$$

これから

$$\begin{aligned} & D_4 D_7 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + (D_4^2 - D_7^2) \sin \alpha \cos \alpha + D_5 D_8 (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + (D_5^2 - D_8^2) \sin \alpha \cos \alpha \\ &= -(D_4 D_7 + D_5 D_8) \cos(2\alpha) + \frac{D_4^2 + D_5^2 - D_7^2 - D_8^2}{2} \sin(2\alpha) = 0 \end{aligned}$$

さらに

$$\tan(2\alpha) = \frac{2(D_4 D_7 + D_5 D_8)}{D_4^2 + D_5^2 - D_7^2 - D_8^2} \equiv F_5$$

倍角公式の変形  $\tan \alpha = \frac{\pm \sqrt{\tan^2(2\alpha) + 1} - 1}{\tan(2\alpha)}$  により

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{F_5^2 + 1} - 1}{F_5} \equiv F_6$$

式(2.4-7)  $\div$  (2.4-10)

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{D_4 \sin \alpha - D_7 \cos \alpha}{D_5 \cos \alpha + D_8 \sin \alpha} = \frac{D_4 \tan \alpha - D_7}{D_5 + D_8 \tan \alpha} \\ &= \frac{D_4 F_6 - D_7}{D_5 + D_8 F_6} \end{aligned}$$

## 2.5. アライメント較正マトリックスの生成

2.2 の最後に出てくるマトリックス  $\mathbf{S}_{row}^1$  は、 $O_1$  座標系の任意の磁場ベクトル  $(B_X^1, B_Y^1, B_Z^1)$  からセンサの各測定成分  $(b_x, b_y, b_z)$  を出すものとなっている。

$$\begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{row}^1 \cdot \begin{pmatrix} B_X^1 \\ B_Y^1 \\ B_Z^1 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{S}_{row}^1$  の逆行列  $\mathbf{S}_{row}^{1^{-1}}$  を取って

$$\vec{B}^1 \equiv \begin{pmatrix} B_X^1 \\ B_Y^1 \\ B_Z^1 \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{row}^{1^{-1}} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}$$

一方、式 2.4-1 より

$$\vec{B}^1 \equiv M_{S1} \cdot \begin{pmatrix} B_X^S \\ B_Y^S \\ B_Z^S \end{pmatrix}$$

であるから、2.3 で定義した衛星スピン軸基準直交座標系  $O_S$  における磁場 3 成分は

$$\begin{pmatrix} B_X^S \\ B_Y^S \\ B_Z^S \end{pmatrix} = M_{S1}^{-1} \vec{B}^1 = M_{S1}^{-1} \cdot \mathbf{S}_{row}^{1^{-1}} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}$$

したがって、

$$M_{S1}^{-1} \cdot \mathbf{S}_{row}^{1^{-1}}$$

が、センサの測定各成分から衛星スピン軸基準直交座標系  $O_S$  へのアライメント変換行列となる。

$\mathbf{S}_{row}^1$  は、地上アライメント較正の結果を元に、2.1 および 2.2 に示された通りの計算手順で順次  $\vec{S}_X^M$ 、 $\vec{S}_Y^M$ 、 $\vec{S}_Z^M$  の各ベクトル、 $\vec{P}_X^M$ 、 $\vec{P}_Y^M$ 、 $\vec{P}_Z^M$  の各ベクトルおよび  $\vec{S}_X^1$ 、 $\vec{S}_Y^1$ 、 $\vec{S}_Z^1$  の各ベクトルの成分を計算することにより求められる。

一方  $M_{S1}$  は、2.4 d) で求めた  $\alpha$  と  $\beta$  を使い、2.3-1 式により求められる。

「あらせ」衛星搭載 MGF の場合には、Y 成分のみ出力の符号が逆なので、これを反転させるために、 $M_{S1}$  の右側から Y の符号を逆にするための行列をかける。また、衛星スピン軸基準直交座標系  $O_S$  と衛星座標系は図 1 の関係にあることから、スピン面内に約 90 度回転させる行列を左側からかける。

## 2.6. オフセットの較正

2.4 c) で出てきた、センサ各軸のサインフィットにより求められるオフセット  $R_X, R_Y, R_Z$  は、式 2.4-4、2.4-5、2.4-6 より

$$X \text{ 軸: } R_x = D_3 + Q_x$$

$$Y \text{ 軸: } R_y = S_{YX}^1 D_3 + S_{YY}^1 D_6 + S_{YZ}^1 D_9 + Q_y$$

$$Z \text{ 軸: } R_z = S_{ZX}^1 D_3 + S_{ZY}^1 D_6 + S_{ZZ}^1 D_9 + Q_z$$

すなわち

$$\begin{pmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S_{YX}^1 & S_{YY}^1 & S_{YZ}^1 \\ S_{ZX}^1 & S_{ZY}^1 & S_{ZZ}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_3 \\ D_6 \\ D_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_X \\ Q_Y \\ Q_Z \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{row}^1 \begin{pmatrix} D_3 \\ D_6 \\ D_9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_X \\ Q_Y \\ Q_Z \end{pmatrix}$$

式 2.4-2 より

$$\begin{pmatrix} D_3 \\ D_6 \\ D_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_X \\ C_Y \\ B_Z + C_Z \end{pmatrix} = M_{S1} \begin{pmatrix} C_X \\ C_Y \\ B_Z + C_Z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{row}^1 \cdot M_{S1} \begin{pmatrix} C_X \\ C_Y \\ B_Z + C_Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_X \\ Q_Y \\ Q_Z \end{pmatrix}$$

$C_X \sim C_Y \sim C_Z \sim 0$  であれば

$$\begin{pmatrix} R_X \\ R_Y \\ R_Z \end{pmatrix} = \mathbf{S}_{row}^1 \cdot M_{S1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_Z + C_Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_X \\ Q_Y \\ Q_Z \end{pmatrix}$$

行列  $\mathbf{S}_{row}^1 \cdot M_{S1}$  は、2.5. のアライメント行列  $M_{S1}^{-1} \cdot \mathbf{S}_{row}^{1-1}$  の逆行列である。

### 3. 「あらせ」衛星搭載 MGF への適用

2.4 章に示した通り、 $\alpha$  および  $\beta$  には 3 つの解法がある。外部磁場の条件や、実際に算出される  $\alpha$  や  $\beta$  の値により、それぞれの持つ誤差の大きさが異なってくる。「あらせ」搭載 MGF の場合には、解法 1 の解は比較的誤差が大きく、一方解法 2 および 3 は、以下に示す通り、ほとんど等しい解を精度良く出した。ここでは、解法 2 および 3 の結果のみを示す。

Matsuoka et al<sup>5)</sup> で示した例と同じ 2018 年 1 月 5 日の例について、MGF のアライメント解析結果を図 5 に示す。MGF は、測定する磁場の強度に応じて、 $\pm 8000\text{nT}$  と  $\pm 60000\text{nT}$  の 2 つのレンジを切り替えて測定を行っているので、レンジによって場合を分けて解析した。

(a) は、 $\pm 8000\text{nT}$  レンジのデータについて、 $\alpha$  および  $\beta$  を計算した結果である。 $\alpha$  も  $\beta$  も時間的にほぼ一定であるが、例えば 07UT から 09UT にかけて、 $\alpha$  にも  $\beta$  にも時間変動が表れている。また、18UT から 20UT にかけて、激しく変動している。2.4 章で述べた通り、今回用いた解法は、衛星の 1 スピン中、外部磁場が一定であるという前提に基づいている。このため、衛星の移動に伴い磁場の大きさや方向が速く変化したり、磁場に時間変動が発生したりすると、アライメント角の誤差の原因となる。(a) で  $\alpha$  および  $\beta$  は、解法 2 の解を青、解法 3 の解を赤でプロットしているが、両者に差異がほとんどないので、青のプロットがほとんど見えない。実際、両者の差 ( $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$ ) は  $0.02^\circ$  よりも小さく、 $\alpha$  および  $\beta$  自体の変動よりも小さい。

(b) は、同様に  $\pm 60000\text{nT}$  レンジのデータについて計算した結果である。 $\pm 60000\text{nT}$  レンジは磁場強度の強い近地点付近のみで運用しているため、この日は 06UT 付近と 15UT 付近の 2 つの期間でのみデータを取得している。 $\pm 8000\text{nT}$  レンジよりも  $\alpha$  および  $\beta$  の時間変化が大きいのが特徴である。近地点付近では衛星の移動に伴い磁場の大きさや方向が速く変化しているためと解釈される。

(c) は、 $\pm 8000\text{nT}$  レンジのデータを使って計算した  $\alpha$  と  $\beta$  の分布を示す。(a) では  $\alpha$  にも  $\beta$  にも時間変化が見られたが、(c) に示される分布は鋭い最頻値を持っている。 $\alpha$  の最頻値は、解法 2 と解法 3 の間には  $0.01^\circ$  の差があるが、これは最終的に要求されるアライメント精度より十分に小さい。Matsuoka et al<sup>5)</sup> で示した通り、全体の 83% のデータが最頻値の  $\pm 0.05^\circ$  の範囲に存在する。 $\beta$  の最頻値は、解法 2 と解法 3 の間で差異は無い。Matsuoka et al<sup>5)</sup> で示した通り、全体の 87% のデータが最頻値の  $\pm 0.05^\circ$  の範囲に存在する。

(d) は、同様に  $\pm 60000\text{nT}$  レンジのデータを使って計算した  $\alpha$  と  $\beta$  の分布を示したものである。 $\pm 8000\text{nT}$  レンジに比べ、 $\alpha$  も  $\beta$  も分布が広がっている。 $\pm 60000\text{nT}$  レンジのデータは近地点付近で取得され、1 スピンの間に外部磁場が一定であるという前提が成り立っていないためであると考えられる。Matsuoka et al<sup>5)</sup> で示した通り、 $\alpha$  および  $\beta$  の全体の 79% および 89% が、中央値の  $\pm 0.2^\circ$  の範囲に存在する。



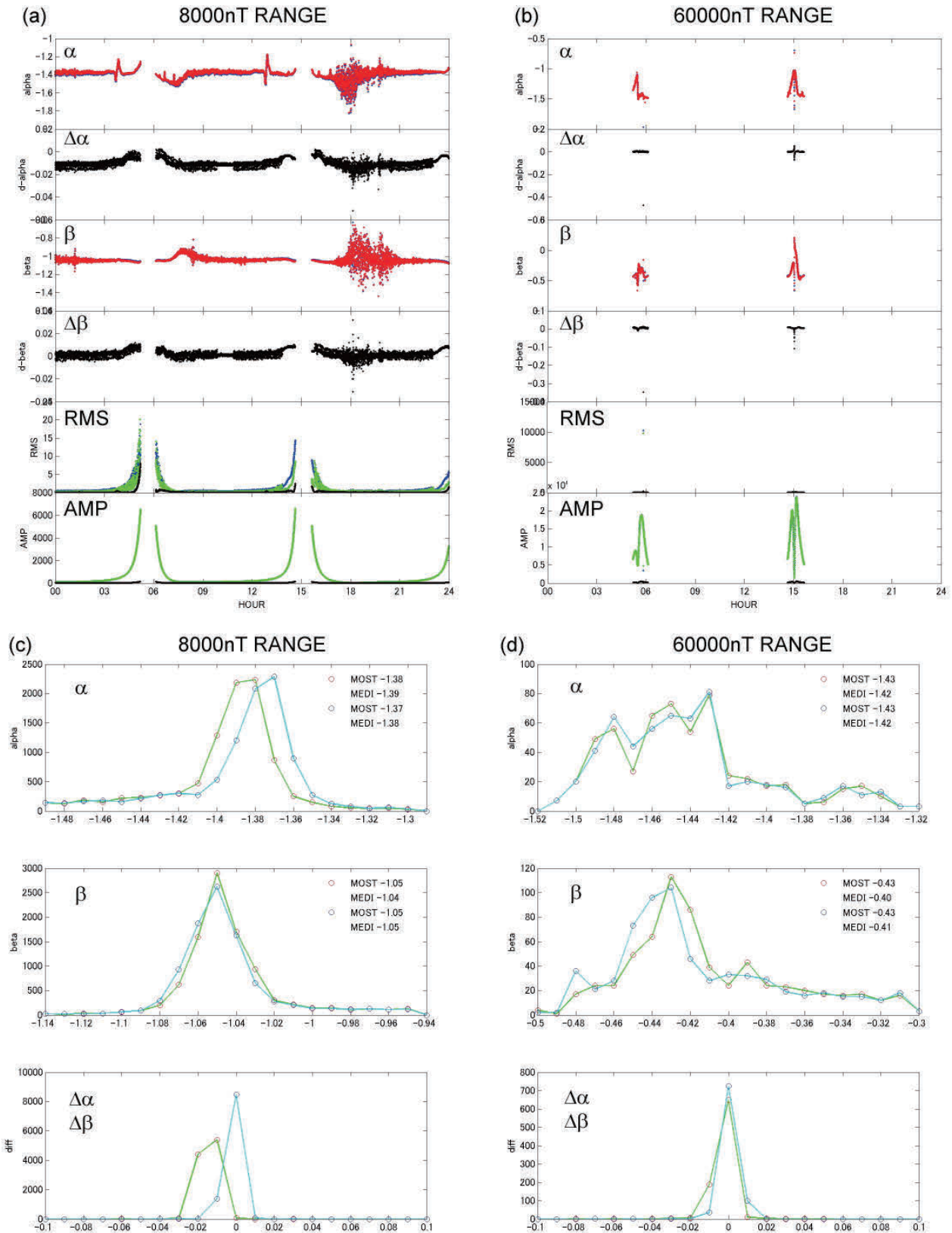


図5 2018年1月5日に取得したデータを用いた、「あらせ」衛星搭載MGFのアライメント解析の結果。(a)  $\pm 8000\text{nT}$ レンジのデータを使って計算した(上から) $\alpha$ 、解法2と解法3の間の $\alpha$ の差( $\Delta\alpha$ )、 $\beta$ 、解法2と解法3の間の $\beta$ の差( $\Delta\beta$ )、正弦波フィッティングの残差RMS、振幅を、時間を横軸にとってプロットしたもの。 $\alpha$ および $\beta$ は、解法2の解を青、解法3の解を赤でプロットしているが、両者に差異がほとんど無いため、重な

って見えている。残差と振幅は、センサ X 軸を青、Y 軸を緑、Z 軸を黒でプロットしている。X 軸の振幅と Y 軸の振幅にはほとんど差異がないので、完全に重なって見えている。(b)±60000nT レンジのデータを使って計算した結果。フォーマットは(a)に同じ。(c) ±8000nT レンジのデータを使って計算した(上から)αの分布、βの分布、解法 2 と解法 3 の間のαの差(Δα)およびβの差(Δβ)の分布。αおよびβの分布は、解法 2 の解を赤丸、解法 3 の解を青丸でプロットしている。それぞれの最頻値と中央値をグラフ中に示している。解法 2 と解法 3 の間の差は、αを赤丸で、βを青丸でプロットしている。

#### 4. GEOTAIL アライメント較正方法との差異

山本と國分 (1996)<sup>6)</sup> も、GEOTAIL 衛星の飛行中のデータを用い磁場計測方向のアライメントを評価している。まず計算手法については、本稿では表 1 に示した地上較正試験で求めた計測軸間角を用い、軌道上で不変であると仮定しているのに対し、山本と國分 (1996)<sup>6)</sup> は計測軸間角も未知数として扱っているという違いがある。地上較正試験の計測軸間角の結果の誤差が大きかったり、打ち上げ後軌道上での変化が無視できない場合には、山本と國分 (1996)<sup>6)</sup> のように計測軸間角を未知数として扱ったほうが良い場合があると考えられる。一方、本稿で示した方法では、計測軸間角が実際のもものと異なっていれば、αおよびβが解法によって異なった値を取ることが予想される。図 5 に示された、異なる解法間での値の一致により、計算の正しさが検定できていると考えられる。

山本と國分 (1996)<sup>6)</sup> では GEOTAIL 衛星による磁場計測方向のアライメントをおよそ 0.1°の精度で求めている。数字だけを見れば、本稿の結果(0.05°)よりも若干劣るが、これは計算手法の違いによるものではなく、「あらせ」と GEOTAIL は飛行している領域が異なるためであると考えられる。「あらせ」の遠地点高度が地球半径の約 5 倍であるのに対し、山本と國分 (1996)<sup>6)</sup> がアライメントの解析を行ったデータを取得した 1992 年から 1995 年にかけて、GEOTAIL の近地点の地心距離は地球半径の約 10 倍、遠地点は 50 倍から 220 倍にあり、磁場強度が格段に小さい。山本と國分 (1996)<sup>6)</sup> はアライメントの精度を向上させるために正弦波フィッティングの残差が小さいデータのみ統計に用いているが、それでも「あらせ」に比べればスピン周期内で起こる磁場の時間変動成分の割合が増し、より大きな角度誤差が生じることは当然のことと考えられる。

#### 5. まとめ

本稿では、スピンする宇宙機に搭載した磁力計の、機軸座標系における測定方向を、軌道上のデータから算出する一般的な方法を示した。さらに、「あらせ」衛星搭載 MGF を例にとり、アライメント算出結果例を示した。±8000nT レンジの場合は 0.05°以内、±60000nT レンジの場合は 0.2°以内の高精度でアライメントが求められた。衛星の移動による外部磁場の変化や、磁場の擾乱に伴う変動が、アライメント算出の誤差を増やす要因となることが認められたが、「あらせ」衛星 MGF の場合には大きな問題とはなっていない。

#### 謝辞

「あらせ」衛星プロジェクトの関係の皆様のご尽力により、磁場観測器(MGF)で良好なデータを取得できておりますことに深く感謝を申し上げます。住友重機械工業殿、テラテクニカ殿、日本飛行機殿には、MGFの設計、製造、試験、衛星への搭載にあたり多大なるご支援を頂きました。また、筑波宇宙センターの磁気試験設備を用いたMGFの地上校正試験には、JAXA環境試験技術ユニットのご支援を頂きました。國分征先生、五家建夫先生にはMGFの設計や試験の内容をご審査、ご指導頂きました。改めて感謝を申し上げます。

## 参考文献

- 1) Miyoshi, Y., I. Shinohara, T. Takashima, K. Asamura, N. Higashio, T. Mitani, S. Kasahara, S. Yokota, Y. Kazama, S.-Y. Wang, S. W. Tam, P. T. P Ho, Y. Kasahara, Y. Kasaba, S. Yagitani, A. Matsuoka, H. Kojima, H. Katoh, K. Shiokawa, and K. Seki, Geospace Exploration Project ERG, Earth Planets Space, 2018
- 2) Ayako Matsuoka, Mariko Teramoto, Reiko Nomura, Masahito Nosé, Akiko Fujimoto, Yoshimasa Tanaka, Manabu Shinohara, Tsutomu Nagatsuma, Kazuo Shiokawa, Yuki Obana, Yoshizumi Miyoshi, Makoto Mita, Takeshi Takashima and Iku Shinohara, The ARASE (ERG) magnetic field investigation, Earth, Planets and Space, 70:43, 10.1186/s40623-018-0800-1, 2018
- 3) 山本達人、國分征、GEOTAIL/PLANET-B MGF チーム、衛星搭載弱磁場計測磁力計の地上校正、宇宙科学研究所報告 ISSN 0285-2853、SA0166426000、1996
- 4) Mariko Teramoto, Ayako Matsuoka and Reiko Nomura, Re-evaluation of the ground calibration for the Arase Magnetic Field Experiment, JAXA Research and Development Report, JAXA-RR-18-005E, 10.20637/JAXA-RR-18-005E/0001, 2019
- 5) Ayako Matsuoka, Mariko Teramoto and Reiko Nomura, In-orbit Alignment Analysis of the Magnetometer Sensor on the Arase (ERG) Satellite, JAXA Research and Development Report, JAXA-RR-18-005E, 10.20637/JAXA-RR-18-005E/0003, 2019
- 6) 山本達人、國分征、GEOTAIL 搭載磁力計(MGF)の飛翔中データによる評価、宇宙科学研究所報告 ISSN 0285-2853、SA0166421000、1996

宇宙航空研究開発機構研究開発資料 JAXA-RM-18-008  
JAXA Research and Development Memorandum

スピン衛星に搭載した磁力計センサの軌道上データを用いたアライメント解析手法  
Method to Determine the In-orbit Sensor Alignment of the Magnetometer Onboard  
a Spin-stabilized Satellite

---

発行 国立研究開発法人 宇宙航空研究開発機構 (JAXA)  
〒182-8522 東京都調布市深大寺東町7-44-1  
URL: <http://www.jaxa.jp/>  
発行日 平成31年1月24日  
電子出版制作 松枝印刷株式会社

※本書の一部または全部を無断複写・転載・電子媒体等に加工することを禁じます。  
Unauthorized copying, replication and storage digital media of the contents of this publication, text and images are strictly prohibited. All Rights Reserved.

---

