

# 宇宙航空研究開発機構研究開発資料

## JAXA Research and Development Memorandum

---

### PSDがターボポンプ上流配管の共鳴 キャビテーションサージに与える影響

吉田 義樹, 藤原 徹也, 南里 秀明

2013年10月

宇宙航空研究開発機構

Japan Aerospace Exploration Agency

# PSD がターボポンプ上流配管の共鳴キャビテーションサージに与える影響\*

吉田 義樹<sup>\*1</sup>, 藤原 徹也<sup>\*2</sup>, 南里 秀明<sup>\*1</sup>

## Effect of PSD on Acoustic Cavitation Surge in Inlet Pipe of Turbopump

Yoshiki YOSHIDA <sup>\*1</sup>, Tetsuya FUJIWARA <sup>\*2</sup> and Hideaki NANRI <sup>\*1</sup>

### Abstract

To investigate the effect of PSD on acoustic cavitation surge in turbopump, we conducted analyses with the resistance of PSD as a parameter. Consequently, we found that patterns of the acoustic cavitation surge were classified into three types by the value of the resistance. (1) First (the resistance of the PSD is smaller.), when the frequency of the inertial cavitation surge between the PSD and the turbopump coincides with the acoustic natural frequencies between the tank and the PSD, the acoustic cavitation surge onsets between the tank and the PSD. (2) Second (the resistance of the PSD is middle.), the inertial cavitation surge which occurs between the PSD and the turbopump is suppressed by the resistance of the PSD. However, when the frequency of the inertial cavitation surge between the PSD and the turbopump coincides with the acoustic natural frequencies between the tank and the turbopump, the acoustic cavitation surge onsets between the tank and the turbopump. (3) Third (the resistance of the PSD is larger.), when the effect of the PSD is lost, the acoustic cavitation surge just occurs between the tank and the turbopump with several harmonic frequencies.

**Key Words:** *Acoustic Cavitation Surge, Resonance, PSD, Turbopump*

### 1. 緒論

液体ロケットエンジン用ターボポンプのインデューサに因るキャビテーション不安定現象の一つとしてキャビテーションサージ(本報告では以下, CS と略す)がある<sup>[1][2]</sup>. CS は, インデューサで発生するキャビテーションが原因となってターボポンプ上流配管内に圧力(流量)変動が生じる現象であり, ロケットの構造系と連成する場合に“POGO”を引き起こす場合がある. “POGO”によって, 過去に打上げ途中でエンジンが停止する事故も起こっており, これまで多くの研究がなされている<sup>[3]</sup>. この“POGO”の対策として, ターボポンプ上流配管にPSD(POGO Suppression Device)と呼ばれる装置が設置される. PSD の内部は液相と気相に分かれており, 気相部のコンプライアンスによって PSD とターボポンプ間の慣性長さを短くする効果によりCSの周波数を高くとり, 流体系とロケットの構造系の連成振動を防いでいる.

PSD を設置した場合の CS の周波数は, 一般に PSD とターボポンプ間の配管長さが短いため, 配管内の流体を非圧縮と仮定した“慣性モデル”<sup>[1][2][4]</sup>で予測できる(本報告では, この慣性モデルで周波数が予測できる CS を“慣性 CS”と呼ぶことにする). 一方, 南里ら<sup>[5]</sup>により配管内の流体の圧縮性と, インデューサのキャビテーション特性であるキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクター( $M$ )を考慮し

---

\* 平成 25 年 5 月 9 日受付(Received 9 May, 2013)

\*1 宇宙輸送ミッション本部 宇宙輸送系推進技術研究開発センター (Space Transportation Propulsion Research and Development Center, Space Transportation Mission Directorate)

\*2 JAXA 技術研修生, 学籍: 東北大学大学院 (JAXA Research Student, Tohoku University)

た一次元非線形解析モデルが提案された. この解析モデルによって, PSDとターボポンプ間の慣性CSの周波数がタンクとPSD間の音響固有振動数と一致した場合にタンクとPSD間に共鳴キャビテーションサージ(以下本報告では, “共鳴CS”と略す)が生じ, 配管内の圧力振幅が大きくなることが報告されている<sup>[7]</sup>. 図1にPSDとターボポンプ間の慣性CSとタンクとPSD間の共鳴CSの固有振動数が一致し, 1波長の振動モードが形成された場合の圧力モードの概略図を示す. 共鳴CSは試験設備の音響特性(音速, 配管長さ, 減衰等)によってその発生の有無や周波数が異なる現象であるが, PSDの特性が共鳴CSに与える影響についての解析及び考察はこれまで行われていない.

本報告では, PSDをモデル化して圧縮性を考慮した一次元非線形解析モデルに組み込み, PSDの入口抵抗係数( $\zeta_{PSD}$ )を計算パラメータとして解析を行った. その結果,  $\zeta_{PSD}$ の値によって共鳴CSの振動モードが3パターンに大別できることが分かったので, これらのパターンの音響共鳴モードの特徴について報告する.

なお, 本報告のAppendix Aに, 同じく上流配管にPSDがある場合の線形安定解析結果<sup>[8]</sup>の周波数( $\omega_R$ )と減衰率( $\omega_I$ )を示し, 本報告の非線形解析結果と比較する.

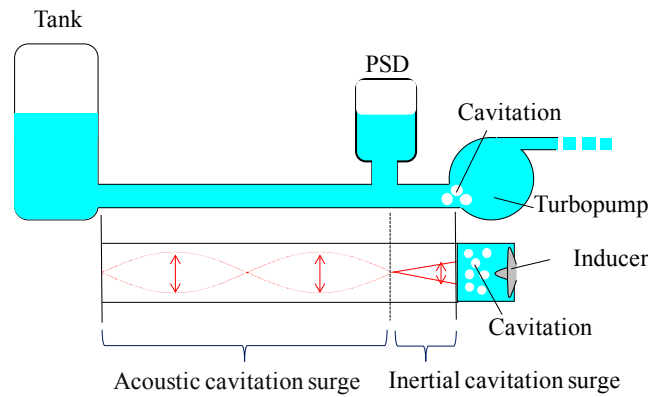


Fig. 1 Mode shape of pressure oscillation with PSD

## 2. 解析モデル及び解析方法

図2にタンク-PSD-ターボポンプで構成される解析モデルを示す. タンク部(①部)からターボポンプ部(②部)までの長さは  $L$  とし, この配管内の流体に対し, 式(1), (2)に示す運動量保存式及び連続の式を適用する. PSDからターボポンプまでの長さは  $L_I$  ( $\cong L/14$ )とする.

なお, 本解析では配管を一次元の 50 個の計算格子に分割し, 特性曲線法を用いた. (計算手法の詳細については, 文献[8], [9]を参照のこと)

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho \frac{f}{2D} (2Uu + |u|u) \quad (1)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{u}{c^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \frac{u}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

境界条件は, タンク側の①部は自由端(圧力振幅はゼロとなる)と仮定し, ターボポンプ側の②部はキャビテーション非定常特性のキャビテーションコンプライアンス  $K$  (圧力変動に対するキャビティ体積の変化割合)とマスフローゲインファクタ  $M$  (流量変動に対するキャビティ体積の変化割合)を考慮した式(3)とする. なお,

通常のサージをモデル化するにはポンプ下流に容量要素を仮定する必要があるが<sup>[2]</sup>, 本解析モデルでは, ターボポンプ下流の容量要素は考慮せず, 解析を単純化するためにポンプダイナミックゲインを省略し, ターボポンプ下流には圧力変動がないものと仮定する. 図3にPSDの概略図を示す. PSD部(③部)は, PSDのコンプライアンス $K_{PSD}$ を考慮した式(4)を適用する. 図中に示すようにPSDの入口部は, 圧力損失を生むオリフィス形状となっており, その部分で生じる圧力損失を式(5)によってモデル化し, PSD入口抵抗係数 $\zeta_{PSD}$ を計算パラメータとして解析を実施した. なお,  $K$ と $M$ は準定常CFD解析<sup>[10]</sup>から得られた図4に示すキャビテーション数 $\sigma$ に関する近似式を用いることとする. 図4にキャビテーション数と $K, M$ の関係を示す. これらの値は準定常値であり, 圧力変動および流量変動に対して位相の遅れ/進みはない.  $K$ と $M$ の位相の遅れ/進みの効果はキャビテーション不安定に重要な意味を持つが<sup>[6]</sup>, 現時点で位相の遅れ/進みに関して定量的に信頼できるデータはなく, 本報告では準定常値を用いることとし位相の遅れ/進みはないものとした. また, 計算するキャビテーション数に応じて, 圧力変動の下限値を流体の飽和蒸気圧とすることにより, 振幅の発散に制限を加えることにする.

本解析方法では, 初期条件として外乱が必要であるため計算開始直後に微小な圧力変動を1000分の1秒間印加することとする. 図5に示す圧力変動の時間変化(縦軸は圧力振幅 $p$ を初期圧力 $p_0$ で除した無次元圧力振幅値, 横軸は計算内における時間を示す)が示すように, 計算開始から10秒ほどで圧力振幅がほぼ一定となっていることが分かる. この過渡状態にある波形の周波数を得るため, 計算開始後5秒, 10秒, 30秒, 59秒の時点でFFT解析を行った結果を図6(a)~図6(d)に示す. 図より, 計算開始から10秒程度では数種類のハーモニックな音響固有値に相当する周波数が混在しているが, 30秒以後は1つの周波数に選択され, それ以後は卓越する周波数および振幅の大きさは変わっていない. 以上の結果から, 第3章に示す計算例では計算開始から約60秒の時点での計算結果に対してFFT解析を行い, その周波数と振幅について検討を行った.

$$u_1 A_1 = K \dot{p}_1 + M \rho A_1 \dot{u}_1$$

$$\text{ここで } K = -\left(\frac{\partial V_c}{\partial p_1}\right) \quad M = -\left(\frac{\partial V_c}{\partial q_1}\right) \quad (3)$$

$$u_3 A_3 = K_{PSD} \dot{p}_3$$

$$\text{ここで } K_{PSD} = -\left(\frac{\partial V_{PSD}}{\partial p_3}\right) \quad (4)$$

$$\Delta p = \zeta_{PSD} \frac{\rho}{2} u_3 |u_3| \quad (5)$$

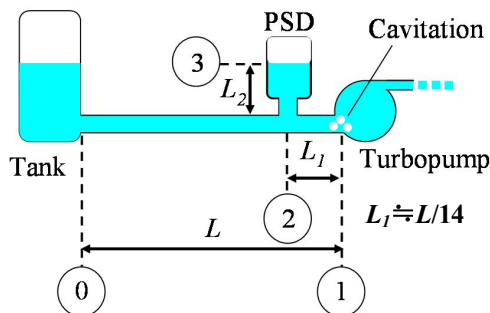


Fig. 2 Simple analytical model with PSD

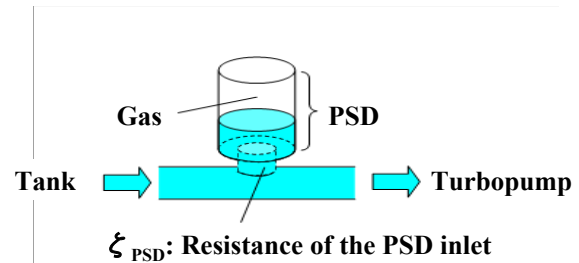


Fig. 3 Schematic of PSD model

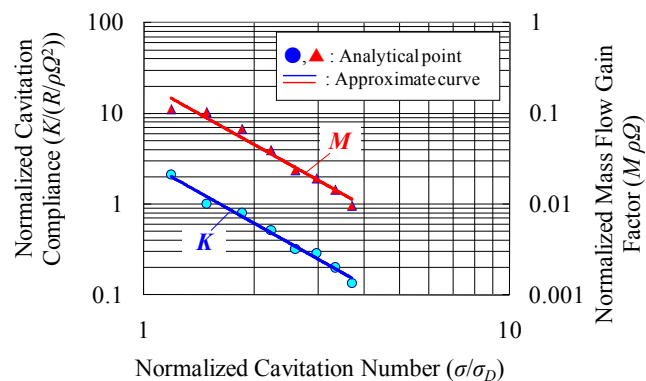


Fig. 4 Cavitation characteristics ( $K$  and  $M$ ) obtained with quasi steady state CFD analysis <sup>[10]</sup>

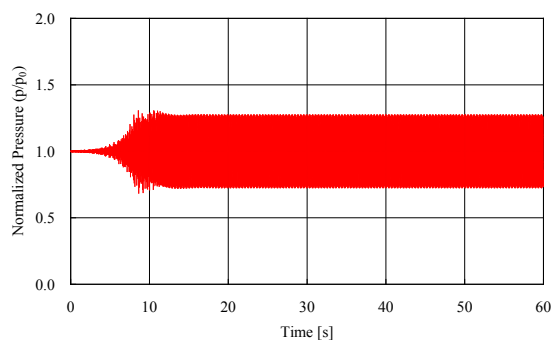


Fig. 5 Example of pressure waveform at turbopump by nonlinear analysis ( $\sigma/\sigma_D=3.0$ , at the turbopump)

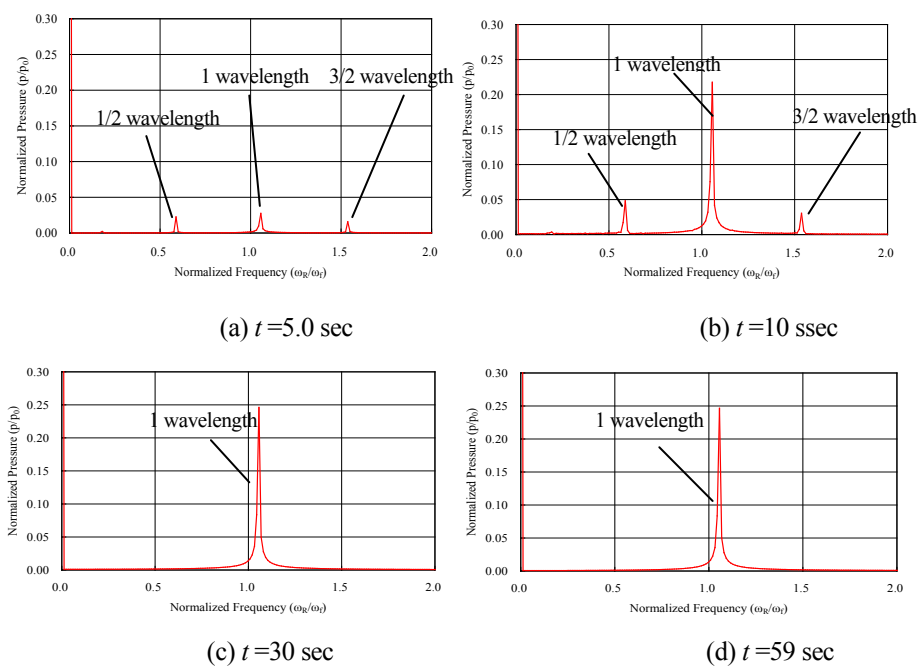


Fig. 6 FFT results of pressure waveform of the turbopump ( $\sigma/\sigma_D=3.0$ ) at various times <sup>[9]</sup>

### 3. 解析結果及び考察

PSD 入口抵抗係数  $\zeta_{PSD}$  を計算パラメータとして非線形解析を実施した結果、 $\zeta_{PSD}$  の値によって共鳴 CS の振動モードが 3 つに大別できることが分かった。各振動パターンの代表的な解析結果を図 7(a), (b), (c) に示す。図 7 中の左図の横軸はキャビテーション数をインデューサの揚程が低下した時のキャビテーション数 ( $\sigma_D$ ) で除した無次元キャビテーション数 ( $\sigma / \sigma_D$ ) で示し (注: 本報告での CS は全て  $\sigma / \sigma_D > 1.0$  の範囲であり、実験において揚程が低下する付近で発生する CS ではないことを注意しておく)、縦軸は CS の周波数 ( $\omega_R$ ) をタンクとターボポンプ間の配管の基本周波数 ( $\omega_f$ ) で除した無次元周波数 ( $\omega_R / \omega_f$ ) で示す。従って、無次元周波数  $\omega_R / \omega_f = 0.5$  は 1/2 波長、 $\omega_R / \omega_f = 1.0$  は 1 波長の疎密波がタンクとターボポンプ間に形成されることを示す。図 7 の左図中の円は計算開始後 60 秒時点の圧力振幅の大きさを示す。また図中の実線は PSD とターボポンプ間の従来の慣性モデル<sup>[1][2]</sup>による CS の周波数 ( $= 1 / (\rho K L_1 / A)^{1/2}$ ) を示す。ここで、 $\rho$  は流体の密度、 $K$  はキャビテーションコンプライアンス、 $L_1$  は PSD とターボポンプ間の配管長さ、 $A$  は配管断面積である。

また、図 7 中の右図には各  $\zeta_{PSD}$  における  $\sigma / \sigma_D = 2.0, 2.5, 3.9$  の場合の変動圧力モードを示し、計算によって得られる変動波形を FFT 解析した圧力振幅の位置 (タンクから  $L/6, L/3$  の位置、及びターボポンプ部 ①) を示す。

#### 3.1 PSD 入口抵抗係数が零の場合 $\zeta_{PSD} = 0$

$\zeta_{PSD} = 0$  の場合の解析結果を図 7(a) に示す。 $\zeta_{PSD} = 0$  の場合は、PSD とターボポンプ間の慣性モデルで予測される周波数 (実線) に沿って PSD とターボポンプ間の CS が発生し、その周波数が  $\omega_R / \omega_f = 0.5, 1.0$  に近づくとタンクと PSD 間の圧力振幅が大きくなる。また、圧力変動のモード図からモードの節が PSD の位置と一致しており、且つ PSD とターボポンプ間の圧力振幅が飽和蒸気圧による制限を受けるまで大きくなる。これは PSD とターボポンプ間に慣性 CS が生じ、キャビテーション数が小さくなるに従って周波数が漸減し、慣性 CS の周波数がタンクと PSD 間の音響固有振動数に一致した時にのみタンクと PSD 間に共鳴 CS が発生しているためである。

#### 3.2 PSD 入口抵抗係数が中程度の場合 $\zeta_{PSD} = 1.8 \times 10^5$

次に  $\zeta_{PSD} = 1.8 \times 10^5$  の場合の解析結果を図 7(b) に示す。 $\zeta_{PSD} = 1.8 \times 10^5$  の場合は上記  $\zeta_{PSD} = 0$  の場合と異なり、PSD とターボポンプ間の慣性 CS の周波数が  $\omega_R / \omega_f = 0.5, 1.0$  の場合にのみタンクと PSD 間の圧力振幅が大きくなっており、ターボポンプ部の圧力振幅は  $\zeta_{PSD} = 0$  の場合と比較すると小さくなっている。また、圧力変動のモード図においては  $\zeta_{PSD} = 0$  の場合と同様にモードの節と PSD の位置が一致している。しかし、 $\sigma / \sigma_D = 2.5$  では PSD とターボポンプ間の圧力振幅はほぼ零となっており、これは上述の  $\zeta_{PSD} = 0$  の場合とは傾向が異なる。これは PSD とターボポンプ間の慣性 CS は PSD 入口抵抗により減衰するが、完全に振幅が零になるわけではなく微小な振幅を有する状態となり、その微小な振幅の慣性 CS の周波数が PSD 部を圧力モードの節とするタンクとターボポンプ間の音響固有振動数と一致した場合にのみタンクとターボポンプ間に共鳴 CS が生じているためである。

#### 3.3 PSD 入口抵抗係数が非常に大きい場合 (PSD が無い場合に相当) $\zeta_{PSD} = 1.8 \times 10^{13}$

次に  $\zeta_{PSD}$  が極端に大きな場合を考え、 $\zeta_{PSD} = 1.8 \times 10^{13}$  の場合の解析結果を図 7(c) に示す。 $\zeta_{PSD} = 1.8 \times 10^{13}$  では、タンクとターボポンプ間の音響固有振動数 ( $\omega_R / \omega_f = 0.5, 1.0, 1.5$ ) の共鳴 CS が生じ、キャ

ビテーション数が小さくなるに従って、周波数が次々に低いモードの周波数にジャンプする現象が現れる<sup>[7]</sup>. また、圧力変動のモード図から PSD の位置とモードの節の位置が一致していないことが分かる. これは PSD 入口抵抗が大きいいため、PSD 部への流体の出入りが抑制され、PSD 内の気相部のコンプライアンス  $K_{PSD}$  の影響が小さくなることにより、PSD 部で変動圧力のモードが節となる制約を受けなくなり、タンク部とターボポンプ部の境界条件(タンク部での圧力振幅は零、ターボポンプ部は  $K$  の影響により自由端と固定端の中間の状態)のみでタンクとターボポンプ間の振動モードが決定されるためである.

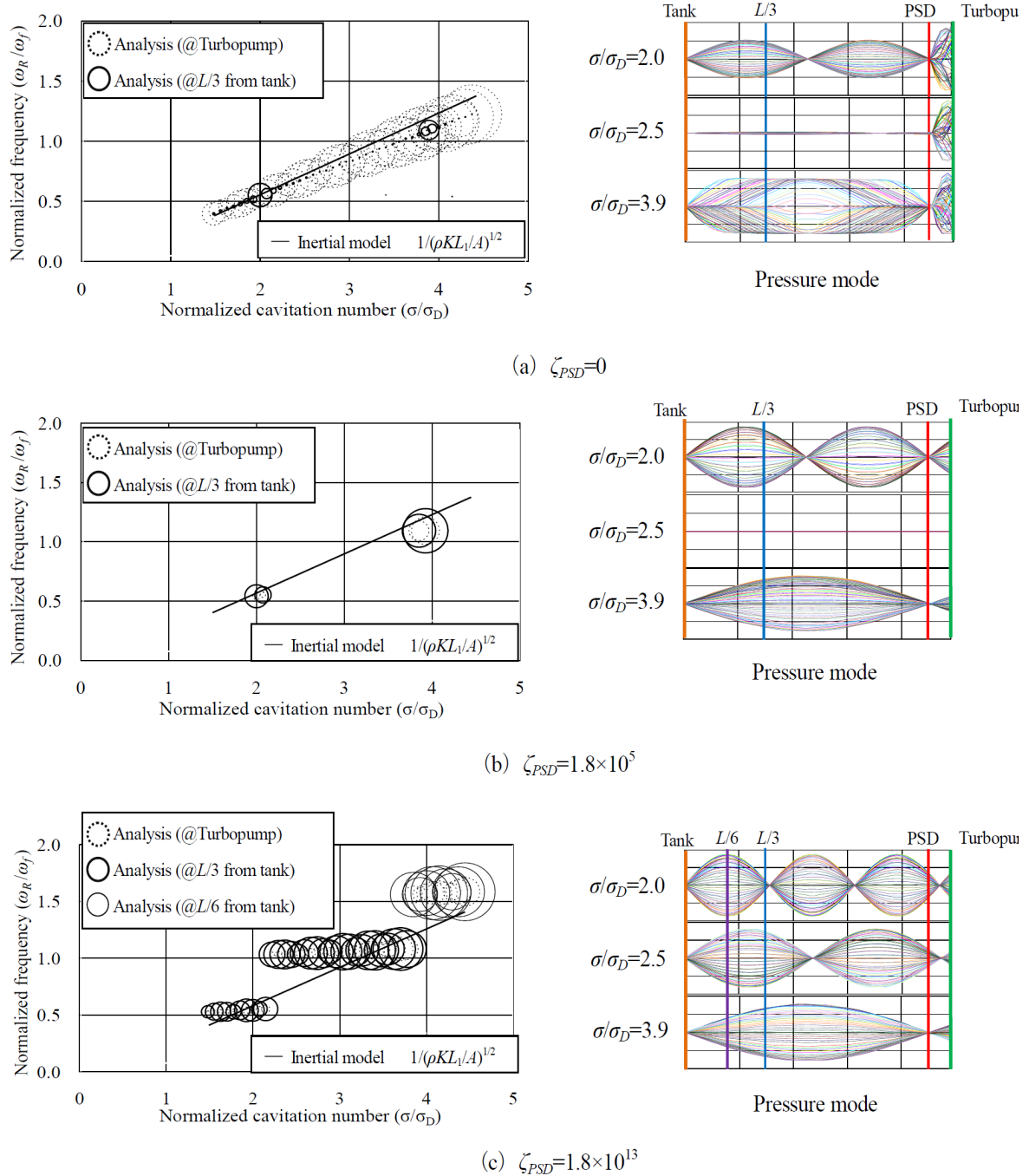


Fig. 7 Analytical results with PSD using by nonlinear analytical model



#### 4. 結論

PSD をモデル化し、特性曲線法により一次元非線形解析を行った結果、 $\zeta_{PSD}$  の値により共鳴 CS の振動モードが図 8 に示すように 3 つに大別できることが分かった。

- (1)  $\zeta_{PSD} = 0$  の場合は、PSD とターボポンプ間には慣性 CS、タンク-PSD 間には共鳴 CS が生じ、これらの異なる 2 種類の CS の周波数が一致すると連成する。
- (2)  $\zeta_{PSD}$  が中位の場合は、PSD とターボポンプ間の慣性 CS は PSD 入口抵抗により減衰するが、完全に変動圧力がゼロになるわけではなく、微小な振幅を有する状態となる。その慣性 CS の周波数が PSD 部をモードの節とするタンクとターボポンプ間の音響固有振動数と一致した場合にのみタンクとターボポンプ間に共鳴 CS が生じ、配管内の圧力振幅が大きくなる。
- (3)  $\zeta_{PSD}$  が極端に大きい場合は、PSD 入口抵抗が大きいことにより PSD 部への流体の流入出が抑制され、PSD 内の気相部のコンプライアンス  $K_{PSD}$  の影響が小さくなることにより、タンクとターボポンプ間にハーモニックな共鳴 CS が生じ、キャビテーション数の低下とともに周波数がより低次のモードへ変化する。

以上より、PSD の入口抵抗を適切な値にすることにより、キャビテーション数に対する共鳴 CS 及び PSD とターボポンプ間の慣性 CS の発生範囲を狭くすることができることが分かった。

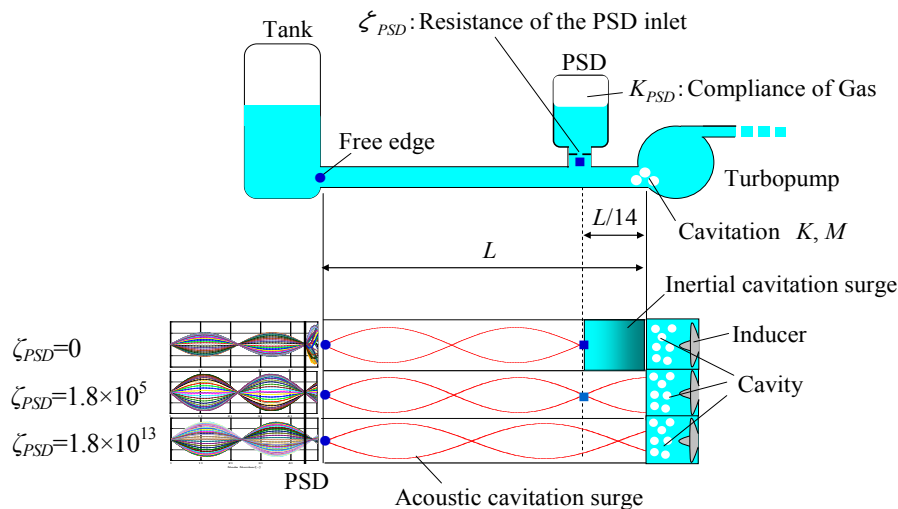


Fig. 8 Three patterns of acoustic cavitation surge with PSD

- (4) 動的な現象を考える場合に圧縮性を考慮に入れる必要がある範囲

既に大橋が過去に指摘している<sup>[11]</sup>ように、「ポンプ系の動的な計算を行う場合に、流体の圧縮性や管路の弾性を考慮すべきか否かが問題となる。いま、管路の液体中を圧力波が伝播する速度（音速）を  $c$  とするとき、周波数  $f$  の変動の波長  $\lambda$  は  $\lambda = c/f$  となる。管路の全長  $L$  が波長の  $1/8$  以下のときは、管路内における波動的状態変化は無視できるほど小さく、圧縮性を考慮に入れる必要はない。従って問題になっている非定常現象の周波数が  $f$  の場合、管路の全長  $L$  が  $L < c/8f$  のときには、管路を非圧縮と見なして良い。」このクライテリアに今回のキャビテーションサージ現象を当てはめて考えると、ターボポンプは回転数が高く（サージ周波数は高くなる）、また推進剤の極低温流体は水に比べて音速が遅い（圧縮性が水より大きい）ため、このキャビテーションサージ周波数は、実液の試験システムの管長では  $L > c/8f$  となることが多く、“動



的な現象を考える場合に圧縮性を考慮に入れる必要がある範囲”となる(図9<sup>[12]</sup>参照)。この点産業用ポンプの回転数や大学での実験室レベルでの配管長では、水での従来のキャビテーションサージ問題の取り扱い方(入口管路の流体を非圧縮と見なして良い、つまり慣性 CS として取り扱ってきた)とは異なることに今後留意しておく必要がある。

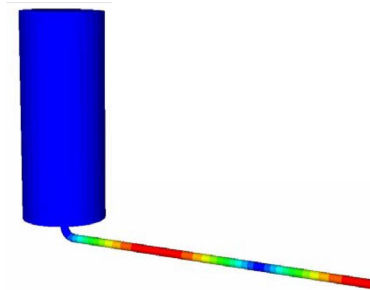


Fig. 9 Acoustic resonance in tank-pipe system <sup>[12]</sup>

### 参考文献

- [1] Greizer, E. M., “The Stability of Pumping Systems — The 1980 Freeman Scholar Lecture”, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 103, No. 2, pp. 193–242, (1981).
- [2] Tsujimoto, Y., Kamijo, K., Brennen, C. E., “Unified Treatment of Flow Instabilities of Turbomachines”, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 17, No. 3, pp. 636–643, (2001).
- [3] Sack, L. E., Nottage, H. B., “Longitudinal Instability of Liquid Rockets Due to Propulsion Feedback (POGO)”, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 3, No. 8, pp. 1188–1195, (1966).
- [4] 山本和義, “遠心ポンプのキャビテーションに伴う脈動現象 (第 1 報, 現象の分類と振動特性)”, 日本機械学会論文集, B 編, Vol. 56, No. 523, pp. 636–643, (1990).
- [5] 南里秀明, 谷 直樹, 河南広紀, 吉田義樹, “ロケットエンジン用ターボポンプの入口配管の音響効果を考慮したキャビテーションサージの一次元解析 (第 1 報: 変動周波数と不連続特性)”, 日本機械学会論文集, B 編, Vol. 76, No. 768, pp. 1121–1128, (2010).
- [6] 南里秀明, 谷 直樹, 河南広紀, 吉田義樹, “ロケットエンジン用ターボポンプの入口配管の音響効果を考慮したキャビテーションサージの一次元解析 (第 2 報: キャビテーション非定常特性の位相遅れ/進み及び PSD の影響)”, 日本機械学会論文集, B 編, Vol. 76, No. 771, pp. 1703–1711, (2010).
- [7] 南里秀明, 藤原徹也, 河南広紀, 吉田義樹, “ロケットエンジン用ターボポンプの入口配管の音響効果を考慮したキャビテーションサージの一次元解析 (第 3 報: 非線形要素による周波数の不連続性)”, 日本機械学会論文集, B 編, Vol. 77, No. 780, pp. 1630–1640, (2011).
- [8] 南里秀明, “ロケットエンジン用液体ターボポンプの共鳴キャビテーションサージに関する研究“, 東北大学博士論文, (2011).
- [9] 藤原徹也, “ターボポンプ上流配管の音響特性が共鳴キャビテーションサージに与える影響“, 東北大学修士論文, (2012).
- [10] 谷直樹, 山西伸宏, “定常 CFD を用いたキャビテーションサージ予測”, 第 13 回キャビテーションに関するシンポジウム, Paper No. 17, (2006).
- [11] 大橋秀雄, “ポンプとそれを含む流体系の非定常問題,” 機械の研究, Vol. 22, No. 7, pp.981–998, (1970).
- [12] 機構内資料 PEB-07033, (2007).

## Appendix A PSD がある場合の線形安定解析結果<sup>[8]</sup>

(注: PSD がある場合の線形安定解析手法の詳細については、文献[6]を参照のこと。)

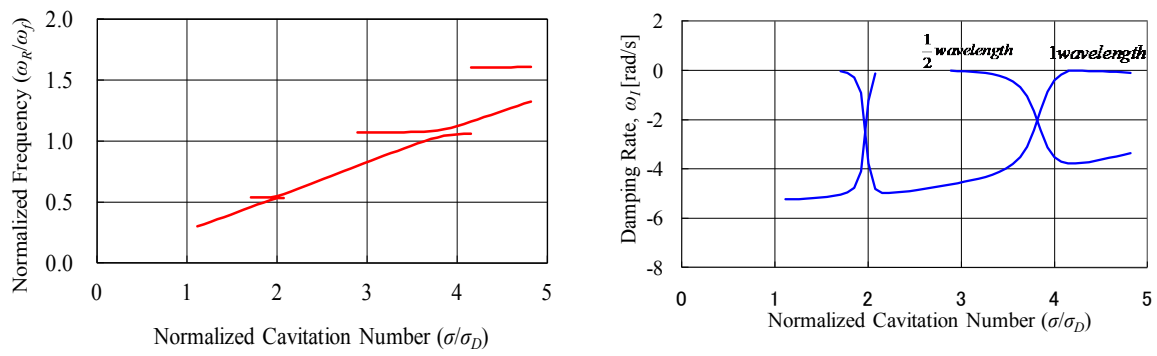
図 A-1 に、本文図4に示したキャビテーション特性( $K$ と $M$ )を用いて、PSD がある場合の線形安定解析を行った結果を示す。解析モデルは本文の非線形解析と同様タンクとPSD 間については圧縮性を考慮して支配方程式として“波動方程式”(共鳴CS)を適用し、PSD とターボポンプ間は波長に比べて距離が十分小さいことから“運動方程式”(慣性CS)を適用した。図 A-1 のパラメータは  $K_{drag\_PSD}$  であるが、 $K_{drag\_PSD}$  は PSD 接続配管の抵抗係数(物理的には本文の  $\zeta_{PSD}$  と同等の意味を持ち、その換算は  $K_{drag\_PSD} = 0.05 \times \zeta_{PSD}$  である)であり  $K_{drag\_PSD}=1.0$  は Appendix B に示す試験条件から推定した値である。線形安定解析では、タンクとPSD 間の“波動方程式”と PSD とターボポンプ間の“運動方程式”を連立させた特性方程式の根(複素角周波数( $\omega = \omega_R + j\omega_I$ ):  $\omega_R$  周波数,  $\omega_I$  減衰率)を数値解析で解いた<sup>[6]</sup>。

図 A-1(a) に示す  $K_{drag\_PSD}=1.0$  の場合は、CSの周波数( $\omega_R$ )は、キャビテーション数 $\sigma$ が小さくなるにつれて、ターボポンプとPSD 間のヘルムホルツ周波数( $=1/[\rho KL_I/A]^{1/2}$ )に沿って小さくなる解が不安定解( $\omega_I$  減衰率が負で大きい)であり、ランタンクとPSD 間の1波長成分の周波数と1/2波長成分の周波数に近付いた時に、周波数がほぼ一定となって停滞する不安定解が現れている。この結果から、PSD が上流配管に設置された場合は、CSはターボポンプとPSD 間の慣性運動の周波数(ヘルムホルツ周波数)が支配的となり、その周波数が PSD とタンク間の音響固有周波数に近付く時に共振現象が生じて配管内も不安定となることが分かる。これは本文図 7(a)に示した状態に相当するものである。

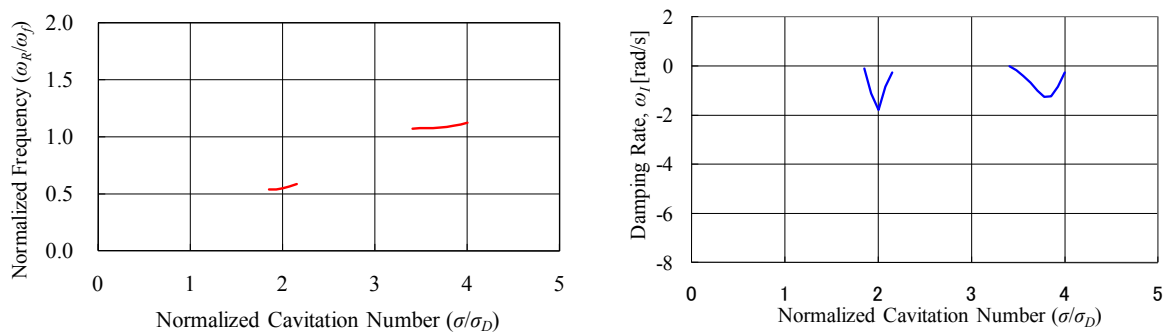
また、PSD 接続配管の抵抗係数  $K_{drag\_PSD}$  を大きくした時の解析結果を図 A-1(b)~(d)に示す。図 A-1(b)と(c)では PSD 接続配管の抵抗係数を大きくするに従って、ターボポンプとPSD 間のヘルムホルツ周波数に相当する解は安定側へ推移し、ランタンクとPSD 間の1波長成分の周波数と1/2波長成分の周波数が、限定されたキャビテーション数でのみ不安定解( $\omega_I$  減衰率が負であるが小さい)になっている。この結果から、PSD 接続配管の抵抗係数が適度の場合は PSD とターボポンプ間の慣性CSは抑制され、慣性CSの周波数が PSD とタンク間の音響固有周波数に近付く時のみ共振現象が生じて不安定となることが分かる。これは本文図 7(b)に示した状態に相当するものである。

次に、図 A-1(d)に示す PSD 接続配管の抵抗係数  $K_{drag\_PSD}$  が非常に大きい場合は、PSD が無い場合<sup>[5]</sup>の状態に近付いて行く。タンクとターボポンプ間の 3/2, 1/1, 1/2 波長成分全ての周波数が計算したキャビテーション数全域で不安定解( $\omega_I$  減衰率が負であるが小さい)となっている。これは本文図 7(c)に示した状態に相当する。但し、本文の非線形解析(図 7(c))ではキャビテーション数の低下に対して振動モードが順次ジャンプしながら下位に低下する現象が非線形効果として現れており、これは次の Appendix Bに示す試験結果とも一致している。なお、図 A-1(d)の最下位の1/4波長に相当する周波数は、圧縮性が無いとしてタンクとターボポンプ間で慣性CSとして考えた  $1/(\rho KL/A)^{1/2}$  の周波数とほぼ一致する。つまり、この程度に低い周波数であれば、このモデルの配管長さでは圧縮性を考慮しなくても良い範囲に近づくことが分かる。

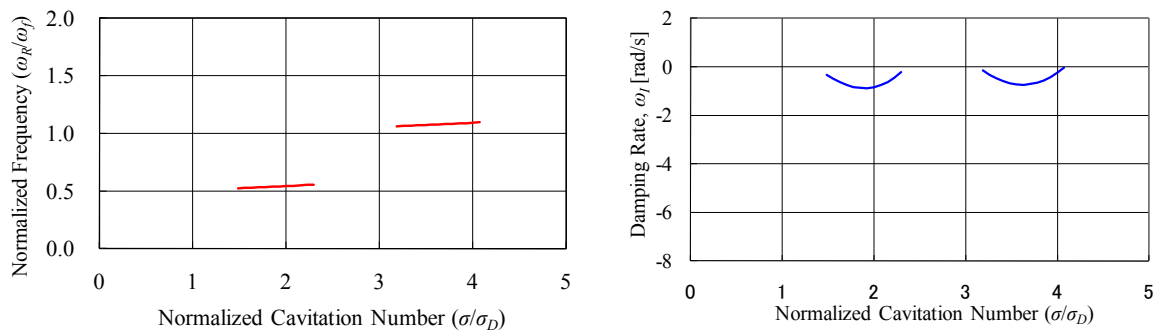
以上の線形安定解析結果から見ても、PSD 接続配管の抵抗係数を適切に設定すれば、共鳴CSが発生するキャビテーション数の範囲を狭くできることが分り、これは本文で述べた線形解析結果の結論と一致する。



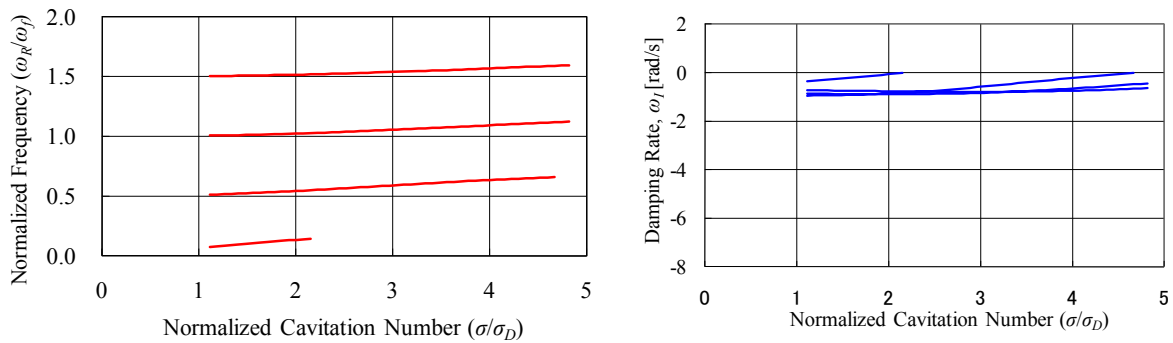
(a) Analytical results of frequency and damping rate applying PSD,  $K_{drag\_PSD} \times 1$ .



(b) Analytical results of frequency and damping rate applying PSD,  $K_{drag\_PSD} \times 10$ .



(c) Analytical results of frequency and damping rate applying PSD,  $K_{drag\_PSD} \times 10^3$ .



(d) Analytical results of frequency and damping rate applying PSD,  $K_{drag\_PSD} \times 10^5$ .

**Fig. A-1 Linear analytical results, showing trend analyses on  $K_{drag\_PSD}$  from [8]**

## Appendix B PSD が無い場合とある場合の線形安定解析結果と試験結果の比較

### (1) PSD がある場合の線形安定解析結果と試験結果との比較

図 A-1(a)と試験結果の比較<sup>[6]</sup>を図 B-1 に示す. CSの周波数の解析結果は, キャビテーション数が小さくなるにつれて, ターボポンプとPSD 間のヘルムホルツ周波数に沿って小さくなり, PSD とタンク間の1波長成分の周波数と1/2 波長成分の周波数に近付いたときに, ほぼ一定の周波数となる. この結果は, キャビテーション数に対してズレがあるものの周波数に関しては試験結果と定性的に一致している. つまり, PSD が入口配管に設置されることによって, CSはターボポンプとPSD 間の慣性運動の周波数が支配的となり, その周波数が PSD とタンク間の音響固有値に近付く時に共振現象が生じていることが分かる.

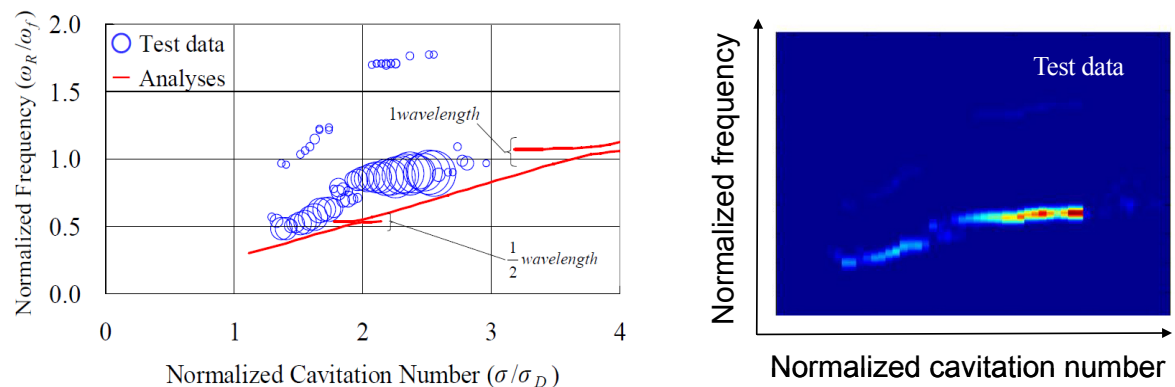


Fig. B-1 Comparison of frequency between experimental results with PSD and analytical results from [6]

### (2) PSD がない場合の試験結果と線形安定解析結果との比較

図 A-1(d)と試験結果の比較<sup>[5]</sup>を図 B-1(b)に示す. 音響共鳴周波数の整数倍の固有値が出現しており, 試験データと同様に周波数が“不連続”になることが表現できている. なお, 1/4 波長の場合は圧縮性が無いとした  $1/(\rho KL/A)^{1/2}$  の周波数とほぼ一致する. また, 解析結果及び試験結果ともに, キャビテーション数が低くなるに従って周波数が漸減しているが, これは本文図4に示したように, キャビテーション数が低くなるに従ってインデューサに発生するキャビテーションのコンプライアンス  $K$  が大きくなるため, ターボポンプ側の特性(境界条件)が音響的な固定端から自由端へと徐々に変化して行き, CS 周波数成分が, 入口配管の音響上の  $(2n+1)/4$  波長から  $n/2$  波長へ僅かに低くなっていくためである<sup>[5]</sup>.

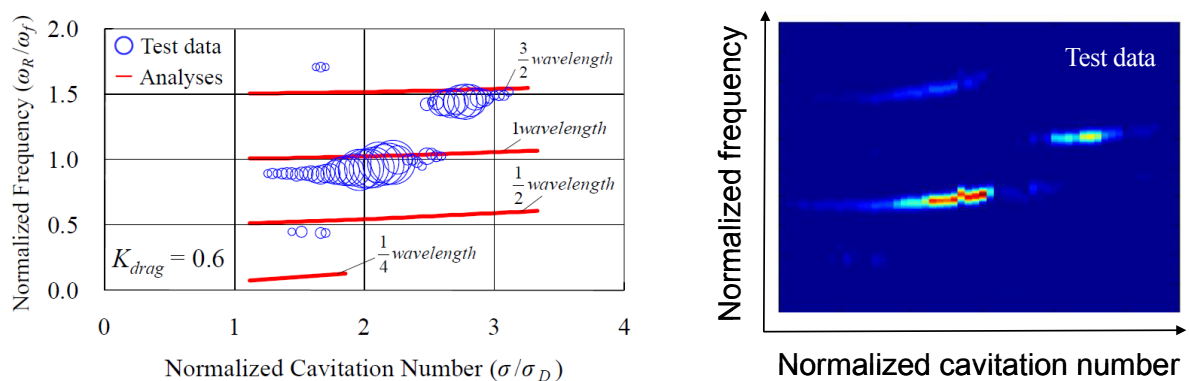


Fig. B-2 Comparison of frequency between test data without PSD and analytical results ( $\omega_R$ ) from [5]

