



ISSN 1349-1121
JAXA-RM-11-019

宇宙航空研究開発機構研究開発資料

JAXA Research and Development Memorandum

プラズマセイル評価用ハイブリッド粒子シミュレーションスキームの開発

松本 正晴, 梶村 好宏, 船木 一幸, 篠原 育

2012年3月

宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency

プラズマセイル評価用ハイブリッド粒子シミュレーションスキームの開発

松本正晴^{1,2}, 梶村好宏^{1,3}, 船木一幸¹, 篠原育¹

Development of Hybrid Particle-In-Cell Simulation Code for Research of Magneto Plasma Sail

Masaharu Matsumoto^{1,2}, Yoshihiro Kajimura^{1,3}, Ikkoh Funaki¹ and Iku Shinohara¹

Abstract : Recently, a new propulsion system called Magneto Plasma Sail (MPS) attracts the attention, and it is expected to have high thrust power ratio and specific impulse. The MPS produces the propulsive force by interaction between the solar wind and the artificial magnetic field inflated by the plasma injection. This research and development memorandum shows a detail description of the Hybrid (ion particles, electron Fluid) code for the research and development of the MPS. A discretization procedure for a total variation diminishing (TVD) scheme is introduced to the Hybrid code in order to improve the numerical stability and resolution when calculating the plasma flow field in which magnetic field discontinuities (for example, Rankine-Hugoniot jump conditions for shock waves) are generated. The TVD scheme significantly prevents non-physical, numerical oscillations, which would ordinarily be produced in the solution when the convection term of the magnetic induction equation in the Hybrid code is discretized by central difference schemes at magnetic field discontinuities. Also, the typical simulation results using 2D or 3D Hybrid code developed for the present research are reviewed.

Key words : Magneto Plasma Sail, Numerical Simulation , Hybrid PIC code

概要

新しい推進システムとして注目を集めている磁気プラズマセイルは、高い推力電力比と比推力が見積もられており、外惑星探査におけるコスト削減、飛行時間の大幅短縮が期待されている。この推進システムの原理は、初期磁場をコイルによって生成し、その磁場をプラズマ噴射によって展開する。さらに、展開後の広大な磁気的な帆によって太陽風の力を受け、推力を得るものである。本報告では、この磁気プラズマセイルの研究開発向けに開発した、イオンを粒子、電子を流体として取り扱うハイブリッド粒子プラズマ解析コードについて、その詳細を記述した。本ハイブリッドコードでは、衝撃波などの不連続面が発生するプラズマ流れの計算において、計算の安定性と解像度を向上させるため、磁場の誘導方程式の対流項の離散化に **Total variation diminishing (TVD)**法を導入した。これによって、従来の方法である中心差分で離散化した際に

1: Institute of Space and Astronautical Science (ISAS), Japan Aerospace Exploration Agency(JAXA)

2: (Currently) Department of Computational Science, Graduate School of System Informatics, Kobe University

3: (Currently) Department of Electrical and Computer Engineering, Akashi National College of Technology

磁場の不連続面で現れる非物理的な数値振動を低減させることができた。そして本研究で開発した2次元および3次元ハイブリッドコードを用いたシミュレーション結果についてまとめた。

記号表

A : 運動方程式の計算に現れる 3×3 成分の行列	P : 圧力, Pa
B : 磁場 ($= \mathbf{B}_d + \mathbf{B}_p$), T	q : 電荷, C
B_d : 外部磁場, T	Q : 保存量ベクトル
B_{filtered} : Digital filter を施した磁場強度	r_{Li} : イオン Larmor 半径, m
B_{MP} : 磁気圏境界の磁場強度 $= (\mu_0 m_e N_{SW} V_{SW}^2)^{1/2}$, T	S : 形状関数 : 磁気圏有効断面積
B_p : 誘導磁場, T	T : 温度, K
B_{projected} : Projection スキームを適用した磁場	t : 時間, s
c : 光速, あるいは特性速度, m/s,	u : 流速, m/s
C : 運動方程式の計算に現れる 3 成分の行列	V, v : 速度, m/s
C_D : 推力(抗力)係数	v_T : 粒子の熱速度 (二乗平均速度)
C_L : 揚力係数	V : イオン超粒子の速度, m/s
d : 分布関数(密度分布関数)	X, x : x 座標, m
D : 分布関数 d の累積分布関数	X : イオン超粒子の位置, m
e : 電荷素量 $= 1.6 \times 10^{-19}$ C	Y, y : y 座標, m
E : 電場, V/m	Z, z : z 座標, m
f : Maxwell の速度分布関数	: 価数
F : 推力, N : 速度分布関数 f の累積分布関数	Δt : 時間ステップ
F : 流束ベクトル	Δx : 格子幅
g : 超粒子の重み : 流束制限関数	dx, dy, dz : 格子幅
h : サブサイクルの時間刻み, s	α : SOR 法に用いる加速係数
j : 電流密度, A/m ²	γ : 電子流体の比熱比 $= 5/3$: 特性速度の修正項
K_i : Runge-Kutta 法の i 段目の勾配	ϵ_0 : 真空中の誘電率 $= 1/\mu_0 c^2$ F/m
Kn : Knudsen 数	μ_0 : 真空中の透磁率 $= 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
L : 磁気圏代表長, m	ρ : 電荷密度, C/m ³
m : 粒子の質量, kg	σ : 流束制限関数にかかるとる係数 : 散乱断面積, m ²
M : 磁気モーメント, Tm ³	ϕ : 流束修正項 : ポテンシャル
n : 時間ステップのインデックス	Ψ : エントロピー補正量
N : 数密度, 1/m ³ : 超粒子数	θ : attack angle, degree
	ω : 角周波数, rad/s

添え字

c : 代表値	n : 時間ステップ
e : 電子	s : s 種のイオン
i : イオン : x 方向の格子のインデックス	SW : 太陽風
ion : 全種のイオン	x : x 成分
j : y 方向の格子のインデックス	y : y 成分
k : z 方向の格子のインデックス	z : z 成分
	* : 時間積分後の値

～: 無次元化された値

～: 数値流束を示す記号

1 はじめに

太陽から噴出する高速(300~1000 [km/s])の無衝突プラズマ流である太陽風を人工的な磁気圏を展開することによって受け止め、宇宙機の推進力を得る先進的宇宙推進システムが近年提案され研究が進められている。宇宙機に搭載した超伝導コイルのみでダイポール磁気圏を展開するシステムを磁気セイルと呼び[1], 宇宙機内部から人工的に生成したプラズマを噴射し磁場の凍結現象を利用することによって磁気圏を拡大させる(磁気インフレーション)システムを Mini-Magnetosphere Plasma Propulsion (M2P2)[2], または、磁気プラズマセイルと呼ぶ[3] (図 1 参照)。いずれも太陽風と磁気圏の相互作用の結果として推力を発生させる。太陽風エネルギーを推進力に利用するこれらの推進機は従来提案の電気推進機に比べ、外惑星探査におけるコスト削減、飛行時間の大幅短縮が期待されている。[3][4]

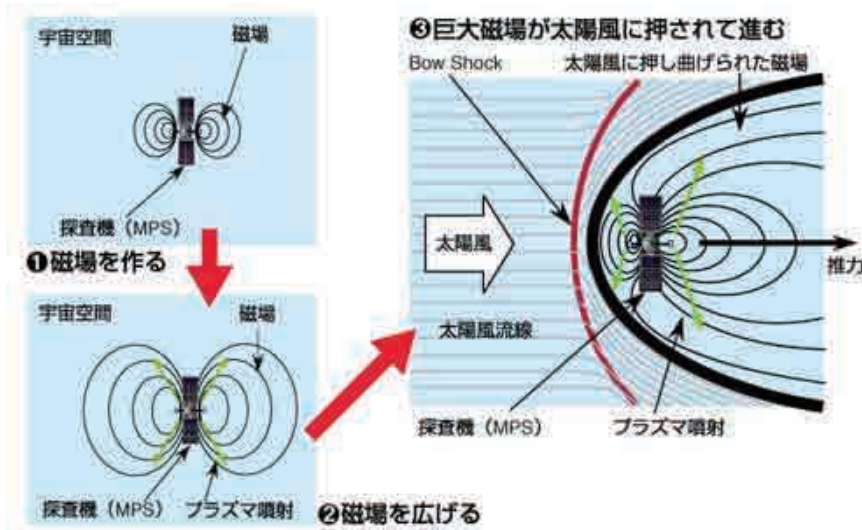


図 1 磁気プラズマセイルの動作原理

1.1 磁気セイルの推力特性

磁気セイルの推力 F は、磁気圏境界における太陽風のイオン Larmor 半径 $r_L (= m_i V_{SW} / e B_{MP})$ と磁気圏代表長 L の比 r_L/L , ならびに推力 (抗力) 係数 C_D によって特徴付けられることが Fujita の研究[5]により明らかになっている。ここで推力係数は推力を太陽風の慣性力で無次元化した値で定義され、推力係数を用いて推力は以下のように表される。

$$F = C_D \frac{1}{2} m_i N_i u_i^2 S \quad (1)$$

ここで S は太陽から見た磁気圏の断面積を示している。図 2 に r_L/L の違いによるイオン粒子と磁気圏の相互作用の様子を表わした模式図を、図 3 に推力係数の r_L/L 依存性をそれぞれ示す。図 3 より推力係数は r_L/L の増加に対して低下する傾向にあることがわかる。これは図 2 に示すように $r_L/L \gg 1$ の場合、磁気圏境界におけるイオン Larmor 半径が磁気圏代表長に比べ長くなり、磁気圏が太陽風を十分に受け止められないことによる。本研究では推力係数に対してイオンの運動論的効果が無視できなくなる系をイオン慣性スケール (Ion inertial scale) と呼び、磁気圏代表長に対してイオン Larmor 半径が無視できる系を MHD スケール (Magnetohydrodynamic scale) と呼ぶ。従来の電気推進機と同程度、またはそれ以上の推力(数~数百 mN 程度)を得るには、太陽風パラメータにも依る

が、 $r_L/L=1\sim 10$ 程度の磁気圏が必要となる。このような小規模な磁気圏を持つ磁気セルの推力を定量的に計算するにはイオンの運動効果、すなわちイオンの有限 Larmor 半径効果を考慮に入れた物理モデルを用いて磁気セル周りの太陽風の流れ場、つまり太陽風と磁気圏の相互作用の様子を解析する必要がある。

このような計算を行う際、最も多く用いられるプラズマの計算手法の一つに電磁流体(MHD)計算[6]がある。これは対象とする系のプラズマに流体近似を適用し、Navier-Stokes 方程式系を解く手法である。MHD 計算は比較的計算負荷が小さいという利点がある一方、流体近似を適用するための条件($r_L/L \ll 1$, および Knudsen 数 $\ll 1$)を満たす必要がある。さらに有限 Larmor 半径効果などの運動論効果を考慮するためにはそのためのモデルを取り入れる必要がある。一方、粒子の運動効果を考慮した計算手法として、イオンと電子両方を粒子として取り扱う Full-PIC 法[7]がある。この計算では電子の運動の時間・空間スケールまでを厳密に計算することができるが、計算負荷が高いという問題点がある。つまり、プラズマシミュレーションでは注目する系のスケールによって対象に適した計算モデルを選択する必要がある。物理現象が主にイオン運動の時間・空間スケールで起きている、あるいはそのようなスケールの物理現象に注目する場合、イオンを粒子として解く(イオン運動の効果を考慮する)一方で、電子は流体として解くことによっても物理現象を理解することができる。このような計算モデルを Hybrid Particle-In-Cell (PIC) モデル[8][9]という。Hybrid-PIC モデルによる磁気セルの計算がいくつか行われており、イオン慣性スケールでの磁気セルの推力特性[10]や、磁気プラズマセルの磁気インフレーションの基礎的な物理過程などが明らかとなっている[11]。

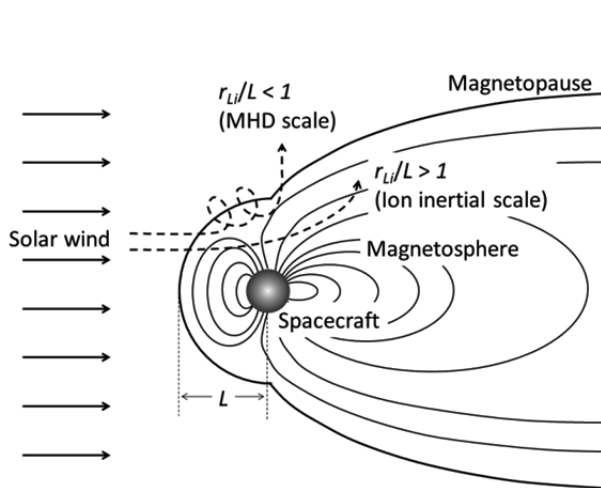


図 2 r_L/L の違いによる太陽風イオン粒子の運動の違い

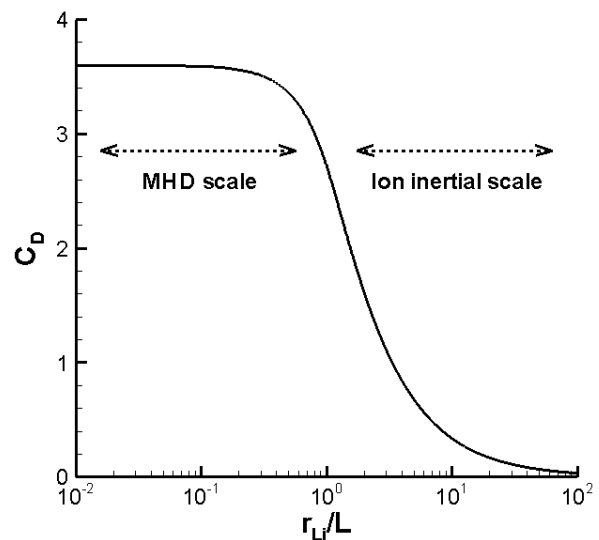


図 3 推力 (抗力) 係数 C_D の r_L/L 依存性[5]

2 ハイブリッド粒子コード

宇宙空間に存在するプラズマは、流体力学的時間・空間スケールの巨視的な現象から、電子の運動、すなわちプラズマ周波数、Debye 長などの時間・空間スケールの微視的な現象に至るまで、さまざまな物理現象を引き起こす。本研究で注目する Hybrid-PIC モデルでは、上記の周波数領域の中間、つまり、対象とする系の特性周波数がイオンサイクロトロン周波数程度であり、イオンの運動効果が現れる現象を扱うため、イオンを粒子、電子を流体として扱う。Hybrid-PIC シミュレーションは主に 1980 年代に無衝突衝撃波の計算において注目されて以降、プラズマ理工学の分野において数多くの計算[9]が行われている。粒子、電磁場の物理量をどの時間ステップで取り扱うか（例えば粒子の位置座標と電磁場を半整数時間ステップ、速度を整数ステップに置くなど）、また、磁場の時間発展スキームの違いなどによって、これまで数多くの Hybrid-PIC コードが提案されている[12][13][14][15][16][17]。近年では大規模並列計算に適した Hybrid-PIC コード[18]や、適合格子細分化法を利用した Hybrid-PIC コード[19]などの開発も行われている。

本報告では磁気プラズマセイル評価に向けた Hybrid-PIC コードの計算手法の詳細について述べるとともに、磁気プラズマセイルの Hybrid-PIC シミュレーションで得られた結果について考察を行った。

2.1 支配方程式と定式化

本計算で用いる Hybrid-PIC モデルでは主に宇宙プラズマを対象とする。したがって、対象とするプラズマは粒子間衝突無し（平均自由行程が無限大）、完全電離であるとして話を進める。プラズマ中のイオンは粒子として、電子は流体としてそれぞれ取り扱うことを考えると、支配方程式は以下のように表わされる。ここで、電子を流体として取り扱うため、系の代表長さ（本計算では磁気圏代表長さ L ）に対して電子の Larmor 半径が十分に小さいことが仮定されている。

- s 種イオン粒子の運動方程式

$$\frac{\partial \mathbf{X}_s}{\partial t} = \mathbf{V}_s \quad (2)$$

$$m_s \frac{\partial \mathbf{V}_s}{\partial t} = q_s (\mathbf{E} + \mathbf{V}_s \times \mathbf{B}) \quad (3)$$

- 電子流体の運動方程式

$$m_e N_e \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_e \cdot \nabla \right) \mathbf{u}_e = -e N_e (\mathbf{E} + \mathbf{u}_e \times \mathbf{B}) - \nabla P_e \quad (4)$$

- 電子流体の内部エネルギー方程式

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_e \cdot \nabla \right) P_e &= -\gamma P_e \nabla \cdot \mathbf{u}_e \\ \Rightarrow P_e N_e^{-\gamma} &= const \end{aligned} \quad (5)$$

- Maxwell 方程式

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}_p}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B}_p = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\sum_s q_s N_s - e N_e}{\epsilon_0} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

ここで、電子に関する輸送現象（粘性、熱伝導、電気抵抗等）については各現象に対応するモデルを取り入れることにより考慮することが可能であるが、ここでは簡単のため考慮しない。そのため電子流体に関しては等エントロピー流れが仮定され、第(5)式は断熱変化の関係式が適用できる。さらに磁場 \mathbf{B} はプラズマの誘導磁場 \mathbf{B}_p と外部磁場 \mathbf{B}_d （本研究では双極子磁場）とのベクトル和 ($\mathbf{B} = \mathbf{B}_p + \mathbf{B}_d$) であるとする。

2.2 支配方程式の無次元化とハイブリッド粒子コードの適用条件

支配方程式中の各変数を代表値で無次元化することによってHybrid-PICコードの適用条件を明確にすることが可能となる。すなわち、数密度、磁場強度、粒子質量は代表的な値 N_e, B_c, m_e 、速度は Alfvén 速度 $V_c = B_c / (\mu_0 m_e N_e)^{1/2}$ 、電場は $B_c V_c$ 、圧力は磁気圧 $B_c^2 / 2\mu_0$ 、時間はイオンサイクロトロン周波数 $\omega_c = eB_c / m_e$ 、空間はイオン慣性長 $L_c = V_c / \omega_c$ でそれぞれ無次元化すると支配方程式は以下のように表わされる。

- ・無次元化された s 種イオン粒子の運動方程式

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{X}}_s}{\partial \tilde{t}} = \tilde{\mathbf{V}}_s \quad (7)$$

$$\tilde{m}_s \frac{\partial \tilde{\mathbf{V}}_s}{\partial \tilde{t}} = \tilde{q}_s (\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{V}}_s \times \tilde{\mathbf{B}}) \quad (8)$$

- ・無次元化された電子流体の運動方程式（一般化された Ohm の法則）

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} + \tilde{\mathbf{u}}_e \cdot \tilde{\nabla} \right) \tilde{\mathbf{u}}_e = \left(\frac{m_e}{m_e} \right) \left\{ -(\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{u}}_e \times \tilde{\mathbf{B}}) - \frac{\tilde{\nabla} \tilde{P}_e}{2\tilde{N}_e} \right\} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{u}}_e \times \tilde{\mathbf{B}} + \frac{\tilde{\nabla} \tilde{P}_e}{2\tilde{N}_e} = 0$$

- ・無次元化された電子流体のエネルギー方程式（断熱変化を仮定）

$$\tilde{P}_e \tilde{N}_e^{-\gamma} = \text{const} \quad (10)$$

- ・無次元化された Maxwell 方程式

$$\begin{cases} \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}_p}{\partial \tilde{t}} \\ \left(\frac{c}{V_c} \right)^2 (\tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}}_p - \tilde{\mathbf{j}}) = \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial \tilde{t}} \Rightarrow \tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}}_p = \tilde{\mathbf{j}} \\ \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{E}} = \left(\frac{c}{V_c} \right)^2 \left(\sum_s \tilde{q}_s \tilde{N}_s - \tilde{N}_e \right) \Rightarrow \tilde{N}_e = \sum_s \tilde{q}_s \tilde{N}_s \\ \tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{B}} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

ただし各変数の頭につくチルダは無次元化された変数であることを示している。ここで第(9)式に現れる m_e/m_e と第(11)式の Ampère の法則と Gauss の法則に現れる $(c/V_c)^2$ をそれぞれ無限大と仮定、つまり電子質量 m_e をゼロ、光速 c を無限大と仮定している。これらの仮定は第(9)式の電子流体の運動方程式を一般化された Ohm の法則で定式化し、第(11)式の Ampère の法則と Gauss の法則に Darwin 近似と荷電準中性条件をそれぞれ適用して定式化することに対応している。ここで Darwin 近似とは、Ampère の法則における変位電流の項を無視する近似である。さらに第(9)式は電流密度の定義 $\tilde{\mathbf{j}} = \sum_s \tilde{q}_s \tilde{N}_s \tilde{\mathbf{u}}_s - \tilde{N}_e \tilde{\mathbf{u}}_e$ を用いて電子流速を消去することによって以下のように表わされる。

$$\tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{u}}_{ion} \times \tilde{\mathbf{B}} - \frac{\tilde{\mathbf{j}} \times \tilde{\mathbf{B}}}{\tilde{N}_e} + \frac{\tilde{\nabla} \tilde{P}_e}{2\tilde{N}_e} = 0 \quad (12)$$

ただし,

$$\tilde{\mathbf{u}}_{ion} = \frac{\sum_s \tilde{q}_s \tilde{N}_s \tilde{\mathbf{u}}_s}{\tilde{N}_e}, \quad \tilde{N}_e = \sum_s \tilde{q}_s \tilde{N}_s \quad (13)$$

ここから第(11)式中の Faraday の法則に第(12)式と第(11)式中の Ampere の法則を代入し、電場と電流密度を消去することにより以下に示される磁場の誘導方程式が導かれる。

・磁場の誘導方程式

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{B}}_p}{\partial t} = \tilde{\nabla} \times \left\{ \tilde{\mathbf{u}}_{ion} \times \tilde{\mathbf{B}} - \frac{(\tilde{\nabla} \times \tilde{\mathbf{B}}_p) \times \tilde{\mathbf{B}}}{\tilde{N}_e} + \frac{\tilde{\nabla} \tilde{P}_e}{2\tilde{N}_e} \right\} \quad (14)$$

以上をまとめると、本研究で用いた Hybrid-PIC モデルでは主に第(7), (8)式のイオン粒子の運動方程式と第(14)式の磁場の誘導方程式を連立させて解くこととなる。この Hybrid-PIC モデルの特徴は 1) 電子を慣性がない流体（電子質量がゼロ）と仮定し 2) 系の代表的な Alfvén 速度が光速に対して十分低い（光速が無量大）と仮定することによって電子運動（プラズマ振動、電子サイクロトロン運動）の時間・空間スケールで起きる物理現象の影響を無視し、対象とする系のスケールをイオンの運動に合わせる点にある。つまり、電子の運動論効果が無視できない、もしくは代表的な Alfvén 速度が光速に対して無視できない系においては Hybrid-PIC モデルが成立しないことに注意が必要である。以上が一般的に用いられる Hybrid-PIC モデルの定式化であるが、計算対象とする系に合わせて、粒子間衝突や異常抵抗モデル、有限な電子質量の流体を扱う手法なども提案されている [9]。

2.3 計算手法[8][9]

Hybrid-PIC モデルなどのプラズマ粒子シミュレーションでは、計算される粒子は、実際の粒子の電荷質量比を一定に保ったまま多数の粒子の電荷と質量を 1 つにまとめた超粒子(super particle)として計算される。ここでは Terasawa らによって提案された計算手法[13]を元に修正を加えた手法について示す。第 4 図に本計算で用いた Hybrid-PIC モデルの大きな計算手順を示す。この手順に沿って以下に順番に説明する。これ以降、無次元化された値であることを示す各変数の頭に付くチルダは省略する。

Step 0: 外部磁場 \mathbf{B}_d とプラズマの誘導磁場 \mathbf{B}_p 、およびイオン粒子の位置 \mathbf{X}_s と速度 \mathbf{V}_s に関する初期条件を設定する。 \mathbf{X}_s と \mathbf{V}_s に関しては Leap-Frog 法によって時間積分するため、半時間ステップだけずらして定義する (\mathbf{X}_s^n と $\mathbf{V}_s^{n+1/2}$)。ここで添え字 n は時間のインデックスを示す。

Step 1: 第(7)式より \mathbf{X}_s^n と $\mathbf{V}_s^{n+1/2}$ を用いて新しいイオン粒子の位置 $\mathbf{X}_s^{n+1/2}$ 、 \mathbf{X}_s^{n+1} を 1 次精度オイラー陽解法で計算する。

Step 2: $\mathbf{X}_s^{n+1/2}$ 、 \mathbf{X}_s^{n+1} と $\mathbf{V}_s^{n+1/2}$ を用いて計算格子点上のイオン数密度 $N_s^{n+1/2}$ 、 N_s^{n+1} とイオン流速 $\mathbf{u}_s^{n+1/2}$ を Particle in Cell (PIC)法で計算する。PIC 法については後述する。これはイオン粒子の分布関数から 0 次と 1 次のモーメントを取ることに対応している。その後、 $N_s^{n+1/2}$ 、 N_s^{n+1} と第(13)式より電子数密度 $N_e^{n+1/2}$ 、 N_e^{n+1} 、ならびに第(10)式より電子圧力 $P_e^{n+1/2}$ 、 P_e^{n+1} を計算し、 $\mathbf{u}_s^{n+1/2}$ と第(13)式より $\mathbf{u}_{ion}^{n+1/2}$ を計算する。

Step 3: 第(14)式より \mathbf{B}_p^n 、 $N_e^{n+1/2}$ 、 $\mathbf{u}_{ion}^{n+1/2}$ 、 $P_e^{n+1/2}$ を用いて新しい誘導磁場 \mathbf{B}_p^{n+1} を計算する。その際、第(14)式右辺

の3つの項(対流項, Hall項, 電子圧力勾配項)はそれぞれ分割して時間積分する. 対流項については2次精度風上TVD法による空間離散化と1次精度Euler陽解法による時間積分, Hall項と電子圧力勾配項については2次精度中心差分による空間離散化と4次精度Runge-Kutta法による時間積分を施し, さらにHall項と電子圧力勾配項についてはsubcycleタイムステップを導入する. その後, 第(12)式より \mathbf{B}_p^{n+1} , N_e^{n+1} , \mathbf{u}_{ion}^{n+1} , P_e^{n+1} を用いて新しい電場 \mathbf{E}^{n+1} を計算する. 電場 \mathbf{E}^{n+1} を計算する際, \mathbf{u}_{ion}^{n+1} の値はここまで計算されていないため, Adams-Bashforth法により過去の流速の値 $\mathbf{u}_{ion}^{n+1/2}$, $\mathbf{u}_{ion}^{n-1/2}$, $\mathbf{u}_{ion}^{n-3/2}$, $\mathbf{u}_{ion}^{n-5/2}$ から外挿する.

Step 4: 第(8)式より \mathbf{E}^{n+1} と \mathbf{B}^{n+1} を用いて新しいイオン粒子の速度 $\mathbf{V}_s^{n+3/2}$ をCrank-Nicolsonタイプのimplicit法で計算する. この時, 粒子位置における \mathbf{E}^{n+1} と \mathbf{B}^{n+1} の値は計算格子上的値からPIC法により内挿する.

以降, Step 1~Step 4の繰り返しによって時間発展を行う.

ここから各ステップにおける詳細な計算方法について述べる.

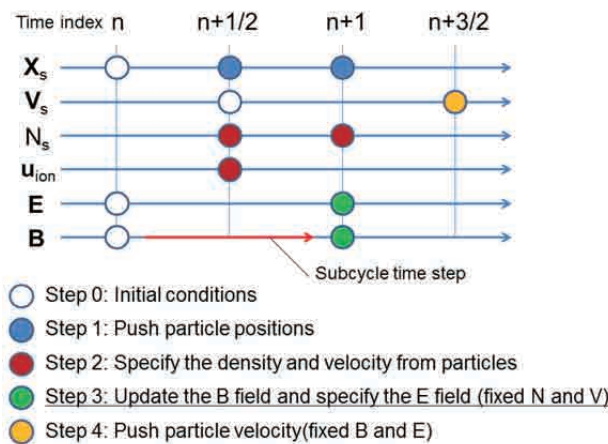


図 4 本計算で用いたHybrid-PICコードの計算手順

2.3.1 初期条件の設定(Step 0)

計算格子数, 計算格子幅 Δx , 外部磁場 \mathbf{B}_d と初期誘導磁場 \mathbf{B}_p , および, プラズマ中のイオン粒子の位置 \mathbf{X}_s と速度 \mathbf{V}_s に関する初期条件を設定する.

実用上, 各イオン粒子の位置 \mathbf{X}_s の初期条件は, ある分布関数(または密度関数) $d(x)$ ($a \leq x \leq b$)に従い配置することが多い. このような場合は以下に示すように分布関数 $d(x)$ から累積分布関数 $D(x)$ を求め, その逆関数を求めることによって, 乱数で与えた D の値より x の値を求めることができる.

$$D(x) = \frac{\int_a^x d(x') dx'}{\int_a^b d(x') dx'} \quad (15)$$

分布関数 $d(x)$ が簡単な関数であれば解析的に解くこともできるが, 複雑な関数の場合は数値的に解く必要がある. 一方, 各イオン粒子の速度 \mathbf{V}_s の初期条件は実用上Maxwell分布に従うように設定することが多い. 初期に設定したイオン温度 T_i から各粒子の熱運動の速度 \mathbf{v} を求めるには式(15)と同様に速度分布関数 $f(\mathbf{v})$ の累積分布関数 F を求め, その逆関数を求めて, f の値を乱数で与えればよい.

$$F(\mathbf{v}) = \frac{\int_0^{\mathbf{v}} f(\mathbf{v}') d\mathbf{v}'}{\int_0^{\infty} f(\mathbf{v}') d\mathbf{v}'} \quad (16)$$

ここで簡単のために x 方向1次元の熱的分布について考える. するとMaxwellの速度分布関数は以下のように表

される。

$$f(v_x) = \frac{1}{v_T} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left(-\frac{v_x^2}{2v_T^2}\right) \quad (17)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(v_x) dv_x = 1 \quad (18)$$

この時 v_T は熱速度、つまり、二乗平均速度を示しており、以下のように表される。

$$v_T = \sqrt{\frac{kT_i}{m_i}} \quad (19)$$

式(17)を式(16)に代入すると、以下のような式になる。

$$F(v_x) = \frac{\int_0^{v_x} \exp\left(-\frac{v_x'^2}{2v_T^2}\right) dv_x'}{\int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{v_x'^2}{2v_T^2}\right) dv_x'} \quad (20)$$

しかしここで、上式の積分は解析的に解くことができず、数値的に求めなければならないため、これはあまり実用的とは言えない。実は2次元の分布を考えた場合はこの積分を解析的に求めることができる。つまり、式(16)を xy の2次元空間で考えると、累積分布関数は以下のように表される。

$$\begin{aligned} F(v_x, v_y) &= \frac{\int_{-v_y}^{v_y} \int_{-v_x}^{v_x} f(v_x') f(v_y') dv_x' dv_y'}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(v_x') f(v_y') dv_x' dv_y'} \\ &= \frac{\int_{-v_y}^{v_y} \int_{-v_x}^{v_x} \left\{ \frac{1}{v_T} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left(-\frac{v_x'^2}{2v_T^2}\right) \right\} \left\{ \frac{1}{v_T} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left(-\frac{v_y'^2}{2v_T^2}\right) \right\} dv_x' dv_y'}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{v_T} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left(-\frac{v_x'^2}{2v_T^2}\right) \right\} \left\{ \frac{1}{v_T} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left(-\frac{v_y'^2}{2v_T^2}\right) \right\} dv_x' dv_y'} \\ &= \frac{1}{2\pi v_T^2} \int_{-v_y}^{v_y} \int_{-v_x}^{v_x} \exp\left(-\frac{v_x'^2 + v_y'^2}{2v_T^2}\right) dv_x' dv_y' \end{aligned} \quad (21)$$

ここで、変数 v_x, v_y に関して、

$$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2}, \quad \theta' = \tan^{-1}\left(\frac{v_y'}{v_x'}\right) \quad (22)$$

として変数変換を行うと、

$$\begin{aligned}
F &= \frac{1}{v_T^2} \int_0^v v' \exp\left(-\frac{v'^2}{2v_T^2}\right) dv' \\
&= 1 - \exp\left(-\frac{v^2}{2v_T^2}\right)
\end{aligned} \tag{23}$$

となる。累積分布関数 F は 0 から 1 の間にしか値を持たないので、速度に関して逆関数を求めることにより、乱数を用いて速度を決定することができる。つまり、

$$v = v_T \sqrt{-2 \log(1 - F)} \tag{24}$$

ここで v は 2 次元の速度空間の大きさであることに注意すると、以下に示すように別の乱数 F を使って、 v_x , v_y を求めることができる。

$$v_x = v \cos(2\pi F), \quad v_y = v \sin(2\pi F) \tag{25}$$

Maxwell の速度分布関数は x, y, z 方向についてそれぞれ独立に取り扱えることから、式(25)は必ずしも 2 次元速度空間だけではなく、 v_x , v_y どちらか一方のみを使って 1 次元、あるいは 3 次元速度空間の 1 成分として利用できる。プラズマがバルクの速度を持つ場合はバルク速度に式(25)で求めた熱速度を足せばよい。

初期条件で与える各イオン粒子の位置 \mathbf{X}_s と速度 \mathbf{V}_s に関しては Leap-Frog 法によって時間積分するため、お互いに半時間ステップだけずらして定義する (\mathbf{X}_s^n と $\mathbf{V}_s^{n+1/2}$)。

2.3.2 超粒子の位置の更新(Step 1)

ここからメインループに入る。まず、第(7)式より \mathbf{X}_s^n と $\mathbf{V}_s^{n+1/2}$ を用いて新しいイオン粒子の位置 $\mathbf{X}_s^{n+1/2}$, \mathbf{X}_s^{n+1} を 1 次精度オイラー陽解法で計算する。

$$\begin{cases}
\mathbf{X}_s^{n+1/2} = \mathbf{X}_s^n + \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{V}_s^{n+1/2} \\
\mathbf{X}_s^{n+1} = \mathbf{X}_s^{n+1/2} + \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{V}_s^{n+1/2}
\end{cases} \tag{26}$$

2.3.3 粒子から場の情報への変換(Step 2)

$\mathbf{X}_s^{n+1/2}$, \mathbf{X}_s^{n+1} と $\mathbf{V}_s^{n+1/2}$ を用いて計算格子点上の s 種のイオン数密度 $N_s^{n+1/2}$, N_s^{n+1} とイオン流速 $\mathbf{u}_s^{n+1/2}$ を Particle-In-Cell 法で計算する。Particle-In-Cell 法という名称について、広義には粒子計算一般について示す場合があるが (例えば Hybrid-PIC, Full-PIC など)、ここでは粒子の情報を格子点の情報へ、また、格子点の情報を粒子に反映させるという狭義の意味で利用している。 s 種のイオン電荷密度 ρ_s (もしくは質量密度) は以下に一般的に示されるように各イオン粒子の位置から形状関数 S を用いることにより求められる。

$$\rho_s(x) = \sum_n^{all} q_s g_s S(x - x_n) \tag{27}$$

ここで、 q はイオン粒子の電荷 (質量密度を求める場合は質量)、 g は超粒子の重み (超粒子 1 個当たりの実際のイオン粒子の数)、添え字 n は各超粒子のインデックス、添え字 s はイオン種を示している。プラズマの粒子シミュレーションでは、この PIC 法によって粒子の情報を格子点の情報へ変換する際に非物理的なノイズが発生する。特に超粒子の数が少ないと系の物理的性質の統計性が悪くなり数値的なノイズが増加するなどの悪影響が現れ、計算結果が実際の現象と大きく異なってしまう可能性がある。一般には計算格子に囲まれた 1 セル当たりに 100 個程度以上の超粒子があれば十分とされているが、超粒子の数は多ければ多いほど望ましいのは言うまでもない。

また、このような非物理的なノイズは形状関数 S の精度にも強く依存するため、一般的に形状関数 S は高次のものが望まれる。超粒子の数や形状関数の精度は計算に必要な精度と計算時間の兼ね合いを見た上で状況に応じて設定する必要がある。上記の議論を踏まえ、本研究では2次の形状関数を利用している。図5に2次元PIC法における粒子の位置と格子の関係を示す。ここで各格子点上における2次の形状関数は以下のように表される。

$$\begin{cases} S_{i-1} = \frac{1}{2} \left\{ d_i (d_i - 1) + \frac{1}{4} \right\} \\ S_i = -d_i^2 + \frac{3}{4} \\ S_{i+1} = \frac{1}{2} \left\{ d_i (d_i + 1) + \frac{1}{4} \right\} \end{cases} \quad (28)$$

ここで d_i は、ある1つの超粒子に注目した際のその超粒子に一番近い格子点 i との間の距離を示している。以下に2次元計算を例に説明する。すなわち1つの超粒子の電荷（あるいは質量） q はそのまわりの9つの格子点上に電荷（質量）密度 ρ として以下のように反映される。

$$\begin{aligned} \rho_{s_{i-1,j-1}} &= q_s g_s \frac{S_{i-1} S_{j-1}}{dxdy} \\ &\vdots \\ \rho_{s_{i,j}} &= q_s g_s \frac{S_i S_j}{dxdy} \\ &\vdots \\ \rho_{s_{i+1,j+1}} &= q_s g_s \frac{S_{i+1} S_{j+1}}{dxdy} \end{aligned} \quad (29)$$

イオン電流 \mathbf{j}_s についても以下に示すように電荷密度と同様に求めることができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{s_{i-1,j-1}} &= q_s g_s \mathbf{V}_s \frac{S_{i-1} S_{j-1}}{dxdy} \\ &\vdots \\ \mathbf{j}_{s_{i,j}} &= q_s g_s \mathbf{V}_s \frac{S_i S_j}{dxdy} \\ &\vdots \\ \mathbf{j}_{s_{i+1,j+1}} &= q_s g_s \mathbf{V}_s \frac{S_{i+1} S_{j+1}}{dxdy} \end{aligned} \quad (30)$$

上記の計算は粒子の持つ物理量と速度分布関数からそれぞれ0次、1次のモーメントを取ることによってイオン流体としての密度と流速を求めることに対応している。上記で求めたイオン密度とイオン電流から、 $N_s^{n+1/2}$, N_s^{n+1} , $\mathbf{u}_s^{n+1/2}$ を求め、さらに $N_s^{n+1/2}$, N_s^{n+1} と第(13)式より電子数密度 $N_e^{n+1/2}$, N_e^{n+1} , ならびに第(10)式より電子圧力 $P_e^{n+1/2}$, P_e^{n+1} を計算し、 $\mathbf{u}_s^{n+1/2}$ と第(13)式より $\mathbf{u}_{ion}^{n+1/2}$ を計算する。

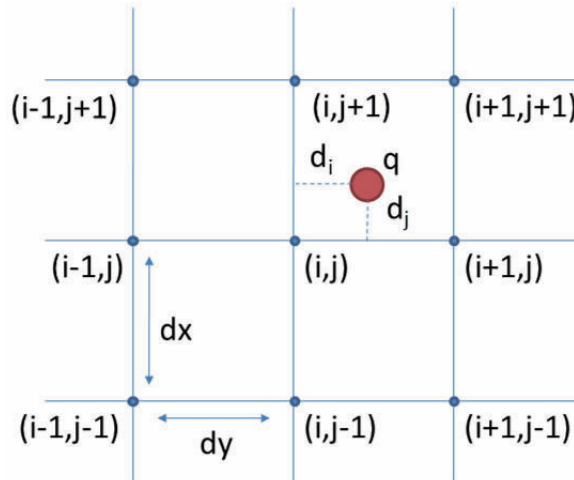


図 5 Particle-In-Cell 法における粒子と格子の関係 (2次元計算の場合)

2.3.4 電磁場の更新(Step 3)

従来の Hybrid-PIC モデルの計算方法では磁場の誘導方程式の空間微分(第(14)式の右辺)は 2 次精度, または 4 次精度の中心差分で評価されるのが一般的である. ここで, 第(14)式の左辺の時間微分項と右辺第 1 項の対流項に注目し抜き出すと, 以下に示すような双曲型微分方程式の形になっていることがわかる.

$$\frac{\partial b}{\partial t} + \frac{\partial f(b)}{\partial x} = 0 \quad (31)$$

ここで b と f は任意の関数であり, 簡単のため 1 次元で表記している. 磁気セイルや地球磁気圏の計算等, 高速のプラズマ流と磁気圏の相互作用が問題となる計算では, 計算領域内に衝撃波による密度や磁場の不連続面が出現するが, そのような場合は, いわゆる単調性を維持するスキームを用いなければ計算が発散してしまうことがよく知られている(Godunov の定理). そこで本研究では, 式(14)の磁場の誘導方程式の計算方法に関して, 右辺第 1 項の対流項に Total variation diminishing (TVD)法[20]を適用し空間離散化を行うことで磁場の不連続面に現れる数値振動を抑え, 計算のロバスト性を向上させている. その有効性については後程説明する.

第(14)式より \mathbf{B}_p^n , $N_e^{n+1/2}$ ($= \sum_s q_s N_s$), $\mathbf{u}_{ion}^{n+1/2}$ ($= \sum_s q_s N_s \mathbf{u}_s / N_e$), $P_e^{n+1/2}$ を用いて新しい誘導磁場 \mathbf{B}_p^{n+1} を計算する. この時, 磁場以外の変数は時間に対して固定して計算を行う. 第(14)式の磁場の誘導方程式の右辺は, 第 1 項が対流項, 第 2 項が Hall 項, 第 3 項が電子圧力勾配項を示しているが, 本計算では, 磁場の誘導方程式の解く際に 3 つの各項をそれぞれ分割して時間積分する方法, すなわち fractional step 法 (もしくは time splitting 法) を採用する. さらに, $\text{div} \mathbf{B}$ エラーを低減するため Projection スキーム[21]を適用した. 以下に各項の取り扱いについて述べる.

1. 対流項の離散化

磁場の誘導方程式の対流項のみを残した式は以下のように表される.

$$\frac{\partial \mathbf{B}_p}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}_{ion} \times \mathbf{B}) \quad (32)$$

上式については時間 1 次精度 Euler 陽解法による時間積分と空間 2 次精度 Harten-Yee 風上 TVD 法[20]により離散化を行う. ここでは簡単のために空間 1 次元による計算手法について述べる. 1 次元の磁場の誘導方程式は以下のように表すことができる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} &= 0 \\ \mathbf{Q} &= \begin{pmatrix} B_y \\ B_z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} u_x B_y - u_y B_x \\ u_x B_z - u_z B_x \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (33)$$

上のシステム方程式は以下のように離散化される.

$$Q_i^* = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\tilde{F}_{i+1/2}^n - \tilde{F}_{i-1/2}^n) \quad (34)$$

ここで, Δx と Δt は格子間隔と時間刻み, Q_i^n は $x = i\Delta x$, $t = n\Delta t$ における B_y と B_z を示しており, Q_i^* は時間積分後の B_y と B_z , \tilde{F} は以下に示す数値流束を示している.

$$\tilde{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2} (F_{i+1} + F_i + \phi_{i+1/2}) \quad (35)$$

$$\phi_{i+1/2} = \sigma(c_{i+1/2}) (g_i + g_{i+1}) - \psi(c_{i+1/2} + \gamma_{i+1/2}) \Delta_{i+1/2} \quad (36)$$

$$g_i = \text{minmod}(\Delta_{i+1/2}, \Delta_{i-1/2}) \quad (37)$$

$$\text{minmod}(x, y) = \text{sgn}(x) \cdot \max\{0, \min[|x|, y \text{sgn}(x)]\} \quad (38)$$

$$\gamma_{i+1/2} = \sigma(c_{i+1/2}) \begin{cases} \frac{g_{i+1} - g_i}{\Delta_{i+1/2}} & \Delta_{i+1/2} \neq 0 \\ 0 & \Delta_{i+1/2} = 0 \end{cases} \quad (39)$$

$$\sigma(z) = \frac{1}{2} \left(\psi(z) - \frac{\Delta t}{\Delta x} z^2 \right) \quad (40)$$

$$\psi(z) = \begin{cases} |z| & |z| \geq \delta \\ (z^2 + \delta^2)/2\delta & |z| < \delta \end{cases} \quad (41)$$

ここで $c_{j+1/2}$ は各要素の特性速度を示しており, 本来であれば第(32)式のようなシステム方程式を解く際には方程式の各要素について特性速度を計算し, 異なる特性速度の下で式を連立させて解く必要があるが, 幸いにも本研究において第(32)式の特性速度を調べると $u_{x, i+1/2}$ の重解となっているため, 第(32)式は2つの独立な方程式と見なすことができ, システム方程式としてではなく, それぞれをスカラー方程式として計算することが可能となる. これは電磁場の計算中は磁場以外の変数を固定して計算することによる. 本研究では流束制限関数として **minmod limiter** を採用している. さらに $\Delta_{i+1/2} = Q_{i+1} - Q_i$, δ は小さな正の値 (本研究では $\delta = 0.01$ に設定) を示している. これらの値については参考文献[20]を参照のこと.

本研究では上記に示すように **Harten-Yee** によって提案された2次精度風上 TVD 法を使って対流項を評価しているが, TVD 法と呼ばれる計算手法は他にも数多く存在する. 本研究で TVD 法を導入する狙いは, 第(30)式のような非線形双曲型偏微分方程式の数値解において不連続面での数値発散を防ぐことにある. したがって本計算で用いた方法以外にも, 主に数値流体の分野で使われている **Essentially non-oscillatory (ENO)**法, **Weighted essentially non-oscillatory (WENO)**法, **Constrained interpolation profile (CIP)**法, **Interpolated differential operator (IDO)**法, コンパクト差分法など, 双曲型方程式の対流項の評価で使われる方法について同様に用いることが可能であると考えられる. これらの手法の導入については今後の検討とする. また, y 方向, z 方向についての数値流束を上記と同様の手法で求め, 時間積分することによって多次元化への拡張ができる.

2. Hall 項, ならびに電子圧力勾配項の離散化

Hall 項, ならびに電子圧力勾配項のみを残した磁場の誘導方程式は以下のように表される.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}_p}{\partial t} &= -\nabla \times \left\{ \frac{(\nabla \times \mathbf{B}_p) \times \mathbf{B}}{N_e} - \frac{\nabla P_e}{2N_e} \right\} \\ \rightarrow \frac{\partial \mathbf{B}_p}{\partial t} &= -\nabla \times f(\mathbf{B}_p) \end{aligned} \quad (42)$$

$$f(\mathbf{B}_p) = \frac{(\nabla \times \mathbf{B}_p) \times \mathbf{B}}{N_e^{n+1/2}} - \frac{\nabla P_e^{n+1/2}}{2N_e^{n+1/2}} \quad (43)$$

上式については時間 4 次精度 Runge-Kutta 法により時間積分を行い, 空間 2 次精度中心差分により離散化を行う. すなわち,

$$\mathbf{B}_p^{n+1} = \mathbf{B}_p^* + \frac{\Delta t'}{6} (\mathbf{K}_1 + 2\mathbf{K}_2 + 2\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4) \quad (44)$$

$$\begin{cases} \mathbf{K}_1 = -\nabla \times f(\mathbf{B}_p^*) \\ \mathbf{K}_2 = -\nabla \times f(\mathbf{B}_p^* + \frac{\Delta t'}{2} \mathbf{K}_1) \\ \mathbf{K}_3 = -\nabla \times f(\mathbf{B}_p^* + \frac{\Delta t'}{2} \mathbf{K}_2) \\ \mathbf{K}_4 = -\nabla \times f(\mathbf{B}_p^* + \Delta t' \mathbf{K}_3) \end{cases} \quad (45)$$

ここで, \mathbf{B}_p^* は第(34)式の対流項の評価の際に求められた誘導磁場を表している. さらに $\Delta t'$ は subcycle 時間ステップで用いられる時間刻みを表している. Hybrid-PIC シミュレーションでは, Whistler 波の伝播速度 $V_W (= 2\pi V_A^2 / \Delta x \omega_{ci} > V_A)$ が磁場の特性速度となるため, ここから求められる時間ステップ $\Delta t' (< \Delta x / V_W)$ を用いて Hall 項の評価をしなければならない. しかしながらこの時間ステップは一般的に Alfvén 速度などによって求められるグローバルな時間ステップに比べて短いため, 上記の計算を行う際は, $\Delta t / \Delta t'$ 回だけ上記の計算を繰り返す subcycle 時間ステップ [13] を採用している.

3. divB エラーを抑制するための Projection スキームの適用

磁気セイルの数値計算では, 磁場の変化が激しい非定常流れを解く必要があるため, 計算の経過とともに数値的な影響により $\text{div} \mathbf{B} = 0$ が満たされなくなり, この値が時間と共に増加してしまうことが予想される. そのため, 本研究では Projection スキーム[21]を適用することによりこの $\text{div} \mathbf{B}$ エラーを抑制している. Projection スキームでは, 次に示す Poisson 方程式をタイムステップ毎に数値的に解く.

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot \mathbf{B}_p \quad (46)$$

ここで上式右辺は前述の時間発展スキームに基づいて得られた, $\text{div} \mathbf{B}$ の誤差を含む誘導磁場である. 上式の Poisson 方程式の解は, 逐次緩和(SOR)法や共役勾配法などを用いて求める. その際, ポテンシャル ϕ の初期条件および境界条件が必要となる. ϕ の初期条件については, ステップ毎に全計算領域を $\phi = 0$ として与えた. また境界条件については値を 0 に固定して与えた. 最終的に, 誘導磁場は次の関係式を用いて $\text{div} \mathbf{B} = 0$ を満たす磁場 $\mathbf{B}_{\text{projected}}$ に修正される.

$$\mathbf{B}_{\text{projected}} = \mathbf{B}_p - \nabla \phi \quad (47)$$

Projection スキームは、 $\text{div}\mathbf{B}=0$ そのものを数値的に解く手法であるため、 $\text{div}\mathbf{B}$ の数値誤差は非常に小さく保つことができるが、 $\text{div}\mathbf{B}=0$ を解く過程で繰り返し計算が必要のため計算コストが大きくなってしまいうという欠点もあることに注意されたい。

4. 電場の時間発展

これまでの計算より、 \mathbf{B}_p^{n+1} , N_e^{n+1} , P_e^{n+1} の値が既知であることから、以下のように新しい電場 \mathbf{E}^{n+1} を計算する。

$$\mathbf{E}^{n+1} = -\mathbf{u}_{ion}^{n+1} \times \mathbf{B}^{n+1} + \frac{1}{N_e^{n+1}} (\nabla \times \mathbf{B}_p^{n+1}) \times \mathbf{B}^{n+1} - \frac{\nabla P_e^{n+1}}{2N_e^{n+1}} \quad (48)$$

この時 \mathbf{u}_{ion}^{n+1} の値のみ計算されていないため、これは Adams-Bashforth 法で過去の流速の値 $\mathbf{u}_{ion}^{n+1/2}$, $\mathbf{u}_{ion}^{n-1/2}$, $\mathbf{u}_{ion}^{n-3/2}$, $\mathbf{u}_{ion}^{n-5/2}$ より以下のように外挿する[9]。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{ion}^{n+1} &= a_0 \mathbf{u}_{ion}^{n+1/2} + a_1 \mathbf{u}_{ion}^{n-1/2} + a_2 \mathbf{u}_{ion}^{n-3/2} + a_3 \mathbf{u}_{ion}^{n-5/2} \\ a_0 &= \frac{35}{16}, a_1 = -\frac{35}{16}, a_2 = \frac{21}{16}, a_3 = -\frac{5}{16} \end{aligned} \quad (49)$$

2.3.5 超粒子の速度の更新(Step 4)

\mathbf{E}^{n+1} と \mathbf{B}_p^{n+1} を用いて新しいイオン粒子の速度 $\mathbf{V}_s^{n+3/2}$ を Crank-Nicolson タイプの implicit 法で計算する[9]。この時、粒子位置における \mathbf{E}^{n+1} と \mathbf{B}^{n+1} の値は計算格子上の値から PIC 法により内挿する。

$$\begin{aligned} m_s \frac{\partial \mathbf{V}_s}{\partial t} &= q_s (\mathbf{E} + \mathbf{V}_s \times \mathbf{B}) \\ \rightarrow \frac{\mathbf{V}_s^{n+3/2} - \mathbf{V}_s^{n+1/2}}{\Delta t} &= \frac{q_s}{m_s} \left\{ \mathbf{E}^{n+1} + \frac{1}{2} \left(\mathbf{V}_s^{n+3/2} + \mathbf{V}_s^{n+1/2} \right) \times \mathbf{B}^{n+1} \right\} \\ \rightarrow \mathbf{A} \mathbf{V}_s^{n+3/2} &= \mathbf{C} \\ \rightarrow \mathbf{V}_s^{n+3/2} &= \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C} \end{aligned} \quad (50)$$

ここで行列 \mathbf{A}^{-1} と行列 \mathbf{C} は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{-1} &= \frac{1}{\delta} \begin{pmatrix} 4 + \alpha^2 & \alpha\beta + 2\gamma & \alpha\gamma - 2\beta \\ \alpha\beta - 2\gamma & 4 + \beta^2 & \beta\gamma + 2\alpha \\ \alpha\gamma + 2\beta & \beta\gamma - 2\alpha & 4 + \gamma^2 \end{pmatrix} \\ \alpha &= \frac{q_s \Delta t}{m_s} B_x^{n+1}, \beta = \frac{q_s \Delta t}{m_s} B_y^{n+1}, \gamma = \frac{q_s \Delta t}{m_s} B_z^{n+1}, \delta = 4 + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \\ \mathbf{C} &= \begin{pmatrix} V_{sx}^{n+1/2} + \left\{ E_x^{n+1} + \frac{1}{2} \left(V_{sy}^{n+1/2} B_z^{n+1} - V_{sz}^{n+1/2} B_y^{n+1} \right) \right\} \frac{q_s \Delta t}{m_s} \\ V_{sy}^{n+1/2} + \left\{ E_y^{n+1} + \frac{1}{2} \left(V_{sz}^{n+1/2} B_x^{n+1} - V_{sx}^{n+1/2} B_z^{n+1} \right) \right\} \frac{q_s \Delta t}{m_s} \\ V_{sz}^{n+1/2} + \left\{ E_z^{n+1} + \frac{1}{2} \left(V_{sx}^{n+1/2} B_y^{n+1} - V_{sy}^{n+1/2} B_x^{n+1} \right) \right\} \frac{q_s \Delta t}{m_s} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (51)$$

2.4 低密度領域における取り扱い

太陽風のような低密度プラズマの計算を Hybrid-PIC モデルで行う際、電場は第(48)式のように Ohm の法則から

導かれるが、Hall 項ならびに電子圧力勾配項では電子数密度が分母に存在するため、低密度領域において電場の計算が不安定となり発散する。このような数値的不安定性を取り除くためには低密度領域で特別な処理を行う必要がある。過去に行われた研究ではいくつかの方法が提案されており、背景に非圧縮性の冷たいイオン流体を配置し、粒子計算と同時に流体計算を行う方法[9]や、密度にある閾値を設け、密度が閾値以下になったらその低密度領域では Ohm の法則の代わりに $\nabla^2 \mathbf{E} = \mathbf{0}$ を解くことで電場を計算する方法[12]などである (4.2.4 章参照)。これらの方法により低密度領域における計算で数値的不安定性を抑制することができる。しかし、いずれの方法も低密度領域を計算するために非圧縮性流体方程式や、Laplace 方程式を解くための特別な計算を行う必要があり、計算アルゴリズムが煩雑になってしまうなどの点があげられる。

本論文では背景に非圧縮性の冷たいイオン流体を配置する新しい計算手法を提案する。この手法では背景イオン流体の流体要素を代表する粒子を計算格子上に配置し、その粒子に対して運動方程式を解き、背景流速を求めた後、再び計算格子上に再配置するというものである。以下にその具体的な計算手法について述べる。

まず、超粒子として計算される本来のイオン粒子とは別に、図 4 の Step1 の時点で冷たい背景イオン流体の流体要素を代表する粒子を計算格子 1cell 当たり 1 個、計算格子上に配置する。このようにすることで、本来計算されるイオン粒子が格子上に存在しなくても、この背景粒子がある限り、有限の数密度を維持することができる。この背景粒子の位置を \mathbf{X}_b 、速度を \mathbf{V}_b とし、その後、Step4 までの一連の計算を他の超粒子と同様に行うと、Step4 の終わりにおいて計算格子上からは少しずれた位置 \mathbf{X}_b^{n+1} と速度 $\mathbf{V}_b^{n+3/2}$ の背景粒子の情報がわかる。ここで背景粒子のみ、1/2 時間だけ進ませて $n+3/2$ 時間の粒子位置を計算する。つまり、

$$\mathbf{X}_b^{n+\frac{3}{2}} = \mathbf{X}_b^{n+1} + \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{V}_b^{n+\frac{3}{2}} \quad (52)$$

を行う。すると背景粒子の位置、速度ともに $n+3/2$ 時間の情報がわかるので、ここから PIC 法により背景流体の流速 $\mathbf{u}_b^{n+3/2}$ が計算できる。 $\mathbf{u}_b^{n+3/2}$ を計算したら最後に背景粒子を計算格子上に戻し、 $\mathbf{V}_b^{n+3/2} = \mathbf{u}_b^{n+3/2}$ とすることで、次のタイムステップへ進むことができる。

この計算手法の大きな特徴は、背景のイオン流体の流体要素を超粒子と見なすことで Lagrange 的に流体計算を行う点にあり、その結果として上記の他の方法に比べて特別な計算を必要とせず、既存の Hybrid-PIC コードとの親和性が高いため、比較的簡単な計算で数値的不安定を回避できる。しかしいずれにせよ、どのような低密度領域の取り扱いをしようとも、これらの方法はあくまで計算を破たんさせないための数値的技術にすぎず、これによって得られた低密度領域の解が物理的に正しいかどうかはわからないことに注意が必要である。

3 コードバリデーション

3.1 Hybrid-PIC シミュレーションにおける電磁波の分散関係

開発したコードの妥当性を検証するために、プラズマ中を伝播する電磁波の分散関係を計算した。Hybrid-PIC モデルでは Ampere の法則に Darwin 近似を施しているため、変位電流の項が無視されている。そのような場合、背景磁場が存在する冷たいプラズマ中を伝播する波は 3 つ存在する[15]。その内の 2 つは磁場に平行に伝播する円偏波である R 波（電子サイクロトロン波、あるいは Whistler 波）と L 波（イオンサイクロトロン波）であり、もう 1 つは磁場に垂直に伝播する磁気音波である。計算領域は空間 1 次元でプラズマ密度と磁場は一様に配置した。表 1 に計算条件を示す。初期条件として極めて低い温度の熱速度を全粒子に与え、全計算空間の物理量の時間変化を記録し、位置と時間に対して 2 次元フーリエ変換を行うことにより、波数と周波数を求めた。

図 6 に波の分散関係の解析解と数値計算結果の比較を示す。両者は良い一致を示しており、コードの妥当性が確かめられた。Hybrid-PIC モデルでは主にイオンの運動に注目しているため、イオンサイクロトロン周波数付近の電磁波が比較的精度よく計算できることがわかる。

表 1 波の分散関係解析のための無次元化された計算条件

Time step: dt	0.01
Grid size: dx	0.5
Grid number	1024
Particles	36/cell
Number density: N	1.0
Magnetic field strength: B	1.0

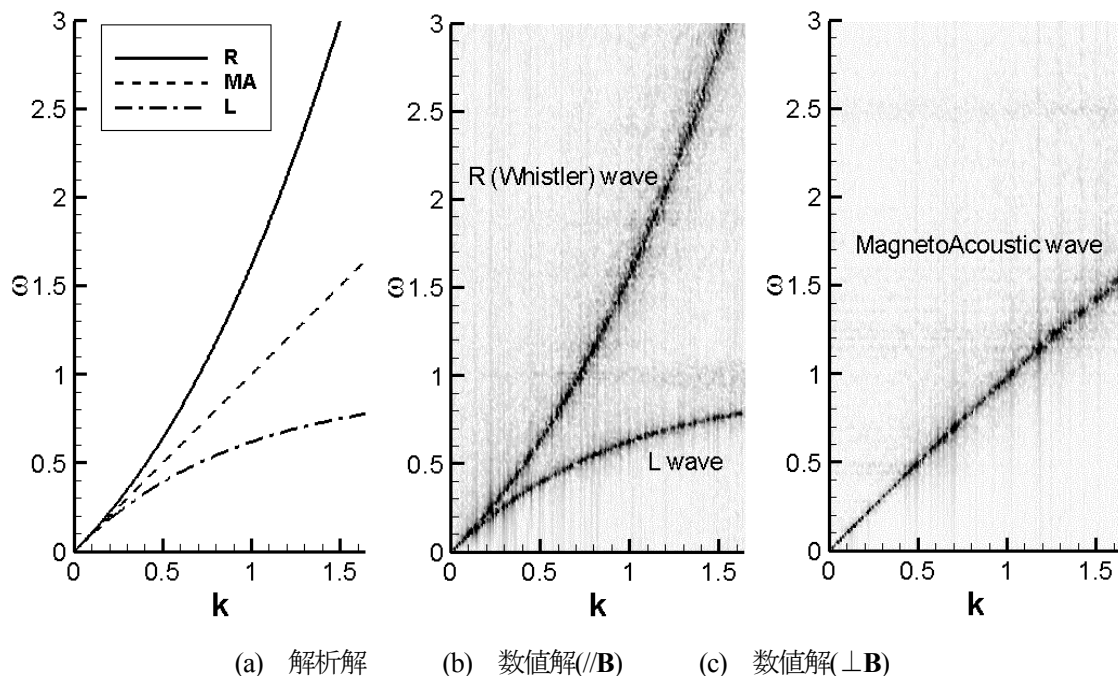


図 6 分散関係の解析解と数値解の比較 (表 1 の条件における 1 次元計算の結果)

3.2 TVD 法の導入による数値振動の低減

磁場の誘導方程式の対流項の計算に TVD 法を導入した (2.3.4 節参照) ことによる有効性を検証するために、1 次元テスト計算を行った。図 7 に計算領域と計算条件を示す。プラズマの密度と X 方向流速は空間に対して一様であり、 $X=40-50$ に外部磁場を Y 方向に印加する(B_{dy})。境界は粒子と電磁場に対して周期境界条件を与える。これらの計算条件は磁場の不連続面を陽的に与えることでわざと数値振動を発生させるように設定している。

図 8 に $\omega t=3.5$ 経過後の Y 方向誘導磁場分布 B_{py} を示す。比較対象として、(a)本論文で提案する Hybrid-PIC 計算手法に TVD 法を導入しない (磁場の誘導方程式の対流項は 2 次精度中心差分で評価する) 場合、(b)CAM-CL 法[16]で計算した場合、(c)本 Hybrid-PIC 計算手法に TVD 法でなく簡単な digital filter による smoothing を施した場合、(d)本 Hybrid-PIC 計算手法に TVD を導入した場合をそれぞれ示す。直線が誘導磁場、点線が外部磁場を示している。ここで CAM-CL 法[16]とは Hybrid-PIC 計算手法の一つであり、近年最もよく使われている計算手法の一つである。また digital filter に関しては以下に示されるものを用いた。

$$B_{filtered} = \frac{1}{4}(B_{i+1} + 2B_i + B_{i-1}) \quad (53)$$

本来このような digital filter を用いる物理量の smoothing に関して、それを行うタイミングや回数などは個々の計算スキームや計算条件など、経験的なパラメータの下に用いられるべきであることに注意が必要であるが、ここでは簡単のため毎時間ステップ上記の smoothing を行っている。

磁場はプラズマに凍結(frozen-in)して、プラズマとともに対流する傾向にあるが、(a)TVD 法を導入しない場合と(b)CAM-CL 法で計算した場合の誘導磁場分布を見ると、短波長の細かい振動が現れていることがわかる。これは磁場の不連続面から進展する物理的に意味のない数値振動であり、計算のロバスト性が損なわれる原因となる。2.3.4 節でも述べたが、第(14)式の右辺第 1 項が空間 1 階微分であり、時間微分項と合わせると双曲型方程式の形になること (第(31)式) から、本計算条件で現れるような磁場の不連続面では特別な離散化手法を導入しなければ数値振動が大きく発達してしまう原因となる。一方、(c) digital filter による smoothing を行った場合は数値的な振動は抑えられているが、磁場の波形が大きく拡散している様子がわかる。これは filtering により過度に数値振動が抑制されてしまうことによる。一方で(d)本 Hybrid-PIC 計算手法に TVD 法を導入した場合では、(a)と(b)で見られた数値振動が抑えられているだけでなく、(c)で見られた過度の減衰も起きていないことがわかる。つまり、磁場の誘導方程式の離散化に際して TVD 法のような単調スキームを導入することで filtering による経験的な導入を行うことなく数値振動を抑えることが出来る。

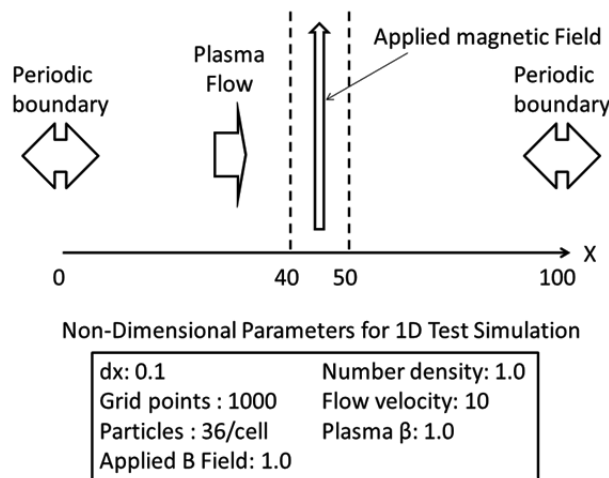


図 7 1次元テスト計算における計算領域と無次元化された計算条件

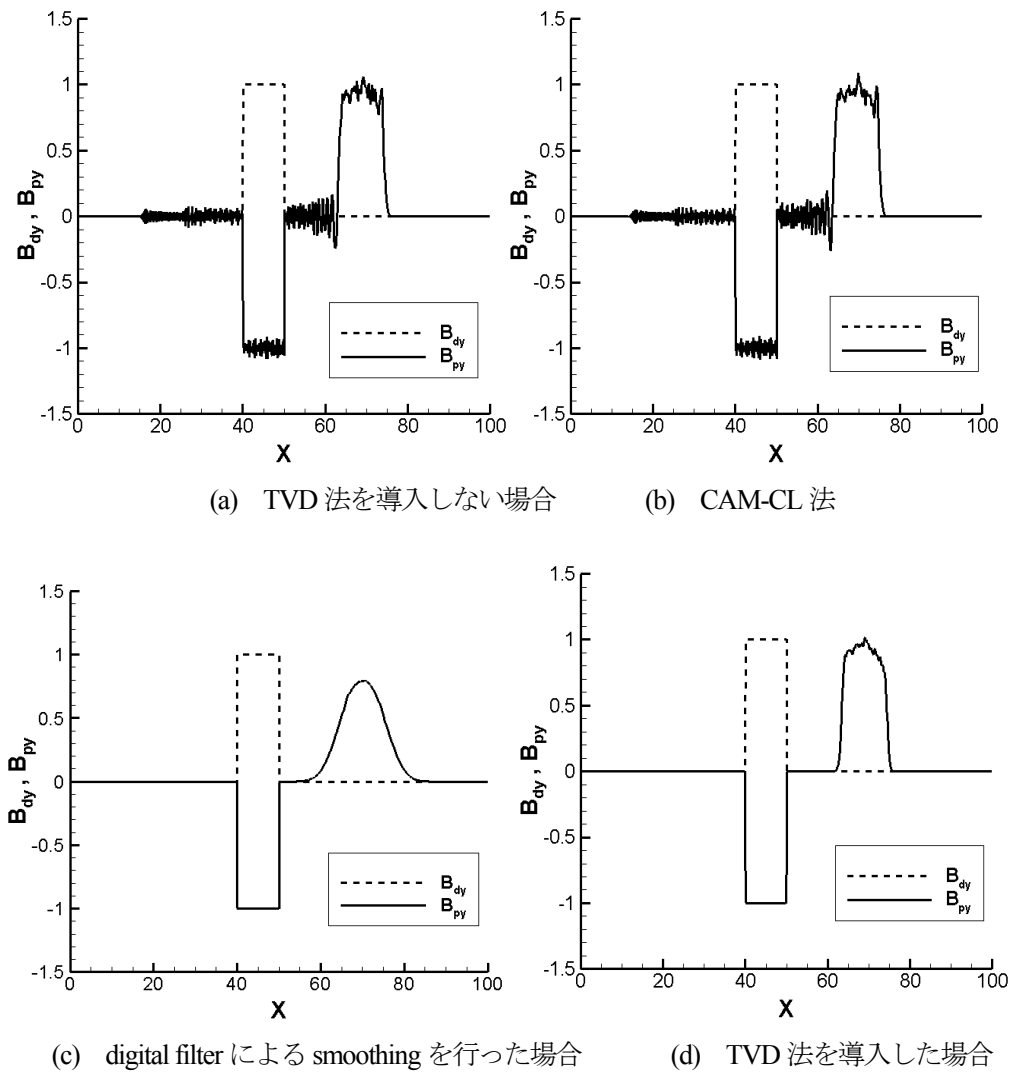


図 8 TVD 法の有無による Y 方向誘導磁場分布の比較 (B_{dy} : 外部磁場, B_{py} : $\omega_{ct}=3.5$ 経過後の誘導磁場, 図 7 の計算条件による結果)

次に, XY2 次元直交座標 (Z 方向に物理量一定を仮定) における太陽風プラズマとダイポール磁気圏の相互作用に関するテスト計算について述べる. 図 9 に計算領域を, 表 2 に計算条件を示す. 図 9 では計算領域中央に線双極子モーメントを配置して磁場を展開し, 左境界から一様に太陽風プラズマを流入させる. 本計算で設定された XY 直交座標系の 2 次元計算では Z 方向 (奥行き方向) に対して物理量の変化はないと仮定しているため, ダイポール磁場を作るコイルは Z 方向に無限に長い 2 本の直線で構成されると仮定している. つまり, 計算領域中央に 2 か所, +Z 方向ならびに -Z 方向に対して電流を流すと仮定し, 初期磁場分布は Biot-Savart の法則より決定した. 惑星間磁場は太陽風流れ方向に対して 45° 傾けて太陽風プラズマとともに流入させる. 太陽風下流側に現れる低密度領域に関しては 2.4 章で示した方法を適用した. 図 10 に (a) TVD 法を導入しない場合, (b) TVD 法を導入した場合の太陽風の値で無次元化されたイオン数密度と磁力線分布を示す. (a) では計算領域全域に細かい数密度の振動が現れることがわかる. これは磁場の更新時に現れる数値振動にイオン粒子が反応することで, それが数密度分布に現れるためである. 磁力線も数値振動に起因した短波長の波が現れていることがわかる. 一方, (b) の場合では TVD 法の導入に伴い磁場の数値振動が抑制された結果, (a) で見られた数密度と磁力線の振動は見ら

れない。この結果から、 $Y = 150 [c/\omega_{pi}]$ の線を境に上下で衝撃波の構造が大きく違うことがわかる。 $X = 150 - 300 [c/\omega_{pi}]$, $Y = 0 - 150 [c/\omega_{pi}]$ 付近では衝撃波面の法線方向と磁力線方向が一致する準平行衝撃波において乱流構造がはっきりと見えているのに対して、 $X = 150 - 300 [c/\omega_{pi}]$, $Y = 150 - 300 [c/\omega_{pi}]$ 付近では衝撃波面の法線方向と磁力線方向が垂直の準垂直衝撃波における数密度の不連続面がはっきりと捉えられていることがわかる。

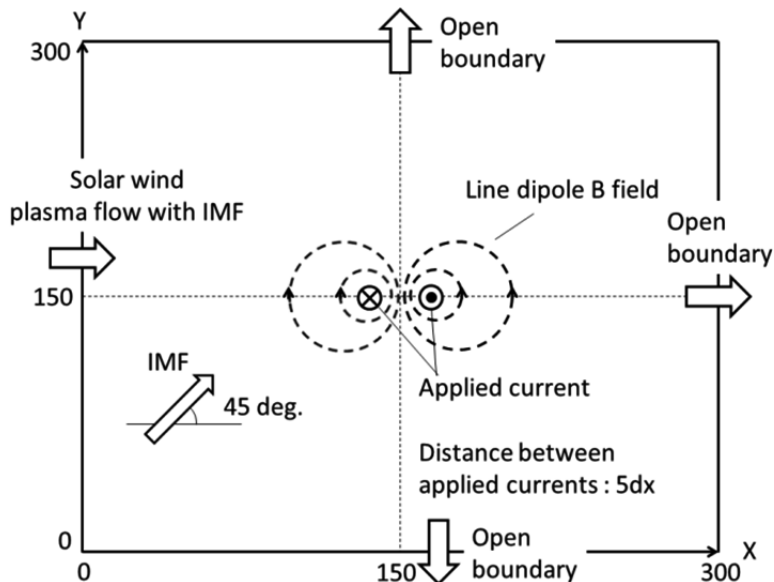
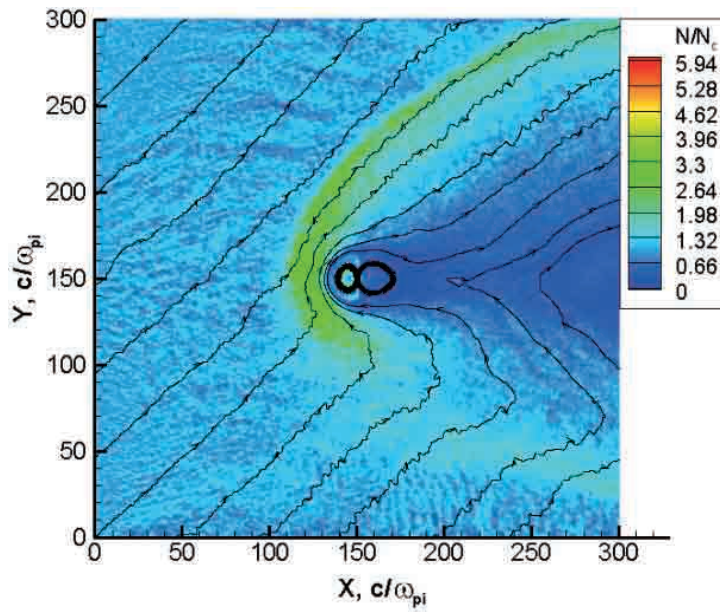


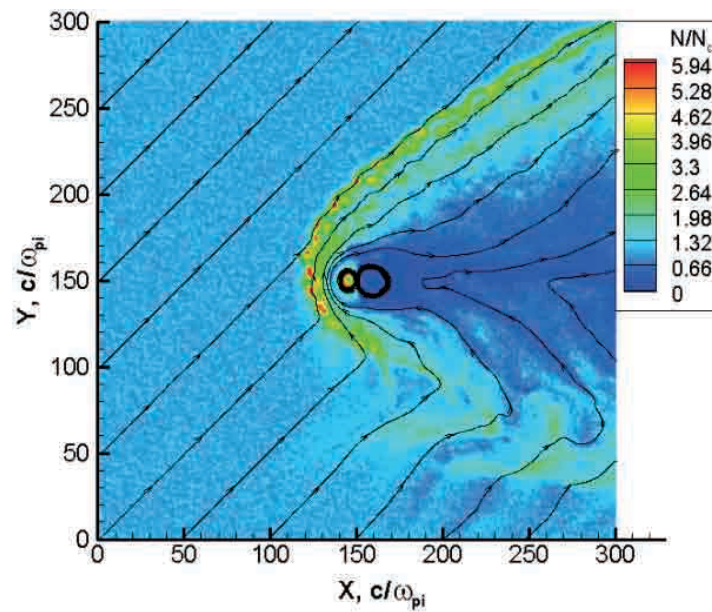
図 9 2次元テストシミュレーションにおける計算領域

表 2 2次元テストシミュレーションにおける計算条件 (左が有次元, 右が無次元)

Parameters	Real	Non-dimensional
r_L/L		0.1
Size of magnetosphere, L	1000 km	10
Coil current for line dipole	250 kA	79
Radius of the coil	350 km	3.5
Ion Larmor radius at the magnetopause, r_L	100 km	1.0
Plasma component	proton + electron	
Flow velocity, V_i	400 km/s	1.0
Number density, N_c	$5 \times 10^6 \text{ 1/m}^3$	1.0
Ion and electron temperature, T_i, T_e	10 eV	1.3×10^{-2}
IMF strength	3 nT	7.5×10^{-2}
Grid step size, dx	100 km	1.0
Number of particles per unit cell	36	
Grid number (X-Y)	300-300	



(a) TVD 法を導入しない場合



(b) TVD 法を導入した場合

図 10 2次元テストシミュレーションにおける太陽風の値で無次元化したイオン数密度と磁力線分布 (図9, ならびに表2の条件の結果)

4 Hybrid-PIC シミュレーションによる磁気セイルの数値シミュレーション

これまでに述べた Hybrid-PIC シミュレーション手法を用いた磁気セイルの計算結果について述べる。本章で示す計算結果の内容について表 3 に示す。

表 3 4 章における計算対象ならびに条件

章	ケース名	計算コード	解析対象	解析条件	IMF の 有無	計算 条件
4.1	Case1	2次元(2D) Hybrid-PIC コード	実宇宙スケール (Space)	ダイポールモーメント ↑太陽風	有無の 比較	表 4
4.2	Case2	3次元(3D) Hybrid-PIC コード	実験室スケール (Chamber)	ダイポールモーメント ↑太陽風	無	表 5
4.3	Case3	3次元(3D) Hybrid-PIC コード	実宇宙スケール (Space)	ダイポールモーメント と太陽風方向の角度に対 する推力評価	無	表 7

4.1 惑星間磁場を考慮に入れた磁気セイルの2D シミュレーション

本節では代表的な計算条件における磁気セイルの2次元計算を行い、惑星間磁場が磁気セイル周りの太陽風の流れ場と磁気セイルの推力に与える影響について考察を行う。

4.1.1 研究目的（惑星間磁場と双極子磁場の干渉）

太陽風は太陽から噴出する際、太陽固有の磁場を惑星間空間に引き出す。地球軌道上で観測されるこの惑星間磁場(Interplanetary Magnetic Field: IMF)[22]は、黄道面に対してほぼ平行に太陽から吹き流されてくるのが観測から示されている。地球近傍での IMF 強度は 1~5nT 程度と非常に弱いものであり、太陽風動圧に比べて IMF の磁気圧は極めて小さいにも関わらず、これが地球磁気圏の構造や形状に大きな変化をもたらす。図 11 に Dungey によって提案された IMF を伴う太陽風と地球が持つ双極子磁場の干渉時における磁力線分布のモデル[22]を示す。(a)は IMF が+Y 方向の場合、(b)は IMF が-Y 方向の場合をそれぞれ示しており、太陽風プラズマは左から右へ流れている。両図よりプラズマ流中に双極子磁場を閉じ込める際、IMF と双極子磁場の重ね合わせによって、必ず 2か所の磁気中性点ができる。また IMF の方向の違いが磁力線分布、すなわち磁気圏構造に大きな変化をもたらす。IMF が+Y 方向の場合(図 11 (a))、磁気圏は地球を取り囲むような閉じた形状となるが、IMF が-Y 方向の場合(図 11 (b))、磁気圏は開いた形状となる。これは発生する磁気中性点の位置の違いによる。磁気中性点では磁気圧がゼロとなるため、その周囲に存在するプラズマは周囲の磁場を伴って磁気中性点に流入してくる。その際、磁気中性点では磁場の拡散(電気抵抗)の効果により、IMF と双極子磁場の磁力線の繋ぎ変わり、磁気リコネクションが発生する。磁気リコネクションに関するこれら一連の物理過程は、磁場のエネルギーがプラズマの運動エネルギーに変換されるプロセスと解釈される。すなわち、磁気中性点を通じて IMF と磁気圏の間で局所的にエネルギー変換が行われる結果として、磁気圏の構造や形状は大局的に変化する。これは IMF 強度とその方向に依存するが、太陽風は流速、流れの方向だけでなく、磁場強度、磁場の方向も時間的に変動するため、それに対応して磁気圏構造や形状は変化することとなる。以上のことは地球磁気圏における説明であるが、磁気セイルについても、スケールの違いはあるが、定性的に同様のことが言える。磁気セイルについて考える際、IMF を含む太陽風の時間変動が磁気圏構造や形状を変化させる結果として、宇宙機の推力や姿勢を変化させることが示唆される。

以上のことを踏まえ、本研究ではイオンの運動効果を考慮した物理モデルである Hybrid-PIC モデルにより、IMF が太陽風プラズマの流れ場や磁気セイルの推力特性に与える影響について 2 次元数値計算により明らかにすることを目的とする。

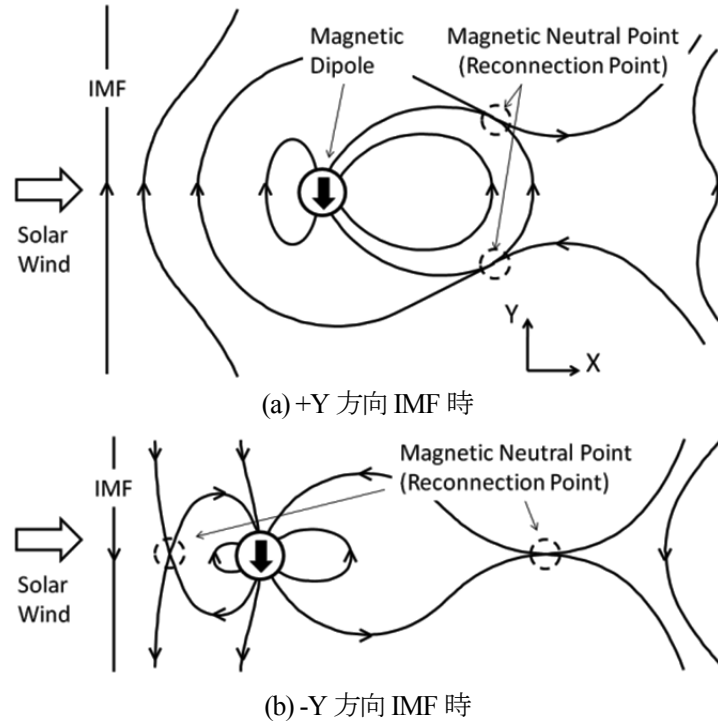


図 11 IMF と双極子磁場の干渉時の磁力線分布の Dungey モデル

4.1.2 計算条件

図 12 に本計算における計算領域と境界条件、表 4 に本計算で用いた太陽風のパラメータをそれぞれ示す。図 12 より計算領域中央に宇宙機を模擬する内部領域とコイル磁場を模擬する -Y 方向の磁気双極子モーメントを配置した。内部領域に流入する粒子は消去し、そこでの磁場は固定とした。双極子磁場については以下の式を用いた[23]。

$$\mathbf{B}_d(x, y) = -\frac{xy}{r^4} \Delta x \Delta y B_0 \hat{x} + \frac{x^2 - y^2}{2r^4} \Delta x \Delta y B_0 \hat{y} \quad (54)$$

ここで x と y は計算領域中心からの距離であり $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ である。 B_0 の値により磁場強度を変化させることができる (表 4 参照)。なお、本来は宇宙機に搭載されるコイルは一般的に円環を想定するが、本計算で設定された XY 直交座標系の 2 次元計算では Z 方向 (奥行き方向) に対して物理量の変化はないと仮定しているため、コイルは Z 方向に無限に長い 2 本の直線で構成されると仮定している。太陽風は $X/L_c = -50$ の境界から一様に流入させ、そこでの磁場を固定することで太陽風プラズマと IMF が計算領域へ同時に流入するように設定した。その他 3 か所の外部境界では粒子・磁場ともに自由境界とした。IMF の向きに関して、IMF 無し、 $\pm X$ 、 $\pm Y$ 方向の計 5 ケースの条件で計算を行った。表 4 本計算で用いた太陽風パラメータより太陽風パラメータは地球近傍での値とした。ここで地球近傍における IMF 強度は数 nT オーダーであり、地球から離れるにつれて IMF 強度を含めた太陽風パラメータは変化するが、本計算では IMF の効果を強調させるために IMF 強度のみを地球近傍における値より少し高めめの 10 nT に設定した。また、磁気圏境界面におけるイオン Larmor 半径 r_L は太陽風動圧と双極子磁場の磁気圧が釣り合う位置における値として定義した。 r_L/L はほぼ MHD スケールの値である 0.1 とした。初期条件に関して、太陽風の速度を持つ粒子が Maxwell 分布となるように計算領域全域に配置し、磁場は一様な IMF

と双極子磁場を印加し計算を開始した。

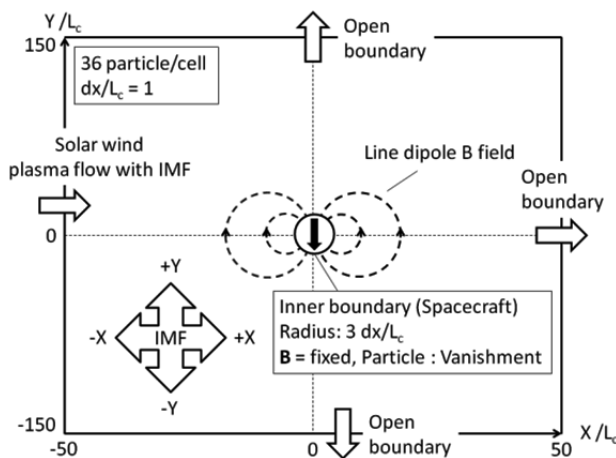


図 12 本計算における計算領域と境界条件 (Case 1: 2D, Space, IMF ≠ 0)

表 4 本計算で用いた太陽風パラメータ(Case 1: 2D, Space, IMF ≠ 0)[22]

Parameters	Real	Non-dimensional
Ion		Hydrogen
Ion Number Density: $N_{SW} (= N_c)$	$5.0 \times 10^6 \text{ 1/m}^3$	1.0
Flow Velocity: V_{SW}	$4.0 \times 10^5 \text{ m/s}$	1.0
Temperature: $T_i = T_e$	10.0 eV	1.3×10^{-2}
Ion Larmor Radius at Magnetopause: r_L	$1.0 \times 10^5 \text{ m}$	10
Strength of IMF: B_{IMF}	10 nT	0.25
Strength of dipole center: B_0	$8.2 \mu\text{T}$	200
r_L/L		0.1

4.1.3 計算結果と考察

本計算結果として以下に 1) IMF 無し, IMF が±X, ±Y 方向の場合の各条件におけるイオン数密度と磁力線分布, 2) 推力係数と揚力係数の時間変化, をそれぞれ示す。

1) イオン数密度と磁力線分布

図 13 に(a) IMF 無し, (b) +Y 方向 IMF, (c) -Y 方向 IMF, (d) +X 方向 IMF, (e) -X 方向 IMF のそれぞれの場合における $\omega ct = 500$ 時の太陽風数密度で規格化されたイオン数密度と磁力線分布を示す。全ての図において、太陽風プラズマは左から右方向へ流れている。計算領域中央 ($X/L_c = 0, Y/L_c = 0$) には宇宙機を模擬する円形の内部境界を示している。

まず図 13 (a) の IMF 無しの場合に注目すると、太陽風プラズマによって双極子磁場の一部が磁気圏下流へ押し流されていることがわかる。宇宙機周辺では磁気圏が形成されており、図に描かれている磁力線外縁でわずかに数密度が高い領域が発生しているが、この数密度分布からは衝撃波の構造ははっきりと確認できない。また、局所的な磁場強度が太陽風動圧と双極子磁場による磁気圧の釣り合う位置での磁場強度 B_{MP} (本計算条件では約 40nT) 以上の領域 ($Y/L_c = 0$ の X 軸上で示すと $X/L_c = -10$ 付近) では、上流から流入してきた太陽風プラズマは減速され淀み始めるが、特に宇宙機に対して太陽風下流側では磁気圏境界面で太陽風の流れが妨げられること

によって低密度の領域 (wake 領域 : $X/L_c = 10 \sim 50$, $Y/L_c = -20 \sim 20$ 付近) が発生している様子がわかる。

次に図 13 (b)の+Y 方向 IMF が印加された場合に注目すると, IMF 無しの場合と異なり高数密度領域が宇宙機に対して太陽風上流側で弓状に存在しており, 密度の不連続面も鮮明に現れていることがわかる. これは太陽風の流れに対して IMF が垂直に印加されることにより, 時間の経過とともに上流側で IMF が積み重なり, IMF 無しの場合に比べて磁気圏が拡大することで Alfvén 衝撃波が形成されることによる. 局所的な磁場強度が B_{MP} の値以上となる領域も IMF 無しの場合($Y/L_c = 0$ の X 軸上で $X/L_c = -10$ 付近)に比べ, 上流側へ移動する($Y/L_c = 0$ の X 軸上で $X/L_c = -25$ 付近). また 4.1.1 節で述べたように, IMF を伴う太陽風中に双極子磁場を閉じ込める場合は IMF と双極子磁場の重ね合わせの結果として必ず 2 つの磁気中性点ができ, そこで IMF と双極子磁場の繋ぎ変わり (磁気リコネクション) が発生する. 例えば図 13 (b)の+Y 方向 IMF が印加された場合は宇宙機に対して太陽風下流側の $X/L_c = 10$, $Y/L_c = -10$ と $X/L_c = 10$, $Y/L_c = 10$ 付近の 2 か所にリコネクションポイントが発生する. そのため, 宇宙機近傍では宇宙機を取り囲むような閉じた磁場が形成されることがわかる (図 11(a)参照). 一方, 4.1.1 節で述べたように磁気リコネクションの発生には磁気中性点でプラズマの電気抵抗の効果が必要となるが, 本計算では電気抵抗の効果は考慮されていないにも関わらず磁気リコネクションが発生する. これは磁場の誘導方程式の離散化の際に現れる数値粘性が電気抵抗と同様の効果をもつことによる. 磁気リコネクションの詳細な物理過程を調べるためには電気抵抗を含んだモデルで計算を行う必要があるが, これは今後の課題である.

次に図 13 (c)の-Y 方向 IMF が印加されている場合に注目すると, +Y 方向 IMF の場合と同様に, 高数密度領域が宇宙機に対して太陽風上流側に存在していることがわかる. この場合, 宇宙機の前と後方の 2 か所 ($X/L_c = -10$, $Y/L_c = 0$ と $X/L_c = 20$, $Y/L_c = 0$ 付近) に磁気中性点が発生するため, 宇宙機近傍では開いた磁場が形成される (図 11(b)参照). また $Y/L_c = 0$ の X 軸上に沿って見ると, 衝撃波の位置 (Standoff distance) が+Y 方向 IMF が印加されている場合に比べ, 宇宙機側へ移動していることがわかる. これは-Y 方向 IMF が印加されることにより, 太陽風上流側で双極子磁場と IMF の向きが反対になり磁気中性点ができること ($X/L_c = -10$, $Y/L_c = 0$ 付近) に伴い (図 11 (b)参照), 局所的な磁場強度が B_{MP} の値以上となる領域が+Y 方向 IMF の場合に比べ宇宙機側へ移動することによる.

一方, 図 13 (d)の+X 方向 IMF が印加されている場合に注目すると, $Y/L_c = 0$ の X 軸を中心に上下で非対称な流れ場になっていることがわかる. また, 宇宙機に対して左下の領域($X/L_c = -10$, $Y/L_c = -15$ 付近)において衝撃

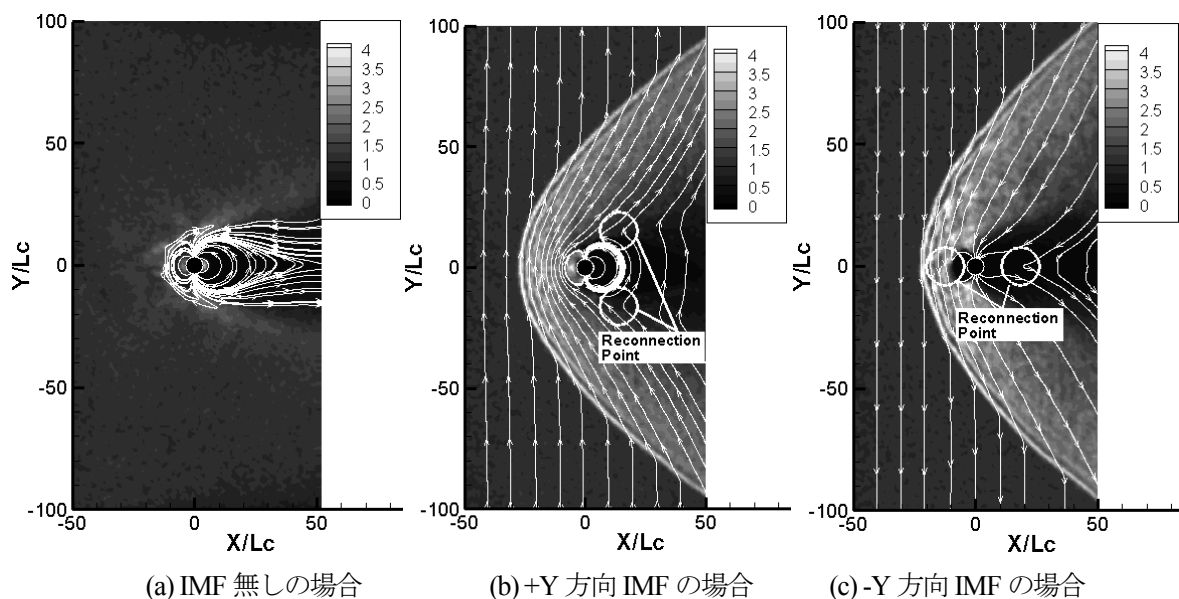


図 13 $\omega_e t = 500$ 時の太陽風数密度で規格化されたイオン数密度と磁力線分布 (Case 1: 2D, Space, IMF $\neq 0$)

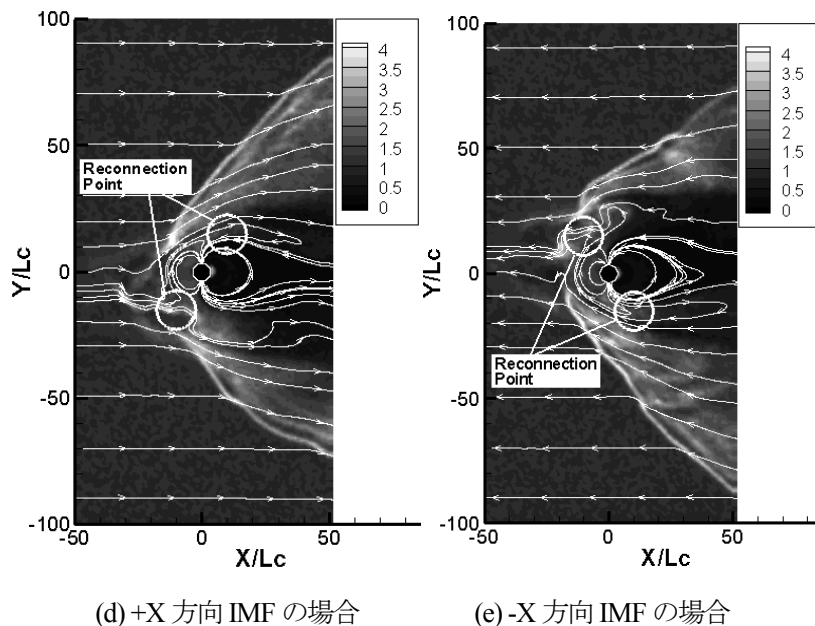


図 13 (続き)

波による数密度の不連続面が不鮮明となり、そこでプラズマが衝撃波前方の上流側まで逆流する複雑な流れ場となる。この場合、双極子磁場と IMF の重ね合わせによって生成される磁気中性点が宇宙機に対して左下($X/L_c = -10$, $Y/L_c = -20$ 付近)と右上($X/L_c = 10$, $Y/L_c = 20$ 付近)の2か所で発生する。太陽風プラズマは平均自由行程が $1\text{AU}(= 1.5 \times 10^8 \text{ km})$ という無衝突プラズマであり、衝撃波の発生には電磁場を介した粒子間相互作用が不可欠であるが、磁気中性点では磁場強度が低下することに伴い、粒子と電磁場の相互作用が弱くなる。特に宇宙機左下の領域では衝撃波面と磁気中性点と同じ位置に発生することにより、そこでは衝撃波が形成されにくくなると考えられる。一方で、 $Y/L_c > 0$ の領域に注目すると、衝撃波による数密度の不連続面が比較的鮮明に現れており、それが下流まで形成されていることがわかる。この領域では $Y/L_c < 0$ の領域とは異なり、双極子磁場と IMF の重ね合わせによる磁気中性点が存在しないため、衝撃波が形成される。

図 13 (e) -X 方向 IMF の場合は、磁気中性点が宇宙機左上($X/L_c = -10$, $Y/L_c = 20$ 付近)と右下($X/L_c = 10$, $Y/L_c = -20$ 付近)の2か所に発生するため、+X 方向 IMF の場合に比べ $Y = 0$ の線を中心に上下が反転したような流れ場になることがわかる。

以上の結果から、宇宙機周辺の太陽風の流れ場は IMF の存在、ならびにその方向により大きく変化することがわかる。特に IMF の有無によって宇宙機前面にできる衝撃波の形状が大きく異なる。太陽風は無衝突プラズマであり、その衝撃波の形成には電磁場を介した粒子間相互作用が必要となるが、これらの結果から IMF が衝撃波の形成に重要な役割を持っていることがわかる。また $\pm Y$ 方向 IMF の場合の磁力線分布は図 11 で示した Dungey モデルと定性的によい一致を示している。本計算では $r_{Li}/L = 0.1$ という条件で計算を行っており、この値はほぼ MHD スケールであるためこれは当然の結果と言える。しかしながら $\pm X$ 方向 IMF の場合の結果で得られた衝撃波での数密度の不連続面の緩和や、イオン粒子が上流側へ逆流する現象などは $r_{Li}/L = 0.1$ というほぼ MHD スケールの条件においても、イオン粒子の運動効果が流れ場に影響を与えていることを示唆している。

2) 推力係数と揚力係数の時間変化

図 14 に各 IMF 条件における推力係数の時間変化を示す。ここで、単位 Z 方向長さ当たりの推力 \mathbf{F} [N/m]、ならびに推力（効力）係数 C_D は以下の式で表わされる。

$$\mathbf{F} = \int_{\text{boundary}} (m_i N_i \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i + P_i \mathbf{I}) \cdot \mathbf{n} dl \quad (55)$$

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2} m_i N_{sw} V_{sw}^2 (2L)} \quad (56)$$

磁気セイルの推力は磁気圏境界面に流れる誘導電流がコイル上につくる磁場とコイル電流との相互作用による Lorentz 力がコイル上に誘起されることによって生ずる[24]が、その反作用は太陽風プラズマの運動量流束の変化として現れる。そこで本研究では太陽風の運動量流束の変化から推力を算出している。同図より初期条件からの過渡応答を経て、無次元化された時間 ωt が約 300 以上において推力係数はやや振動しているものの、すべての IMF 条件でほぼ定常状態となることがわかる。この振動は太陽風の流れ場が厳密には完全な定常状態ではなく、局所的に流れ場に変化が現れる非定常状態となっていることを示しており、時間に対して形成された磁気圏がわずかに振動することに対応している。また IMF 無しの場合に比べて $\pm X$ 方向 IMF の場合では推力係数はほとんど変化していないのに対して、 $\pm Y$ 方向 IMF の場合では推力係数は増加していることがわかる。プラズマ粒子は磁場を横切って移動しにくい性質を持つため、 $\pm Y$ 方向 IMF の場合、宇宙機前方で IMF が蓄積されることによって IMF 無しの場合に比べ磁気圏が拡大し、そこでの太陽風の X 方向運動量流束が低下する。一方で、 $\pm X$ 方向 IMF の場合では IMF 無しの場合に比べて磁気圏の拡大が見られず、太陽風の流れ方向と平行に IMF があるため、IMF 無しの場合に比べて X 方向運動量流束に大きな変化が現れない。

本計算では第 1 表に示す太陽風パラメータを使って計算を行っているが、実際の宇宙空間でこれらの値は数密度 $1 \sim 10 \times 10^6$ [$1/\text{m}^3$]、流速 $300 \sim 800$ [km/s] 程度の大きさで数日～数週間の時間スケールで変動する[22]。磁気セイルの推力は第(1)式に示すように推力係数と太陽風動圧に依存するが、簡単のため推力係数を一定と考えると、太陽風変動に伴い推力の大きさは数倍程度変化すると考えられる。また、推力の時間変動については、磁気セイルの推力に支配的に寄与するのは太陽風中のイオン流体の動圧であると考え、太陽風の変動に対して推力はイオン運動の時間スケールで追従すると考えられる。つまり、最大でもイオンサイクロトロン周波数（太陽風の場合は 0.05Hz 程度）の時間スケールで太陽風の変動が推力へ伝わると考えると、数日～数週間程度の太陽風の変動に対して磁気セイルの推力はほぼ追従すると考えられる。

図 13(d), (e)より $\pm X$ 方向 IMF の場合では太陽風の流れ場は $Y/L_c = 0$ を中心に非対称な流れ場となることから宇宙機に対して Y 方向にも推力が発生する。本計算では Y 方向に発生する推力を揚力と定義する。図 15 に $\pm X$ 方向 IMF の場合の揚力係数 C_L の時間変化を示す。ここで揚力係数とは第(56)式の分子を Y 方向推力 F_y とした式で定義される。推力係数がほぼ定常となる $\omega t = 300$ 以上の時間に注目すると、揚力は $\pm X$ 方向 IMF の場合は $-Y$ 方向、 $-X$ 方向 IMF の場合は $+Y$ 方向に周期的に発生しており、非定常な流れ場になっていることがわかる。これは図 13(d), (e)より、衝撃波による数密度の不連続面が緩和される領域で太陽風と電磁場との相互作用が弱くなることによって宇宙機が作る磁気圏が太陽風の運動量を磁気圏が受け止められない領域が時間の経過により現れることによる。

なお、本計算は XY 直交座標 2 次元計算のため、3 次元計算の場合とは異なり、Z 方向にプラズマと磁力線が移動することができない（物理量が Z 方向に一定）。したがって、上流から流入する太陽風は 3 次元計算に比べて下流へ流出しにくく、宇宙機上流側に溜まりやすいという特性をもつ。その作用の結果として 2 次元計算では IMF が磁気圏に与える影響が 3 次元計算に比べて強調される傾向にある。また、3 節で述べたように本計算ではコイルを円環ではなく Z 方向に無限に長い 2 本の直線で構成されると仮定している。以上の 2 点より、本計算で

得られた推力係数などの結果を3次元計算と定量的に比較することはできないが、太陽風プラズマの挙動やその流れ場などの定性的な振る舞いについては3次元計算と同様の結果が得られると考えられる。

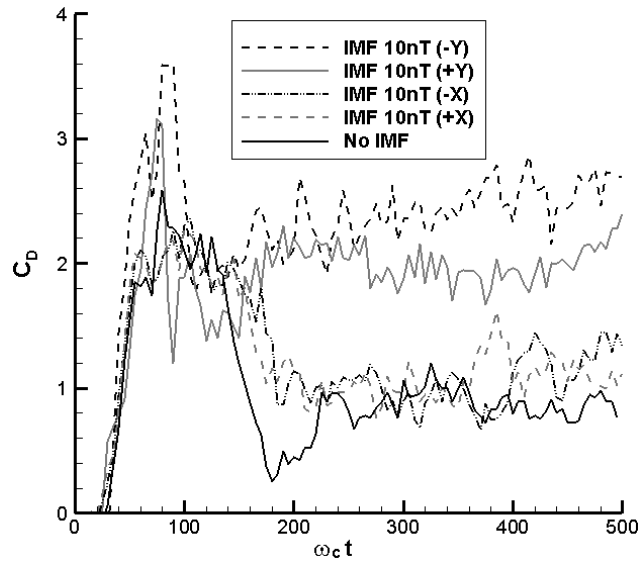


図 14 推力係数の時間変化 (Case 1: 2D, Space, IMF ≠ 0)

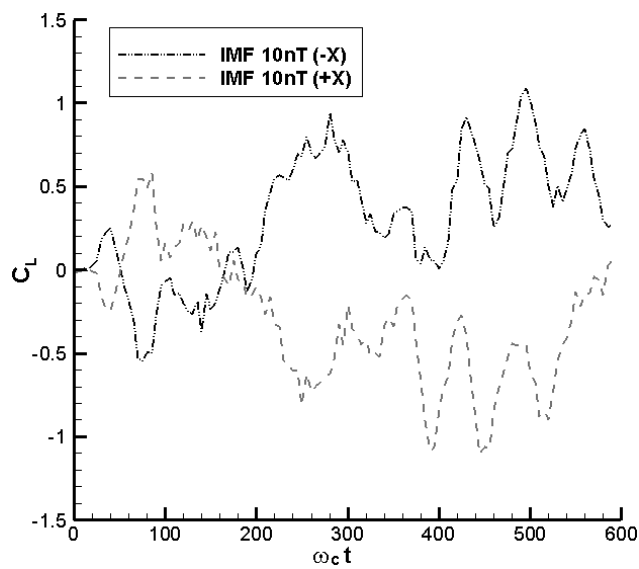


図 15 揚力係数の時間変化 (Case 1: 2D, Space, IMF ≠ 0)

4.2 3次元ハイブリッド粒子モデルを用いた磁気セイルの推力予測と地上実験結果との比較

4.2.1 研究目的

磁気セイルが得ることができる推力は、太陽風を受け止めるダイポール磁場のスケールに強く依存し、つまり、ダイポール磁場を作るコイルの磁気モーメントに依存する。これまでに、セイルが作るダイポール磁場のスケールに対する推力の値や、太陽風のエネルギーがどのようなプロセスで磁気セイル（コイル）に伝達するのか等について、流体近似を用いたMHDコードや、イオンを粒子、電子を流体として扱うハイブリッドコードによって明らかにされてきた[5][24][25]。また、真空チャンバーを用いた地上実験においても、小スケール（数cmの径）のコイルが作る磁場構造に、プラズマを衝突させ、プラズマが磁場によって遮られ、磁気圏が形成される様子の観察や、プラズマの運動量の変化から推力を推定するなどの研究が行われてきた[26]。上野らは、磁気セイルにプラズマ流を衝突させた際に、コイルに生じる力をスラストスタンドによって直接測定する地上実験を世界に先駆けて実施した[27]。この実験では、コイルが作る磁場に作用するプラズマ流の様子についても撮影による可視化がなされ、形成された磁気圏中の磁場のプロファイルの測定も実施された。本章では、地上実験による磁気セイル推力の直接測定結果と、地上実験と同じ条件を用いた3次元ハイブリッド粒子モデルによる解析結果との比較を行い、開発されたハイブリッド粒子モデルの実モデルへの適用性を示す。実験と数値解析結果の比較では、形成された磁気圏の様子や磁気圏サイズ、磁束密度分布の定量的評価、また推力の定量的評価を行った結果について紹介する。さらに、数値解析と実験との結果の差異の要因について考察し、結論として、実際の宇宙空間で得られる推力を改めて予測した結果についても紹介する[10]。

4.2.2 磁気セイルの地上実験

宇宙空間で実際に作動する磁気セイルについて、その磁気帆のスケールや、太陽風のパラメータを地上実験で模擬するためには、スケール則に基づいた実験室スケールモデルの設計が必要である。磁気セイルが作る磁気圏の大きさ (L) は、太陽風プラズマの動圧とコイル磁気圧のつりあいの位置に相当する量として定義され、第(57)式を用いて求められる。

$$L = \sqrt[6]{\frac{M^2}{8\pi^2 \mu_0 N m_i v_{sw}^2}} \quad (57)$$

ここで、 M は磁気モーメント、 μ_0 は真空の透磁率、 N は太陽風の密度、 m_i はプラズマイオンの質量、 v_{sw} は太陽風の速度を表す。地上実験においては、実験機材である真空チェンバーのサイズや、太陽風を模擬するMPDアークジェット径の直径などから、この L の値を0.1m程度とするのが妥当、かつ限界であるとされている。この L の値が決まれば、太陽風を模擬するプラズマイオンのラーマー半径 r_{Li} と L との比 (r_{Li}/L) や、磁気レイノルズ数などから、太陽風プラズマを模擬するプラズマの速度、密度、磁気セイルのコイル磁場強度などのパラメータが決定される。実験室モデルの概要図を図16に、実験室スケールモデルのパラメータを表5に示す。この地上実験で用いたスケールパラメータ $r_{Li}/L=0.3$ を、宇宙空間における実スケールに換算した場合、磁気圏の大きさ L は約300kmに相当する。実験では、表5に示したスケールパラメータに基づいてプラズマパラメータを決定しており、数値解析についても同様の条件を用いて解析し、実験と同種の出力結果を示し、実験と数値解析の結果を比較する。

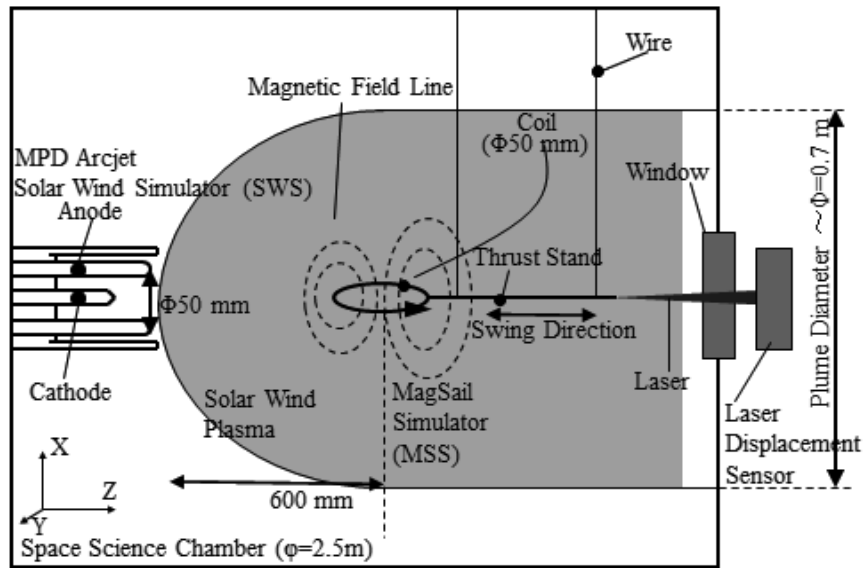


図 16 実験室モデル概要図[10]

表 5 磁気セイル実験室モデルの計算で用いたパラメータ(Case 2: 3D, Chamber, IMF=0)[10]

Parameters	Laboratory Experiment (EXP)	Space	Simulation
Solar Wind Parameters			
Injection Plasma	Hydrogen	Hydrogen	Hydrogen
Velocity : u_{sw}	47 ± 28 [km/s]	400 [km/s]	47 [km/s]
Density : n_{sw}	$1.8 \times 10^{19} \pm 1.8 \times 10^{18}$ [m ⁻³]	5.0×10^6 [m ⁻³]	1.8×10^{19} [m ⁻³]
Electron Temperature : T_e	0.84 ± 0.08 [eV]	10 [eV]	0.84 [eV]
Ion Temperature : T_i		30~70 [eV]	0.84 [eV]
Mass Flow Rate	0.4 [g/s]		0.4 [g/s]
Electric Conductivity	2000 [Ω m]		2000 [Ω m]
Coil Parameters			
Coil Radius	0.025 [m]		0.025 [m]
Coil Current	1800 [A]		1800 [A]
Number of Turns	20		20
B-field at the Center of Coil	0.8 [T]		0.8 [T]
Theoretical : L (Magnetic Cavity Size)	0.11 [m]	300 [km]	0.11 [m]

4.2.3 解析モデル

解析モデルを図 17 に示す. 真空中に地上実験と同一のサイズのコイルを原点に置いたと仮定し, そのコイルが作る磁場を解析的に与え, 初期磁場として与えた. この初期磁場については, 実験で測定した磁場の X 成分について, Z 方向のプロファイルと比較し, 一致していることを確認した. 磁場に衝突させるプラズマについては, -Z 側の境界から, 実験で測定された密度, 速度, 温度の水素プラズマを一様に流入させ, 磁気圏がほぼ定常と判断できるまで解析を進める. 流入させるプラズマの初期条件, ならびに数値解析で用いた諸パラメータについて表 5 に示す.

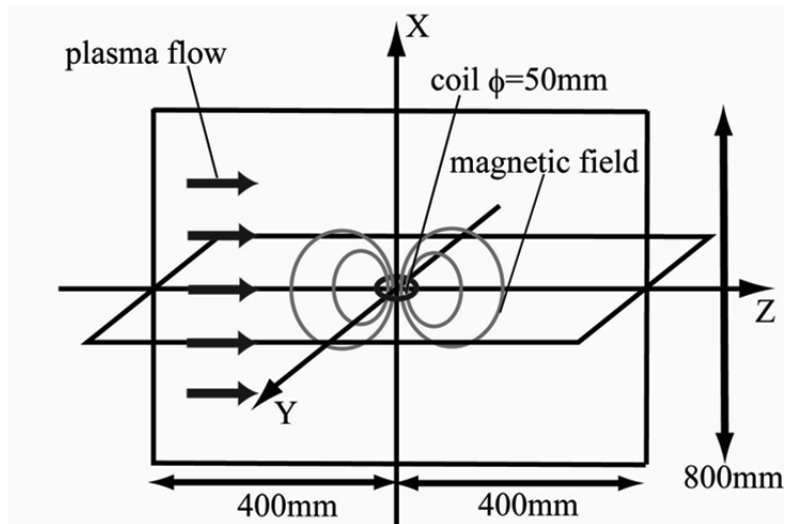


図 17 解析モデル図 (Case 2: 3D, Chamber, IMF=0) [10]

4.2.4 解析手法

本章の解析においては、2章に示した Hybrid-PIC モデルと同一の定式化を行ったコードを用いているが、次の点が異なっている。3次元に拡張している点、電磁場の計算アルゴリズム（時間差分法）、プラズマが低密度となった領域（真空場）の取り扱い、超粒子の形状関数の扱い、これらが異なっている。相違点について、以下順に示す。

電磁場の計算アルゴリズムについては、CAM-CL(Current Advanced Method Cyclic Leapfrog)法[16]を用いた。まず、Current Advance Method を用いて電場計算を行い、次に Cyclic Leapfrog 法を用いて磁場計算を行う。図 18 に CAM-CL 法のフローチャートを示す。記号の右肩は時間ステップを示している。

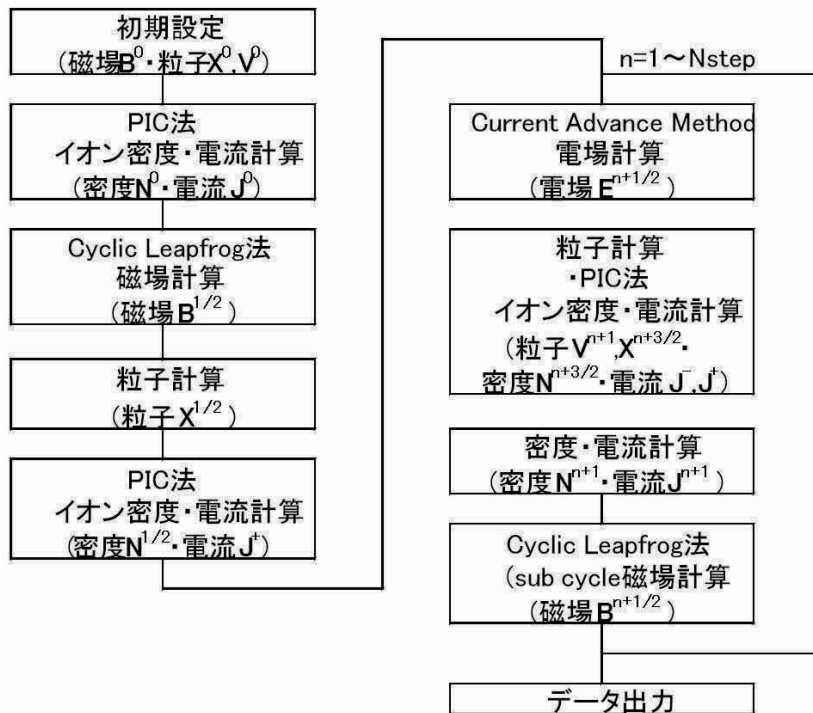


図 18 3次元 Hybrid コードに用いた CAM-CL 法フローチャート

はじめに、 $\mathbf{J}_i^{n+1/2}$ と後述する Cyclic Leapfrog 法から求めた $\mathbf{B}_{n+1/2}$ を用いて \mathbf{E}^* を求める。ここで、 $n+1/2$ はある時刻 n から $\Delta t/2$ だけ進んだ値であることを示す。この \mathbf{E}^* と \mathbf{J}_i^+ から $\mathbf{J}_i^{n+1/2}$ を求める。ここで、 \mathbf{J}_i^+ とは PIC 法を用いてイオンの位置 $\mathbf{x}^{n+1/2}$ 、速度 \mathbf{v}^n から求めたイオン電流である。同様に、後述する \mathbf{J}_i^- とは PIC 法を用いてイオンの位置 $\mathbf{x}^{n-1/2}$ 、速度 \mathbf{v}^n から求めたイオン電流である。

$$\mathbf{E}^* = \frac{1}{Zen_i^{n+1/2}} \left\{ \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}_p^{n+1/2}) \times \mathbf{B}^{n+1/2} - \mathbf{J}_i^n \times \mathbf{B}^{n+1/2} - ZT_e \nabla n_i^{n+1/2} \right\} \quad (58)$$

$$\mathbf{J}_i^+ = \sum \mathbf{x}^{n+1/2} \mathbf{v}^n \quad (59)$$

$$\mathbf{J}_i^- = \sum \mathbf{x}^{n-1/2} \mathbf{v}^n \tag{60}$$

イオン電流 $\mathbf{J}^{n+1/2}$ は以下の式から求められる。

$$\mathbf{J}_i^{n+1/2} = \mathbf{J}_i^+ + \frac{\Delta t}{2} \frac{q^2}{m} n_i^{n+1/2} (\mathbf{E}^* + \mathbf{v}_i^n \times \mathbf{B}^{n+1/2}) \tag{61}$$

この $\mathbf{J}^{n+1/2}$ から最終的に $\mathbf{E}^{n+1/2}$ を求める。

$$\mathbf{E}^{n+1/2} = \frac{1}{Zen_i^{n+1/2}} \left\{ \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}_p^{n+1/2}) \times \mathbf{B}^{n+1/2} - \mathbf{J}_i^{n+1/2} \times \mathbf{B}^{n+1/2} - ZT_e \nabla n_i^{n+1/2} \right\} \tag{62}$$

また、 $n^{n+1}, \mathbf{J}^{n+1/2}$ はそれぞれ

$$n^{n+1} = \frac{n^{n+1/2} + n^{n+3/2}}{2} \tag{63}$$

$$\mathbf{J}^{n+1} = \frac{\mathbf{J}^+ + \mathbf{J}^-}{2} \tag{64}$$

を用いて求められる。Cyclic Leapfrog 法は磁場の計算を行う手法である。粒子の時間刻み幅 Δt を L 分割し、より細かな時間刻みで電磁場の計算を行い最終的に $\mathbf{B}^{n+1/2}$ を得る。Cyclic Leapfrog 法の流れを図 19 に示す。

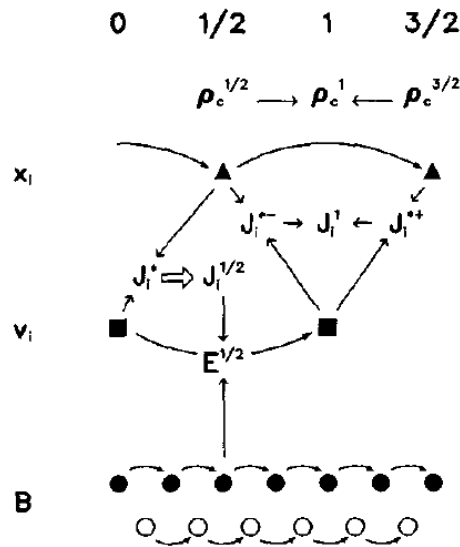


図 19 3次元 Hybrid コードに用いた Cyclic Leapfrog 法 (論文[16]より引用)

電磁場を求める式は、

$$\mathbf{E}_k = \frac{1}{Zen_i^n} \left\{ \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}_{pk}) \times \mathbf{B}_k - \mathbf{J}_i^n \times \mathbf{B}_k - ZT_e \nabla n_i^n \right\} \quad (65)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_0 &= \mathbf{B}^{n-1/2} \\ \mathbf{B}_1 &= \mathbf{B}_0 - h \nabla \times \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{B}_k &= \mathbf{B}_{k-2} - 2h \nabla \times \mathbf{E}_{k-1} \\ &\quad (k = 2 \sim 10) \end{aligned} \quad (66)$$

$$\mathbf{B}_{10}^* = \mathbf{B}_9 - h \nabla \times \mathbf{E}_{10}$$

となる。最終的に、 $\mathbf{B}^{n+1/2}$ は \mathbf{B}_{10} と \mathbf{B}_{10}^* により求められる。

$$\mathbf{B}^{n+1/2} = \frac{\mathbf{B}_{10} + \mathbf{B}_{10}^*}{2} \quad (67)$$

電場を計算するために用いる式は、式(65)を見て分かるように、分母にプラズマの数密度を含んでいる為、数密度がゼロとなる領域ではこの式(65)は発散してしまう。さらに、数値計算の特性上、数密度があまりに小さい値になると、発散もしくは計算誤差が生じる。このことを避けるために、数密度がある特定の値以上の領域をプラズマ領域、その値以下の領域を真空領域とする（本解析では、太陽風の数密度の10%）。これまでに示した電場計算の式はいずれもプラズマ領域におけるものであり、真空領域ではラプラス方程式（ $\nabla^2 \mathbf{E} = 0$ ）を使用し、計算を行った。真空領域では、ラプラス方程式をSOR（Successive Over Relaxation）法を用いて解く。SORにおける加速係数 α は正方形領域の場合は次のように表される。

$$\alpha = \frac{2}{1 + \sin(\pi/NGMX)} \quad (68)$$

ここで $NGMX$ は x 、 y または z 方向の格子数である。 α の値は通常1.8から1.9付近である。また、 $\alpha=1$ の場合には、SOR法はガウス-ザイデル法に等しい。カーテシアン座標系におけるSOR法を以下に示す。SOR法では、次式によって変数の収束を加速する。（ $dx=dy=dz=1$ の場合）

$$\begin{aligned} E_p(i, j, k) &= \alpha \{ E_p(i-1, j, k) + E_p(i+1, j, k) \\ &\quad + E_p(i, j-1, k) + E_p(i, j+1, k) \\ &\quad + E_p(i, j, k-1) + E_p(i, j, k+1) \} / 6 \\ &\quad + (1-\alpha) E_p(i, j, k) \quad , (p = x, y, z) \end{aligned} \quad (69)$$

次式で定義される残差が0.01以下になれば真空部分の電場の計算を終了する。その時の境界条件は、ノイマン条件を用いた。

$$\begin{aligned} \xi_p &= E_p(i-1, j, k) + E_p(i+1, j, k) \\ &\quad + E_p(i, j-1, k) + E_p(i, j+1, k) \\ &\quad + E_p(i, j, k-1) + E_p(i, j, k+1) \\ &\quad - 6E_p(i, j, k) \quad , (p = x, y, z) \end{aligned} \quad (70)$$

PIC 法に関しては、図 20 に示したように、格子点内に存在する超粒子の位置によって、8 個の格子点によって囲まれた体積 V の立方体を、 $V_1, V_2, \sim V_8$ の体積を持つ立方体に分割する。格子点 (i, j, k) に割り振られる超粒子に含まれるイオンの数は、

$$\delta n_i(i, j, k) = \frac{V_2}{V} N \tag{71}$$

で与えられる。ここで N は超粒子数である。すべての粒子についての和を δn_i についてとれば、ある格子点上の数密度を定義することが出来る。本モデルの詳細については、[12][15][16][17]を参照されたい。また、コードの Validation については、冷たいプラズマ中を伝播する電磁場の分散関係について、計算結果と理論式と比較し、良い一致結果を得ている[17]。一方、2章に示した TVD スキームについては、本 3D モデルには導入しておらず、今後導入し、解析の安定化、高精度化を実施する計画である。

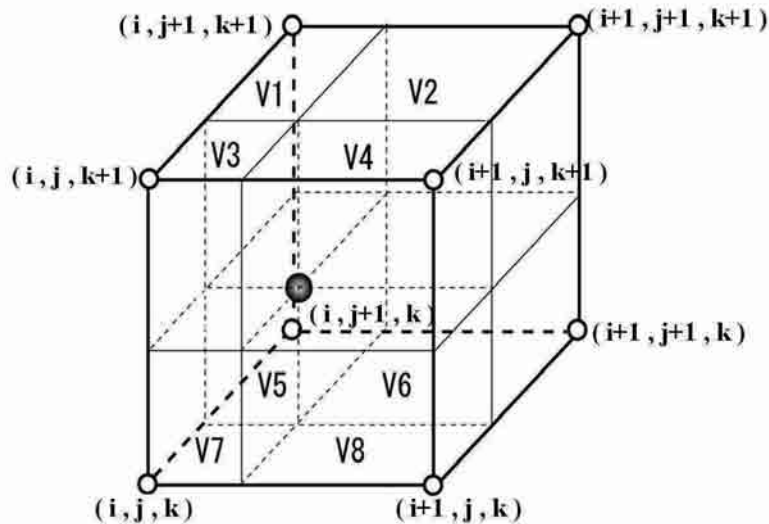


図 20 PIC 法の概要

地上実験で用いられているプラズマ流は、電離度が 10~30% と非常に低く [26]、背景に多数の中性粒子が存在している流れとなっている。この中性粒子とプラズマ流との衝突に関しては、そのクヌッセン数が、0.1 程度であり、衝突による影響が無視できないと考えられる。そこで、背景に仮想的に中性粒子を置き、衝突を考慮する簡易モデルを導入する。水素イオンと水素原子（中性粒子）との衝突断面積から、各計算ステップに生じる衝突確率を計算し、イオンと中性粒子を弾性衝突させる。衝突モデルについては、Vahedi らのモデル [28] を用いた。衝突断面積については、実験によって測定された値 [29] を用い、全衝突の 50% の衝突について、電荷交換衝突とした。背景の中性粒子のプラズマのパラメータについては、電離度が 30% であるとして、プラズマイオンの速度、密度から算出した。背景の中性粒子のパラメータを表 6 に示す。この電離度における中性粒子の密度は $4.2 \times 10^{19} \text{ [m}^{-3}]$ であり、イオン密度と電離度から計算される。中性粒子の速度については、MPD アークジェットからの流量が常に保存されることから、質量流量 0.4 [g/s]、プラズマルームの半径 0.25 m を用いて計算され、中性粒子速度を 9.7 [km/s] とした。衝突断面積については、中性粒子（水素分子）は 1 [eV] ではほぼ水素原子に解離していることから、H と H⁺ の相対速度に対する衝突断面積 $1.1 \times 10^{-19} \text{ [m}^2]$ を用いた。これらのパラメータを

用いて衝突確率が計算される。衝突確率を計算する式を(72)に示す。ここで、 n_{gas} , σ , v , dt はそれぞれ、中性粒子密度、水素イオンと水素原子の相対速度に依存した散乱断面積、中性粒子とイオンの相対速度、時間刻みを示す。解析中における衝突確率の変更は無い。

$$P_{\text{collision}} = 1 - \exp(-n_{\text{gas}}\sigma \cdot v \cdot \Delta t) \quad (72)$$

表 6 イオン-中性粒子衝突モデルパラメータ[22]

Parameters	
Ionization ratio	0.3
Momentum transfer cross section ($H^+ + H$)	$1.1 \times 10^{-19} \text{ [m}^2\text{]}$
$P_{\text{collision}}$	5.8×10^{-5}
Neutral	
Density	$4.2 \times 10^{19} \text{ [m}^{-3}\text{]}$
Velocity	9.7 [km/s]
Temperature	0.84 [eV]

4.2.5 解析結果

図 21 に、プラズマの密度コンター図を示す。(a)は、磁気圏がほぼ定常の磁気圏形状となる $\omega_{ci}t = 400$ における平均密度場のコンター図である。 $-Z$ 方向からの太陽風を模擬したプラズマが磁場と相互作用し、磁気圏が形成されている全体の様子が分かる。(b)は、シャッターカメラで撮影された実験結果であり、(a)の点線区間に相当する領域を示している。また、下図(c)は、実験の撮像と同一の方向から見た $Y=0$ (XZ 平面)における密度コンター図(解析結果)であり、(a)の点線区間に相当する領域を示す。(a)と同期間の平均場の結果であり、原点に実験と同じサイズのコイルを示している。実験結果、ならびに解析結果では、コイル中心からの距離が100~150 mmの位置、つまり(b)に示した boundary1 と boundary2 に囲まれた dark region 領域に明暗の境界位置が存在しており、磁気圏厚みに相当する領域と考えられる。磁気圏厚みは、磁気圏境界における磁場強度および太陽風速度から計算したイオンのラーマー半径の2倍程度となっている。

次に、磁気圏境界に関して実験と解析の定量的な比較を実施する。コイル中心(原点)から $-Z$ 方向に向かう磁場 B_z と初期の磁場 B_{z0} の比を計算した分布を図 22 に示す。灰色線が実験結果、黒実線が衝突モデルを含めた場合における解析結果、黒点線が衝突モデルを考慮しない場合における解析結果を示す。 L の位置に示した灰色点線は、式(57)によって理論的に算出した磁気圏サイズ L の位置を示す。図は実験、解析結果共に平均場を示している。図 22 に示したエラーバーは、その平均値を算出した期間の標準偏差を示している。実験、解析結果において、初期磁場がプラズマ流によって圧縮され、 B_z/B_{z0} の値が最も強くなった点からコイル中心までの距離を磁気圏サイズ L と定義すると、理論式から算出した L と良好な一致結果が見て取れる。また、衝突モデルを考慮した後の図 22 の解析結果 B_z/B_{z0} は、実験結果をよく再現しており、衝突なしのモデルで計算した時に比べて磁気圏境界の位置や B_z/B_{z0} の絶対値も実験結果に近づく傾向にあることがわかる。この要因として、衝突モデルの導入によって、中性粒子とイオンの衝突を介してイオンの流れが減速され、磁気セイルが作る磁場に対し、プラ

ズマ流からのインパクトが小さくなったことが考えられる。なお表6に示した衝突モデルのパラメータのうち、背景の中性粒子の速度がもっとも結果に影響を与えることが分かっている。

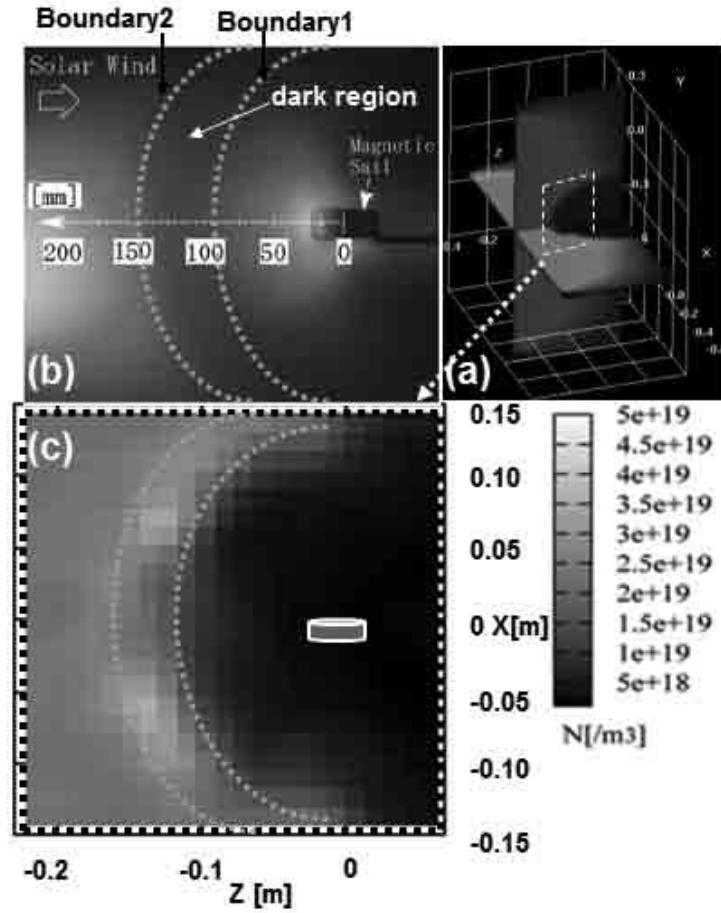


図 21 磁気セイル実験結果と数値解析結果の比較 (a) 密度コンター図 (解析結果, Case 2), (b) 撮像写真 (実験), (c) (a)で示した点線部分を拡大した密度コンター図 (解析結果) (Case 2: 3D, Chamber, IMF=0)

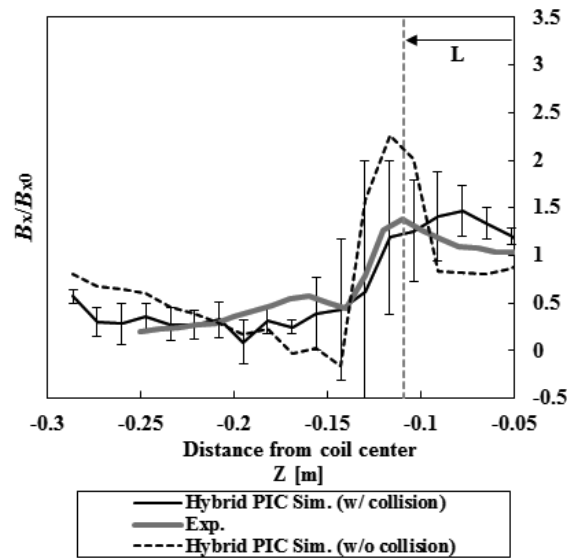


図 22 コイル中心から Z 軸上の磁束密度分布(B_x/B_{x0})の比較 (Case 2: 3D, Chamber, IMF=0)
 (灰色：実験結果，黒実線：衝突モデルあり，黒点線：衝突モデルなし)

ここからは、実験及び数値解析で得ることができた推力値について示す。磁気セイル（コイル）に生じる推力をスラストスタンドによって直接測定した実験結果は、1.7 [N]であった。この推力値は、磁場を発生させない場合と発生させた場合のスラストスタンドに生じる力の差を計算した値である。つまり、誘導磁場とコイル電流とのローレンツ力によって生じる推力を表している。解析においても、①運動量変化、②コイルを取り囲む面に生じるマクスウェル応力、③磁気圏境界電流がつくる誘導磁場がコイル電流に作用して働くローレンツ力をそれぞれ計算した。その結果、これらの値は衝突モデルなしの場合において、約 3.5 [N]となった。イオンと中性粒子の衝突を考慮した場合は、推力は 2.5 [N]に減少した。この理由として、プラズマ流の運動エネルギーが衝突によって減少し、磁気圏境界のイオン電流密度が減少することが挙げられる。その結果として、誘導磁場が減少し、コイルに働くローレンツ力が小さくなり、推力が低下したと考えられる。衝突モデルによる推力の減少分は約 1 Nであった。地上実験では、中性粒子とイオンとの衝突が無視できないパラメータ領域 ($Kn \sim 10^2$) にあり、その効果を考慮することによって、磁場のプロファイルや推力値が実験に近づくという結果が得られた。これは、衝突の効果が実験を再現する際には重要であり考慮することが必要であることを示している。実際の宇宙空間では、太陽風中の中性粒子とイオンの衝突の影響は無いことから、少なくとも実験で得られた推力に対し、衝突効果に相当する分の推力の増加が見込まれる。解析結果から評価すれば、衝突を考慮しない場合の約 3.5 [N]が、 $L = 0.1$ m (実パラメータで $L = 300$ km に相当) における予測推力となる。地上実験で得られた推力値に対し、おおよそ 1.5 倍程度の増加を見込むことができる。

本章では、開発したハイブリッド粒子モデルを用い、磁気セイルの推力を計算し、地上実験との比較を実施した。数値解析モデルに衝突モデルを考慮することにより、地上実験の結果（磁場分布、推力値）を良い精度で再現できるようになった。また、本結果によって、開発したハイブリッド粒子モデルの実モデルへの適用可能性を示すことができた。

4.3 磁気セイルの磁気帆スケールに対する推力公式

4.3.1 研究目的

本章では、4.2 章にて実モデルへの適用性が示されたハイブリッド粒子モデルを用い、磁気帆のスケールおよび磁気帆を構成するダイポールモーメントの太陽風に対する角度依存性を考慮した推力公式を示す。

4.3.2 解析モデルおよび解析条件

本解析に用いた太陽風パラメータについて、表 7 に示す。また、4.2 章で定義した磁気圏サイズ L における太陽風イオンのラーマー半径 r_L は表 7 の太陽風パラメータを用いると約 100 km と計算され、両者の比である r_L/L は、コイルが作る磁気圏に対する太陽風プラズマの振る舞いを決める重要な無次元パラメータである。 r_L/L が 1 よりも十分に小さい場合、太陽風プラズマは流体的に振る舞い、理想 MHD 近似による評価が可能な MHD スケールであるが、 r_L/L が 1 よりも大きい場合、太陽風プラズマは磁気圏に対して粒子的に振る舞い、推力特性の評価にはイオンの有限ラーマー半径効果を考慮する必要があるイオンスケールである。本解析では、表 7 に示すように $r_L/L=0.125$ (MHD スケール) から $r_L/L=12.5$ (イオンスケール) までの推力特性について、イオンの有限ラーマー半径効果を考慮したハイブリッド粒子モデルを用いて推力値を評価した。なお衝突モデルは考慮していない。

本解析に用いた解析モデルを図 23 に示す。表 7 に示した磁気圏サイズを持つコイル磁場をコイルの中心と原点を合わせ、解析体系の中心に配置する。この時、図 23 に示したように、太陽風の流れ方向とコイル軸 (磁気モーメントの方向) のなす角を Attack Angle θ として定義し、この θ を 0, 20, 30, 45, 60, 70, 90 としたケースにおける推力特性を調査する。推力特性としては、Z 方向の推力 F_z を評価する。解析領域全体に、表 7 のパラメータを持つ太陽風イオンをランダムな位置に配置し、時間の経過ごとに $-Z$ 方向から太陽風イオンを境界から注入する。イオンおよび電子の温度は一定とし、イオン粒子の速度はマクスウエル分布しているものとして与えた。今回の評価では、太陽風流れ場の影響のみを調査する為、惑星間磁場 (IMF) は考慮していない。

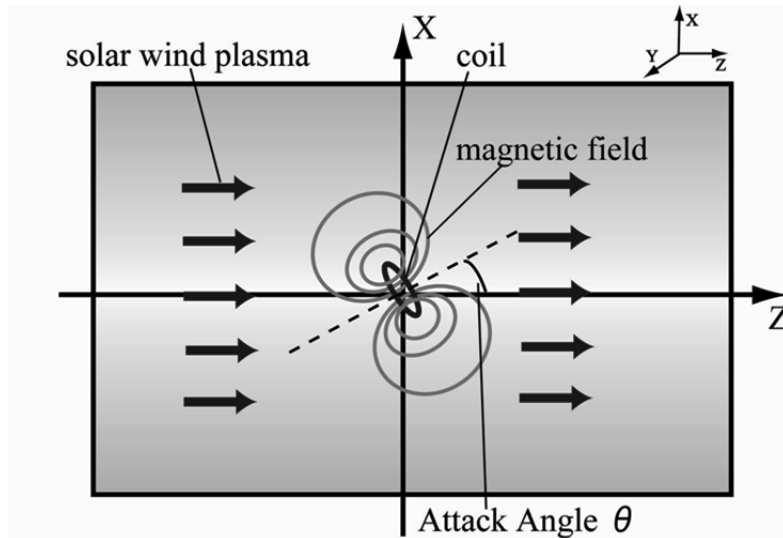


図 23 解析モデル図 (Case 3: 3D, Space, IMF=0)

表 7 解析パラメータ (Case 3: 3D, Space, IMF=0)

Parameters	Value
Solar Wind Parameters	
Injection Plasma	Hydrogen
Velocity : u_{sw}	400 [km/s]
Density : n_{sw}	$5.0e+6$ [m^{-3}]
Electron Temperature : T_e	10 [eV]
Ion Temperature : T_i	10 [eV]
Dimensionless Parameters	
Ion Acoustic Mach number	6
Simulation Parameters	
Number of Particles per Cel	50
Mesh Number	$80*80*80$

Case Name	r_{Li}/L	Coil Radius [km]	dx[km]	dt/(1/ ω_{ci})
Case A	0.125	500	100	0.01
Case B	12.5	5	1	0.00005

4.3.3 解析結果

図 24 に各 Attack Angle θ における Z 方向に生じる推力 F_z (左軸 $r_{Li}/L = 0.125$, 右軸 $r_{Li}/L = 12.5$) を示す. $r_{Li}/L = 0.125$ (MHD スケール) の条件においては, 図の黒線で示すように, Attack Angle θ が 0 度の場合で推力が最大 6700 [N] となり, 最小の推力値をとる 90 度の場合と比較して約 1.5 倍程度となっている. これに対し, $r_{Li}/L = 12.5$ (イオンスケール) の条件においては, 図の灰色線で示すように Attack Angle θ が 90 度の場合で推力が最大 27 [mN] となり, 推力が最小となる 0 度の条件と比較して約 2 倍程度となっている. 図のエラーバーは, 計算した時間平均の推力における平均区間の標準偏差を示している. 推力の計算は, 太陽風粒子の運動量の時間変化, およびコイルを取り囲む面におけるマクスウェル応力の積算値から算出した.

図 25 に MHD スケールにおける太陽風プラズマの数密度および磁力線分布を示す. 各図は, $Y=0$ における XZ 面に対して表示している. 図中の太点線はおおまかな磁気圏境界の位置を示している. 図 25(a) ($r_{Li}/L = 0.125$, $\theta=0$) では, 矢印で示した磁場の Cusp 領域に太陽風プラズマが集中し, 圧力が高くなっている領域が確認できる. 図 25(c) の $\theta=90$ のケースでは, カスプの領域に高い密度のプラズマ領域は形成されていない. MHD スケールでは $\theta=0$ の時, 磁場の Cusp により有効に太陽風の圧力を受け止めることができおり, このことが推力の大小にも影響を及ぼしている. 一方, 磁気圏サイズの X 方向における幅を示した細点線を用いて磁気圏サイズを比較した場合, $\theta=0$ 度のケースと比較しても, 90 度のケースは磁気圏サイズにほとんど差がないことが確認できる. MHD スケールでは, Attack Angle θ の違いによって, カスプの存在とその位置が変化し, それに依存して推力が変化することが分かった.

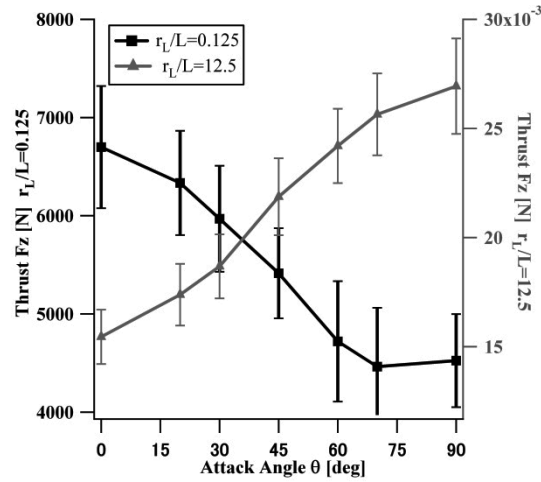


図 24 Attack Angle θ における推力 (左軸 $r_L/L=0.125$, 右軸 $r_L/L=12.5$)
(Case 3: 3D, Space, IMF=0, Case A, B)

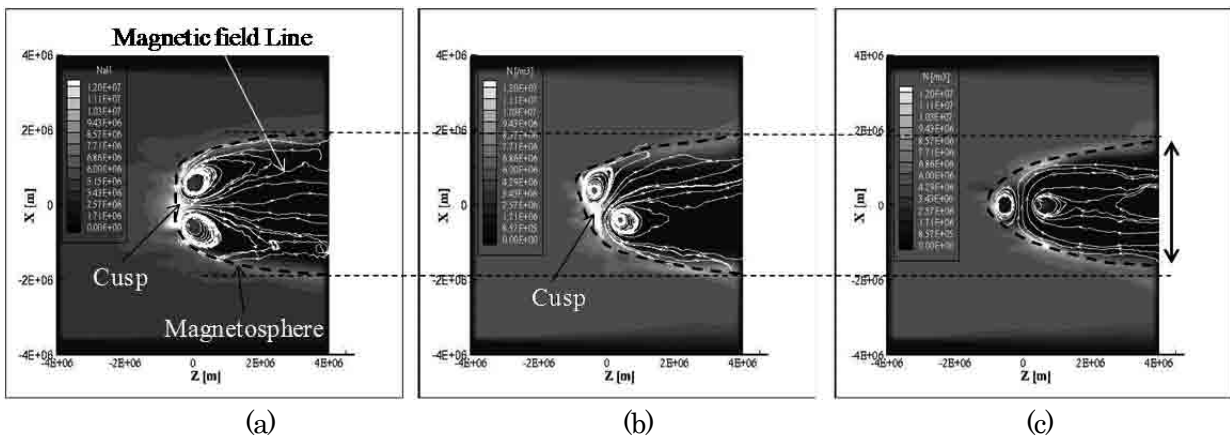


図 25 MHD スケールにおける太陽風プラズマの数密度および磁力線分布
(Case 3: 3D, Space, IMF=0, Case A, $r_L/L=0.125$), (a) $\theta=0$ 度, (b) $\theta=45$ 度, (c) $\theta=90$ 度

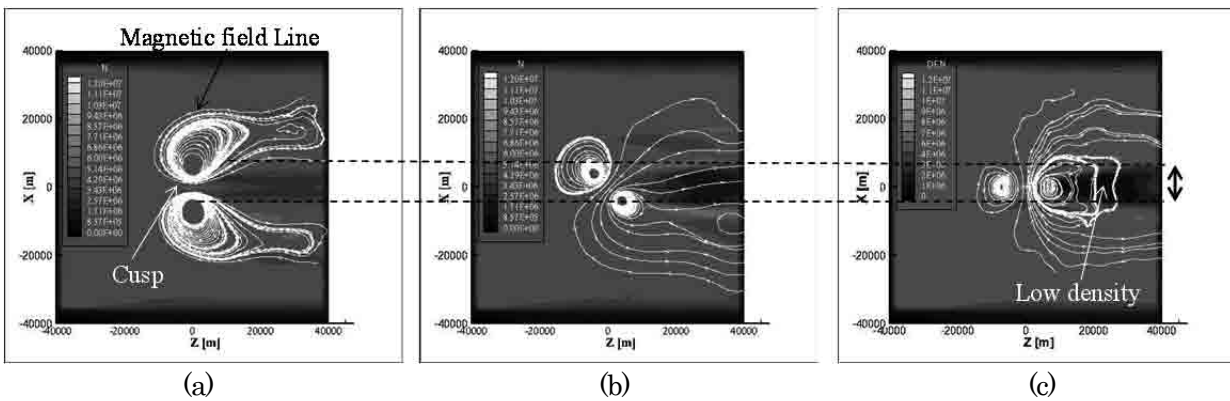


図 26 イオンスケールにおける太陽風プラズマの数密度および磁力線分布
(Case 3: 3D, Space, IMF=0, Case B, $r_L/L=12.5$), (a) $\theta=0$ 度, (b) $\theta=45$ 度, (c) $\theta=90$ 度

図 26 に $r_{Li}/L = 12.5$ (イオンスケール) の条件における太陽風プラズマの数密度および磁力線分布を示す. 第図 26(a) ($r_{Li}/L = 0.125$, $\theta = 0$ 度) に示した Cusp 領域に着目すると, MHD スケールにおける $\theta = 0$ 度のケースで存在していたカスプの高密度領域は確認できない. これは, イオンのラーマー半径 (100 km) が磁気圏サイズ (10km) に比較して非常に大きい為, イオンは磁気圏に対してほぼ直進運動を行い, 磁場の Cusp で太陽風の圧力を有効に受け止められないことが原因と考えられる. さらに, 図 26(c) の $\theta = 90$ の条件と比較した場合, $\theta = 0$ の場合は, コイルの磁気モーメントが太陽風の流れ方向を向いており, 磁力線と太陽風プラズマ流とが平行であることから, さらに弱い相互作用を示すと考えられる. 実際, 図 26(c) ($r_{Li}/L = 12.5$, $\theta = 90$) に示した結果では, 図 26(a) の結果と比較して, コイル後方の領域において, より多くの太陽風プラズマが遮られ, 低密度となっている Wake 領域が確認できる. つまり, $\theta = 90$ の条件の方が, 太陽風の流れ方向に対して垂直に磁気モーメントが存在しており, 流れと垂直な磁場成分が多い $\theta = 90$ の条件の方が効率的に太陽風の運動量を受け止めることができおり, このことが推力の大小関係にも影響していると考えられる. これは, MHD スケールの Attack Angle θ における推力傾向とは逆の傾向である.

上記の解析結果から得られた推力値に加え, パラメトリック解析を実施した結果から, 磁気圏スケール r_{Li}/L および Attack Angle θ をパラメータとした推力公式を式(73)~(74)に示す. θ の単位はラジアンで入力する. この式は, 論文[5]で明らかにされた藤田の公式を拡張した公式である. この拡張された式により, MHD スケールからイオン慣性長スケールにおける任意の磁気圏スケールに対し, コイルの磁気モーメントが傾いたケース (任意の θ) における定量的な推力を算出することが可能となる.

本解析では, 太陽風の流れの影響のみを考慮した推力特性を調査するため, 惑星間磁場を無視した評価を実施したが, 実際の太陽風は, 惑星間磁場を伴う流れであり, IMF の方向, 大きさを考慮した推力特性を調査, 把握することが軌道設計や, 姿勢制御, ミッション検討において必須であり, 今後, 解析や実験による評価を行い, 推力公式を拡張していく計画である. また, イオンスケールよりもさらに小スケールな電子慣性長スケールにおける磁気セイルの推力特性について, 荷電分離の影響を考慮した全粒子解析によって, これまでに考察した推力特性が妥当であるかを評価し, 推力公式に反映したいと考えている.

$$F = C_D \frac{1}{2} m_i N_i u_i^2 S \quad (73)$$

$$C_D = \frac{2.2 - 0.9 \cos \theta^{(4.2-0.035\theta)}}{(r_{Li}/L)} \cdot \exp\left(\frac{-0.1 + 0.4 \cos \theta^{(4.2-0.035\theta)}}{(r_{Li}/L)^2}\right) \quad (r_{Li}/L > 1, 0 < \theta < 90^\circ)$$

$$C_D = 3.3 + 1.2 \cos \theta^{(5.4-0.02\theta)} \cdot \exp\left(\frac{-0.31 - 0.08 \cos \theta^{(5.4-0.02\theta)}}{(r_{Li}/L)^{-2}}\right) \quad (r_{Li}/L < 1, 0 < \theta < 90^\circ) \quad (74)$$

5 計算手法のノウハウと今後の課題

Hybrid-PIC モデルを用いた磁気セイルの計算において, 安定的に計算を進め, 結果を得る為に用いたノウハウおよび, 解析コードに関する今後の課題, 磁気セイルの計算に関する今後の課題をリストアップする.

- 太陽風プラズマの数密度 (主成分となるプラズマの数密度) に対して, 背景プラズマの数密度は 10% として計算を行った. また, プラズマ - 真空の境界を決める閾値密度についても, 太陽風プラズマの 10% を下

回った場合を真空と判断した。

- 解析格子 1 つあたりの超粒子の数については、おおよそ 50~100 個で十分と考えられる。50 個から 150 個へ増加させたケースの比較を実施したが、磁場分布や推力値そのものの差は小さく、時間的な変動が低く抑えられる結果となった。
- CAM-CL 法において、電磁場の時間刻みは、粒子の軌道計算の時間刻み（磁場のもっとも強い位置でのサイクロトロン周波数の 1/10）に対して、1/50（サイクロトロン周波数の 1/500）とした。
- MHD ならびにイオン慣性スケールにおける IMF が太陽風の流れ場に与える影響については参考文献 [30] を参照のこと。MHD スケールでは、IMF 印加に伴い太陽風上流側に電磁流体波である fast 波による衝撃波が発生するのに対し、イオン慣性スケールでは、太陽風上流側で太陽風イオン慣性長よりも波長が短い Whistler 波が誘起され伝播する。IMF が宇宙機の推力やトルクに与える影響についてはより詳しい調査が必要である。
- Hybrid-PIC 法では電場は Ohm の法則より求められるが、ここに密度の逆数に比例する項が現れることにより、低密度領域では計算が不安定になることが知られている。本報告においても低密度領域における計算の取扱いについて述べたが、過去の研究の中でこの対策方法について明確に述べた研究はない。したがって、Hybrid-PIC 法における低密度領域の取り扱いについて今後検討を行い、まとめる必要がある。
- IMF を考慮しない場合の磁気セイルに働くトルクの評価については、MHD~イオン慣性長スケールにおいて [31] に評価結果をまとめた。トルクに関しては、4 章で定義した Attack Angle の定義を用いて言えば、 $\theta = 90, 270$ 度において姿勢が安定するようなトルクが生じる。電子スケールの評価については、今後調査および検討を行い、まとめる必要がある。さらに、IMF を考慮した場合の推力特性（推力公式）、姿勢安定性、トルクの傾向（定式化）を定量的に把握する必要がある。
- 電子慣性長スケールにおける推力、トルクについても今後調査および検討を行い、まとめる必要がある。

6 まとめ

本報告では、磁気プラズマセイルの研究開発向けに開発した、イオンを粒子、電子を流体として取り扱う Hybrid-PIC プラズマ解析コードについて、その詳細を記述し、このコードを用いて実施した数値解析結果をまとめた。

第 2 章では、本研究で開発した Hybrid-PIC コードの内容について詳しく説明するとともに、新たな計算手法として、衝撃波などの不連続面が発生するプラズマ流れの計算において計算の安定性と解像度を向上させるため、磁場の誘導方程式の対流項の離散化に Total Variation Diminishing (TVD) 法を導入し、その計算手法について述べた。

第 3 章では、Hybrid-PIC コードの妥当性をプラズマの分散関係を調べることで確認するとともに、本研究で新たに導入した TVD 法を適用した場合と、従来の方法である中心差分法を適用した場合で計算結果の比較を行った。その結果として、TVD 法を適用することによって、磁場の不連続面で現れる非物理的な数値振動を、陽的なスムージングを行うことなく低減できることを示した。また、数値振動が抑えられるだけでなく、過度の減衰も起きないことを示し、安定かつ高精度の計算を実証した。

第 4 章では、本研究で開発した Hybrid-PIC コードを用いた代表的な計算例として、1) 惑星間磁場を考慮した磁気セイルの 2 次元シミュレーション、2) 3 次元シミュレーションによる磁気セイルの推力予測と地上実験結果との比較、3) 磁気セイルの磁気帆スケールに対する推力予測、について述べ、磁気プラズマセイルの研究開発に本コードが有用であることを示した。今後、さまざまな条件や環境における磁気プラズマセイルの推力評価、安定姿勢評価をさらに高精度に実施する為、本 Hybrid コードの改良を行い、磁気プラズマセイルを用いたミッション設計、ミッション提案への利用を推進したいと考えている。

謝辞

本研究を実施するにあたり、科学技術振興機構（JST）、戦略的創造研究推進事業（CREST）プロジェクトによる支援、ならびにプロジェクトリーダーである神戸大学大学院システム情報学研究科臼井英之教授および共同研究者の皆様との有益な議論に感謝致します。また、磁気プラズマセイル（MPS）研究グループの皆様からの多大なご支援と有益な議論に感謝いたします。本論文の数値計算は、京都大学生存圏研究所の共同利用研究プロジェクトとして電波科学計算機実験装置（KDK）を用いて行われました。また、宇宙航空研究開発機構（JAXA）情報・計算工学（JEDI）センターの計算機（JSS）利用による支援、ならびに所属研究者の皆様との有益な議論に感謝致します。

参考文献

- [1] Zubrin, R. M. and Andrews, D. G. : Magnetic Sails and Interplanetary Travel, *J. Spacecraft Rockets*, Vol.28, (1991), pp. 197-203.
- [2] Winglee, R. M., Slough, J., Ziemba, T. and Goodson, A. : Mini-Magnetospheric Plasma Propulsion: Tapping the Energy of the Solar Wind for Spacecraft Propulsion, *J. Geophys. Res.*, Vol.105, (2000), pp. 21,067-21,077.
- [3] 山川宏, 小川博之, 藤田和央, 野中聡, 澤井秀次郎, 國中均, 船木一幸, 大津広敬, 中山宜典 : 磁気プラズマセイルによる外惑星探査, *日本航空宇宙学会論文集*, Vol.52, (2004), pp. 148-152.
- [4] Yamakawa, H., Funaki, I., Nakayama, Y., Fujita, K., Ogawa, H., Nonaka, S., Kuninaka, H., Sawai, S., Nishida, H., Asahi, R., Otsu, H. and Nakashima, H. : Magneto-Plasma Sail: An Engineering Satellite Concept and Its Application for Outer Planet Missions, *Acta Astronautica*, Vol. 59, (2006), pp. 777-784.
- [5] Fujita, K. : Particle Simulation of Moderately-Sized Magnetic Sails, *J. Space. Technol. Sci.*, Vol. 20, (2004), pp. 26-31.
- [6] Schnack, D. D. : Lectures in Magnetohydrodynamics With an Appendix on Extended MHD, *Lecture Notes in Physics* 780, Springer-Verlag, Berlin, (2009).
- [7] Birdsall, C. K. and Langdon, A. B. : *Plasma Physics via Computer Simulation*, Taylor & Francis, New York, (2005).
- [8] Winske, D., Yin, L., Omid, N., Karimabadi, H. and Quest, K. : Hybrid Simulation Codes: Past, Present and Future - A Tutorial, *Space Plasma Simulation* edited by Büchner, J. et al., Springer-Verlag, Berlin, (2003), pp. 136-165.
- [9] Lipatov, A. S. : *The Hybrid Multiscale Simulation Technology*, Springer-Verlag, Berlin, (2002).
- [10] Kajimura, Y., Usui, H., Funaki, I., Ueno, K., Numani, M., Shinohara, I., Nakamura, M., and Yamakawa, H. : 3D Hybrid Simulation of Pure Magnetic Sail including Ion-Neutral Collision Effect in Laboratory, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 26, No. 1, (2010), pp. 159-165.
- [11] Kajimura, Y., Funaki, I., Nishida, H., Usui, H., Sinohara, I., Yamakawa, H., Nakashima, H. : Quantitative Evaluation of Ion Kinetic Effect in Magnetic Field Inflation by the Injection of a Plasma Jet, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol.54, (2011), pp.90-97.
- [12] Harned, D. S. : Quasineutral Hybrid Simulation of Macroscopic Plasma Phenomena, *J. Comput. Phys.* Vol.47, (1982), pp.452-462.
- [13] Terasawa, T., Hoshino, M., Sakai, J. and Hada, T. : Decay Instability of Finite-Amplitude Circularly Polarized Alfvén Waves : A Numerical Simulation of Stimulated Brillouin Scattering, *J. Geophys. Res.*, Vol.91, (1986), pp. 4171-4187.
- [14] Winske, D. and Quest, K. B. : Magnetic Field and Density Fluctuations at Perpendicular Supercritical Collisionless Shocks, *J. Geophys. Res.* Vol.93 A9, (1988), pp.9681-9693.
- [15] Horowitz, E. J., Schumaker, D. E. and Anderson, D. V. : QN3D: A Three-dimensional Quasi-neutral Hybrid Particle-in-cell Code with Applications to the Tilt Mode Instability in Field Reversed Configurations, *J. Comput. Phys.*

- Vol.84, (1989), pp.279-310.
- [16] Matthews, A. P. : Current Advance Method and Cyclic Leapfrog for 2-D Multispecies Hybrid Plasma Simulations, *J. Comput. Phys.* Vol.112, (1994), pp.102-116.
- [17] 村中崇信, 長峯嘉彦, 内村英幸, 中島秀紀 : プラズマ挙動解析のための 3 次元ハイブリッドコードの開発, *九州大学大学院総合理工学報告*, Vol. 22, No. 3, (2000), p309-314.
- [18] Gargaté, L., Bingham, R., Fonseca, R. A. and Silva, L. O. : dHybrid: A Massively Parallel Code for Hybrid Simulations of Space Plasmas, *Comput. Phys. Comm.*, Vol.176, (2007), pp.419-425.
- [19] Müller, J., Simon, S., Motschmann, U., Schüle, J., Glassmeier, K. H. and Pringle, G. J. : A.I.K.E.F.: Adaptive Hybrid Model for Space Plasma Simulations, *Comput. Phys. Comm.*, Vol.182, (2011), pp.946-966.
- [20] Yee, H. C. : Upwind and Symmetric Shock-Capturing Schemes, NASA TM-89464, (1987).
- [21] Tóth, G. : The Constraint in a Shock-Capturing Magnetohydrodynamics Codes, *J. Comp., Phys.*, Vol.161, (2000), pp. 605-652.
- [22] 大林辰蔵 : 宇宙空間物理学, 裳華房, (1970).
- [23] Winske, D. and Omidi, N. : Plasma Expansion in the Presence of a Dipole Magnetic Field, *Phys. Plasmas*, Vol.12 ,(2005), 072514.
- [24] Nishida, H., Ogawa, H., Funaki, I., Fujita, K., Yamakawa, H. and Nakayama, Y. : Two-Dimensional Magnetohydrodynamic Simulation of a Magnetic Sail, *J. Spacecraft Rockets*, Vol.43, (2006), pp. 667-672.
- [25] Kajimura, Y., Noda, K., Nakashima, H., and Funaki, I. : Feasibility Study of Magneto Plasma Sail by Using Numerical Simulation and Experiment, 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2007-587, (2007).
- [26] Funaki, I., Ueno, K., Yamakawa, H., Nakayama, Y., Kimura, T., and Horisawa, H. : Interaction between Plasma Flow and Magnetic Field in Scale Model Experiment of Magnetic Sail, *Fusion Science and Technology*, Vol. 51, No. 2T, (2007), pp. 226-228.
- [27] Ueno, K., Funaki, I., Kimura, T., Horisawa, H., and Yamakawa, H. : Thrust Measurement of Pure Magnetic Sail using the Parallelogram-Pendulum Method, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 25, No. 2, (2009), pp. 536-539.
- [28] Vahedi, V., and Surendra, M. : Monte-Carlo Collision Model for Particle-in-Cell Method: Application to Argon and Oxygen Discharge, *Computational Physics Communications*, Vol. 87, (1995), pp. 179-198.
- [29] Golant, V. E., Zhilinsky, A. P., and Sakharovt, I. E. : Fundamentals of Plasma Physics, Chapter 2.6, (1977), pp. 46-49.
- [30] Matsumoto, M., Kajimura, Y., Usui, H., Funaki, I. and Shinohara, I. : Two-Dimensional Hybrid PIC Simulation on the Performance of a Magnetic Sail, *Proceedings of 28th International Symposium on Space Technology and Science*, Okinawa, Japan, 2011-b-54, (2011).
- [31] Kajimura, Y., Funaki, I., Matsumoto, M., Shinohara, I., Usui, H., Yamakawa, H. : Thrust and Attitude Evaluation of a Magnetic Sail by 3D Hybrid PIC Code., *Journal of Propulsion and Power*, accepted, (2011).