



ISSN 1349-1121  
JAXA-RM-10-014

# 宇宙航空研究開発機構研究開発資料

## JAXA Research and Development Memorandum

---

ターボポンプ単体試験で発生した共鳴キャビテーションサージ  
の一次元安定解析による検討

南里 秀明, 谷 直樹, 河南 広紀, 吉田 義樹

2011年1月

宇宙航空研究開発機構  
Japan Aerospace Exploration Agency

# ターボポンプ単体試験で発生した共鳴キャビテーションサージ の一次元安定解析による検討\*

南里 秀明<sup>\*1</sup>, 谷 直樹<sup>\*2</sup>, 河南 広紀<sup>\*1</sup>, 吉田 義樹<sup>\*1</sup>

## Study of Acoustic Cavitation Surge in a Turbopump using One-dimensional Instability Analyses\*

Hideaki NANRI<sup>\*1</sup>, Naoki TANI<sup>\*2</sup>, Hiroki KANNAN<sup>\*1</sup> and Yoshiki YOSHIDA<sup>\*1</sup>

### Abstract

In a liquid rocket engine, cavitation in an inducer of a turbopump sometimes causes instability phenomena when the inducer is operated at low inlet pressure. Cavitation surge (auto-oscillation), one such instability phenomenon, has been discussed mainly based on an inertia model assuming incompressible flow. When the inertia model is used, the frequency of the cavitation surge decreases continuously as the inlet pressure of the turbopump decreases. However, we obtained interesting experimental result in which the frequency of cavitation surge varied discontinuously. Therefore, we employed one-dimensional instability analysis based on an acoustic model in which the fluid is assumed to be compressible. Then, the analytical result qualitatively corresponded with the experimental result. Using the analytical model, we investigated the effect of a phase lag/lead of unsteady cavitation characteristics on cavitation surge. The phase lag/lead of cavitation compliance was found to strongly affect the instability of cavitation surge, even though the phase of the mass flow gain factor does not so. An actual liquid rocket propulsion system is usually equipping a POGO suppression device (PSD), then, we installed the PSD in the test facility and acquired data. Furthermore, we modified the analytical model to evaluate the effect of the PSD. The frequency of cavitation surge was found to basically become the Helmholtz frequency, calculated with the cavitation compliance and the length of pipeline between the PSD and the turbopump. When the frequency of cavitation surge matches one of the acoustic resonance frequency of inlet pipeline, the cavitation surge is strongly excited. The agreement between the experimental result and the analytical result is fairly good.

**Key Words** : Cavitation, Surging, Inducer, Stability, Acoustic Resonance, Accumulator

### 1. 緒 言

液体ロケットエンジン用ターボポンプの入口に設けられるインデューサにキャビテーションが発生し、ターボポンプや推進剤供給ラインに不安定現象を引き起こすことがある。この不安定現象のひとつであるキャビテーションサージは、キャビテーションの非定常特性だけではなく、機体タンクを含めた推進剤供給システム全体の特性によって引き起こされる事象であり、その事象の解明と解決のためには、ターボポンプ単体試験だけでなく、機体システム試験が必要である。しかし、これらの試験は大規模なものとなり、機体システム試験の段階で問題が発生した場合には手戻り作業が多くなることから、今までにキャビテーションサー

ジに関して各種試験と解析のためのモデル化が行われてきた。

1960年代には液体ロケットエンジンの燃料供給ラインと構造系の連成不安定現象である POGO 不安定性についての研究がなされた<sup>(1)</sup>。その後、ターボポンプのインデューサの動特性伝達関数としてマスフローゲインファクタ( $M$ )とキャビテーションコンプライアンス( $K$ )を用いる伝達マトリックスモデルが構築され<sup>(2)</sup>、タンク、配管、ポンプ及び弁を含めたポンプシステムの線形安定性解析モデルが提案されている<sup>(3)</sup>。また、ターボ機械に生じる不安定現象として、サージ、旋回失速、キャビテーションサージ及び旋回キャビテーションの4つに分類され、それらを統合した線形解析モデルも示されている<sup>(4)</sup>。

\* 平成22年12月7日受付 (Received 7 December 2010)

\*1 宇宙輸送ミッション本部 宇宙輸送系推進技術研究開発センター (Space Transportation Propulsion Research and Development Center, Space Transportation Mission Directorate)

\*2 情報・計算工学センター (JAXA's Engineering Digital Innovation Center)

これらのモデルでは、流体は非圧縮と仮定されており、キャビテーションの非定常特性は連続の式と運動方程式を用いて整理され、中立安定の条件における圧力変動の周波数は、配管の長さ $L$ とキャビテーションコンプライアンス $(K)$ の平方根に反比例する<sup>(6)</sup>。即ち、入口圧力を下げキャビテーション数が小さくなると、キャビテーションコンプライアンス $(K)$ が大きくなるため、キャビテーション数が低下するとキャビテーションサージによる圧力変動の周波数は徐々に低下していく。しかし、宇宙航空研究開発機構(以下「当機構」と略す)にて実施したターボポンプの単体試験においてキャビテーションサージと思われる事象が発生したが、その周波数はキャビテーション数に対して連続的に変化するのではなく、不連続に“飛ぶ”ことが観察された。

このようにキャビテーションサージの周波数がキャビテーション数に対して不連続になる事象のひとつに、基本周波数の整数倍で定在波が出現する音響共鳴振動が考えられる<sup>(6)</sup>。本研究では、ターボポンプに推進剤を供給する配管内の流体の圧縮性を考慮することにより、配管の音響的な効果を次元解析モデルに取り入れ、キャビテーションサージの周波数が不連続となる事象の解明を試みた。

一方、近年の研究では、解析によって試験データをより正確に再現するために、解析モデル中のターボポンプの動特性伝達関数に位相遅れ/進みが考慮されている<sup>(7)(8)(9)</sup>。また、キャビティ体積の圧力変動及び流量変動に対する位相遅れ/進みを表現するために複素数に拡張されたキャビテーションコンプライアンス及びマスフローゲインファクタが計算されている<sup>(10)(11)</sup>。このため、次元解析モデルのキャビテーションコンプライアンス $(K)$ とマスフローゲインファクタ $(M)$ を複素数に拡張し、キャビテーション非定常特性の位相遅れ/進みが音響効果を考慮したキャビテーションサージ現象に与える影響も調べた。

また、実際のロケットでは液体酸素のターボポンプの上流に POGO Suppression Device (PSD) と呼ばれるサージタンクと似た部品が装着されている。これは非圧縮と見なした流体の慣性運動による振動周波数を調整し、ロケットの構造的な振動との連成を避けることを目的とした部品であるが、流体の圧縮性を考慮した音響振動に対しても影響を与えると考えられるため、PSD を含めた解析モデルを構築し、ターボポンプ単体試験結果との比較を行った。

## 2. 記号・単位

$A$	: 配管の断面積 [m <sup>2</sup> ]
$c$	: 流体中の音速 [m/s]
$D$	: 配管の直径 [m]
$f_r$	: 摩擦係数
$j$	: 虚数単位 (-1) <sup>1/2</sup>
$K$	: キャビテーションコンプライアンス [m <sup>4</sup> s <sup>2</sup> /kg]
$K_{drag}$	: 配管抵抗係数 ( $f_r U/D$ ) [1/s]
$K_{dragV}$	: 弁の抵抗係数 ( $\Delta p/\rho UL$ ) [1/s]
$K_{drag\_PSD}$	: PSD 取付配管の抵抗係数 [1/s]
$K_{psd}$	: PSD のコンプライアンス [m <sup>4</sup> · s <sup>2</sup> /kg]
$L$	: 長さ [m]
$M$	: マスフローゲインファクタ [m <sup>3</sup> s/kg]
$P_A, P_G, P_D$	: 任意の係数
$p$	: 圧力 [Pa]
$p_I$	: インデューサ入口圧力 [Pa]
$p_s$	: 圧力の定常成分 [Pa]
$p_u$	: 圧力の変動成分 [Pa]
$p_v$	: 飽和蒸気圧 [Pa]
$q$	: 質量流量 [kg/s]
$R$	: インデューサの半径 [m]
$S$	: 速度の比 ( $u_{u3} / u_{u1}$ )
$T$	: 係数の比 ( $P_D/P_C$ )
$t$	: 時間 [s]
$U$	: 平均流の速度 [m/s]
$u$	: 速度 [m/s]
$u_s$	: 速度の定常成分 [m/s]
$u_u$	: 速度の変動成分 [m/s]
$V_C$	: キャビティ体積 [m <sup>3</sup> ]
$x$	: 流れ方向の座標 [m]
$\alpha$	: キャビテーションコンプライアンスの位相角 [rad]
$\beta$	: マスフローゲインファクタの位相角 [rad]
$\gamma$	: 複素角振動数 [rad/s]
$\sigma$	: キャビテーション数 ( $= (p_I - p_v) / \{ \rho (U^2 + (2\pi R \Omega)^2) / 2 \}$ )
$\sigma_D$	: 揚程5%低下時のキャビテーション数
$\rho$	: 密度 [kg/m <sup>3</sup> ]
$\Omega$	: ターボポンプ回転速度 [1/s]
$\omega_f$	: 入口配管の音響の基本角振動数 ( $2\pi c / L$ ) [rad/s]
$\omega_I$	: 複素角振動数の虚数部 [rad/s]
$\omega_R$	: 複素角振動数の実数部 [rad/s]

### 3. 現象の説明

当機構の角田宇宙センターにある高圧液酸ターボポンプ試験設備を使用してターボポンプの単体試験を実施した。図1に試験設備の系統図の概要を示す。作動流体である液体酸素は、10m<sup>3</sup>の容積を持つランタンクから長さ約10mの直管を通して、ターボポンプへ供給される。直管の途中にはバタフライ弁が設置されている。ターボポンプから吐出された液体酸素は、流量計及び流量調整弁を通してキャッチタンクへ流れ込む。試験では、ターボポンプの運転中にランタンクの気相圧力を徐々に下げることによって、ターボポンプ入口部のキャビテーション数を変化させて行った。

ターボポンプ入口部における圧力データの周波数解析結果を図2に示す。これまでの非圧縮性流体を仮定したモデルでは、キャビテーションサージによる圧力変動の角振動数は $1/(\rho KL/A)^{1/2}$ となり<sup>(5)</sup>、ターボポンプの入口圧力、即ちキャビテーション数を下げると、図2(b)中に示す赤線のように圧力変動の周波数は連続的に低下していく。なお、この場合のキャビテーションコンプライアンス(K)は後述するCFDの準定常計算から求めたものを使った。しかし、試験の結果、図2(a)及びその振幅の値を円の面積で表した図2(b)に示すように、キャビテーションサージの変動周波数は解析値より高くなり、かつ、あるキャビテーション数で変動周波数が“飛ぶ”事象が出現した。

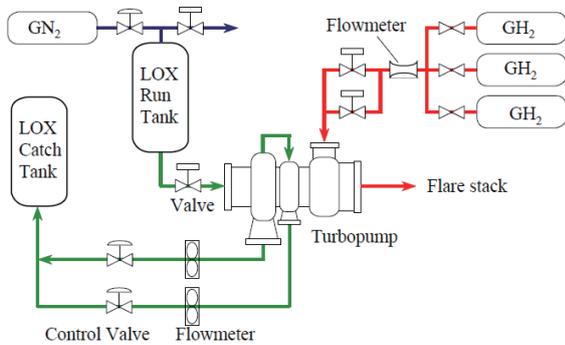


Fig. 1 Schematic diagram of turbopump test facility

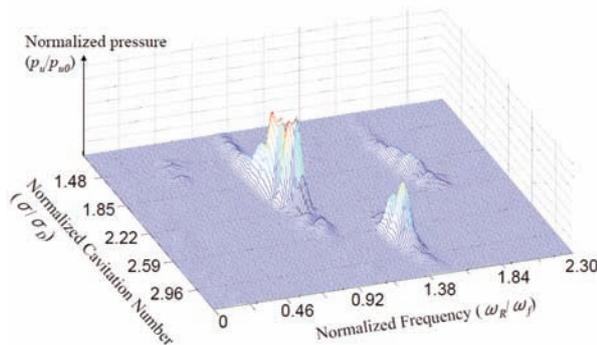


Fig. 2(a) FFT analyses results of fluctuating pressure at the inlet of turbopump

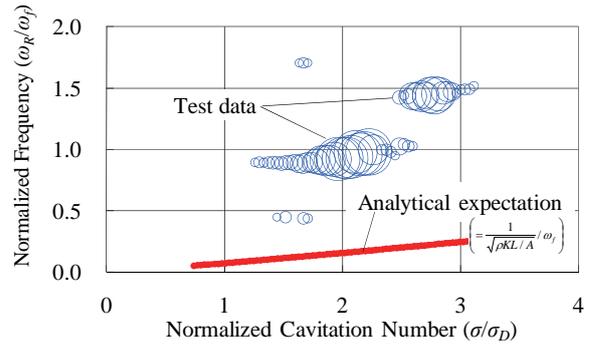


Fig. 2(b) Analytical expectation by inertia model and experimental results of fluctuating pressure at the inlet of turbopump

### 4. 解析モデル

図3にタンク、入口配管、ポンプで構成される最も単純な解析モデルを示す。ここでは問題を簡略化するために、入口配管を途中の細い枝管を省略した直管とし、かつターボポンプ下流には流量変動が無いと仮定することにする。なお、通常のサージではポンプ下流に何らかの容量要素を設ける必要があるが、ここではターボポンプのキャビテーション自体が容量要素となるためにキャビテーション以外の容量要素は考えないことにする<sup>(4)</sup>。このため、ターボポンプの非定常特性のひとつであるダイナミックゲイン(dp/dq)はゼロと仮定する。流体の音速については、標準的な物性値に対し配管の直径、肉厚及び弾性係数をもとにした補正を行い<sup>(12)</sup>、管路長については錨(ツバ)の有無の差による開口部補正を行う<sup>(13)</sup>。

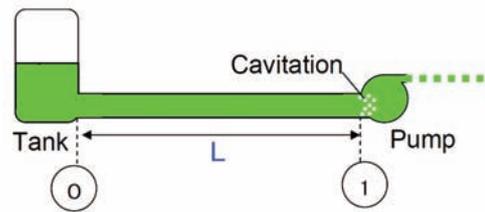


Fig. 3 Simple analytical model

配管の抵抗係数を $K_{drag} (=f_r U/D)$ とおくと配管内の一次元波動方程式は式(1)のように表すことができる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + K_{drag} \frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (1)$$

ここでは系の安定性の評価を行うことが目的であるため、圧力及び速度を定常成分と非定常成分に分割して $p=p_s+p_u$ 及び $u=u_s+u_u$ と表し、定常成分の絶対値は非定常成分に比べて十分大きいと仮定する。この時、非定常成分である $p_u$ の一般解が式(1)から得られる。圧力と速度が正弦波的に振動し、かつタンク出口部(図

3の③部を音響的な自由端、即ち圧力変動が無いと仮定すると、ターボポンプ入口部(図3の①部)における速度変動及び圧力変動の関係は式(2)で表せる。

$$p_{u1} = -j\rho c \frac{\sqrt{\omega^2 - K_{drag}\omega j}}{\omega} \tan\left(\frac{L}{c}\sqrt{\omega^2 - K_{drag}\omega j}\right) u_{u1} \quad (2)$$

また、ターボポンプでの連続の式は、図3の①部でインデューサに発生するキャビテーションの非定常特性であるキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )を用いて、式(3)で表せる。

$$u_{u1}A = K\dot{p}_{u1} + M\rho A\dot{u}_{u1} \quad (3)$$

ここで、 $K = -\left(\frac{\partial Vc}{\partial p}\right)$   $M = -\left(\frac{\partial Vc}{\partial q}\right)$

式(2)と式(3)から変動圧力( $p_{u1}$ )を消去すると変動速度( $u_{u1}$ )に関する微分方程式(4)が導ける。

$$u_{u1}A = \left[ K \left\{ -j\rho c \frac{\sqrt{\omega^2 - K_{drag}\omega j}}{\omega} \tan\left(\frac{L}{c}\sqrt{\omega^2 - K_{drag}\omega j}\right) \right\} + M\rho A \right] \dot{u}_{u1} \quad (4)$$

変動速度( $u_{u1}$ )は、正弦波的に振動すると仮定すると、周波数 $\omega$ を用いて $Ce^{j\omega t}$ と表すことができ、式(4)に代入して整理すると特性方程式(5)が導ける。

$$A = \left[ K \left\{ -j\rho c \frac{\sqrt{\omega^2 - K_{drag}\omega j}}{\omega} \tan\left(\frac{L}{c}\sqrt{\omega^2 - K_{drag}\omega j}\right) \right\} + M\rho A \right] j\omega \quad (5)$$

式(5)について周波数 $\omega$ を複素角振動数( $\omega_R + j\omega_I$ )として整理し、式(5)の実数項と虚数項がいずれもゼロとなるように( $\omega_R, \omega_I$ )を求める。なお、 $\omega_R$ はキャビテーションサージの周波数であり、 $\omega_I$ は減衰率を示す。式(5)は解析的に解くことができないので数値計算によって求める。また、三角関数を含むため高次の解が多数得られるが、本研究では試験データとの比較を目的としているので、低次の4つのモードに限定して以後述べることにする。

## 5. 解析結果と試験結果の比較

### 5.1 キャビテーションコンプライアンス( $K$ )、マスフローゲインファクタ( $M$ )、配管抵抗係数( $K_{drag}$ )の影響

#### 5.1.1 キャビテーションコンプライアンス( $K$ )の影響

図4に無次元マスフローゲインファクタ( $M\rho\Omega$ )=0.035一定、配管抵抗係数( $K_{drag}$ )=0としてキャビテーションコンプライアンス( $K$ )をパラメータとした時の解( $\omega_R, \omega_I$ )を示す。キャビテーションサージの周波数に対

応する実数項( $\omega_R$ )は、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )が大きくなるにつれて僅かに小さくなり、かつ、周波数が“飛ぶ”不連続な解として存在する。なお、図4中の1/4波長~3/2波長とは基本角振動数( $2\pi c/L$ )に対する波長、即ち無次元化した周波数を示す。正確には、例えば図4(a)中に識別した1/2波長はキャビテーションコンプライアンス( $K$ )が小さくなるにつれて3/4波長から1/2波長へ変化しているが、本報告ではこの周波数帯における振動成分を1/2波長の振動と称することにする。

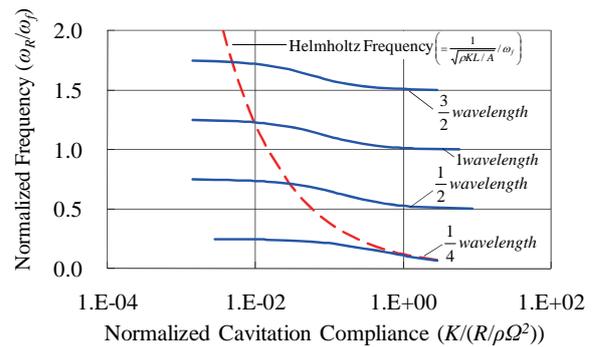


Fig. 4(a) Analytical result of real part,  $\omega_R$ , showing trend analyses on  $K$  ( $M\rho\Omega = 0.035, K_{drag} = 0$ )

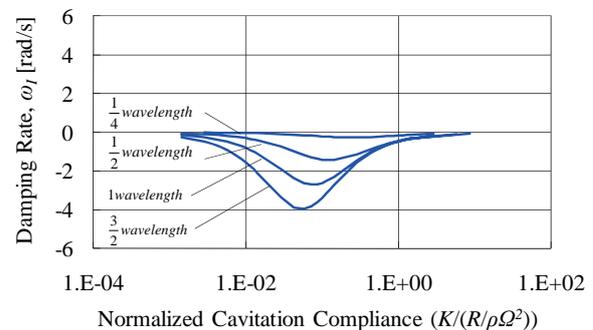


Fig. 4(b) Analytical result of imaginary part,  $\omega_I$ , showing trend analyses on  $K$  ( $M\rho\Omega = 0.035, K_{drag} = 0$ )

キャビテーションコンプライアンス( $K$ )によって僅かに周波数が変化する理由は、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )が小さい時は管路が自由端(タンク側)ー固定端(ターボポンプ側)の音響的な共鳴周波数に近付き、逆にキャビテーションコンプライアンス( $K$ )が大きいと自由端ー自由端の周波数に近付くためと考えられる。つまり、ターボポンプの入口部のキャビテーション数が小さくなるとターボポンプ側の特性が固定端から自由端へと徐々に変化して行き、キャビテーションサージの周波数成分がしだいに低くなる。このようにターボポンプ側の境界条件は、インデューサまわりに発生するキャビテーション特性のために、図5

に示すように音響的な自由端と固定端の間中間的な状態にあると言える。なお、図4(a)にターボポンプのコンプライアンスと配管の長さから求められるヘルムホルツ角振動数( $=1/(\rho KL/A)^{1/2}$ )を破線で示しているが、最も低次の音響固有値である1/4波長の振動は、キャビテーション数が小さくなるにつれてヘルムホルツ共鳴、即ち非圧縮性流体を仮定した慣性運動に漸近していくことが分かる。

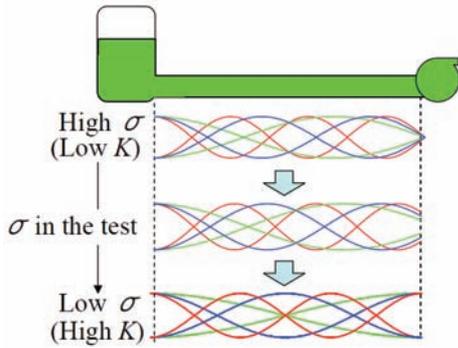


Fig. 5 Acoustic mode in inlet line as decreasing cavitation number ( $\sigma$ )

### 5.1.2 マスフローゲインファクタ ( $M$ ) の影響

図6に無次元キャビテーションコンプライアンス  $[K/(R/\rho\Omega^2)] = 0.14$  一定、配管抵抗係数 ( $K_{drag} = 0$ ) として、マスフローゲインファクタ ( $M$ ) をパラメータとした時の解 ( $\omega_R, \omega_I$ ) を示す。この結果より、 $M$  が変化しても周波数にはほとんど影響しないことが分かる。また、周波数に抛らずマスフローゲインファクタ ( $M$ ) が正の符号の時に減衰率 ( $\omega_I$ ) が負になることから、配管の抵抗等を考慮しない場合には、マスフローゲインファクタ ( $M$ ) の符号のみによってキャビテーションサージの発生有無が判別できる。このことは、振動系の全エネルギーに1サイクルの間に授受されるエネルギーの総和によって説明できる<sup>(14)</sup>。図3の①～④部の配管内の流体に与えられるエネルギー ( $\Delta E$ ) は、非定常成分のみを取り出して次の式となる。

$$\Delta E = -p_{u1} u_{u1} A \quad (6)$$

一方、 $u_{u1}$  は  $C e^{j\omega t}$  と表せることから、式(2)を変形して式(7)が導ける。

$$p_{u1} = -f \ddot{u}_{u1} \quad (7)$$

$$\text{ここで、 } f = \rho c \frac{\sqrt{\omega^2 - K_{drag} \omega j}}{\omega^2} \tan\left(\frac{L}{c} \sqrt{\omega^2 - K_{drag} \omega j}\right)$$

式(7)及び式(3)を式(6)に代入し、脈動事象の1周期  $T$  で積分すると流体のエネルギー変化量は式(8)のように表せる。

$$[\Delta E]^{t+T} = -\frac{K}{2} [(p_{u1})^2]^{t+T} + f M \rho A \int (u_{u1})^2 dt \quad (8)$$

式(8)の右辺の第1項はキャビテーションのばね効果によるポテンシャルエネルギーを示し、第2項にてマスフローゲインファクタ ( $M$ ) が正の時に流体にエネルギーが注入されることが分かる。

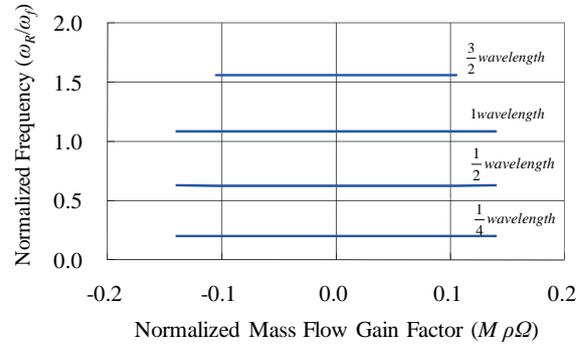


Fig. 6(a) Analytical results of real part,  $\omega_R$ , showing trend analyses on  $M (K/(R/\rho\Omega^2)) = 0.14, K_{drag} = 0$

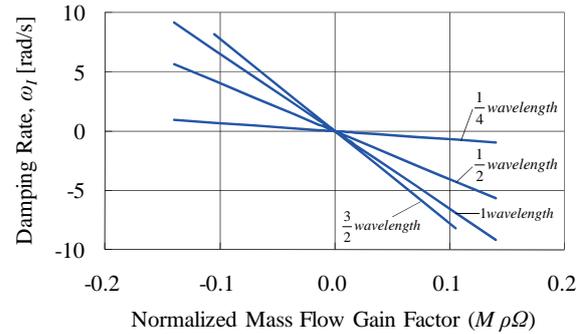


Fig. 6(b) Analytical results of imaginary part,  $\omega_I$ , showing trend analyses on  $M (K/(R/\rho\Omega^2)) = 0.14, K_{drag} = 0$

### 5.1.3 配管抵抗係数 ( $K_{drag}$ ) の影響

図7に無次元マスフローゲインファクタ ( $M\rho\Omega = 0.035$ ) 一定として、配管抵抗係数 ( $K_{drag}$ ) とキャビテーションコンプライアンス ( $K$ ) をパラメータとした時の解 ( $\omega_I$ ) を示す。本試験に用いた試験設備の配管抵抗係数 ( $K_{drag}$ ) は、およそ0.6であるが、図7には配管抵抗が無い場合との違いが分かるように、その10倍の大きな配管抵抗係数 ( $K_{drag} = 6$ ) の場合を例として示している。抵抗が大きくなると減衰率 ( $\omega_I$ ) は配管抵抗係数 ( $K_{drag}$ ) の2分の1の値(図7においては  $(K_{drag} = 6) \div 2 = 3$ ) だけ大きくなる方へ平行移動し、系としては安定になる方へ変化することが分かる。このことは、 $\omega_R^2 \gg \omega_I^2$ ,  $\omega_R^2 \gg K_{drag}^2$  の範囲であれば式(5)から近似的に示すことができる。なお、図は省略するが、周波数特性については配管抵抗係数 ( $K_{drag}$ ) の値を変化させてもほとんど影響がなかった。

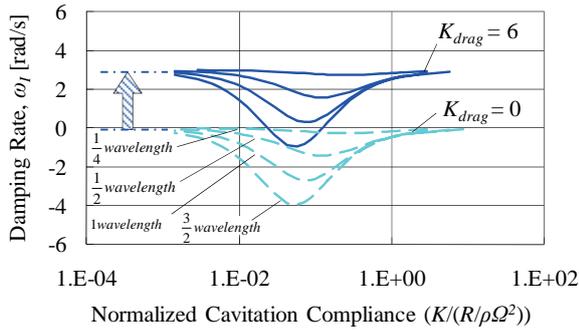


Fig. 7 Analytical results of imaginary part,  $\omega_i$ , showing the effect of  $K_{drag}$  ( $M\rho\Omega = 0.035$ )

5.2 解析結果と試験結果の比較

本モデルを用いて実際の単体試験時の状態を計算するには、インデューサのキャビテーション非定常特性であるキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )の値が必要となる。このためインデューサまわりの流れについてCFD解析を行い、準静的な状態の変化からキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )の値を算出した<sup>(15)</sup>。定常計算値を用いて圧力の微小な変化( $\Delta p$ )に対しインデューサまわりに発生する気泡(キャビティ)の総体積の変化( $\Delta Vc$ )を求めることによってキャビテーションコンプライアンス( $K = -\Delta Vc/\Delta p$ )を求め、同様に流量の微小な変化( $\Delta q$ )に対し、気泡の総体積の変化( $\Delta Vc$ )を求めることによってマスフローゲインファクタ( $M = -\Delta Vc/\Delta q$ )を求めた。このCFD結果によって求めたキャビテーション特性( $K$ と $M$ )をキャビテーション数に対して図8に示す。

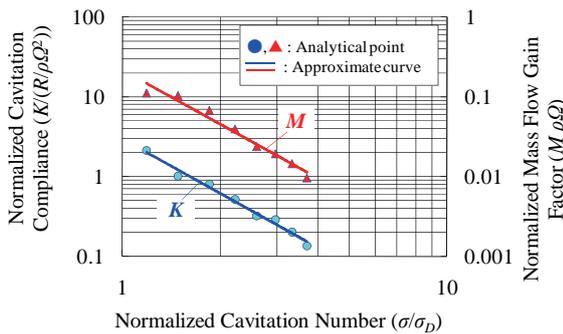


Fig. 8 Cavitation characteristics ( $K$  and  $M$ ) obtained with quasi steady state CFD analyses

図8のキャビテーション特性( $K$ と $M$ )を用いて解析した結果と試験結果の比較を図9に示す。音響共鳴周波数の整数倍の固有値が出現しており、試験データと同様に周波数が“飛ぶ”事象が表現できている。また、キャビテーション数が低くなるに従って周波数が漸減すること、即ち、ターボポンプ側の特性が固定端から

自由端へと徐々に変化して行きキャビテーションサージの周波数成分が僅かに低くなっていくことについても試験データと概ね一致している。

また、図9(b)によるとキャビテーション数( $\sigma/\sigma_D$ )が2より大きい時の1/4波長の振動を除くと、他の周波数は減衰率が負であることから、解析結果ではキャビテーションサージが発生することが分かる。なお、本試験設備の配管抵抗係数( $K_{drag}$ )はおおよそ0.6であり、他の試験設備(ターボポンプを搭載したエンジンの燃焼試験設備、配管抵抗係数( $K_{drag}$ )=3~5程度)に比べて配管の抵抗が小さい。図7の結果から減衰率は配管抵抗係数( $K_{drag}$ )の2分の1安定側へ平行移動するため、他の試験設備では減衰率が全て正になる。これは、同じ供試体を用いても他の試験設備(ターボポンプを搭載したエンジンの燃焼試験設備、配管抵抗係数( $K_{drag}$ )=3~5程度)ではキャビテーションサージが発生しなかったことを裏付ける結果となっている。

一方、キャビテーション数が比較的高い場合に発生する周波数が高いモードの振動が、キャビテーション数が小さくなると減衰し、一つ下のモードに切り換わる事象については、この解析モデルでは再現できていない。この一要因として配管に設置されている弁の抵抗について次節で考察してみる。

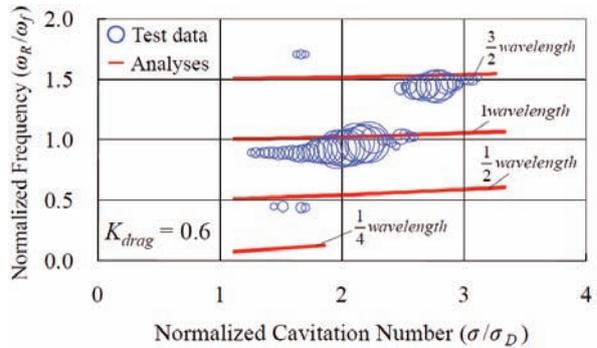


Fig. 9(a) Comparison of frequency between test data and analytical results ( $\omega_r$ ) using CFD-calculated  $K$  and  $M$

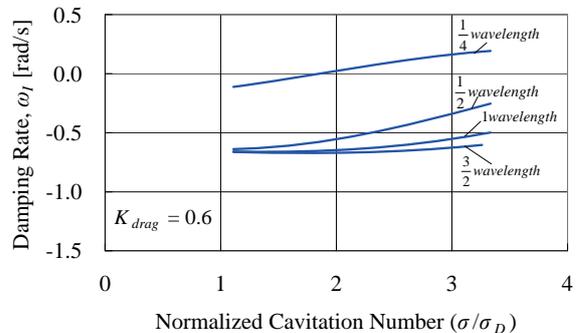


Fig. 9(b) Analytical results of damping rate ( $\omega_i$ ) using  $K_{drag}$ , CFD-calculated  $K$  and  $M$

### 5.3 配管に設置された弁の抵抗の影響

本試験設備のタンクからターボポンプまでの間には図1に示したようにバタフライ弁が設置されており、流体が流れている時の入口配管の全圧力損失の約3分の2を発生させている。この弁の影響を調べるために、図3の解析モデルを図10に示すように弁を考慮するモデルに修正した。弁の大きさは配管の全長に比べて小さいため、その間(図10の①～②間)の流体は非圧縮と仮定して運動方程式を適用する。その前後の区間(図10の①～①間及び②～③間)については波動方程式を適用した。

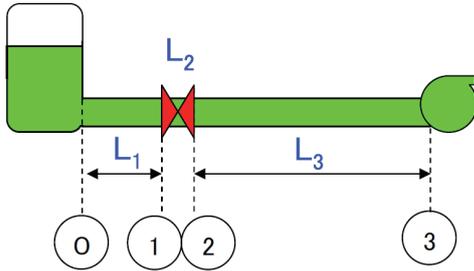


Fig. 10 Modified analytical model

$$\begin{aligned} p_{u1} &= -j\rho c u_{u1} \tan\left(\frac{L_1}{c} \omega\right) \\ p_{u1} - p_{u2} &= \rho L_2 \dot{u}_{u1} + K_{dragV} \rho L_2 u_{u1} \\ u_{u1} &= u_{u2} \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)を整理すると図10の②～③間の圧力変動と速度変動の一般解は、②部をx軸の原点( $x=0$ )として次のように表せる。

$$p_{u2} = P_A \left\{ e^{j\omega(t-\frac{x}{c})} - \frac{1-s}{1+s} e^{j\omega(t+\frac{x}{c})} \right\} \quad (10)$$

$$u_{u2} = \frac{P_A}{\rho c} \left\{ e^{j\omega(t-\frac{x}{c})} + \frac{1-s}{1+s} e^{j\omega(t+\frac{x}{c})} \right\} \quad (11)$$

ここで、

$$s = \frac{-j\rho c \tan\left(\frac{L_1}{c} \omega\right) - K_{dragV} \rho L_2 - j\rho L_2 \omega}{\rho c} \quad (12)$$

式(10)及び式(11)から、図10の③部における変動圧力と変動速度の関係式(13)が導ける。

$$\begin{aligned} p_{u3} &= -j\rho c \tan\left(\frac{L_3}{c} \omega + \gamma\right) u_{u3} \\ \sin \gamma &= \frac{s}{\sqrt{s^2 - 1}} \quad \cos \gamma = \frac{-j}{\sqrt{s^2 - 1}} \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)を式(3)のターボポンプの特性式に代入し整理すると特性方程式(14)が導ける。

$$A = \omega \rho c K \tan\left(\frac{L_3}{c} \omega + \gamma\right) + jM\rho A \omega \quad (14)$$

式(14)について、角振動数 $\gamma$ 及び $\omega$ をそれぞれ複素角振動数として整理し、実数項と虚数項がいずれもゼロとなるように $(\omega_R, \omega_I)$ を求める。解析結果と試験結果の比較を図11及び図12に示す。なお、ここでは周波数が“飛ぶ”事象について議論するため、図には1波長と3/2波長の振動の解析結果のみを示している。このモデルによる解析結果においても不連続な周波数特性が再現されている。しかし、1波長と3/2波長の両方の振動の減衰率が負となっており、キャビテーション数が小さくても、高周波数の振動が減衰し一つ下のモードに切り換わる事象については再現できていない。

しかし、図12を見ると、弁による局所抵抗を考慮することによって、3/2波長の振動の減衰率 $(\omega_I)$ のみが増大していることが分かる。これは図13に示すように、弁の位置が入口配管内の3/2波長の速度変動振幅の腹の箇所当たるためである。一方、1波長の振動に対しては弁の位置がちょうど節に近い箇所当たるため減衰率 $(\omega_I)$ の変化が小さい。このようにキャビテーション数が小さくなるにつれて3/2波長の振動の減衰率 $(\omega_I)$ のみが大きくなることにより、3/2波長の減衰率 $(\omega_I)$ が1波長の減衰率と逆転している。この結果は、あるキャビテーション数より小さくなると、高い周波数の振動よりも低い周波数の振動が発生し易くなることを意味している。つまり、周波数の一つ下のモードに切り替わる事象の要因のひとつとして、配管に設置された弁の位置の影響があるものと推定することができる。

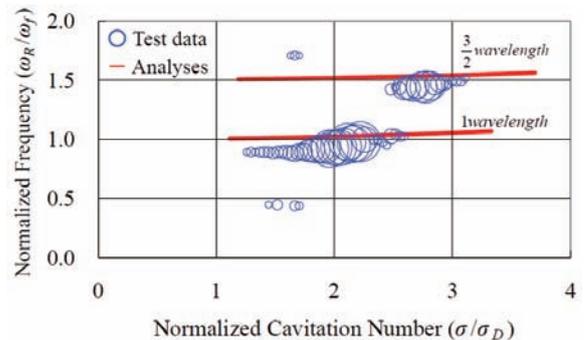


Fig. 11 Comparison of frequency between test data and analytical results of the model in which valve resistance is considered, supposing  $K_{drag} = 0$ ,  $K_{dragV} = 125$

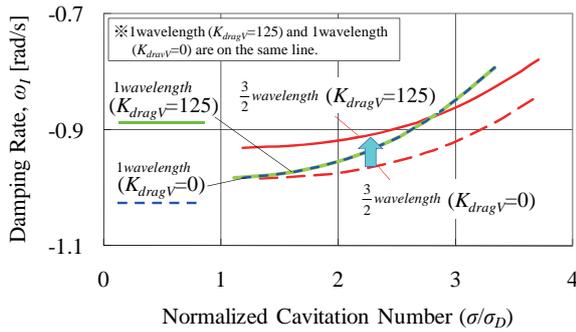


Fig. 12 Effect of valve resistance in inlet line using CFD-calculated  $K$  and  $M$ , supposing  $K_{drag} = 0$

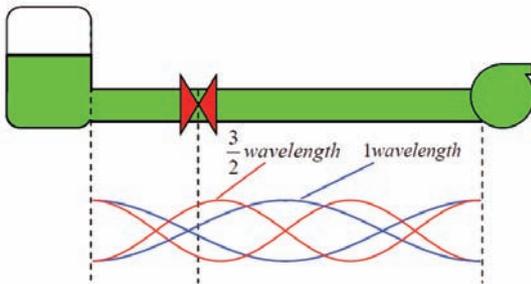


Fig. 13 Acoustic mode in feed line with valve

#### 5.4 キャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )の位相遅れ/進みの影響

近年の研究ではターボポンプの動特性伝達関数に位相遅れ/進みが考慮されていることから、この音響効果を考慮した解析モデルに対してもキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )を複素数に拡張し、キャビテーションコンプライアンスの位相角( $\alpha$ )とマスフローゲインファクタの位相角( $\beta$ )が、キャビテーションサージの周波数及び安定性に与える影響を調べた。具体的には、式(5)について、 $K \rightarrow K(\cos\alpha + j\sin\alpha)$ 、 $M \rightarrow M(\cos\beta + j\sin\beta)$ と複素数化し、同時に周波数 $\omega$ を複素角振動数( $\omega_R + j\omega_I$ )として整理して式(5)の実数項と虚数項が両方ともゼロとなるように( $\omega_R, \omega_I$ )を求める。なお、キャビテーションコンプライアンスの位相角( $\alpha$ )及びマスフローゲインファクタの位相角( $\beta$ )が負の値の場合は、キャビテーションコンプライアンス及びマスフローゲインファクタの位相が遅れることを示している。

##### 5.4.1 キャビテーションコンプライアンスの位相角( $\alpha$ )の影響

図14(a)に無次元マスフローゲインファクタ( $M\rho\Omega$ ) = 0.035一定、配管抵抗係数( $K_{drag}$ ) = 0、キャビテーションコンプライアンスの位相角( $\alpha$ ) =  $\pi/10$ 、マスフローゲインファクタの位相角( $\beta$ ) = 0としてキャビテーションコ

ンプライアンス( $K$ )をパラメータとした時の解( $\omega_R$ )を示す。位相角( $\alpha$ )の値を考慮して計算を実施しても周波数特性( $\omega_R$ )については図4と比較して分かるようにほとんど変化が無い。一方、減衰率( $\omega_I$ )については、図14(b)に示すように位相角( $\alpha$ )が正の時は小さくなり、位相角( $\alpha$ )が負の時は大きくなる。つまり、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )の位相が遅れる時は系の不安定を抑制する方向に作用することが分かる。

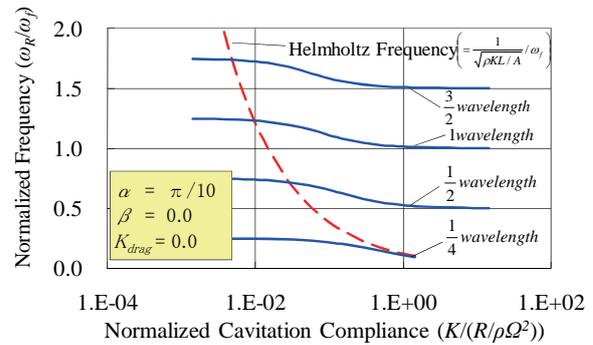


Fig. 14(a) Analytical results of real part,  $\omega_R$ , showing trend analyses on  $K$  ( $M\rho\Omega = 0.035$ ,  $K_{drag} = 0$ ,  $\alpha = \pi/10$ ,  $\beta = 0$ )

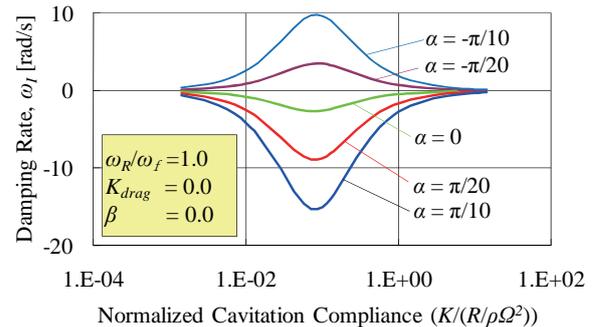


Fig. 14(b) Analytical results of imaginary part,  $\omega_I$ , showing trend analyses on  $\alpha$  ( $M\rho\Omega = 0.035$ ,  $K_{drag} = 0$ ,  $\beta = 0$ )

##### 5.4.2 マスフローゲインファクタの位相角( $\beta$ )の影響

図15に無次元マスフローゲインファクタ( $M\rho\Omega$ ) = 0.035一定、配管抵抗係数( $K_{drag}$ ) = 0、キャビテーションコンプライアンスの位相角( $\alpha$ ) = 0として、マスフローゲインファクタの位相角( $\beta$ )をパラメータとした時の減衰率( $\omega_I$ )を示す。周波数特性( $\omega_R$ )については、位相角( $\beta$ )を考慮しても前述のキャビテーションコンプライアンスの位相角( $\alpha$ )と同様にほとんど変化が無いが、減衰率( $\omega_I$ )については位相角( $\beta$ )が正の時も負の時も大きくなり、その変化量は位相角( $\beta$ )が進む方が遅れる方より大きい。つまり、位相角( $\beta$ )を有する場合は、位相が進んでも遅れても、系の不安定を抑制する方向に作用し、その効果は位相が進む時の方がやや大きいことが分かった。

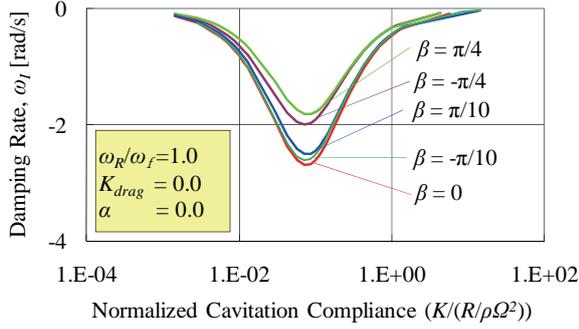


Fig. 15 Analytical results of imaginary part,  $\omega_I$ , showing trend analyses on  $\beta$  ( $M\rho\Omega = 0.035$ ,  $K_{drag}=0$ ,  $\alpha=0$ )

これらの効果を比較すると、位相角( $\alpha$ )が0から $-\pi/10$ になると減衰率( $\omega_I$ )は最大12大きくなるのに対し、位相角( $\beta$ )が0から $-\pi/10$ になっても減衰率( $\omega_I$ )は0.1程度の変化であり、位相角( $\beta$ )の効きの方が小さい。このことは、振動系の全エネルギーに1サイクルの間に授受されるエネルギーの総和によって説明できる<sup>(14)</sup>。図1の①～①部の配管内の流体に与えられるエネルギー( $\Delta E$ )は、非定常成分のみを取り出して次の式となる。

$$\begin{aligned} \Delta E &= -p_{u1} u_{u1} A \\ &= -K \cos \alpha P_{u1} \dot{P}_{u1} - jK \sin \alpha P_{u1} \dot{P}_{u1} - M \cos \beta \rho A P_{u1} \dot{u}_{u1} - jM \sin \beta \rho A P_{u1} \dot{u}_{u1} \end{aligned} \quad (15)$$

一方、速度変動成分( $u_{u1}$ )は  $C e^{j\omega t}$  と表せることから、式(2)を変形して式(16)が導ける。

$$P_{u1} = -f \dot{u}_{u1} \quad (16)$$

$$\text{ここで、} \quad f = \rho c \frac{\sqrt{\omega^2 - K_{drag} \omega j}}{\omega^2} \tan\left(\frac{L}{c} \sqrt{\omega^2 - K_{drag} \omega j}\right)$$

式(16)及び式(3)を式(15)に代入し、脈動事象の1周期Tで積分すると流体のエネルギー変化量は式(17)のように表せる。

$$\begin{aligned} [\Delta E]_t^{t+T} &= \frac{1}{2} \left\{ -K \cos \alpha + K \sin \alpha \frac{\omega_I}{\omega_R} + M \sin \beta \rho A \frac{1}{f \omega_R} \right\} [(P_{u1})^2]_t^{t+T} \\ &+ \left\{ K \sin \alpha \frac{\omega_R^2 + \omega_I^2}{\omega_R^2} \omega_R f^2 + M \cos \beta \rho A f + M \sin \beta \rho A f \frac{\omega_I}{\omega_R} \right\} \int (\dot{u}_{u1})^2 dt \end{aligned} \quad (17)$$

なお、式(15)の虚数項については、例えば式(18)のように整理して式(17)を導いている。

$$\begin{aligned} jP_{u1} \dot{P}_{u1} &= j(-f \dot{u}_{u1})(-j(\omega_R + j\omega_I) f \dot{u}_{u1}) \\ &= -\omega_R f^2 \dot{u}_{u1}^2 - \frac{\omega_R \omega_I}{\omega_R^2 + \omega_I^2} P_{u1} \dot{P}_{u1} + j \frac{\omega_I^2}{\omega_R^2 + \omega_I^2} P_{u1} \dot{P}_{u1} \end{aligned}$$

よって、

$$jP_{u1} \dot{P}_{u1} = -\frac{\omega_R^2 + \omega_I^2}{\omega_R^2} \omega_R f^2 \dot{u}_{u1}^2 - \frac{\omega_I}{\omega_R} P_{u1} \dot{P}_{u1} \quad (18)$$

式(17)の右辺の第1項はキャビテーションのばね効果によるポテンシャルエネルギーを示し、第2項にて

{ }内の値が正の時に流体にエネルギーが注入される。位相角( $\alpha$ )が0の時、式(17)の第2項の{ }内は次のようになる。

$$M \cos \beta \rho A f \left\{ 1 + M \tan \beta \frac{\omega_I}{\omega_R} \right\} \quad (19)$$

このモデルでは  $\omega_R \gg \omega_I$  であるため、式(19)内の{ }内の第2項が式(10)の値に与える影響は小さい。このため、位相角( $\beta$ )が正でも負でも式(19)の値は小さくなりキャビテーションサージが抑制される方向となる。また減衰率( $\omega_I$ )が負の時の式(19)内の{ }内の第2項は、位相角( $\beta$ )が負の時に正となり、位相角( $\beta$ )が正の時に負となるため、位相角( $\beta$ )が正の時の方がわずかながらキャビテーションサージがさらに抑制される方向となり、これらの結果は図15の結果と一致する。一方、 $\omega_R \gg \omega_I$  によって近似すると式(17)の第2項の{ }内は次のように表せる。

$$\rho A f \left\{ \frac{\omega_R f}{\rho A} K \sin \alpha + M \cos \beta \right\} \quad (20)$$

位相角( $\alpha$ )が正の時に流体のエネルギーが増え、キャビテーションサージが助長される方向となり、この結果は図14(b)の結果と一致する。また、式(20)中の  $(\omega_R f / \rho A) K$  の値が  $M$  より2桁ほど大きいいため、位相角( $\alpha$ )に比べて位相角( $\beta$ )の効きが小さくなっている。式(20)から安定限界を( $M, K$ )の関係として図16のように示すことができる。

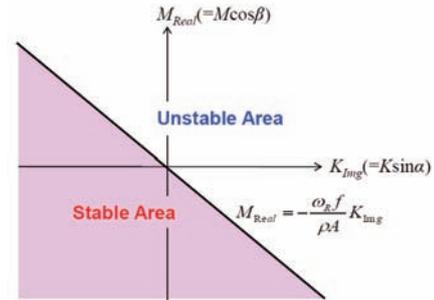


Fig. 16 Regions of cavitation surge instability on the mass flow gain factor ( $M$ ) and cavitation compliance ( $K$ )

### 5.4.3 ターボポンプ単体試験時のキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )の位相遅れ/進みの影響

本モデルを用いて実験の状況の計算を実施するために、CFD解析結果から得られた図8に示すキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )の値を使用した。なお、準静的なCFD解析では、キャビテーション特性の位相遅れ/進みを求めることができないため、図8のキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )に対

し、 $K \rightarrow K(\cos\alpha + j \sin\alpha)$ ,  $M \rightarrow M(\cos\beta + j \sin\beta)$ と複素数化し、位相角( $\alpha$  と  $\beta$ )の値をパラメータとして変化させることによって、それぞれの位相遅れ/進みの影響を調べた。

図 17 に周波数特性( $\omega_R$ )の計算結果の例( $K_{drag}=0, \alpha = -\pi/10, \beta = 0$ )とターボポンプ単体試験結果の比較を示す。図 17 の試験データの円の面積はターボポンプ入口圧力の振幅の大きさを示している。周波数特性の計算結果は、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )の位相遅れ/進みを考慮しない場合の解析結果と同様に単体試験結果とほぼ一致する。5.4.1 項の位相角( $\alpha$ )をパラメータとした計算結果からも予測されるように、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )の位相遅れ/進みを考慮してもキャビテーションサージの周波数特性( $\omega_R$ )への影響はほとんど無い。

位相角( $\alpha$  と  $\beta$ )をそれぞれパラメータとして変化させた時の減衰率( $\omega_I$ )を図 18 に示す。マスフローゲインファクタの位相角( $\beta$ )を変化させても減衰率( $\omega_I$ )の変化は小さいが、 $\pm\pi/2$ を超えて大きく位相が変化すると減衰率( $\omega_I$ )が正となり系は安定となる。一方、キャビテーションコンプライアンスの位相角( $\alpha$ )が正の時は系の不安定を助長する側に、負の時は系の不安定を抑制する側に大きく変化することが分かる。

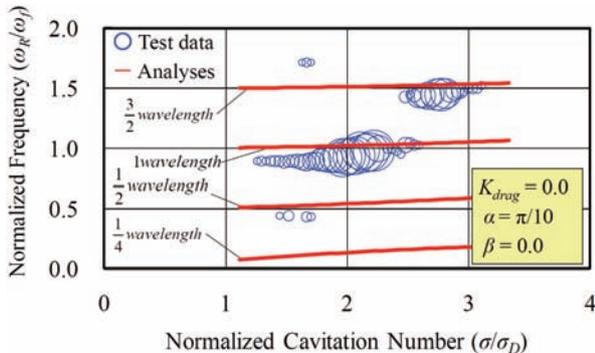


Fig. 17 Comparison of frequency between test data and analytical results ( $\omega_R$ ) using CFD-calculated  $K$  and  $M$  ( $K_{drag}=0, \alpha=\pi/10, \beta=0$ )

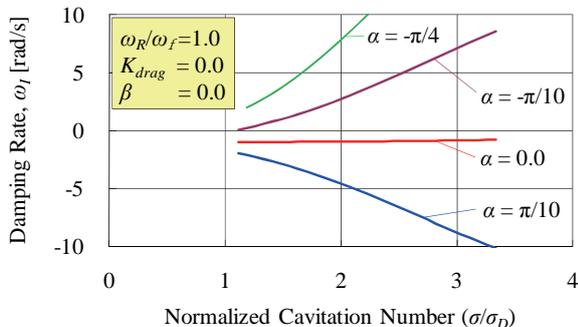


Fig. 18(a) Analytical results of damping rate ( $\omega_I$ ) of a fundamental frequency with different  $\alpha$  using CFD-calculated  $K$  and  $M$  ( $K_{drag}=0, \beta=0$ )

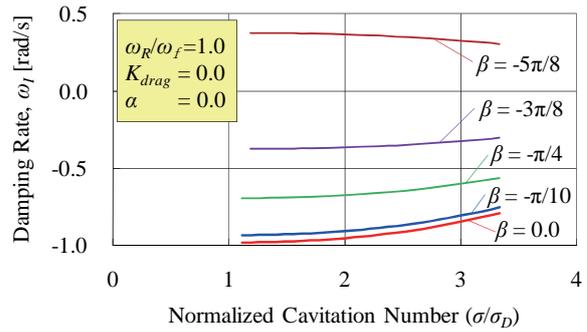


Fig. 18(b) Analytical results of damping rate ( $\omega_I$ ) of a fundamental frequency with different  $\beta$  using  $K_{drag}$ , CFD-calculated  $K$  and  $M$  ( $K_{drag}=0, \alpha=0$ )

Watanabe<sup>(16)</sup>らの解析によると、キャビテーション数が比較的大きく、インデューサに発生するキャビテーション長さが短い時は、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )の虚数項は共に負の値となり、また、キャビテーション変動の周波数が高いほど虚数項の値は小さくなり(負の方向に大きくなり)位相が遅れる傾向にある。本解析結果ではキャビテーションコンプライアンスの位相角( $\alpha$ )が系の安定性に与える影響は大きく、位相角( $\alpha$ )が負の値の時に系の不安定を抑制する側となりキャビテーションサージが発生しにくくなることが予想される。つまり、キャビテーションサージの周波数が高いほど位相が遅れ、キャビテーションサージは発生しにくくなることが分かる。

また、同じく Watanabe<sup>(16)</sup>らの解析によると、キャビテーション数が小さくキャビテーション長さがインデューサのスロートに達するほど長くなると、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )の虚数項は、変動周波数が低い時には正の値(位相が進んだ状態)となり、変動周波数が高くなるにつれて負の値(位相が遅れた状態)に変化する。つまり、キャビテーション数が小さい時は、キャビテーションサージは低い周波数成分が発生しやすくなり、高い周波数成分が発生しにくくなることが予想される。このように、キャビテーション非定常特性の位相遅れを考慮すると、キャビテーション数が低くなるにつれて高い周波数のキャビテーションサージが発生しにくくなり、低い周波数のキャビテーションサージが発生しやすくなることが予想される。

このように、図 5 に示されるキャビテーション数( $\sigma/sigma_D$ )が約 2.5 で 3/2 波長の周波数が安定となり、代わりに 1 波長の周波数が不安定となる事象の原因として、5.3 節に示す入口配管の途中に設けられた弁の局所抵抗と本節に示すキャビテーション非定常特性の位相遅

れ/進みが考えられ、これらが複合要因となって周波数が“飛ぶ”事象が生じていると推定している。

## 6. PSDの影響評価

実際のロケットにおいては液体酸素のターボポンプの上流にPOGO suppression Device (PSD)と呼ばれるサージタンクと似た部品が装着されている。本章では、PSDが音響的なキャビテーションサージ現象に与える影響を調べることにする。

### 6.1 PSDを考慮した解析モデル

図1に示したターボポンプの試験設備の簡易モデルにPSD相当の部品を追加設置することとし、その試験設備の状態を図19に示すようにモデル化した。なお、実際の試験設備には、5.3節に記したように入口配管の途中に弁が設置されているが、この解析モデルでは考慮していない。

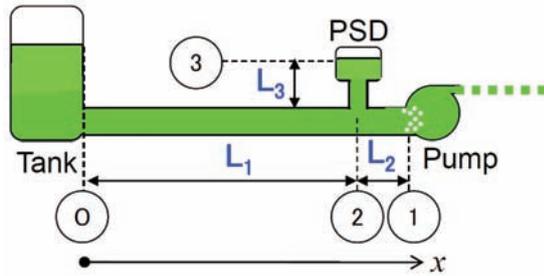


Fig. 19 Analytical model applying PSD

図19の①～②部に対して波動方程式を適用し、かつ配管抵抗が無い( $K_{drag}=0$ )と仮定すると、式(2)をもとに次の式が導ける。

$$P_{u2} = -j\rho c u_{u2} \tan\left(\frac{L_1}{c} \omega\right) \quad (21)$$

図19のPSDと供給配管をつなぐ配管(図19の②～③部)が短いことから、この箇所については波動方程式ではなく、運動方程式を適用する。また、簡略化のために配管各部の断面積を同じと仮定し、PSDのコンプライアンスを $K_{PSD}$ 、PSDと供給配管をつなぐ配管の抵抗係数を $K_{drag\_PSD}$ と記述すると、図19の②～③部の速度及び圧力変動成分の状態を表す式は次の通りとなる。

$$P_{u2} - P_{u3} = \rho L_3 \dot{u}_{u3} + K_{drag\_PSD} P_{u3} \quad (22)$$

$$u_{u3} A = K_{PSD} \dot{P}_{u3}$$

式(21)と式(22)から変動速度に関する次の式が導ける。

$$-j\rho c \dot{u}_{u2} \tan\left(\frac{L_1}{c} \omega\right) - \frac{A}{K_{PSD}} u_{u3} = \rho L_3 \dot{u}_{u3} + K_{drag\_PSD} \rho L_3 \dot{u}_{u3} \quad (23)$$

変動速度 $u_{u2}$ と $u_{u3}$ は共振時は同じ周期運動 $e^{j\omega t}$ になると仮定すると、式(23)から、その比(S)は式(24)となる。

$$S = \frac{u_{u3}}{u_{u2}} = \frac{\omega \rho c \tan\left(\frac{L_1}{c} \omega\right)}{-\omega^2 \rho L_3 + j\omega K_{drag\_PSD} \rho L_3 + \frac{A}{K_{PSD}}} \quad (24)$$

図19の②部から①部へ流れる流体の変動速度は、配管各部の断面積が同一と仮定しているため、タンクから流れてくる流量(速度)からPSDへ分岐して流れる流量(速度)を差し引くことによって求まる。また、流れが分岐した後の流体の変動圧力が図19の②部の変動圧力と同じと仮定すると、変動圧力及び変動速度は式(25)のように表せる。

$$P_{u2} = P_A (e^{j\omega(t-\frac{L_1}{c})} - e^{j\omega(t+\frac{L_1}{c})})$$

$$u_{u2} - u_{u3} = \frac{P_A}{\rho c} (1-S) (e^{j\omega(t-\frac{L_1}{c})} + e^{j\omega(t+\frac{L_1}{c})}) \quad (25)$$

一方、図19の②～①部の流体が圧縮性を有する場合、その間の変動圧力と変動速度は、波動方程式の一般解から式(26)のように表せる。

$$P(t, x) = P_C e^{j\omega(t-\frac{x-L_1}{c})} + P_D e^{j\omega(t+\frac{x-L_1}{c})} \quad (26)$$

$$u(t, x) = \frac{P_C}{\rho c} e^{j\omega(t-\frac{x-L_1}{c})} - \frac{P_D}{\rho c} e^{j\omega(t+\frac{x-L_1}{c})}$$

$x=L_1$ において式(25)と式(26)は同一の方程式となるため、任意の係数(注:複素数)である $P_A, P_C, P_D$ のうち2つの値を消去できる。 $P_D/P_C=T$ とおくと、図19の①部における変動圧力と変動速度は次のように整理できる。

$$P_{u1} = -j\rho c u_{u1} \tan\left(\frac{L_2}{c} \omega + \gamma\right) \quad (27)$$

$$\text{ここで、} \cos(\gamma) = \frac{T-1}{\sqrt{4T}} j, \quad \sin(\gamma) = \frac{T+1}{\sqrt{4T}}$$

式(27)とターボポンプ内の連続の式である式(3)から変動速度( $u_{u1}$ )に関する微分方程式を求め、周波数 $\omega$ を複素角振動数( $\omega_R + j\omega_I$ )として整理し、実数項と虚数項が両方ともゼロとなるように( $\omega_R, \omega_I$ )を求める。また、本章では5.4節と異なりキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )の位相遅れ/進みは考慮しないで実数とする。

## 6.2 PSD を考慮したモデルの解析結果

図 20 に無次元マスフローゲインファクタ( $M\rho\Omega=0.035$ )一定, PSD 用配管の抵抗係数( $K_{drag\_PSD}=0$ )としてキャビテーションコンプライアンス( $K$ )をパラメータとした時の解( $\omega_R$ )を示す. 図 4 の PSD 無しモデルと同様にキャビテーションサージの周波数に“飛び”のある解が得られた. しかし, 図 4 の場合のようにキャビテーションコンプライアンス( $K$ )の広い範囲でキャビテーションサージが不安定とはならず, 図 20 中の破線で示す「ターボポンプのコンプライアンス( $K$ )」と「ターボポンプと PSD の距離( $L_2+L_3$ )」から求まるヘルムホルツ周波数( $=1/(\rho K(L_2+L_3)/A)^2$ )が, ターボポンプの入口配管の音響的な周波数に近づく狭い範囲のみにおいてキャビテーションサージが不安定化している. つまり, 図 21 に示すようにターボポンプと PSD の間の流体の慣性運動によるサージ周波数と, タンクと PSD 間の配管の音響的な固有値とが共振することが分かる.

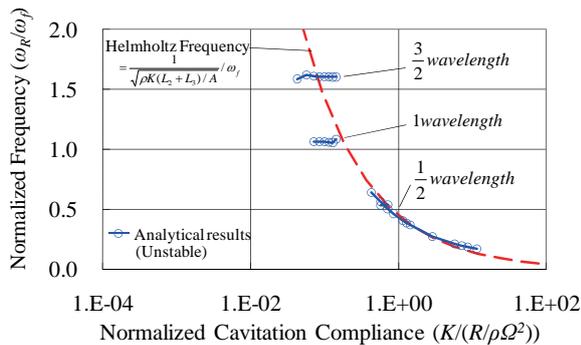


Fig. 20 Analytical results on PSD applying model of real part,  $\omega_R$  showing trend analyses on  $K$  ( $M\rho\Omega=0.035$ ,  $K_{drag\_PSD}=0$ )

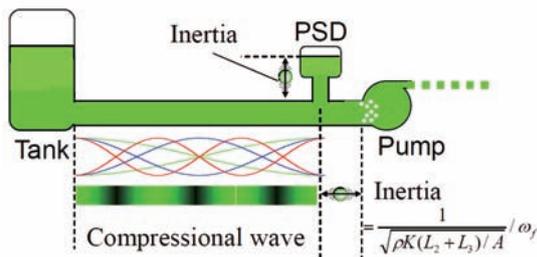


Fig. 21 Acoustic mode in feed line with PSD

## 6.3 PSD を追加したターボポンプ試験との比較

3章に示す角田宇宙センターにある高圧液酸ターボポンプ試験設備に PSD を追加設置してターボポンプの単体試験を実施した. 図 22 に示すように PSD の設置位置は試験設備の艙装上の制約から, 実際のロケットとは異なり, ターボポンプから約 70cm 上流の位

置に設置した. ターボポンプを運転する直前に PSD 内部にヘリウムガスを充填することによって, PSD 内部に気相部を作る. 試験では, ターボポンプの定常運転中にランタンクの気相圧力を徐々に下げることによって, ターボポンプ入口部のキャビテーション数を変化させた.

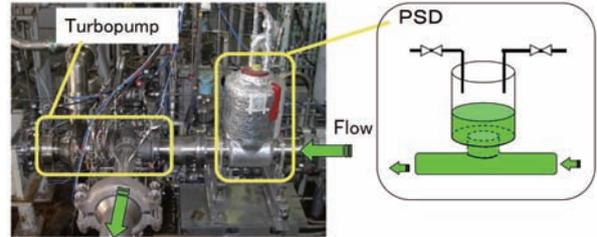


Fig. 22 Test facility with POGO suppression device

ターボポンプ入口部における圧力変動の周波数分析結果を図 23 に, 解析結果との比較を図 24 に示す. なお, 解析に使用したキャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )は, 5.2 節に示すようにインデューサまわりの流れについて CFD 解析を行い, 準静的な状態の変化から算出した値を使用している<sup>(15)</sup>. 5.3 節に示したように実際の設備の入口配管に設置されている弁の局所抵抗を考慮すると, キャビテーション数がある値より小さい時に 3/2 波長の振動よりも 1 波長の振動が発生しやすくなる. しかし, 図 24 の試験結果では 1 波長以下のみの振動が出現しているため, 1 波長以下の振動の状況を議論する場合には弁の影響を考慮しなくてよいと考え, ここでは解析モデルに弁の局所抵抗を考慮していない.

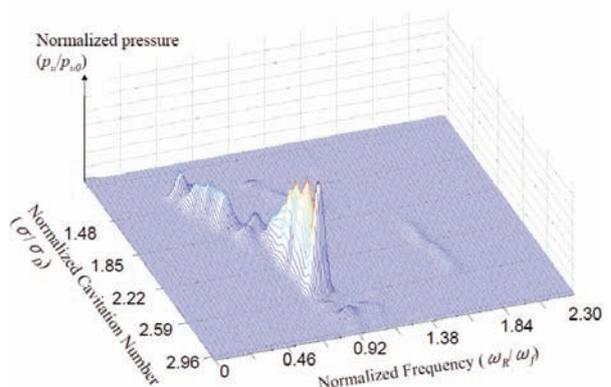


Fig. 23 FFT analyses of pressure fluctuation at the inlet of turbopump with PSD

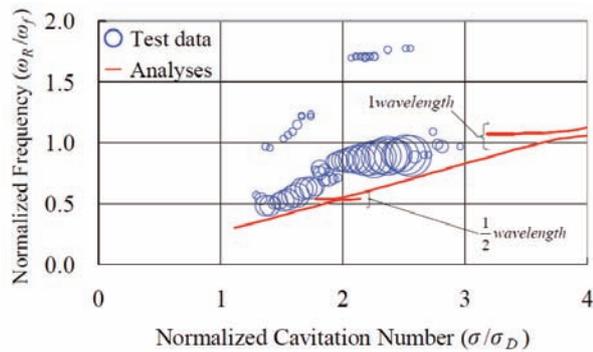


Fig. 24 Comparison of frequency between test data with PSD and analytical results ( $\omega_R$ ) using CFD-calculated  $K$  and  $M$

キャビテーションサージの周波数の解析結果は、キャビテーション数が小さくなるにつれて、ターボポンプと PSD 間のヘルムホルツ周波数( $=1/(\rho K(L_2+L_3)/A)^{1/2}$ )に沿って小さくなり、1 波長成分の周波数と 1/2 波長成分の周波数に近付いた時に、ほぼ一定の周波数となっている。この結果は、キャビテーション数に対して差異はあるが、キャビテーション数の低下に従って 1 波長成分の周波数に停滞し、その後一度漸減し、1/2 波長成分の周波数へと変化して行く試験結果と定性的に一致している。また、キャビテーション数に対する差異は、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )に CFD の準定常解を用いていることに原因があると考えているが、現 CFD 技術をもってしても、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )とマスフローゲインファクタ( $M$ )の非定常解は今のところ求められていない。

以上の結果から、PSD が供給配管に設置された場合の解析結果と試験結果によって、キャビテーションサージはターボポンプと PSD 間の慣性運動の周波数が支配的となり、その周波数が PSD とタンク間の音響固有値に近付く時に共振現象が生じることが分かった。

## 7. 結 言

ロケット用ターボポンプ単体試験設備の入口配管に音響振動を考慮したキャビテーションサージの一次元解析を行い、次の結論を得た。

(1) 試験ではキャビテーション数の低下とともに、圧力変動周波数が“飛ぶ”事象が発生した。従来の非圧縮流を仮定したキャビテーションサージの解析モデルではこの事象について説明できなかったが、入口配管に音響効果(圧縮性)を考慮したモデルを構築することによって変動周波数がほぼ一致し、変動周波数が“飛ぶ”事象を定性的に説明することができた。

- (2) 本現象はインデューサのキャビテーション非定常特性と入口配管内の音響振動が連成する自励振動であるが、音響的にターボポンプ側は完全な開放端ではなく、キャビテーションの非定常特性によって自由端と固定端の中間的な状態にあることが分かった。このため、キャビテーション数が低くなるに従い、音響固有値が連続的に漸減することが計算され、この傾向は試験結果の傾向と定性的に一致した。
- (3) 入口配管の粘性抵抗は系の減衰効果として作用し、抵抗値が大きい場合は本解析モデルで扱ったような音響的なキャビテーションサージが不安定とならない場合があることが分かった。この結果は、同一のターボポンプの試験を配管抵抗が大きい設備にて行くと、キャビテーションサージが発生しない事実と一致した。
- (4) マスフローゲインファクタ( $M$ )の位相角( $\beta$ )がキャビテーションサージの安定性に与える影響は小さいが、キャビテーションコンプライアンス( $K$ )の位相角( $\alpha$ )が正の時(位相が進む時)は系の不安定を助長する方向に、負の時(位相が遅れる時)は系の不安定を抑制する方向に作用することが分かった。
- (5) あるキャビテーション数によって圧力変動周波数が一つ下のモードの周波数に切り替わる事象の理由として、あるキャビテーション数以下では、弁のような局所抵抗によって特定の周波数を持つモードの減衰作用が大きくなる傾向があること、キャビテーション非定常特性の位相遅れ/進みが変わり周波数の低いキャビテーションサージが助長され周波数の高いキャビテーションサージが抑制されることの複合要因の可能性があることが分かった。
- (6) 入口配管に PSD が設置された場合、キャビテーションサージの周波数は PSD とターボポンプ間の流体のヘルムホルツ固有振動数が支配的となり、かつその周波数が PSD とタンク間の配管の音響的な固有振動数と共振する時にキャビテーションサージが不安定となることが分かった。このことは、実際のターボポンプ試験設備に PSD を装着した場合の単体試験結果と定性的に一致した。

なお、周波数が“飛ぶ”事象については、本報告では定性的な議論に留まっており、線形解析モデルによっては完全には再現できていない。厳密にはキャビテーション非定常性(位相遅れ/進みを含む)は変動する圧力と流量によって刻々と変化していると考えられ、

このような特性を取り扱うためには、非線形性を考慮できるモデルが必要である。また、本研究で扱った試験では圧力変動の振幅は小さく、正弦波的な振動であったが、今後はキャビテーション数が極めて低いところで発生するサージ問題(圧力波形がU字型となる事象)をも取り扱って行きたいと考えている。以上の非線形性の影響をも考慮できるように、今後有限要素法や特性曲線法等によって事象のより詳細な解明を進める予定である。

## 謝 辞

ターボポンプの単体試験を共に実施し、試験データに関する様々な助言を提供頂いた沖田耕一氏、橋本知之氏、堀秀輔氏及び角田宇宙センターの職員、並びに(株)IHI、三菱重工業(株)の関係者に感謝の意を表す。

## 参 考 文 献

- (1) Rubin, S., Longitudinal Instability of Liquid Rockets Due to Propulsion Feedback (POGO), *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.3, No.8 (1966), pp. 1188-1195.
- (2) Brennen, C. E., Acosta, A. J., The Dynamic Transfer Function for a Cavitating Inducer, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 98, No. 2(1976), pp. 182-191.
- (3) Greitzer, E. M., The Stability of Pumping Systems – The 1980 Freeman Scholar Lecture, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 103, No. 2(1981), pp. 193-242.
- (4) Tsujimoto, Y., Kamijo, K., Brennen, C. E., Unified Treatment of Flow Instabilities of Turbomachines, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 17, No. 3(2001), pp. 636-643.
- (5) Yamamoto, K., Instability in a Cavitating Centrifugal Pump (1st Report, Classification of Instability Phenomena & Vibration Characteristics), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 56, No. 523(1990), pp. 636-643.
- (6) Chen, C., Nicolet, C., Yonezawa, K., Farhat, M., Avellan, F., Tsujimoto, Y., One-Dimensional Analysis of Full Load Draft Tube Surge Considering the Finite Sound Velocity in the Penstock, *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, Vol. 2, No. 3(2009), pp. 260-268.
- (7) Brennen, C., E., Meissner, C., Lo, E., Y., Hoffman, G., S., Scale Effects in the Dynamic Transfer Functions for Cavitating Inducer, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 104, (1982), pp. 428-433.
- (8) Shimura, T., Geometry Effects in the Dynamic Response of Cavitating LE-7 Liquid Oxygen Pump, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 11, (1995), pp. 330-336.
- (9) Rubin, S., An Interpretation of Transfer Function Data for a Cavitating Pump, *Proceedings of the 40<sup>th</sup> AIAA Joint Propulsion Conference*, AIAA-2004-4025.
- (10) Otsuka, S., Tsujimoto, Y., Kamijo, K., Furuya, O., Frequency Dependence of Mass Flow Gain Factor and Cavitation Compliance of Cavitating Inducers, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 118, (1996), pp. 400-408.
- (11) Qiso, X., Horiguchi, H., Tsujimoto, Y., Response of Backflow to Flow Rate Fluctuations, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 129, (2007), pp.350-358.
- (12) Taniguchi, O., *Handbook of Vibration Engineering* (in Japanese), (1981), pp.1053, Yokendo Co. LTD.
- (13) Ito, T., *The principle of Acoustic Engineering* (in Japanese), Vol.1, (1955), pp.276, Corona Publishing Co. LTD.
- (14) Yamamoto, K., Instability in a Cavitating Centrifugal Pump (2nd Report, Delivery of Mechanical Energy during Oscillation), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 56, No. 523(1990), pp. 644-650.
- (15) Tani, N., Yamanishi, N., Cavitation surge prediction through steady CFD, *Proceedings of the 13<sup>th</sup> Symposium on Cavitation*(in Japanese)(2006) Paper No. 17.
- (16) Watanabe, S., Furukawa, A., Yoshida, Y., Tsujimoto, Y., 2009, Analytical Investigations of The Thermodynamic Effect on Cavitation Characteristics of Sheet and Tip Leakage Vortex Cavitation, *Proceeding of the 7<sup>th</sup> International Symposium on Cavitation*, CAV2009-Paper No. 40.