

宇宙航空研究開発機構研究開発資料

JAXA Research and Development Memorandum

数値処理システムと数式処理システムを併用した
不確かさ推定用プログラム

上野 真

2004年11月

宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency

宇宙航空研究開発機構研究開発資料
JAXA Research and Development Memorandum

数値処理システムと数式処理システムを併用した
不確かさ推定用プログラム

A MATLAB Program for Uncertainty Analysis Utilizing Numerical System
and Symbolic Math System in Combination

上野 真
Makoto UENO

総合技術研究本部 新型航空機技術開発センター
Advanced Aircraft Technology Center
Institute of Space Technology and Aeronautics

2004年11月
November 2004

宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency

数値処理システムと数式処理システムを併用した 不確かさ推定用プログラム*

上野 真*¹

A MATLAB Program for Uncertainty Analysis Utilizing Numerical System
and Symbolic Math System in Combination *

Makoto UENO *¹

Abstract

Recently, it is a trend to require authors of scientific documents to describe the measurement uncertainties with which the measurement values are accompanied. However, it is laborious to calculate partial derivatives which are necessary to uncertainty analysis and the loads of the uncertainty analysis on experiment researchers are high and cannot be neglected.

Therefore, a MATLAB program which supports uncertainty analysis based on propagation law of uncertainties was developed. The program can provide partial derivatives and uncertainty magnification factors (UMFs) as well as uncertainty percentage contributions (UPCs) and the total uncertainty in the form of symbolic representation, function handles and string representation in the L^AT_EX format. It is utilizing a numerical system and a symbolic math system in combination to realize efficient computation of partial derivatives and to give intuitive insights of uncertainty analysis to the users.

The detail and the usage of the program is explained in this article using easy examples.

Keywords: Uncertainty Analysis, Numerical System, Symbolic Math System

概 要

近年、学術論文などで計測値を記述する際にはその不確かさを併記することが義務付けられる傾向にあるが、不確かさ解析は煩雑な偏微分計算を伴うことからその負荷は高く、実験研究者の負担となっている。

そこで、不確かさの伝播法則に基づく不確かさ解析を支援する MATLAB 用プログラムを開発した。このプログラムは不確かさに加えて、不確かさ解析で利用される偏微分係数、不確かさ倍数、不確かさパーセント寄与度を、数式表現、MATLAB の関数ハンドルおよび L^AT_EX 文法で記述されたテキストといった形式で出力することができる。また、このプログラムは数値処理システムと数式処理システムを併用することによって偏微分係数の計算の効率化と直感的に認識できる数式表現を出力することに成功している。

本文書では簡単な例を使用しながらプログラムの詳細と使用方法を解説する。

1 初めに

計測を行って所望の計測量が確定的に得られることはほとんど無く、計測量の値は「ばらつき」を伴う。例えば、ある条件での自動車の制動距離を実験的に知りたいとする。恐らく実験者は何度か自動車を実際に走らせて制動距離を計測し、その平均値を制動距離の計測値とするであろう。各試行における計測値が

* 平成 16 年 11 月 1 日 受付 (received 1 November 2004)

* 1 総合技術研究本部 新型航空機技術開発センター (Advanced Aircraft Technology Center,
Institute of Space Technology and Aeronautics)

平均値とまったく一致することは考えにくく、それはこの実験で得られた平均値があるばらつきを伴うことを意味する。この計測が自動車の開発に関係するものであったならば、ばらつきを無視して製品の開発をすることによって予想を超えた制動距離のせいで安全上の問題を生じることも想定できるし、ばらつきを定量化せずに過大なマージンを取れば必要以上に大きな能力のブレーキの取り付けなど、設計に対する無駄な制約を課することになる。従って、計測値のばらつきを知ることは実験計測には必須であり、所望の計測値のばらつき（不確かさ）を推定する作業を不確かさ解析と呼ぶ。以後、この計測値のばらつきを「不確かさ」と呼ぶ¹。

実験で求める計測量はいくつかの計測量を演算した結果として得られることが多い。従って、所望の計測値の不確かさは複数の出力源（多くの場合センサー出力）の計測値を演算する過程で、それら出力源の不確かさが伝播（でんぱ）して得られるものである。不確かさ解析を行うと計測値の不確かさに関連して、それぞれの出力源の不確かさが計測値の不確かさに関与する程度を知ることができる。すなわち、不確かさ解析は目的とする計測値の不確かさのみならず、その経過で算出される諸量から実験に対する知見を深めることができるものであり、計測に使用するセンサー性能の最適化など、波及効果は著しい。

ところが、ISO が計測の不確かさを表現するためにガイド（Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement[1]; GUM と略称される。日本語訳は [2]）を発行して 10 年以上が経過し、国内でも計測の不確かさ解析の必要が叫ばれて久しい [3] が、その必要性を認めつつも不確かさ解析を怠っているのが多くの計測現場の実情であろう。

不確かさ解析が怠られる理由は様々であろうが、筆者は以下の二点を大きな要因と考えている。

- 国内ではあまり重点的に教育されていない統計学の知識を必要とする
- 不確かさの伝播計算に多量の偏微分を行う必要がある

統計処理の大部分は数値処理システムを使って演算を自動化できるが、統計学の知識は不確かさ解析の本質的な部分に関わっており、十分な知識無しで自動化を行うと間違いを犯す可能性が高い。よって、統計学の知識を身につけるために必要な時間は省略できない。しかし、偏微分に関しては

- 複雑な演算式の場合は手計算が困難な場合も多い
- 手計算ではしばしば計算ミスが発生する
- 計算作業自体に数学的な意味は無い

など、機械的に自動化する十分な理由があり、またその副作用も考えにくいので、積極的に自動化して解析者の負担を減らすべきである。

自動化の一つの手段としては偏微分の作業を数値微分で置き換えることが考えられる。不確かさの伝播計算の原理自体が局所的な線形性の仮定をしているので、数値微分を利用して得られる不確かさの値は解析的に偏微分を行ってから計算した場合とさほど変わらない。しかし、不確かさ解析作業全体から得られる利益を享受しようと思えば偏微分の結果を数式で得られることの効果は大きい。数式からは数値だけでは得られない解析的な知見を得られるからである。

以上より、不確かさ解析の負荷を軽くするために、数式処理システムを利用して偏微分を自動化して不確かさ解析作業を支援するプログラムを作成した。このプログラムは数値処理システムである MATLAB² から数式処理システムである Maple³ の数式処理エンジンを利用できる Symbolic Math Toolbox を使用している。従って、作業者は数式処理システムと数値処理システムを行き来することなく、数式処理結果を数値処理に組み込んで使用することができる。本稿ではこのプログラムについて使用例と合わせて解説する。

¹恐らく、多くの読者は「誤差」という単語を思いつくであろうが、誤差とは真の値と計測値との差を表す単語であり、計測で得られるのは真の値の推定値でしかないので、誤差を求めることはできない。従って、計測値のばらつきに関しては「不確かさ」という単語は使用されない方向にある。

²MATLAB は MathWorks, Inc. の登録商標です。

³Maple は Waterloo Maple Inc. の商標または登録商標です。

2 不確かさの伝播

不確かさ解析全般については他の文献 [1, 2, 4, 5] によって詳細な解説が行われているため、ここでは作成したプログラムに直接関係する不確かさの伝播（でんば）についてのみ簡単に述べる。

ある計測値 r が J 個の変数（計測器の出力など）によって定められるとする。

$$r = r(X_1, X_2, \dots, X_J) \quad (1)$$

ここで、 X_i ($i = 1, \dots, J$) がそれぞれ不確かさ u_i を伴う量であるとし、また、各変数は相互に相関があり、相互不確かさは $u_{i,j}$ であるとする、 r の不確かさ u_r は以下のように表される。

$$u_r^2 = \sum_{i=1}^J c_i^2 u_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{J-1} \sum_{j=i+1}^J c_i c_j u_{i,j} \quad (2)$$

但し、

$$c_i = \frac{\partial r}{\partial X_i} \quad (3)$$

である。

さらに、変数間の相関がない場合について考えてみる。この場合、

$$u_r^2 = \sum_{i=1}^J c_i^2 u_i^2 \quad (4)$$

と書ける。この両辺を r^2 で割ると、

$$\frac{u_r^2}{r^2} = \sum_{i=1}^J \left(\frac{X_i}{r} c_i \right)^2 \left(\frac{u_i}{X_i} \right)^2 \quad (5)$$

となるので、

$$\text{UMF}_i = \left(\frac{X_i}{r} c_i \right) \quad (6)$$

と定義し [4]、これを不確かさ倍数（uncertainty magnification factor; UMF）と呼ぶ。この値の絶対値が 1 より大きいとき、 X_i の不確かさ u_i は伝播する過程で増大する。また、1 より小さければ u_i による影響は減少する。すなわち、UMF は u_r に対する u_i の影響を評価する際に役立つ。

また、式 4 の両辺を u_r^2 で割ると

$$1 = \frac{\sum_{i=1}^J c_i^2 u_i^2}{u_r^2} \quad (7)$$

が得られる。ここで不確かさパーセント寄与度（uncertainty percentage contribution; UPC）として

$$\text{UPC}_i = \frac{c_i^2 u_i^2}{u_r^2} \times 100 \quad (8)$$

を定義する [4] と、UPC は u_r^2 に対する u_i^2 の影響の割合を表す指標として有効に使用できる。

不確かさ解析では、このように計測値の不確かさだけでなく計測値を構成する各変数の不確かさが計測値の不確かさに与える影響を見積もられることに大きな意味がある。本文書で紹介するプログラムではこれらの副産物も出力して利用者の便を図るものとした。

3 作成したプログラムと使用方法

3.1 概要

作成したプログラムは数値処理システム MATLAB の関数 `mkuncertain` として実装した。ソースコードは Appendix A に示されている。使用方法は簡潔にソースコード内に記述されており、MATLAB シェル上で以下のように参照することができる。

```
help mkuncertain
```

開発および動作確認は MATLAB の version 7 および version 6.5 上で行われた。動作には MATLAB 本体に加えて Symbolic Math Toolbox がインストールされている必要がある。

本節では、以下に入出力変数の構造および使用方法を詳細に述べる。ただし、MATLAB および Symbolic Math Toolbox についてはそれぞれの製品のマニュアルを参照のこと [6, 7]。

3.2 使用方法

mkuncertain の呼び出し方法には入力引数がある一つの方法と二つの方法の二通りがある。以下に、順を追って説明する。

3.2.1 入力引数がある一つの場合

まず、入力引数がある一つの場合について説明する。

```
[RT, PD, UMF] = mkuncertain(TARGET)
```

この時、入力 TARGET は Symbolic Math Toolbox で定義された sym オブジェクトである必要がある。当然、微分可能である必要があるが、微分不可能な場合はエラーとなるので事前に確認する必要はない。

出力 RT はシンボリック変数である入力 TARGET から生成した構造体で、TARGET のシンボリック表現、関数ハンドルおよび L^AT_EX 表現を以下のような名称のフィールドに保持する。

sym	シンボリック表現 (sym オブジェクト)
fnc	関数ハンドル (関数ハンドルオブジェクト)
latex	L ^A T _E X 表現 (キャラクタ配列)

PD および UMF はそれぞれ TARGET の偏微分係数 (式 (3) の c_i) と UMF (式 (6)) であり、これらは TARGET を構成するシンボリック変数の名前でもつけられたフィールドを持つ構造体になっており、さらに、それぞれのフィールドが RT と同様の各種表現をフィールドとして持つ構造体になっている。

例を使用した解説

簡単な例を使用して解説する。

$$c(a, b) = ab^2$$

で表される a と b の 2 変数関数である c について考える。

まず、MATLAB シェル上で

```
>> syms a b
```

と入力して a と b を sym オブジェクトとして定義する。(>> はシェルプロンプトである。)

さらに

```
>> c = a*b^2;
```

と入力すると mkuncertain の入力となる c が定義される。

ここで、


```
>> [rt, pd, umf] = mkuncertain(c);
```

と入力すれば、 c を `sym` オブジェクト、関数ハンドル、 \LaTeX 表現に変換した構造体 `rt` と c の偏微分係数および UMF を表す `pd`、`umf` が得られる。

まず、構造体 `rt` は三つのフィールド `sym`、`fnc`、`latex` を持ち、`rt.sym` は入力 c と同一、`rt.fnc` は MATLAB 関数として使用できる c の関数ハンドル表現、`rt.latex` は \LaTeX 表現であることが分かる。

```
>> rt
rt =
    sym: [1x1 sym]
    fnc: [1x1 inline]
    latex: 'a{b}^{2}'
>> rt.sym
ans =
a*b^2
>> rt.fnc
ans =
    Inline function:
    ans(a,b) = a.*b.^2
>> rt.fnc(3,2)
ans =
    12
>> rt.latex
ans =
a{b}^{2}
```

また、出力 `pd` と `umf` の中身を見てみると

```
>> rt
rt =
    sym: [1x1 sym]
    fnc: [1x1 inline]
    latex: 'a{b}^{2}'
>> pd
pd =
    a: [1x1 struct]
    b: [1x1 struct]
>> umf
umf =
    a: [1x1 struct]
    b: [1x1 struct]
```

というように、 $c(a,b)$ の独立変数の名前を持つ構造体をフィールドとして内包する構造体であることが分かる。

例として `pd` のフィールドを参照すると


```
>> pd.a
ans =
  sym: [1x1 sym]
  fnc: [1x1 inline]
  latex: [1x151 char]
```

と出力される。

さらに、これらのフィールドの内容を参照すると

```
>> pd.a.sym
ans =
b^2
>> pd.a.fnc
ans =
  Inline function:
  ans(b) = b.^2
>> pd.a.latex
ans =

The partial derivative of  $c$  with respect to  $a$  is:
\begin{equation}
\frac{\partial c}{\partial a} = b^2
\end{equation}
```

という内容になっていることが分かる。

すなわち、各フィールドは c の a についての偏微分 $\partial c/\partial a = b^2$ をそれぞれ別の表現で表したものである。フィールド `sym` はシンボリック演算可能な `sym` オブジェクトであり、フィールド `fnc` は b を入力して $\partial c/\partial a$ の値を求められる関数の関数ハンドルであり、フィールド `latex` は LATEX 表現である。

実際、フィールド `fnc` を使用すれば、

```
>> pd.a.fnc(3)
ans =
  9
```

というように $\partial c/\partial a|_{c=3}$ の値を計算でき、フィールド `latex` を使用すれば LATEX 文書の中にそのまま貼り付けて

The partial derivative of c with respect to a is:

$$\frac{\partial c}{\partial a} = b^2$$

という表現を得ることができる。(実際の LATEX 文書では行番号がつくがここでは省略した。)

また、 $\frac{a}{c} \frac{\partial c}{\partial a} = 1$ 、 $\frac{b}{c} \frac{\partial c}{\partial b} = 2$ から予想されるように

```

>> umf.a.fnc
ans =
    Inline function:
    ans(x) = 1
>> umf.b.fnc
ans =
    Inline function:
    ans(x) = 2

```

であり、独立変数の不確かさは伝播の過程で a については変化せず、 b については増大して c の不確かさに影響を与えることが分かる。

3.2.2 入力引数が二つの場合

次に入力引数が二つの場合について説明する。偏微分係数と UMF は TARGET のシンボリック表現、すなわち数式で表現された TARGET があれば出力できるが、UPC と TARGET の不確かさは入力の独立変数の不確かさが分からないと計算できないため、二つ目の引数として独立変数の不確かさを入力する。

使用する形式は

```
[RT, PD, UMF, UPC, U] = mkuncertain(TARGET, DV)
```

となる。式中で UPC は UPC であり、前節で説明した PD や UMF の構造からフィールド `latex` を省略した構造を持つ構造体である。U は各独立変数の不確かさが伝播したもとして得られる TARGET の不確かさであり、UMF と同じ構造を持つ。また、DV は独立変数の不確かさをそれぞれフィールドに持つ構造体である。DV のフィールドは TARGET の独立変数とまったく同じ名称でなければならず、相違があるとエラーを表示して終了するが、TARGET 中の独立変数の名称は

```
>> symvar(TARGET)
```

と入力すれば得られる。

二つ目の入力引数には制約があり、DV の各フィールドは必ず長さが 1 で無ければならない。また、変数間の相関は考慮していないので相関がないときにのみ正しい答えが得られる。

例を使用した解説

この節でも前節と同じ例を使用して説明する。ここでは a が不確かさ 0.01、 b が不確かさ 0.2 を伴うとする。

```

>> dv.a = 0.1
dv =
    a: 0.1000
>> dv.b = 0.05
dv =
    a: 0.1000
    b: 0.0500
>> [rt, pd, umf, upc, u] = mkuncertain(c, dv);

```

得られた upc と u の応用を考えてみよう。 $a = 1$ 、 $0.5 \leq b \leq 1.5$ と仮定する。

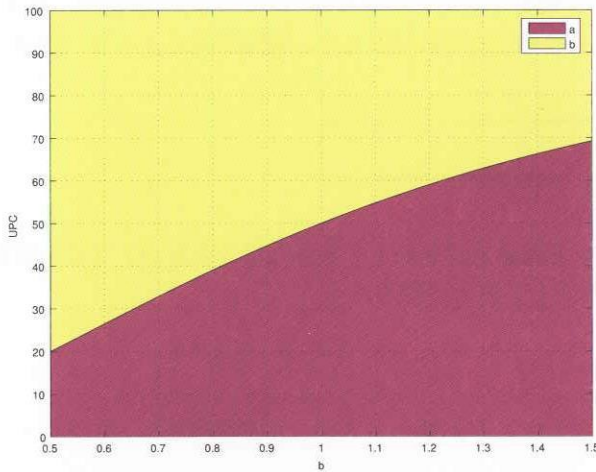
```
>> va = 1;
>> vb = 0.5:0.01:1.5;
>> area(vb, [upc.a.fnc(va,vb)' upc.b.fnc(va,vb)'])
>> grid on
>> set(gca,'YLim', [0 100], 'Layer', 'Top')
>> xlabel('b')
>> ylabel('UPC')
>> legend('a', 'b')
```

というようにエリアプロット (図 1(a)) を作成すると、 c の不確かさに対して a と b の不確かさが与える影響の度合いを見るために使用することができる。ただし、式 (8) からわかるように、ここで使用できるのは不確かさの二乗値である。

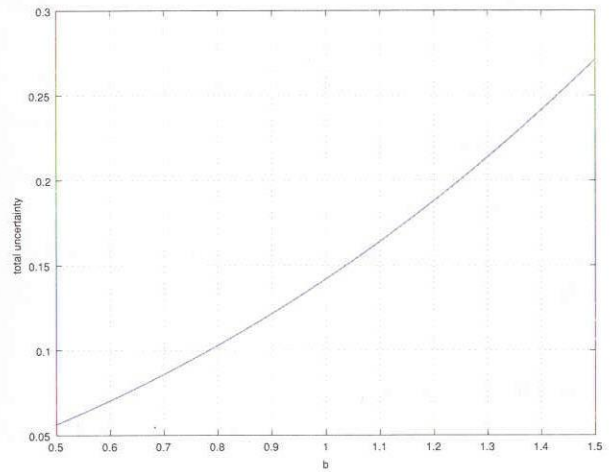
また、 c の不確かさは

```
>> plot(vb, u.fnc(va,vb))
>> grid on
>> xlabel('b')
>> ylabel('total uncertainty')
```

として確認できる (図 1(b))。



(a) UPC の例



(b) c の不確かさの例

図 1: UPC と U の出力例

4 終わりに

本稿では数式処理システムを利用して偏微分を自動化し、不確かさ解析作業を支援するために作成した MATLAB 用プログラムについて、例を用いながら解説した。

作成したプログラムは

- 計測値を演算するための数式

を入力として、

- 独立変数の不確かさの伝播を計算するための偏微分係数
- 不確かさ倍数 (UMF)

を算出することができる。

また、

- 独立変数の不確かさの値

を入力として追加することによって、

- 不確かさパーセント寄与度 (UPC)
- 計測値の不確かさ

を算出することができる。

本文書で解説したプログラムは The GNU General Public License (Appendix B に付録) に基づいてライセンスされる。

A ソースコード

```

function [RT, PD, UMF, varargout] = mkuncertain(target, varargin)
%
% MKUNCERTAIN(TARGET) calculate values related to uncertainty computation
%
% [RT, PD, UMF] = MKUNCERTAIN(TARGET) will return the reinterpreted input RT,
% the partial derivatives PD and the uncertainty magnification factors UMF of
% the TARGET.
%
% The input, TARGET, is a symbolic expression of the target equation of the
% uncertainty analysis and it must be a sym class variable defined in the
% Symbolic Math Toolbox.
%
% The RT is a structure which has the following fields:
%
%     sym -- symbolic representaion
%     fnc -- MATLAB function handle
%     latex -- string representaion in the LaTeX syntax
%
% The RT includes the TARGET as the 'sym' field of it and, actually, the fields
% are variant expressions of the TARGET.
%
% Both the PD and the UMF are structure variables, which consist of the member
% variables named after the symbolic variables included in the TARGET.
% The names of the members are obtained by the use of 'symvar' function.
%
% Each member is a structure which consists of the same kind of member variables
% of the RT.
%
% [RT, PD, UMF, UPC, U] = MKUNCERTAIN(TARGET, DV) will return the preceding
% variables and additional two outputs, the uncertainty percentage contribution
% (UPC) and the total uncertainty U of the TARGET.
%
% UPC is a structure variable which has as same kind of fields as PD or UMF's
% fields, while the output U has only two members 'sym' and 'fnc'.
%
% The computation of UPC and U requires the uncertainties of each variables
% included in the TARGET. The input DV is such a variable and it has to have
% members which have as same names as the members of PD. Additionally, the
% length of each field of DV must be one.
%
% Example:
%
% This example uses the definition of Pressure Coefficient.
%
%     syms P0 P Gamma Pport%declare the symbolic variables.
%     M2 = simplify(solve('P0/P=(1+(Gamma-1)/2*M2)^(Gamma/(Gamma-1))','M2'))
%     % M2 = 2/(Gamma-1)*((P0./P)^(-(Gamma-1)/Gamma)-1)
%     q = 1/2*Gamma*P*M2
%     Cp = (Pport-P)/q%<-- This is the target
%
%     dv.P0 = 10.5;%(Pa) The uncertainty of the total pressure.
%     dv.P = 10.5;%(Pa) The uncertainty of the static pressure.
%     dv.Gamma = 0.0044;%(Pa) The uncertainty of the specific heat ratio.
%     dv.Pport = 10.5;%(Pa) The uncertainty of the pressure of the each ports
%
%     [Cp, CpD, UMF, UPC, U] = mkuncertain(Cp, dv);

```

1

(a) First Part

図 2: Source Code

```

%
% Requirement:
%
% This function requires the Symbolic Math Toolbox
%
% Acknowledgement:
%
% The expressions of uncertainty magnification factor (UMF) and the uncertainty
% percentage contribution (UPC) are based on the book, "Experimentation and
% Uncertainty Analysis for Engineers" by Hugh W. Coleman and W. Glenn Steele.
%
% License:
%
% Copyright (c) 2004 Makoto Ueno. (ueno.makoto@jaxa.jp)
% Use & distribution covered by GNU General Public License as published by the
% Free Software Foundation; either version 2, (at your opinion) or any later
% version.
%
% This script is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT ANY
% WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
% FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
% for more details.
%
% You should have received a copy of the GNU General Public License
% along with this program; if not, write to the Free Software
% Foundation, Inc., 675 Mass Ave, Cambridge, MA 02139, USA.

vars = symvar(char(target));%find variables
if nargin >= 2 % checking the second input variable
    dv = varargin{1};
    fn = fieldnames(dv);
    try
        for num = 1:length(vars)
            a(num) = strmatch(fn{num}, vars, 'exact');
            la(num) = length(dv.(fn{num}));
        end
        if ~prod(a)
            error(['The second input variable have to have the members' ...
                ' whos names are identical to symbolic variables.']);
        elseif sum(la) ~= length(fn)
            error('The length of each field of the second input variable must be one.');
```

(b) Second Part

図 2: Source Code (Continued.)


```

RT.latex = latex(target);

%making symbolic partial difference
for num = 1:length(vars)
    %symbolic expression
    PD.(vars{num}).sym = simplify(diff(target, vars{num}));
    %inline function
    PD.(vars{num}).fnc = inline(mkExpForInline(char(PD.(vars{num}).sym)));
    %making latex output of PD
    PD.(vars{num}).latex = ...
        makingLatex(PD.(vars{num}).sym, 'partial derivative', inputname(1), vars{num});
end

%making symbolic UMF
for num = 1:length(vars)
    %symbolic expression
    UMF.(vars{num}).sym = simplify(PD.(vars{num}).sym/target*vars{num});
    %inline function
    UMF.(vars{num}).fnc = inline(mkExpForInline(char(UMF.(vars{num}).sym)));
    %making latex output of UMF
    UMF.(vars{num}).latex = ...
        makingLatex(UMF.(vars{num}).sym, 'UMF', inputname(1), vars{num});
end

%making symbolic UPC
if makeUPC && nargin >= 4
    U2.sym = 0;
    for num = 1:length(vars)
        UPC.(fn{num}).sym = PD.(fn{num}).sym^2*dv.(fn{num})^2;
        U2.sym = U2.sym + UPC.(fn{num}).sym;
    end
    for num = 1:length(vars)
        %symbolic expression
        UPC.(fn{num}).sym = UPC.(fn{num}).sym/U2.sym*100;
        %inline function
        UPC.(fn{num}).fnc = inline(mkExpForInline(char(UPC.(fn{num}).sym)));
    end
    %symbolic expression
    U.sym = sqrt(U2.sym);
    %inline function
    U.fnc = inline(mkExpForInline(char(U.sym)));
    varargout = {UPC, U};
end

function latexString = makingLatex(target, targetname, name, variable)
    newline = char(10);
    latexString = [newline 'The ' targetname ' of ${it} ' ...
        name '}$ with respect to ${it} ' ...
        variable '}$ is:' newline ...
        '\begin{equation}' newline ...
        '\frac{\partial {\it name}}{\partial {\it variable}} = '];
    [N, D] = numden(target);
    if D~=1

```

(c) Third Part

図 2: Source Code (Continued.)


```
        outputString = ['\frac{ ', latex(N) ' }{ ', latex(D) ' }'];
        latexString = [latexString outputString];
    else
        latexString = [latexString latex(target)];
    end
    latexString = [latexString newline '\end{equation}' newline];

function str = mkExpForInline(str)

    v = version;
    pos = regexp(version, '[.]');
    versionNumber = str2num(v(1:pos(1)));
    if versionNumber < 7
        str = regexprep(str, '([*/~])', '.$1', 'tokenize');
    else
        str = regexprep(str, '([*/~])', '.$1');
    end
end
```

4

(d) Fourth Part

☒ 2: Source Code (Continued.)

B ライセンス

The GNU General Public License

Version 2, June 1991

Copyright © 1989, 1991 Free Software Foundation, Inc.

59 Temple Place - Suite 330, Boston, MA 02111-1307, USA

Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies of this license document, but changing it is not allowed.

Preamble

The licenses for most software are designed to take away your freedom to share and change it. By contrast, the GNU General Public License is intended to guarantee your freedom to share and change free software—to make sure the software is free for all its users. This General Public License applies to most of the Free Software Foundation's software and to any other program whose authors commit to using it. (Some other Free Software Foundation software is covered by the GNU Library General Public License instead.) You can apply it to your programs, too.

When we speak of free software, we are referring to freedom, not price. Our General Public Licenses are designed to make sure that you have the freedom to distribute copies of free software (and charge for this service if you wish), that you receive source code or can get it if you want it, that you can change the software or use pieces of it in new free programs; and that you know you can do these things.

To protect your rights, we need to make restrictions that forbid anyone to deny you these rights or to ask you to surrender the rights. These restrictions translate to certain responsibilities for you if you distribute copies of the software, or if you modify it.

For example, if you distribute copies of such a program, whether gratis or for a fee, you must give the recipients all the rights that you have. You must make sure that they, too, receive or can get the source code. And you must show them these terms so they know their rights.

We protect your rights with two steps: (1) copyright the software, and (2) offer you this license which gives you legal permission to copy, distribute and/or modify the software.

Also, for each author's protection and ours, we want to make certain that everyone understands that there is no warranty for this free software. If the software is modified by someone else and passed on, we want its recipients to know that what they have is not the original, so that any problems introduced by others will not reflect on the original authors' reputations.

Finally, any free program is threatened constantly by software patents. We wish to avoid the danger that redistributors of a free program will individually obtain patent licenses, in effect making the program proprietary. To prevent this, we have made it clear that any patent must be licensed for everyone's free use or not licensed at all.

The precise terms and conditions for copying, distribution and modification follow.

TERMS AND CONDITIONS FOR COPYING, DISTRIBUTION AND MODIFICATION

0. This License applies to any program or other work which contains a notice placed by the copyright holder saying it may be distributed under the terms of this General Public License. The "Program", below, refers to any such program or work, and a "work based on the Program" means either the Program or any derivative work under copyright law: that is to say, a work containing the Program or a portion of it, either verbatim or with modifications and/or translated into another language. (Hereinafter, translation is included without limitation in the term "modification".) Each licensee is addressed as "you".

Activities other than copying, distribution and modification are not covered by this License; they are outside its scope. The act of running the Program is not restricted, and the output from the Program is covered only if its contents constitute a work based on the Program (independent of having been made by running the Program). Whether that is true depends on what the Program does.

1. You may copy and distribute verbatim copies of the Program's source code as you receive it, in any medium, provided that you conspicuously and appropriately publish on each copy an appropriate copyright notice and disclaimer of warranty;

(a) First Part

図 3: The GNU General Public License

keep intact all the notices that refer to this License and to the absence of any warranty; and give any other recipients of the Program a copy of this License along with the Program.

You may charge a fee for the physical act of transferring a copy, and you may at your option offer warranty protection in exchange for a fee.

2. You may modify your copy or copies of the Program or any portion of it, thus forming a work based on the Program, and copy and distribute such modifications or work under the terms of Section 1 above, provided that you also meet all of these conditions:

- (a) You must cause the modified files to carry prominent notices stating that you changed the files and the date of any change.
- (b) You must cause any work that you distribute or publish, that in whole or in part contains or is derived from the Program or any part thereof, to be licensed as a whole at no charge to all third parties under the terms of this License.
- (c) If the modified program normally reads commands interactively when run, you must cause it, when started running for such interactive use in the most ordinary way, to print or display an announcement including an appropriate copyright notice and a notice that there is no warranty (or else, saying that you provide a warranty) and that users may redistribute the program under these conditions, and telling the user how to view a copy of this License. (Exception: if the Program itself is interactive but does not normally print such an announcement, your work based on the Program is not required to print an announcement.)

These requirements apply to the modified work as a whole. If identifiable sections of that work are not derived from the Program, and can be reasonably considered independent and separate works in themselves, then this License, and its terms, do not apply to those sections when you distribute them as separate works. But when you distribute the same sections as part of a whole which is a work based on the Program, the distribution of the whole must be on the terms of this License, whose permissions for other licensees extend to the entire whole, and thus to each and every part regardless of who wrote it.

Thus, it is not the intent of this section to claim rights or contest your rights to work written entirely by you; rather, the intent is to exercise the right to control the distribution of derivative or collective works based on the Program.

In addition, mere aggregation of another work not based on the Program with the Program (or with a work based on the Program) on a volume of a storage or distribution medium does not bring the other work under the scope of this License.

3. You may copy and distribute the Program (or a work based on it, under Section 2) in object code or executable form under the terms of Sections 1 and 2 above provided that you also do one of the following:

- (a) Accompany it with the complete corresponding machine-readable source code, which must be distributed under the terms of Sections 1 and 2 above on a medium customarily used for software interchange; or,
- (b) Accompany it with a written offer, valid for at least three years, to give any third party, for a charge no more than your cost of physically performing source distribution, a complete machine-readable copy of the corresponding source code, to be distributed under the terms of Sections 1 and 2 above on a medium customarily used for software interchange; or,
- (c) Accompany it with the information you received as to the offer to distribute corresponding source code. (This alternative is allowed only for noncommercial distribution and only if you received the program in object code or executable form with such an offer, in accord with Subsection b above.)

The source code for a work means the preferred form of the work for making modifications to it. For an executable work, complete source code means all the source code for all modules it contains, plus any associated interface definition files, plus the scripts used to control compilation and installation of the executable. However, as a special exception, the source code distributed need not include anything that is normally distributed (in either source or binary form) with the major components (compiler, kernel, and so on) of the operating system on which the executable runs, unless that component itself accompanies the executable.

If distribution of executable or object code is made by offering access to copy from a designated place, then offering equivalent access to copy the source code from the same place counts as distribution of the source code, even though third parties are not compelled to copy the source along with the object code.

(b) Second Part

☒ 3: The GNU General Public License (Continued.)

4. You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Program except as expressly provided under this License. Any attempt otherwise to copy, modify, sublicense or distribute the Program is void, and will automatically terminate your rights under this License. However, parties who have received copies, or rights, from you under this License will not have their licenses terminated so long as such parties remain in full compliance.
5. You are not required to accept this License, since you have not signed it. However, nothing else grants you permission to modify or distribute the Program or its derivative works. These actions are prohibited by law if you do not accept this License. Therefore, by modifying or distributing the Program (or any work based on the Program), you indicate your acceptance of this License to do so, and all its terms and conditions for copying, distributing or modifying the Program or works based on it.
6. Each time you redistribute the Program (or any work based on the Program), the recipient automatically receives a license from the original licensor to copy, distribute or modify the Program subject to these terms and conditions. You may not impose any further restrictions on the recipients' exercise of the rights granted herein. You are not responsible for enforcing compliance by third parties to this License.
7. If, as a consequence of a court judgment or allegation of patent infringement or for any other reason (not limited to patent issues), conditions are imposed on you (whether by court order, agreement or otherwise) that contradict the conditions of this License, they do not excuse you from the conditions of this License. If you cannot distribute so as to satisfy simultaneously your obligations under this License and any other pertinent obligations, then as a consequence you may not distribute the Program at all. For example, if a patent license would not permit royalty-free redistribution of the Program by all those who receive copies directly or indirectly through you, then the only way you could satisfy both it and this License would be to refrain entirely from distribution of the Program.

If any portion of this section is held invalid or unenforceable under any particular circumstance, the balance of the section is intended to apply and the section as a whole is intended to apply in other circumstances.

It is not the purpose of this section to induce you to infringe any patents or other property right claims or to contest validity of any such claims; this section has the sole purpose of protecting the integrity of the free software distribution system, which is implemented by public license practices. Many people have made generous contributions to the wide range of software distributed through that system in reliance on consistent application of that system; it is up to the author/donor to decide if he or she is willing to distribute software through any other system and a licensee cannot impose that choice.

This section is intended to make thoroughly clear what is believed to be a consequence of the rest of this License.

8. If the distribution and/or use of the Program is restricted in certain countries either by patents or by copyrighted interfaces, the original copyright holder who places the Program under this License may add an explicit geographical distribution limitation excluding those countries, so that distribution is permitted only in or among countries not thus excluded. In such case, this License incorporates the limitation as if written in the body of this License.
9. The Free Software Foundation may publish revised and/or new versions of the General Public License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns.

Each version is given a distinguishing version number. If the Program specifies a version number of this License which applies to it and "any later version", you have the option of following the terms and conditions either of that version or of any later version published by the Free Software Foundation. If the Program does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published by the Free Software Foundation.
10. If you wish to incorporate parts of the Program into other free programs whose distribution conditions are different, write to the author to ask for permission. For software which is copyrighted by the Free Software Foundation, write to the Free Software Foundation; we sometimes make exceptions for this. Our decision will be guided by the two goals of preserving the free status of all derivatives of our free software and of promoting the sharing and reuse of software generally.

NO WARRANTY

11. BECAUSE THE PROGRAM IS LICENSED FREE OF CHARGE, THERE IS NO WARRANTY FOR THE PROGRAM, TO THE EXTENT PERMITTED BY APPLICABLE LAW. EXCEPT WHEN OTHERWISE STATED IN WRITING THE COPYRIGHT HOLDERS AND/OR OTHER PARTIES PROVIDE THE PROGRAM "AS IS" WITHOUT WARRANTY OF ANY KIND, EITHER EXPRESSED OR IMPLIED,

(c) Third Part

☒ 3: The GNU General Public License (*Continued.*)

INCLUDING, BUT NOT LIMITED TO, THE IMPLIED WARRANTIES OF MERCHANTABILITY AND FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. THE ENTIRE RISK AS TO THE QUALITY AND PERFORMANCE OF THE PROGRAM IS WITH YOU. SHOULD THE PROGRAM PROVE DEFECTIVE, YOU ASSUME THE COST OF ALL NECESSARY SERVICING, REPAIR OR CORRECTION.

12. IN NO EVENT UNLESS REQUIRED BY APPLICABLE LAW OR AGREED TO IN WRITING WILL ANY COPYRIGHT HOLDER, OR ANY OTHER PARTY WHO MAY MODIFY AND/OR REDISTRIBUTE THE PROGRAM AS PERMITTED ABOVE, BE LIABLE TO YOU FOR DAMAGES, INCLUDING ANY GENERAL, SPECIAL, INCIDENTAL OR CONSEQUENTIAL DAMAGES ARISING OUT OF THE USE OR INABILITY TO USE THE PROGRAM (INCLUDING BUT NOT LIMITED TO LOSS OF DATA OR DATA BEING RENDERED INACCURATE OR LOSSES SUSTAINED BY YOU OR THIRD PARTIES OR A FAILURE OF THE PROGRAM TO OPERATE WITH ANY OTHER PROGRAMS), EVEN IF SUCH HOLDER OR OTHER PARTY HAS BEEN ADVISED OF THE POSSIBILITY OF SUCH DAMAGES.

END OF TERMS AND CONDITIONS

Appendix: How to Apply These Terms to Your New Programs

If you develop a new program, and you want it to be of the greatest possible use to the public, the best way to achieve this is to make it free software which everyone can redistribute and change under these terms.

To do so, attach the following notices to the program. It is safest to attach them to the start of each source file to most effectively convey the exclusion of warranty; and each file should have at least the "copyright" line and a pointer to where the full notice is found.

one line to give the program's name and a brief idea of what it does.
Copyright (C) yyyy name of author

This program is free software; you can redistribute it and/or modify it under the terms of the GNU General Public License as published by the Free Software Foundation; either version 2 of the License, or (at your option) any later version.

This program is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License for more details.

You should have received a copy of the GNU General Public License along with this program; if not, write to the Free Software Foundation, Inc., 59 Temple Place - Suite 330, Boston, MA 02111-1307, USA.

Also add information on how to contact you by electronic and paper mail.

If the program is interactive, make it output a short notice like this when it starts in an interactive mode:

Gnomovision version 69, Copyright (C) yyyy name of author
Gnomovision comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY; for details type 'show w'.
This is free software, and you are welcome to redistribute it under certain conditions; type 'show c' for details.

The hypothetical commands `show w` and `show c` should show the appropriate parts of the General Public License. Of course, the commands you use may be called something other than `show w` and `show c`; they could even be mouse-clicks or menu items—whatever suits your program.

You should also get your employer (if you work as a programmer) or your school, if any, to sign a "copyright disclaimer" for the program, if necessary. Here is a sample; alter the names:

Yoyodyne, Inc., hereby disclaims all copyright interest in the program
'Gnomovision' (which makes passes at compilers) written by James Hacker.

signature of Ty Coon, 1 April 1989
Ty Coon, President of Vice

This General Public License does not permit incorporating your program into proprietary programs. If your program is a subroutine library, you may consider it more useful to permit linking proprietary applications with the library. If this is what you want to do, use the GNU Library General Public License instead of this License.

(d) Fourth Part

図 3: The GNU General Public License (Continued.)

参考文献

- [1] ISO, "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement," 1995, ISO.
- [2] 日本規格協会, "計測における不確かさの表現ガイド," 1996, 日本規格協会.
- [3] 日本機会学会誌, アメリカ機会学会性能試験規約「計測の不確かさ」, 1987, 丸善.
- [4] H.W. Coleman and W.G. Steele, "Experimentation and Uncertainty analysis for Engineers, Second Edition," 1998, John Wiley & Sons, Inc.
- [5] I. Lira, "Evaluating the Measurement Uncertainty," 2002, Institute of Physics Publishing.
- [6] The Mathworks Inc., "Getting Started with MATLAB," 2004.
- [7] The Mathworks Inc., "Symbolic Math Toolbox User's Guide," 2004.

宇宙航空研究開発機構研究開発資料 JAXA-RM-04-006

発行日 2004年11月8日
編集・発行 独立行政法人 宇宙航空研究開発機構
〒182-8522
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1
TEL 0422-40-3000 (代表)
印刷所 株式会社 実業公報社
東京都千代田区九段北1-7-8

©2004 JAXA

※本書（誌）の一部または全部を著作権法の定める範囲を超え、無断で複写、複製、転載、テープ化およびファイル化することを禁じます。

※本書（誌）からの複写、転載等を希望される場合は、下記にご連絡ください。

※本書（誌）中、本文については再生紙を使用しております。

<本資料に関するお問い合わせ先>

独立行政法人 宇宙航空研究開発機構 情報化推進部 宇宙航空文献資料センター



宇宙航空研究開発機構
Japan Aerospace Exploration Agency