

後方乱気流のダイナミクス ―発生・崩壊と大気乱流の影響―

三坂 孝志（産総研），大林 茂（東北大学），ホルツァップフェル フランク（DLR）

Dynamics of Wake Turbulence

– Generation, Decay and the Impact of Atmospheric Turbulence –

by

Takashi MISAKA (AIST), Shigeru OBAYASHI (Tohoku Univ.) and Frank HOLZÄPFEL (DLR)

ABSTRACT

A flying aircraft generates a coherent vortex pair due to its lift and a turbulent flow including the vortex pair is called wake turbulence. A following aircraft is affected by wake turbulence of a leading aircraft; therefore, wake turbulence separation is defined based on the size of those aircraft. In this paper, we describe basic characteristics of wake turbulence. The dynamics of wake turbulence from the generation until vortex decay are then explained with the help of large eddy simulation results. We especially emphasize that vortex decay occurs due to vortex linking or the interaction with the ground, where secondary vortices play an important role on the decay. We also mention lidar measurements of wake turbulence.

1. はじめに

1. 1 航空機の運航に影響する乱気流

過去 50 年間の航空輸送の急激な伸びにもかかわらず，航空機性能および運航技術の向上によって旅客機事故は大幅に減少してきた¹⁾。近年，乱気流に起因する事故の割合が旅客機事故全体に対して比較的高くなってきているのは，その確率的遭遇への対策が難しいためであると考えられる。大気の流れが作り出す乱気流に対しては，レーダー観測や数値予報による広域の気象情報や旅客機搭載型の気象レーダーを用いた対策が取られている。雨滴を含まない高高度乱気流（山岳波，晴天乱気流，ウインドシア）に対しては，航空機搭載型ライダー（Lidar, Light Detection and Ranging）の実運用が期待される²⁾。これらの乱気流に対して，航空機自身が作り出す乱れが後続機に影響するものとして後方乱気流がある（図 1）。後方乱気流は飛行する航空機後方の翼端渦およびダウンウォッシュが作り出す渦対から成る乱れた流れである。その渦対の強さは発生している揚力に比例することから，乗客および燃料を満載した大型機が離陸時に生じる後方乱気流は特に強くなる。後続機がその影響を受けることから，先行機および後続機の大きさ（重量）に応じて離着陸間隔が定められている³⁾。この離着陸間隔は十分安全に設定されているため，後方乱気流が直接の原因となった事故は少ない。しかしながら，ごく稀に後方乱気流が関連して乗員・乗客の負傷を伴う事故が起こっていることから（例えば文献 4），現象の理解とそれに基づく運航方式の設計によって後方乱気流に関連した航空機事故をゼロにする努力が求められる。また近年，航空交通量の増大から空港離着陸数制限の緩和が求められており，機体重量に応じた離着陸間隔の細分化が進められている（RECAT）⁵⁾。離着陸間隔の変更は安全かつ効率的な運航を実現するために後方乱気流の挙動に関する知見に基づき進められている。

1. 2 後方乱気流の特徴

後方乱気流は，上述のように航空機自身が作り出す乱気流であり，晴天乱気流やウインドシアなどの乱気流と比較してその理解は進んでいる。しかしながら，大気の大気成層・乱流との相互作用により，その挙動予測は一般には困難である。基本的な流れ場の構造は図 1 に示すように飛行する航空機から後方に伸びる回転方向が反対の渦対である。したがって，後方乱気流のことを後流渦と呼ぶ場合も多い。これらの渦対が誘起する速度場は図 2 のようになる。図 2

では，細実線と細破線がそれぞれ一つの渦によって生じる速度分布（渦の回転方向の速度成分）を示し，それらを重ね合わせた太実線の速度分布が後方乱気流として観測される速度分布である。

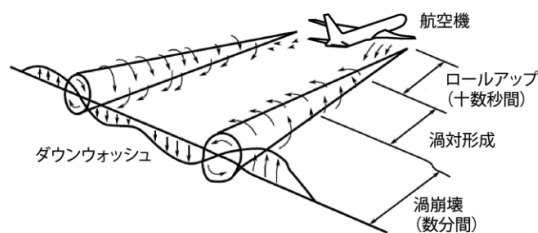


図 1 航空機の後方乱気流

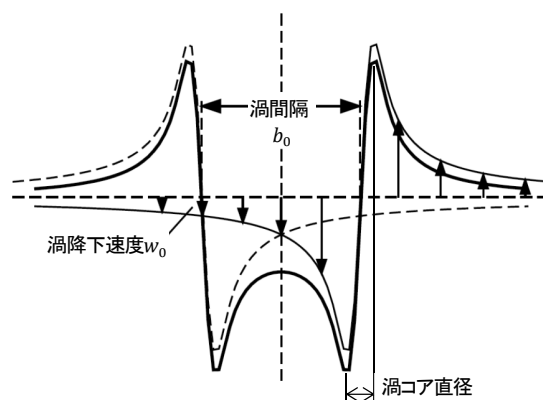


図 2 後方乱気流の速度プロファイル

このような速度分布から後方乱気流を特徴づける物理量が導かれる。特に重要なのは渦の強さを表す循環である。

$$\Gamma_0 = \frac{W}{\rho U b_0} \quad (1)$$

ここで W は航空機の重量， ρ は空気密度， b_0 は渦間隔， U は飛行速度であり，燃料を満載した離陸時の循環が特に大きくなることがわかる。渦間隔は楕円揚力分布を仮定すると，翼幅 b を用いて $b_0 = \pi b / 4$ と表される。図 2 に示すように片方の渦が作る速度場によってもう一方の渦に移流速度

が生じることから（自己誘導速度），渦対の降下速度が定義される．上記の循環を用いると，

$$w_0 = \frac{\Gamma_0}{2\pi b_0} \quad (2)$$

となる．この渦降下速度は当然ながら重力に関係なく，揚力を発生している方向と反対方向に渦対が移流することになる．さらに渦間隔と渦降下速度から参照時間が定義できる： $t_0 = b_0/w_0$ ．このように定義した循環，渦降下速度，参照時間を用いて諸量を無次元化することで，大きさが異なる航空機の後流渦の時間発展を比較することができる⁹⁾．

後流渦の危険度に関しては上記の循環が代表的な指標であるが，渦に対する航空機の応答をより表す指標としてローリングモーメント係数（ $RMC = \Gamma_0/Ub$ ）も用いられる．コア半径も渦の重要な特徴量であるが（図 2），後流渦に関しては，その計測が困難であるなどの理由から危険度の評価には一般には用いられない．弱い大気乱流中の後流渦循環の典型的な時間変化を図 3 に示す（Two-phase 崩壊モデル）．渦対が生成され，自己誘導速度によって降下している間は，大気乱流の影響を受けて，わずかに循環が減少する（拡散フェーズ）．その後，渦対の不安定化による結合や地面との干渉により渦の崩壊が急激に進む（急崩壊フェーズ）．このような崩壊過程は主に数値シミュレーションや室内実験の結果に基づいており，ライダー計測では明確な Two-phase 崩壊が見られない場合も多いが，後流渦の高速予測モデルはこの Two-phase 崩壊モデルに基づくものが多い⁷⁾．

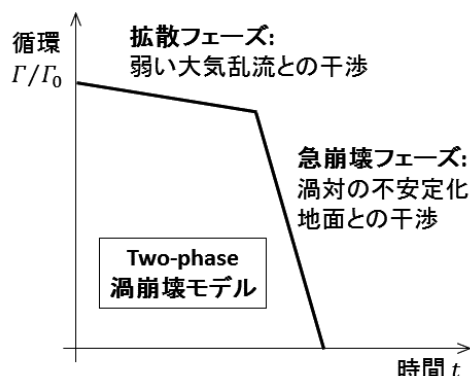


図 3 循環の時間変化(Two-phase 渦崩壊モデル)

2. 後方乱気流のダイナミクス

2. 1 渦対の形成

後方乱気流の挙動把握・理解のために，ライダーによる実運航機の計測⁸⁾，風洞・水槽実験，数値流体力学（CFD）シミュレーション，特にラージエディシミュレーション（LES）が行われてきたが，後流渦の生成から崩壊までの全体像を統一的に理解する手法はなかった．例えば，ライダー計測は実機の計測であるが，特定の断面の低解像度な情報しか得られない．室内実験やこれまでの CFD シミュレーションでは，航空機周りの近傍流れ場と，理想化された渦対の時間発展に関する実験・解析が独立に行われてきており，渦対の形成過程と形成された渦対の時空間発展の特徴が結びついていなかった．このような問題を解決するために著者らはこれらを統一的にシミュレートする手法を開発した．詳細は文献 9 に譲るが，異なる種類の CFD コードを組み合わせつつ，時空間の置き換えを行うことで，航空機周りの流れ場から後方数十キロに相当する 2.3 分後の渦の崩壊までを統一的に解析することができるようになった．

図 4 にフラップおよびスラットを展開した着陸形態の 4 発エンジン航空機モデルの後流を示す．ここではエンジンのジェット排気は考慮していない．図中には機体と共に，飛行方向に垂直な断面上の渦度（ $\omega = \nabla \times \mathbf{v}$ ， \mathbf{v} は流速ベクトル）分布を示している．淡色が時計回り，濃色が反時計回りの渦度分布である．図 4(a) は主翼端位置における断面の渦度分布であるが，主要な渦として，翼端渦（WTV），外翼ナセル渦（ONV），外翼フラップ端渦（OFV），内翼ナセル渦（INV），翼胴渦（WFV）がある．このような渦の形態は，飛行条件や機種によって変化するが，着陸形態においては通常フラップ端渦と翼端渦が主要な渦となる．図 4(b) は翼端位置を原点として $x^* = 0.8$ （翼幅の 1.0 倍後方）断面の渦度分布である．OFV と ONV がマージしつつあり（同回転方向の渦の融合），全体としては，OFV-ONV を中心に流れ場が回転していることがわかる（この場合には OFV-ONV 渦は翼端渦 WTV よりも強い）．このようにフラップを展開した翼後流の流れ場は非常に複雑であるが，徐々に主要な渦構造のみが残っていくことがわかる．エンジン排気はジェットにより乱流成分を後流渦に付加するが，巡航状態においては主要な渦構造への影響は小さいことが確かめられている^{10,11)}．

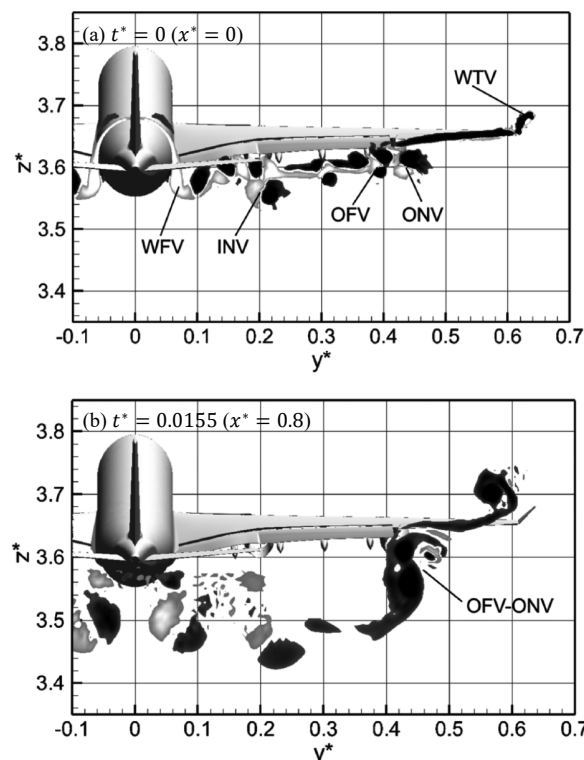
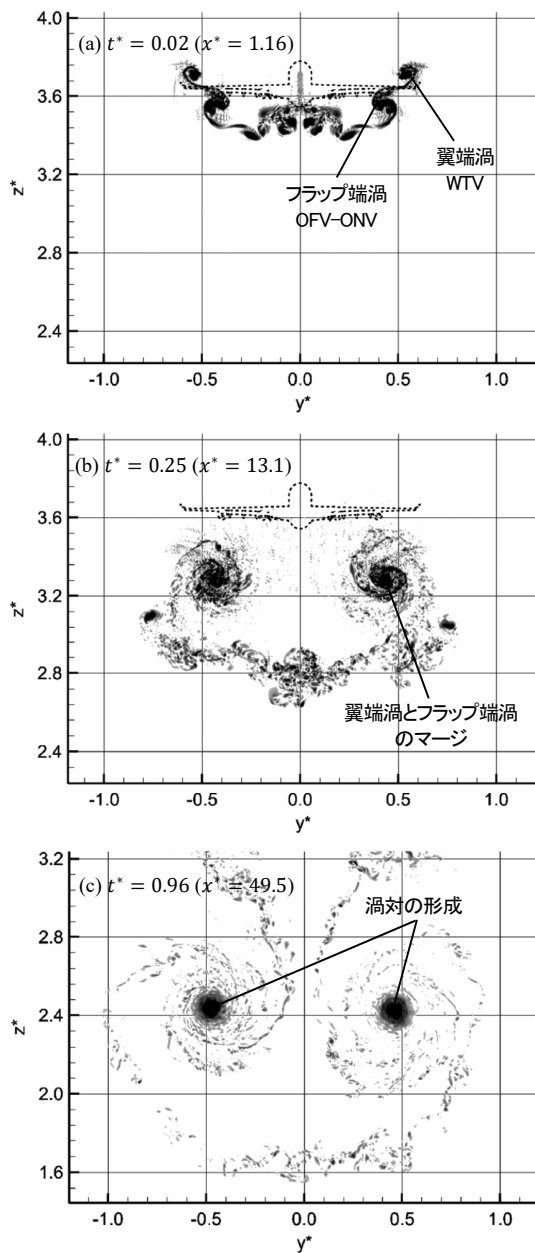


図 4 航空機近傍の後流の時間発展⁹⁾

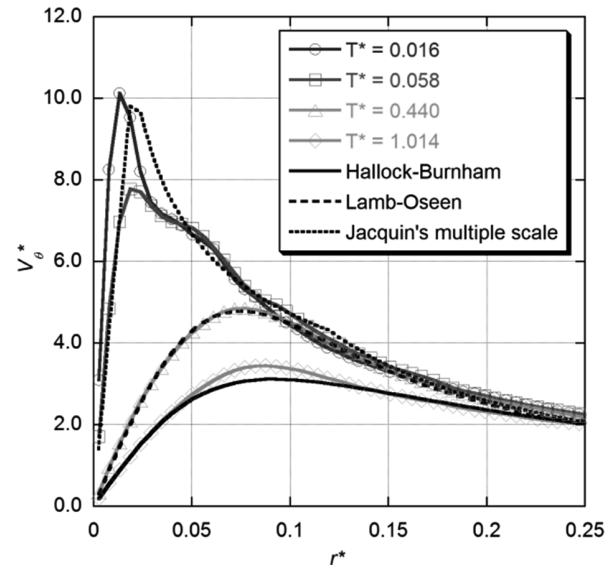
図 5 に航空機後方 $x^* = 1.16$ から 49.5 まで（翼幅の 1.5 から 63 倍後方）の後流の時間発展を示す．図 5 では渦度の大きさを濃色で示している．渦度分布がフラップ端渦を中心に巻き込まれていく様子がわかる（後流のロールアップ）．また，後流の主要な渦以外の乱れは，弱い擾乱となって渦に巻き込まれていることがわかる．このような構造（比較的整った渦内部に対して，乱れた渦外側）は実機の煙可視化実験でも確かめられている．時刻 $t^* = 0.96$ ではほぼきれいな渦対が形成されている．機種に関わらず渦対の形成（ロールアップ完了）にかかる時間がおおよそ $t^* \approx 1.0$ となることは，過去の計測・計算結果から確かめられている．このとき渦間隔はおおよそ $b_0^* = 1.0$ になっている．

図 5 後流の巻き上がりと渦対の形成⁹⁾

本稿で用いている無次元時間 t^* 、無次元位置 x^* は、1.2 節で示した渦間隔と参照時間で無次元化したものであり、楕円揚力分布を仮定して求めた渦間隔 b_0 がここで扱った高揚力形態の後流渦に対しても有効であることが確認できる。

図 6 に渦対が形成されるまでの翼端渦の周方向速度分布を示す。翼端渦の速度分布に関しては数多くのモデルが理論解析、実験、ライダー計測、数値シミュレーションに基づき提案されているが、図 6 の結果から翼端渦の経過時間に応じてよくフィットするモデルが変化することがわかる。ここでは循環を一定として渦モデルを比較している。機体直後の鋭い周速ピークを持つ分布は Jacquin の渦モデルがよく一致するが、これはこのモデルが近傍場の風洞実験から導かれたモデルであることを反映している。一方、ロールアップが完了した $t^* = 1.0$ 付近では Burnham-Hallock モデルがよく一致する。このモデルは後方乱気流のライダー計測から導出されたモデルである。実際にロールアップ済みの

渦対を議論する場合にはこのモデルが用いられる場合が多い。Lamb-Oseen モデルはそれらの中間に位置する。

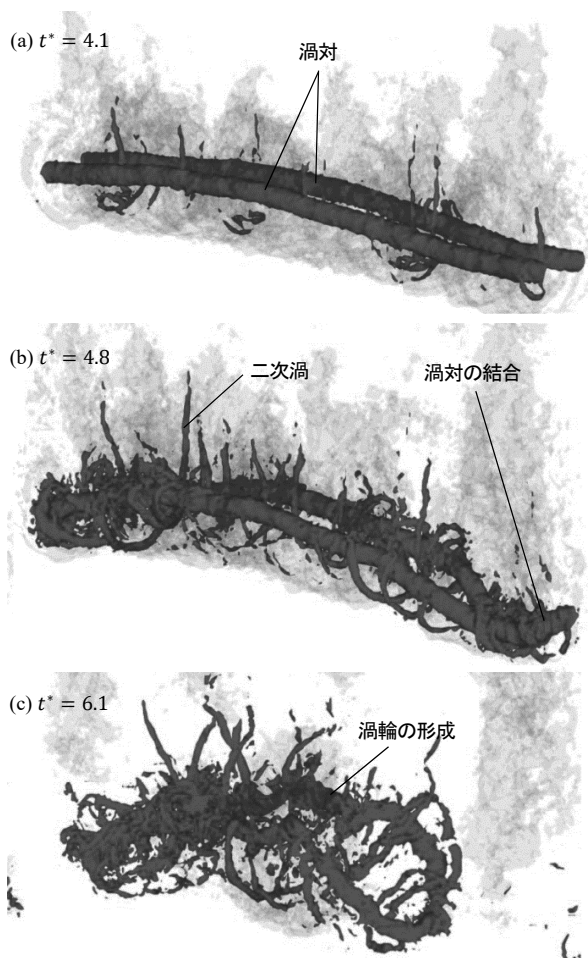
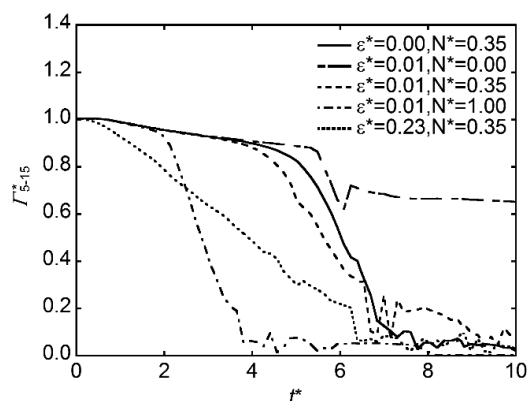
図 6 翼端渦の速度分布の時間変化^{10,11)}

2. 2 渦対の移流と崩壊

航空機の複雑な後流は、ロールアップ完了後には比較的単純な渦対の構造に帰着することを図 5 に示したが、反回転平行渦対の流体力学は、理論的・実験的・数値解析的に多くの研究がなされてきている。理論的に不安定化のメカニズムが調べられているが、実際の後流渦に主に関係するのは Crow 不安定（長波不安定）である¹²⁾。

Crow 不安定により図 7(b)に示すように渦間隔の 8.6 倍の周期で渦同士の結合が起こる。この渦の結合により、図 7(c)に示すような渦輪が飛行方向に周期的に発生する。気象条件が許せば、飛行機雲で渦輪が可視化される場合もある¹³⁾。このような渦の結合が渦の急激な崩壊に繋がるためには、温度成層もしくは強い大気乱流を必要とする。図 7 に示すように渦対が温度成層大気中を降下すると渦対周りに二次渦を生じ¹³⁾、加えて渦の結合が起こることで急崩壊が起こる（図 3 の急崩壊フェーズ）。LES の結果から、結合時に渦対に沿って伝わる擾乱が渦周りの二次渦と相互作用することで急激に渦度を失っていることが確かめられる。一方で、渦の結合のみでは急崩壊が起こらないことも確かめており、渦の再結合を繰り返しつつ移流（降下）し続けることがわかっている。このように長時間残留する後流渦（渦輪）は上空の観察結果でも確かめられているが、実大気中では稀なケースであると考えられる。

図 8 に様々な大気環境下における後流渦の循環の時間履歴を示す。ここでは大気乱流の強さと温度成層を、無次元化された渦散逸率 ε^* とプラントパイサラ周波数 N^* で定義している。飛行高度の一般的な大気状態 $\varepsilon^* = 0.01$ 、 $N^* = 0.35$ では渦の結合と二次渦により急崩壊が起こる。しかしながら、中立大気 $N^* = 0$ では前述のように急崩壊が起こらずに渦輪が再結合を繰り返しながら長時間残留する¹³⁾。一方で、強い乱流（たとえば地上付近の熱対流）下では、温度成層が無くても渦の急崩壊が起こる。この場合には Two-phase 崩壊ではなく、空港ライダーでよく計測されるように渦降下の初期段階から単調に循環が減少する。一方で、強い温度勾配も後流渦の降下中に強い二次渦を発生させるため、渦対の崩壊を大きく促進する。

図7 渦対の結合による急崩壊¹³⁾図8 大気条件による循環の時間履歴の変化¹³⁾

2. 3 渦対の地面との干渉と崩壊

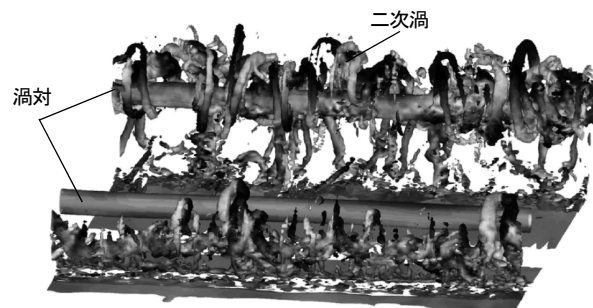
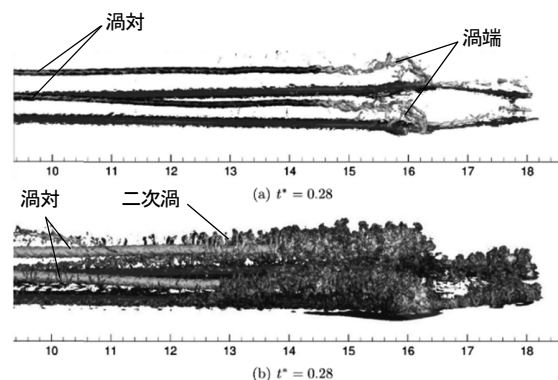
後流渦の崩壊メカニズムとしてもう一つ重要なものに地面との干渉がある。着陸する航空機から発生する地面近傍の後流渦は主に地面との干渉により崩壊する。図9に示すように渦対は降下して地面と干渉するが、地面との干渉により、二次渦が発生する。この二次渦は温度成層大気中の渦降下で発生するものと類似の働きをし、渦対の急崩壊を引き起こす¹⁴⁾。また、着陸時にはタッチダウンと同時に揚力を失い、その際に後流渦が途切れることになる。これにより渦対に渦端が発生し、この渦端から渦に沿って伝わる擾乱が、二次渦と干渉して、急激な渦崩壊を引き起こすことが確かめられている¹⁵⁾。この後流渦の渦端は文献9の手

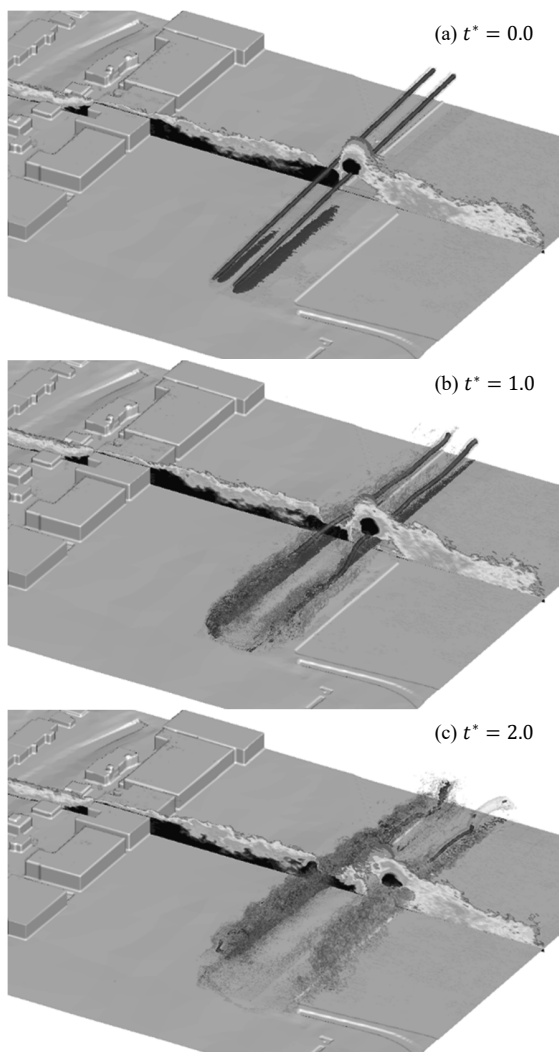
法を適用して得られた結果であり、これまで検討されたことのなかった現象である(図10)。しかしながら、渦端が地面に垂直に入射する現象は航跡雲でも確認されており、渦端が実在すると考えられている。一般的には平坦な地面と渦対の干渉では十分強力な二次渦が発生しないので、滑走路周辺では大気乱流や渦端の効果で渦対の急崩壊が起こっていると予想される。

この二次渦を高さ数メートルの障害物で積極的に発生させ、渦の急崩壊を促進しようとする試みがドイツ航空宇宙センターで行われている¹⁵⁾。障害物自体は空気力に耐える強度があれば良いので、柔軟な構造物にすることも可能であり、空港への設置も期待できる。ドイツ航空宇宙センターではウィーン空港での実証実験にも取り組んでいる。

羽田空港では北東風時に空港格納庫の後流が滑走路34Lの着陸経路に干渉することが知られており、揺れを報告するパイロットレポートも出されている。図11は羽田空港の格納庫を過ぎる横風時において、渦対の挙動を解析した結果である¹⁶⁾。スライス断面によって格納庫後流の乱れた様子を示している。渦対は渦度の等値面($|\omega^*| = 14.5$)によって示すように、着陸地点に向かって3度傾けて配置している。横風が非常に強い場合には渦対が単純に移流されるだけであるが、その大きさが渦の降下速度 w_0 付近の場合には、上流側の渦が地面でのリバウンド後に滑走路に留まる場合があり、後続機にとって危険である。図11に示すケースでは地面との接触により比較的早くに渦対が崩壊していることがわかる。

着陸機の後流渦が地面との干渉で比較的早く減衰するのに対して、離陸機の後流渦は大きな離陸角度により地面の影響が無い高度に存在するため、2.2節の崩壊メカニズムに頼ることになる。

図9 渦対と地面との干渉¹⁴⁾図10 渦端を持つ渦対と地面との干渉¹⁵⁾

図 11 羽田空港の格納庫後流と後方乱気流との干渉¹⁶⁾

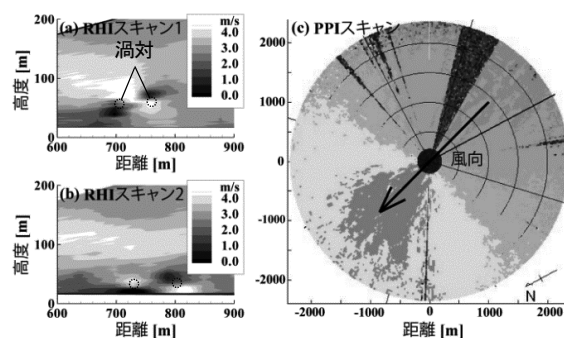
3. 後方乱気流のライダー計測と挙動予測

実運航機の後方乱気流の計測手段として、ライダーは非常に重要である。著者らのグループでは電子航法研究所が仙台空港に設置したライダーを利用し、後方乱気流の計測を継続的に行っていた^{17,18)}。ライダーはレーザー出力部の迎角を変化させレーザー光を鉛直に走査することにより (RHI, Range height indicator), 図 12(a)および(b)のように航空機後方に伸びる渦対の鉛直断面を計測することができる。ライダー計測ではレーザー視線 (LOS, Line of sight) 方向速度成分のみが計測されるので、渦対は図 12(a)に示すような速度分布となる。LOS 方向の解像度は 30 m, 迎角方向の解像度は約 0.1 度である。仙台空港では離陸機の計測を行う場合、ライダーから滑走路中心までの距離が約 700 m となり、鉛直方向に 1 m 程度の解像度を持つことになる。図 12(a)および(b)より 2 スキャン目で渦対が降下していることがわかる。空港周辺の風向き・強さは図 12(c)に示すように水平スキャン (PPI, Plan position indicator) 計測により得ることができる。前節のように数値シミュレーションから後流渦の挙動を理解することはできるものの、それをライダー等による実計測で確認することができなければ実運航に活かすことはできない。

実際の航空管制において個々の機体の後方乱気流の影響を考慮するには事前にその挙動を予測する必要があるため、気象情報を利用して後方乱気流の挙動を確率的に予測する高速予測モデルが開発されている⁷⁾。ライダー計測は実際

の後方乱気流を観測する手段であると共に、高速予測モデルにおいて渦対の初期位置や周辺風速の決定に用いることができる。RECAT の進展に伴い、ライダーがあらゆる局面で実運航に利用されると期待される。

ライダーによる後方乱気流計測の課題として、リアルタイム計測を行う場合に信号処理速度の問題などから解像度が制限されるという点が挙げられる。この点に関しては、ライダー計測プロセスを数値的に模擬するライダーシミュレーターにより、渦のパラメータ推定精度の検討が行われており¹⁹⁻²¹⁾、計測された渦と実際の渦との相関を定量化する試みが行われている。高速予測モデルによる確率的な予測は近い将来実用化される手法として期待されるが、その先の技術として、スーパーコンピュータを用い、時々刻々変化する風速データを取り込んだデータ同化による後方乱気流を含めた空港空域の風況予測の可能性が芽生えている。仙台空港で離着陸する航空機の後流をライダーで計測し、データ同化により実運航機の後流の移流を再現する研究が行われている²²⁾。現時点では CFD シミュレーションをリアルタイムで行うことは現実的ではないため、高速予測モデルと CFD シミュレーションの隙間を埋めるようなアプローチの開発が必要であると考えられる。

図 12 ライダー計測の例²²⁾

4. おわりに

本稿では航空機の後方乱気流の流体力学的な特徴を述べた。航空機は発生している揚力に応じた強さの渦対を生じ、この渦対は大気乱流に誘発される Crow 不安定による渦同士の結合や地面との干渉により崩壊する。このとき、渦対まわりの二次渦の存在が渦対の急崩壊に大きく影響する。このような知見は後流渦の高速予測モデルに活かされている。後方乱気流の CFD シミュレーションでは、翼端渦を含む航空機まわりの流れから渦対の挙動に影響を及ぼす大気乱流まで長さスケールの大きく異なる流れを扱う必要があり、現在でもそれらをシームレスに扱うには何かしらの工夫が必要である^{9,23)}。

現状の後方乱気流計測および予測精度は運航・管制への組み込みを考えると不十分であり、実運航機の後方乱気流への理解をさらに一段階深める必要があると考えられる。これを実現するには、高度な数値シミュレーションに加えて、実機計測技術の革新が不可欠である。例えば、現在のライダー計測技術では、フラップ、スラットなどの小さな空力デバイスが遠方の後方乱気流の減衰に影響するかどうかを定量的に確認することができていない。風洞実験における翼端渦の減衰ではなく、実飛行環境における遠方の後方乱気流減衰を実現できるような空力デバイスの開発には、まず、ライダーの解像度を現在の数十倍程度まで向上させる必要がある。そのような実機計測環境が整った上で、遠方の後方乱気流の減衰を促進するような空力デバイスを CFD ベースで設計できるかどうかという課題は非常に興味深い。

今後、アメリカ連邦航空局（FAA）と欧州航空航法安全機構（Eurocontrol）を中心に RECAT フェーズ I の導入と検証が行われ、フェーズ II, III への準備も進められていく。フェーズ III では機種と気象条件に基づく動的な管制間隔が導入されると言われている。その中では後流渦の高速予測モデルが利用される可能性もある。リアルタイムライダー計測、各種気象情報、高速予測モデルの重要性が今後益々高まることは確実であるため、将来の実用化をにらみ、これらの要素技術開発に加えて効果的に組み合わせたシステムの構築を進める必要がある。

参考文献

- Boeing, Statistical Summary of Commercial Jet Airplane Accidents 1959-2015, <http://www.boeing.com/news/techissues/pdf/statsum.pdf>
- H. Inokuchi, H. Tanaka, and T. Ando, "Development of an Onboard Doppler Lidar for Flight Safety," *Journal of Aircraft*, Vol.46, pp. 1411-1415, 2009.
- ICAO, Doc 4444, Procedures for Air Navigation Services, Air Traffic Management, Fifteenth Edition 2007, Chapter 4.
- 運輸安全委員会, 航空事故調査報告書, AA2015-5, 平成27年5月28日.
- J. Cheng, J. Tittsworth, W. Gallo, and A. Awwad, "The Development of Wake Turbulence Recategorization in the United States," AIAA Paper 2016-3434, AIAA 8th Atmospheric and Space Environments Conference, Washington, D.C., USA, June 2016.
- T. Gerz, F. Holzäpfel, and D. Darracq, "Commercial Aircraft Wake Vortices," *Progress of Aerospace. Sciences*, Vol. 38, pp. 181-208, 2002.
- F. Holzäpfel, "Probabilistic Two-Phase Wake Vortex Decay and Transport Model," *Journal of Aircraft*, Vol 40, pp.323-331, 2003.
- 加来信之, "レーザによる後方乱気流の観測," 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 106, pp. 13-16, 2006.
- T. Misaka, F. Holzäpfel, and T. Gerz, "Large-Eddy Simulation of Aircraft Wake Evolution from Roll-Up Until Vortex Decay," *AIAA Journal*, Vol. 53, pp. 2646-2670, 2015.
- T. Misaka, S. Obayashi, A. Stephan, F. Holzäpfel, T. Gerz, "Numerical Simulation of Jet-Wake Vortex Interaction," AIAA Paper 2014-0926, AIAA 52nd Aerospace Sciences Meeting, Maryland, USA, January 2014.
- T. Misaka, and S. Obayashi, "Numerical Simulation of Jet-Wake Vortex Interaction of Aircraft Configuration," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 70, pp. 615-625, 2017.
- S. C. Crow, "Stability Theory of a Pair of Trailing Vortices," *AIAA Journal*, Vol. 8, pp. 2172-2179, 1970.
- T. Misaka, F. Holzäpfel, T. Gerz, M. Manhart, and F. Schwertfirm, "Vortex Bursting and Tracer Transport of a Counter-Rotating Vortex Pair," *Physics of Fluids*, Vol.24, pp.025104-1-21, 2012.
- A. Stephan, F. Holzäpfel, and T. Misaka, "Aircraft Wake-Vortex Decay in Ground Proximity – Physical Mechanisms and Artificial Enhancement," *Journal of Aircraft*, Vol. 50, pp. 1250-1260, 2013.
- A. Stephan, F. Holzäpfel, and T. Misaka, "Hybrid Simulation of Wake-Vortex Evolution during Landing on Flat Terrain and with Plate Line," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 49, pp. 18-27, 2014.
- T. Misaka, R. Yoshimura, S. Obayashi, and N. Matayoshi, "Large Eddy Simulation of Wake Vortices under Influences of Hangar Wake and the Ground," AIAA Paper 2018-2864, AIAA 10th Atmospheric and Space Environments Conference, AIAA Aviation 2018, Atlanta, GA, USA, 25-29 June 2018.
- T. Ogasawara, T. Misaka, T. Ogawa, S. Obayashi, and I. Yamada, "Measurement of Aircraft Wake Vortices Using Doppler LIDAR," Vol. 3, pp. 488-499, 2008.
- H. Kato, T. Misaka, S. Obayashi, and I. Yamada, "Advection Database of Wake Vortices at Sendai Airport Based on Lidar Measurement," AIAA Paper.2009-3869, AIAA 1st Atmospheric and Space Environments Conference, Texas, USA, June 2009.
- R. Frehlich, and R. Sharman, "Maximum Likelihood Estimates of Vortex Parameters from Simulated Coherent Doppler Lidar Data," *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol. 22, pp. 117-130, 2005.
- E. Yoshikawa, and N. Matayoshi, "Detection and Estimation of Wake Vortex on Ultra-Fast Scanning Pulsed-Doppler Lidar," *Proc. 29th Congress of the ICAS*, St. Petersburg, Russia, Sept. 2014.
- T. Misaka, S. Obayashi, and S. Jeong, "Uncertainly Quantification of Lidar-Derived Wake Vortex Parameters with/without Data Assimilation," AIAA Paper 2016-3271, AIAA 8th Atmospheric and Space Environments Conference, Washington, D.C., USA, June 2016.
- 三坂孝志, 加藤博司, 小笠原健, 大林茂, 山田泉, 奥野善則, "仙台空港における後方乱気流の計測融合シミュレーション," 応用数理, Vol. 19, pp. 150-162, 2009.
- J. N. Hallock, and F. Holzäpfel, "A Review of Recent Wake Vortex Research for Increasing Airport Capacity," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 98, pp. 27-36, 2017.