

超音速ジェットにおけるヘリカルモードペアを用いたマッハ波抑制のせん断層厚さの影響

渡辺 大輔, 石崎 匡則
(富山大学)

Effect of shear layer thickness on Mach wave suppression by helical modes pair in a supersonic jet

by
Daisuke WATANABE and Masanori ISHIZAKI

ABSTRACT

Linear stability analyses and direct numerical simulations are carried out to investigate the effect of shear layer thickness on Mach wave suppression by helical modes pair in a $M_j=2.0$ supersonic jet. In the DNS, a jet is forced by random disturbances and a pair of unstable helical modes. The linear stability analyses indicate that decrease of the shear layer thickness increase the growth rate of the helical modes and increase the azimuthal wave number of the helical modes with subsonic phase velocity. Also, the DNS results show that although the radiated Mach waves are reduced as the azimuthal wave number of the added helical modes pair increase, the jet potential core region gets elongated. These results indicate that, in suppression the Mach wave, not only the length of the potential core but also the speed of the added disturbance is important.

1. はじめに

ジェットが超音速では、ノズル背後に形成されるショックセルなどの衝撃波に起因するスクリーチ音、さらに高マッハ数のジェットではマッハ波が生じるなど、亜音速ジェットに比べ大きな騒音が発生する。衝撃波に起因する騒音は、ノズル形状の適切化により、衝撃波そのものの発生を抑制し（適正膨張）低減することができる。一方、高マッハ数のジェット騒音を支配するマッハ波は、ジェットせん断層に起こる超音速で進行する不安定波が音源であり、せん断層の急速な拡大により低減できることが予測され、lobe mixers などによる混合促進ノズルが提案⁽¹⁾されているが、近傍マッハ波の増大を引き起こすことが問題になっている。また、排気ジェットを覆う外殻を設置し、それによりマッハ波を反射させる ejector shroud を用いる手法⁽²⁾は、その形状や大きさから、騒音低減に対し大きな推力損失を伴うという問題が存在する。また、高マッハ数の円形ジェットに対する線形安定性解析⁽³⁾によると、最も高い成長率を示すモードはヘリカルモードであり、このモードは超音速の位相速度を持ちマッハ波を形成させる。このため、円形ジェットにおけるマッハ波低減には、最も成長率が高いモードを加えることによる低減効果⁽⁴⁾を得ることは困難と考えられる。

これまで我々は、 $M=2.0$ ($Mc=1.0$), $Re=2000$ の層流ジェットに流入攪乱として同一振幅の回転方向が異なるヘリカルモードを組み合わせたジェット DNS を実行し、加えられた亜音速の位相速度を持つ第三ヘリカルモードペア ($m=\pm 3$) の増幅はジェットの拡散を促進することによりマッハ波の低減効果があることを確認している^(5,6)。本研究では、せん断層厚さの異なるジェットにおいて、ヘリカルモードペアによるマッハ波低減効果の周方向波数依存性について線形安定性解析および DNS により調査した。

2. 計算方法

線形安定解析において支配方程式は円筒座標系で記述された圧縮性ナビエ・ストークス方程式である。ただし、支配方程式はジェットの中心速度 U_j 、ジェット半径 r_0 、ジェ

ット周囲の密度 ρ_∞ および粘性係数 μ_∞ によって無次元化した。線形攪乱は、

$$\tilde{\mathbf{d}}(r) = \hat{\mathbf{d}}(r) \exp\{i[\alpha x + m\theta - \omega t]\} \quad (1)$$

と表される。ここで、 α は主流方向波数、 m ($=0, 1, 2, 3, \dots$) は周方向波数であり $m \geq 1$ はヘリカルモードを示し、 ω は複素数であり、 ω の虚部 ω_i は線形成長率、実部 ω_r は角振動数を表す。また、 $\hat{\mathbf{d}}(r)$ は固有関数である。ジェット(top-hat jet) の層流速度分布は Freund 等⁽⁷⁾と同様に tanh 型のジェット速度分布を与えた。

$$U(r) = \frac{U_j}{2} \left\{ 1 - \tanh \left[\frac{1}{4\delta_0} \left(\frac{r}{r_0} - \frac{r_0}{r} \right) \right] \right\} \quad (2)$$

ここで、 δ_0 はせん断層厚さのパラメータである。図 1 に $\delta_0=0.04, 0.08$ のジェット速度分布を示す。また、温度分布はプラントル数 $Pr=1$ として Crocco-Busemann の関係式を用いた。

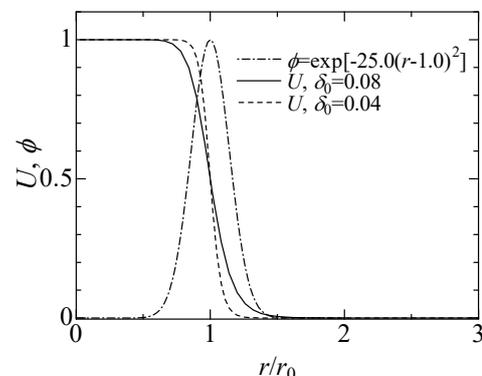


Fig.1 Window function and Jet mean velocity

$$\bar{T}(r) = M_j^2 \frac{\gamma-1}{2} \frac{(U_j U(r) - U(r)^2)}{U_j} + \frac{T_\infty (U_j - U(r))}{U_j} + \frac{T_j U(r)}{U_j}, \quad (3)$$

ここで、 $M = U_j/c_\infty$ であり c_∞ はジェット周囲の音速である。本研究では $T_j/T_\infty = 1.0$ とした。この速度分布と温度分布を線形攪乱方程式に代入しスペクトル法により固有値及び固有関数を計算する。

DNS では、上記支配方程式において空間の離散化に対し非線形項を含む移流項には、衝撃波を安定に捕らえるため高波数帯に数値粘性を持つ 5 次精度散逸コンパクトスキーム⁽⁸⁾ (境界では 3 次精度)、粘性項に 6 次精度中心コンパクトスキーム⁽⁹⁾ (境界では 4 次精度) を用い計算を行った。また、時間発展には 4 次精度 Runge-Kutta 法を用いた。時間ステップは計算安定性から $dt=0.02$ とした。境界条件は、境界における音波や渦の通過に伴う音波等の反射を可能な限り抑えるため主流方向および半径方向に NSCBC⁽¹⁰⁾ ($x=0$) と強制的な流出境界⁽¹¹⁾ ($40r_0 < x < 45r_0, 20r_0 < r < 22r_0$)、また周方向には周期境界条件を用いた。計算領域はジェット流入部半径 r_0 を基準長さとし、 $0 < x < 45r_0, 0 < r < 22r_0, 0 < \theta < 2\pi$ とした。格子数は $N_x \times N_r \times N_\theta = 801 \times 150 \times 126$ であり、半径方向に格子伸長を行っている。また、流入境界においてジェット層流分布は線形安定解析と同様に与えた。流入攪乱は一様等方的なランダム攪乱とヘリカルモードに相当する速度変動の半径方向速度成分を流入部 $x=0$ で与えた。ヘリカルモードは、互いに回転方向が異なるペアを加えることとし $v_r(r, \theta, t)$ を次式のように与えた。

$$v_r = \phi(r) \{ \sin[m\theta - (2\pi St)t] + \sin[-m\theta - (2\pi St)t] \}. \quad (4)$$

ここで、 ϕ は振幅分布であり、図1に速度分布と合わせて示す。また、 m ($m=3, 4, 5$) は周方向波数、 St は無次元振動数である。ランダム攪乱はジェットせん断層領域にのみ与えるために、 v_r の振幅分布と同じ関数 ϕ を窓関数として用いた。振幅は図 2 に示すジェット中心速度のように、ジェットのポテンシャルコア領域が過去の実験結果^{12,13)}を参考に約 $x < 20r_0$ となるよう、主流方向速度成分の rms 値が厚いせん断層のケース ($\delta_0=0.08$) で 2.5% および薄いせん断層のケース ($\delta_0=0.04$) で 1.5% とし、比較のため薄いせん断層のケースでも 2.5% で与えたケースを計算した。

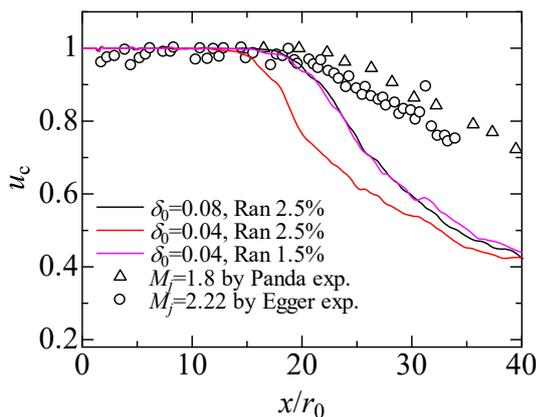


Fig. 2 Jet centerline velocity

3. 結果および考察

3. 1. 線形安定性解析

はじめにヘリカルモードの成長率および位相速度の特性を調べるために実行した線形安定性解析の結果を示す。ジェット半径および中心速度に基づくマッハ数およびレイノルズ数はそれぞれ $M=2.0, Re=2000$ である。

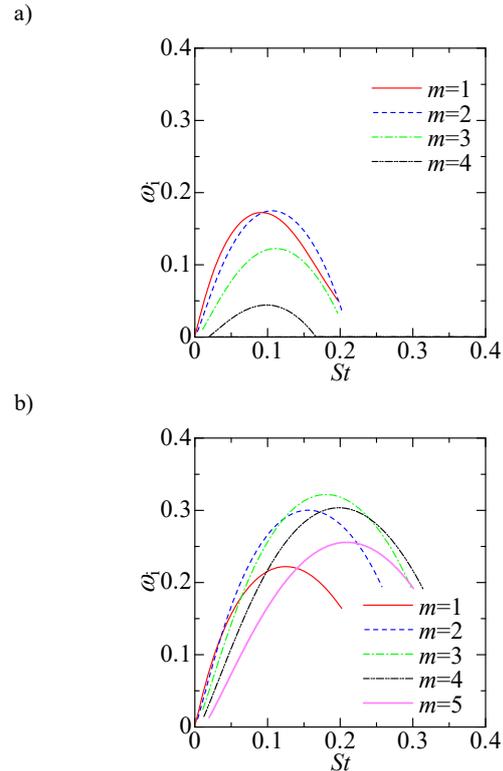


Fig. 3 Linear growth rate (α) for $M_j=2.0, Re=2000$; (a) $\delta_0=0.08$ and (b) $\delta_0=0.04$.

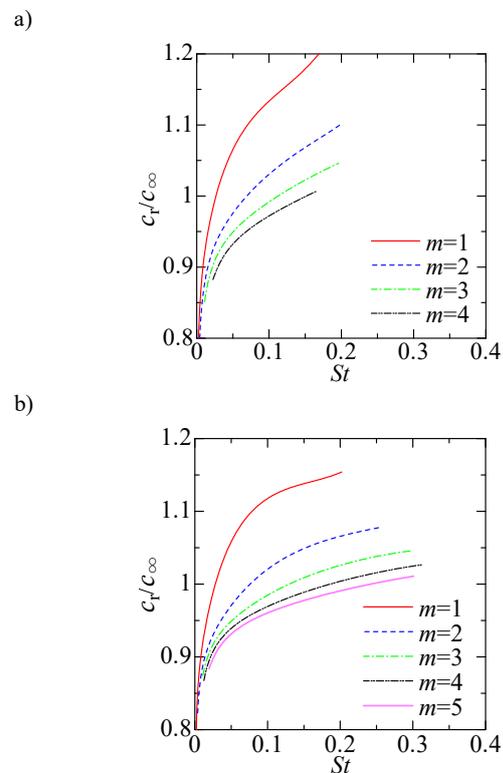


Fig. 4 Phase velocity (c_r/c_∞) for $M_j=2.0, Re=2000$; (a) $\delta_0=0.08$ and (b) $\delta_0=0.04$.

図 3 にヘリカルモードの線形成長率を示す。図よりせん断層厚さが薄くなるとすべてのヘリカルモードの線形成長率が高くなっており、せん断層が厚い $\delta_0=0.08$ のケースでは成長率が負となっていた $m=5$ もせん断層が薄い $\delta_0=0.04$

のケースでは比較的高い成長率を示している．また， $\delta_0=0.04$ のケースでは，最大成長率を示すモードが第三ヘリカルモード ($m=3$) となり，せん断層厚さにより最大不安定となるモードの交代が生じている．

図 4 に示した各ヘリカルモードの無次元位相速度 (c/c_∞) を見ると，位相速度は周方向波数が高くなるにつれ低下することが分かる．このとき，最大成長率を示す振動数において位相速度が音速以下となるのは $\delta_0=0.08$ のケースでは $m=3$ ($St=0.11$) であり， $\delta_0=0.04$ のケースでは $m=5$ ($St=0.21$) である．これまでの報告⁶⁾においてマッハ波抑制効果を確認しているヘリカルモードペアは，せん断層厚さ $\delta_0=0.08$ のケースの第三ヘリカルモードであることから，より薄いせん断層の $\delta_0=0.04$ のケースでは亜音速となる第五ヘリカルモード ($m=5$) がマッハ波抑制に効果的であると予想される．

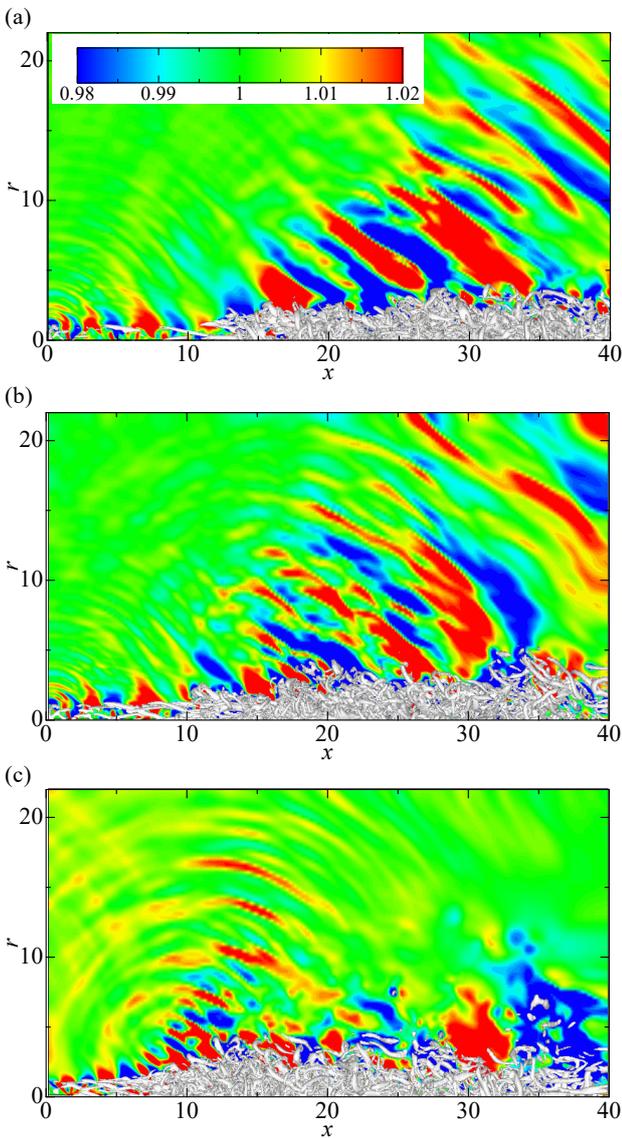


Fig.5 Downstream evolution of second invariant Q structure (iso-surfaces: $Q=0.1$) and pressure field (color contour: p/p_∞) at the $\theta=90^\circ$ plane: a) random 2.5% case for $\delta_0=0.08$, b) random 2.5% case for $\delta_0=0.04$ and c) $m=\pm 5$ 2% case for $\delta_0=0.04$.

3. 2. 直接数値シミュレーション

次に DNS から得られたマッハ波抑制効果について示す．DNS で与えた流入攪乱はランダム攪乱のみのケースおよび

ランダム攪乱にヘリカルモードペアを加えたケースであり，せん断層厚さごとに $m=\pm 3, \pm 4, \pm 5$ について調査した．また，加えるヘリカルモードの振幅は図 1 に示した半径方向速度成分の振幅分布 (ϕ) の最大値をジェット の 2% とした．

図 5(a), (b) にせん断層厚さ $\delta_0=0.08$ および $\delta_0=0.04$ のランダム攪乱のみのケースの渦構造と圧力分布の瞬間場を示す．ランダム攪乱の振幅は，どちらのケースも 2.5% である．また，図 5(c) に $\delta_0=0.04$ において亜音速の位相速度を持つ第 5 ヘリカルモードのペア ($m=\pm 5$) のみを流入部に加えたケースを示す．ランダム攪乱のみのケースを見ると，下流からマッハ波が発生し下流の図斜上方向に向け放射されていることが確認できる．一方，亜音速の位相速度を持つ $m=\pm 5$ のみを加えたケースでは，マッハ波の特徴である，直線的な圧力の高低の分布が見られず， $x=10$ 付近を中心に亜音速のジェットから放射される圧力変動と類似した同心円状の圧力変動が放射されていることが分かる．

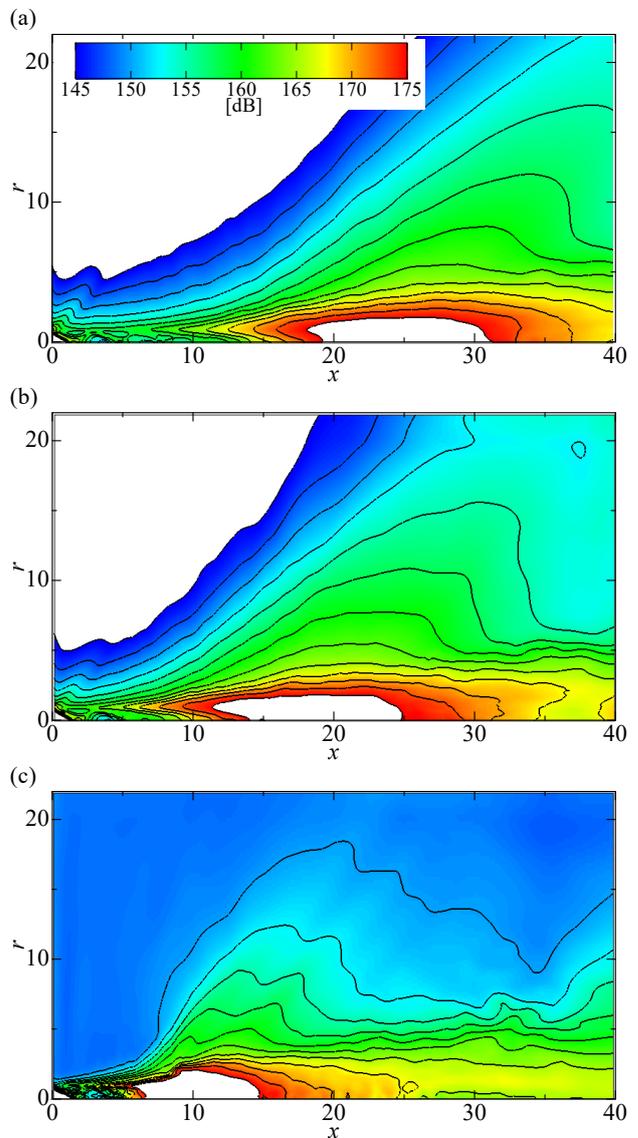


Fig.6 Overall pressure fluctuation level [dB]: a) random 2.5% case for $\delta_0=0.08$, b) random 2.5% case for $\delta_0=0.04$ and c) $m=\pm 5$ case for $\delta_0=0.04$.

図 6 は図 5 と同じ条件の圧力変動レベルである．図よりせん断層の厚い $\delta_0=0.08$ のケースと比較し， $\delta_0=0.04$ のケースはより上流の位置よりマッハ波に伴う強い圧力変動が

布し半径方向に広がっている。この結果は図3に示した線形成長率が $\delta_0=0.04$ では高いことにより、遷移及びマッハ波の増幅がより短い距離で起こったと考えられる。それに対し、亜音速の位相速度を持つ $m=\pm 5$ のみのケースではさらに上流から半径方向に圧力変動が広がっているが、変動の大きさはランダム攪乱のケースと比べ小さい値を示している。

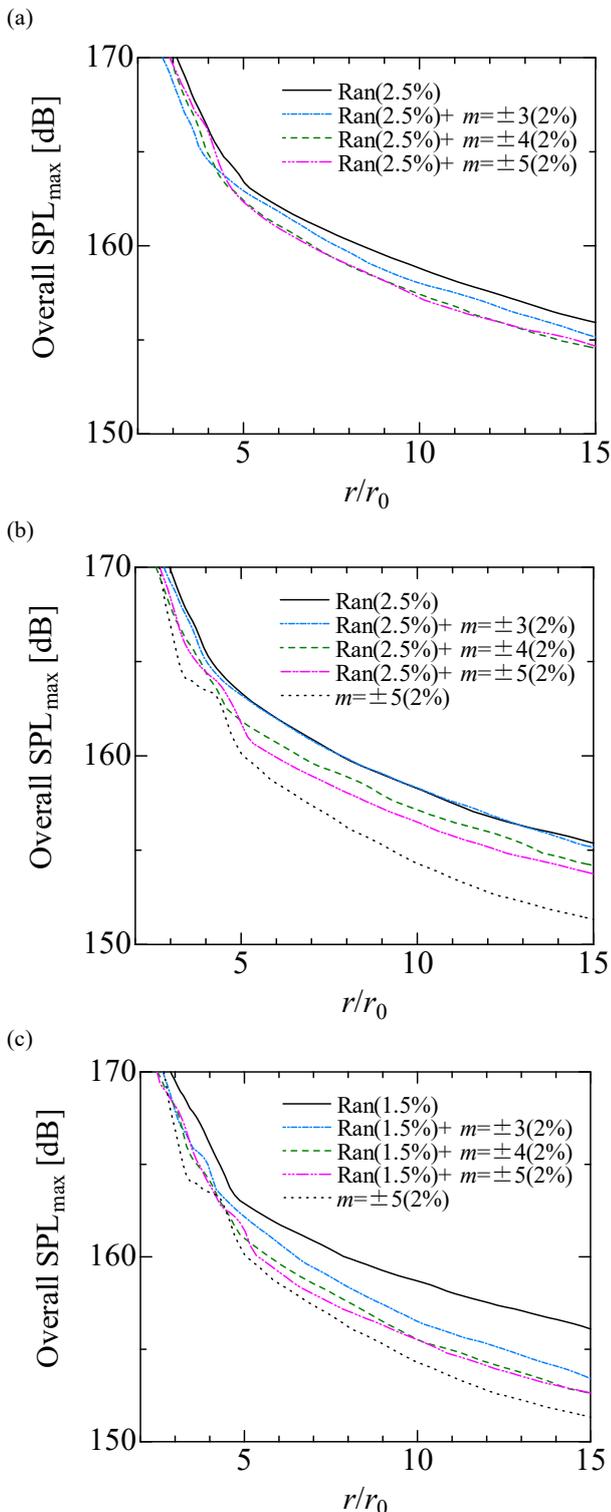


Fig.7 Radial decay of the maximum value of overall pressure fluctuation level [dB] in the same radius r/r_0 : a) random 2.5% case for $\delta_0=0.08$, b) random 2.5% case for $\delta_0=0.04$ and random 1.5% case for $\delta_0=0.04$.

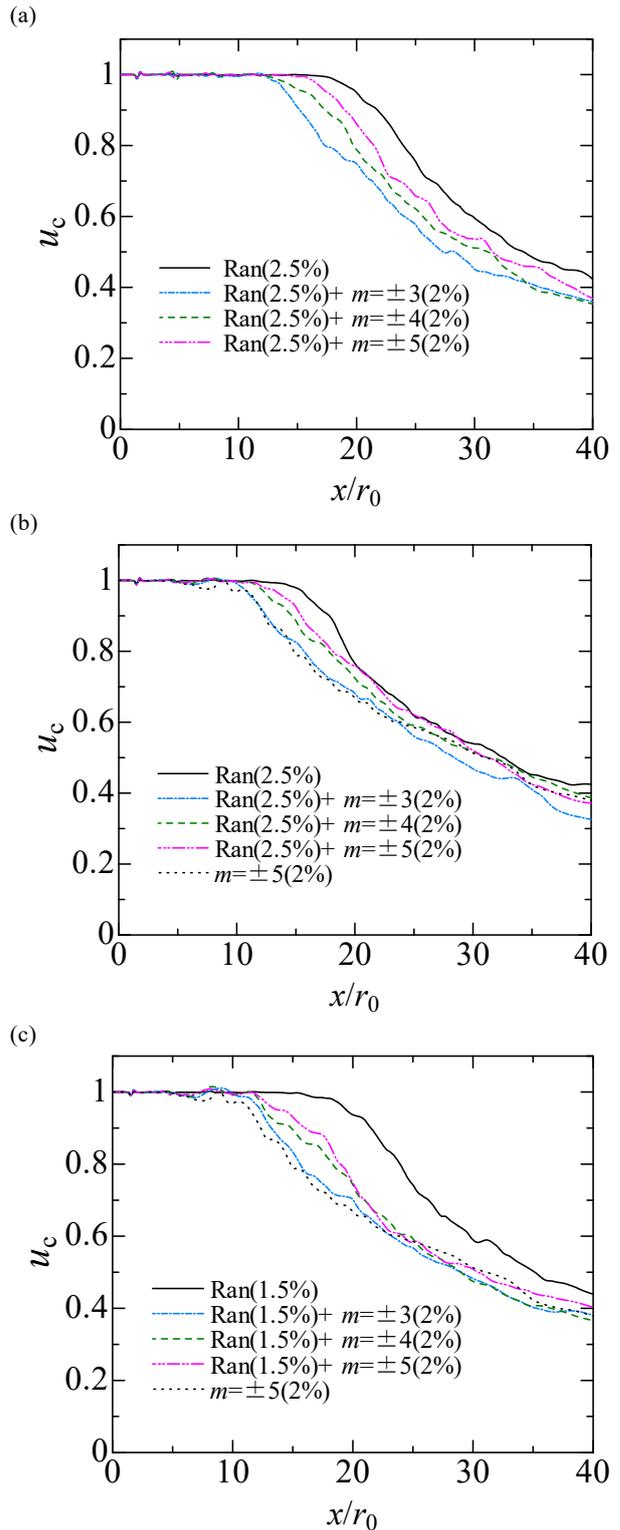


Fig.8 Jet centerline velocity: a) random 2.5% case for $\delta_0=0.08$, b) random 2.5% case for $\delta_0=0.04$ and random 1.5% case for $\delta_0=0.04$.

図7に圧力変動レベルの各半径位置における最大値の半径方向への変化を示す。図よりせん断層厚さが変化しても、圧力変動低減効果を持つヘリカルモードが存在していることが分かる。せん断層厚さ $\delta_0=0.08$ のケースでは、 $m=\pm 3$ を加えたケースと比較し $m=\pm 4$, ± 5 を加えたケースの圧力変動レベルが低下している。しかし、 $m=\pm 4$ と $m=\pm 5$ のケースはほぼ同程度である。一方、薄いせん断層の $\delta_0=0.04$

のケースでは、 $m=\pm 3$ を加えたケースでは圧力変動レベルがランダム攪乱のみのケースとほぼ同じで低減効果が現れていない。 $m=\pm 4, \pm 5$ では、周方向波数の増加に伴い圧力変動レベルが低下しており $m=\pm 5$ のケースが最も低い値を示した。この結果は線形安定性解析から得られた位相速度の傾向と一致し、亜音速のヘリカルモードがマッハ低減に効果的であることを示唆している。また、 $\delta_0=0.08$ のケースにおいて $m=\pm 4$ と $m=\pm 5$ の圧力変動レベルに差が見られなかったことは、 $m=\pm 5$ の線形成長率が低いことが原因と考えられる。また、ポテンシャルコアの存在する領域が $x < 20$ とし $\delta_0=0.08$ と揃えたランダム攪乱振幅 1.5% のケースでは、 $m=\pm 3$ を加えたケースにおいても低減効果が確認できる。さらに、 $m=\pm 4, \pm 5$ のケースにおいてもランダム攪乱振幅 2.5% のときよりも圧力変動が小さくなり、低減効果が高まっている。このことは、ランダム攪乱 1.5% ケースでは流入するランダム攪乱から増幅するマッハ波を形成する変動成分の上流での振幅が小さいため、2.5% ケースよりも下流への増幅が遅れることにより、振幅が大きくなる前にヘリカルモード増幅によるジェット速度分布拡散効果によってさらに増幅が抑制されたと考えられる。

さらにジェット中心速度の下流への変化を図 8 に示す。図よりジェット中心速度の維持されるポテンシャルコアの存在する領域は、せん断層厚さの違いに寄らず、成長率の高い第 3 ヘリカルモードペアのケースがもっとも短く、加えたヘリカルモードペアの周方向波数が大きくなるにつれ長くなりジェットの拡散が流れ方向に緩慢になっている。しかし、図 7 で示した圧力変動の抑制効果は第 3 ヘリカルモードが最も低い。この結果からは、ジェットの拡散が促進されるほどマッハ波が強くなるということになり、一般に考えられている「ジェットの拡散が促進されるとマッハ波を形成するモードの増幅が抑制されマッハ波が低減する」ことと矛盾する。実際、図 7(b, c) および図 8(b, c) から確認できるように、ランダム攪乱のみのケースを比較すると、振幅が小さい 1.5% ケースは、ポテンシャルコア領域が長く、また、圧力変動レベルも 2.5% ケースよりも高い値を示している。また、我々のこれまでの報告 ($\delta_0=0.08$)⁽⁶⁾ でも、加える第三ヘリカルモードペアの振幅を増加させると、ジェットの拡散が促進されポテンシャルコア領域が短くなり、圧力変動レベルが低下する結果であった。しかし、放射される圧力変動はランダム攪乱から増幅するマッハ波成分およびヘリカルモードペアの増幅により発生する成分が重ね合わされたものと考えられる。そのため、加えるヘリカルモードがより低速の位相速度を持っていれば、加えたヘリカルモード自らの増幅により放射される圧力変動が小さくなるため、高周方向波数のヘリカルモードを加えたケースでは、ポテンシャルコア領域が長くなっても抑制効果が高まったと推測される。これらの結果より、マッハ波抑制に適した超音速ジェットに加えるヘリカルモードペアにおいては、成長率の他に位相速度が重要と考えられる。

4. まとめ

超音速ジェットから放射されるマッハ波低減を目的に $M=2.0, Re=2000$ における超音速円形ジェットの線形安定性解析および DNS を実行し以下のことを確認した。

- ・ヘリカルモードにおいて、せん断層厚さが薄くなると、最大成長率を示す振動数における位相速度が亜音速となる周方向波数は増加する ($\delta_0=0.08$ で $m=3, \delta_0=0.04$ で $m=5$)。
- ・薄いせん断層においても、マッハ波低減効果を持つ低速の亜音速の位相速度を持つヘリカルモードが存在する。

・流入攪乱としてランダム攪乱にヘリカルモードペアを加えると、計算を行った範囲において、ヘリカルモードの周方向波数が高くなるに従いジェットの拡散が緩慢になるが、放射される圧力変動レベルは低下する傾向が見られた。

謝辞

本計算は、東京大学情報基盤センターのスーパーコンピュータ SR16000 を使用させて頂きました。また、本研究は文部科学省科学研究費（課題番号: 15K05787）の補助を受けたことを記し感謝の意を示します。

参考文献

- 1) SEINER, J. M., and KREJSA, E., "Supersonic Jet Noise and the High-Speed Civil Transport", AIAA Paper, No. 89-2358(1989).
- 2) NAGAMATU, H. T., SHEER, R. E. and GILL, M. S., "Characteristics of Multitude Multishroud Supersonic Jet Noise Suppressor", AIAA J. 10, 3(1972), pp.307-313.
- 3) LUO, K. H. and SANDHAM, N. D., "Instability of vortical and acoustic modes in supersonic round jets", Phys. of Fluid 9(1997), 4, pp.1003-1013.
- 4) 渡辺大輔 & 前川 博, "超音速平面乱流ジェットの音響場に対する斜め不安定モードの影響", 日本機械学会論文集 B 編 72, 724, (2006), 2878-2885.
- 5) WATANABE, D. and MAEKAWA, H. "Transitional structures and sound emission in a supersonic round jet forced by a pair of helical modes", Proc. of TSFP-9 (2015), P-49, Melbourne.
- 6) 渡辺大輔 & 前川 博, "第三ヘリカルモードペアを用いた超音速ジェットのマッハ波抑制", 第 34 回航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム講演論文集, 1D05, (2016)
- 7) FREUND, J. B., LELE, S. K. and Moin, P., "Numerical Simulation of a Mach 1.92 Turbulent Jet and Its Sound Field", AIAA J. Vol. 38, No. 11 (2000), pp.2023-2031.
- 8) DENG, X., MAEKAWA, H. and SHEN, C., "A Class of High Order Dissipative Compact Schemes", AIAA Paper, No. 96-1972(1996).
- 9) LELE, S. K., "Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution", J. Comput. Phys. Vol.103(1992), 16-42.
- 10) POINSOT, T. J. and LELE, S. K., "Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows", J. Comput. Phys. 101(1992), pp.104-129.
- 11) FREUND, J. B., "Proposed Inflow/Outflow Boundary Condition for Direct Computation of Aerodynamic Sound", AIAA J. Vol. 35, No. 4 (1997), pp.740-742.
- 12) Panda, J. and Seasholtz, R. G., "Velocity and temperature measurement in supersonic free jets using spectrally resolved Rayleigh scattering," NASA TM-2004-212391, 2004.
- 13) Eggers, J. M., "Velocity profiles and eddy viscosity distributions downstream of a Mach 2.22 nozzle exhausting to quiescent air," NASA TM D-3601, 1966.