

翼の振動の問題から見た軸流機械の 翼の植え込み部の性質

石 田 龍 吉*
北 村 菊 男
塩 入 淳 平*
八 田 桂 三

Experimental Study on Some Vibrational Aspects
of Turbine- and Compressor-Blade Mounting

By

Ryūkichi ISHIDA, Kikuo KITAMURA,
Jumpei SHIOIRI and Keizō HATTA

Abstract: An experimental work was carried out to evaluate the fixing rigidity and the damping capacity at the mounting roots of vibrating turbine- and compressor-blades. A special equipment was devised in which the high centrifugal load experienced by mounting roots in the actual operating condition is simulated by a statically applied tensile load.

The experimental results for the Xmas tree, dovetail and pin joint type of mounting roots indicate the following points:

- (1) The fixing rigidities of the Xmas tree and the dovetail are affected little by the centrifugal load, while that of the pin joint increases approximately in proportion to the load. The quantitative agreement of the latter result with the existing theory[1][2] is fairly good.
- (2) In the case of the Xmas tree and the dovetail the damping capacity decreases with increase in the centrifugal load and with decrease in the blade vibration amplitude. That of the pin joint, on the other hand, exhibits rather complicated behaviors; a fact which may be concluded is that when the clearance around the pin is small the damping versus amplitude relation has the same tendency as in the former two types, but for a larger clearance this tendency is reversed.

Several qualitative discussions in terms of the contact conditions at the mounting roots are also presented to interpret the above stated experimental facts.

概 要

軸流機械の翼の振動に対する翼植え込み部の支持剛性および振動減衰能について実験を行なった。試作した実験装置では、実際の運転状態で生ずる大きな遠心力荷重を静的に加

* 東京大学工学部航空学科

えることができる。

実験は、(i) クリスマスツリー、(ii) ダグティルおよび (iii) ピン接手の 3 形式について行なった。その結果を要約すると

- 1) (i) (ii) の支持剛性は遠心荷重の影響をあまり受けない。一方、(iii) の場合は、遠心荷重にほぼ比例して増加する。後者は、既存の理論[1][2]の結果とかなりよく一致する。
- 2) 振動減衰能は、(i) (ii) では、遠心荷重の増加および振動振幅の減少と共に下がる。(iii) の場合は、かなり複雑である。ただ、振幅と減衰能の関係は、ピン周りの隙間が小さいときは上述の (i) (ii) 場合と同じであるが、隙間が大きくなるとこの関係が逆転することは結論できるようである。

また、上述の実験結果に対して、植え込み部の接触状態に関する考察を基礎として、若干の定性的説明を試みた。

I. は し が き

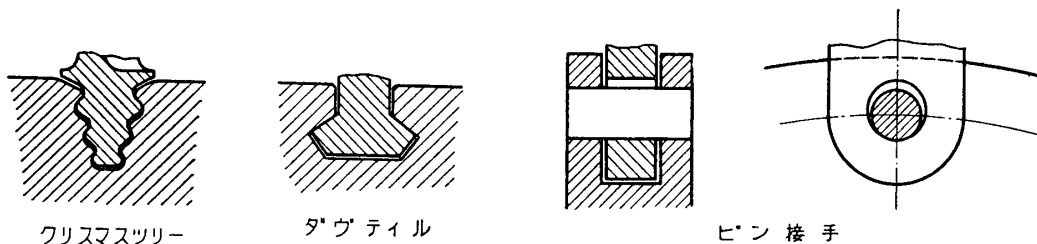
軸流機械の翼の植え込み部に要求される重要な機能は、翼に働く大きな遠心力に耐えて翼を保持することであるが、翼の振動の問題から見ると、弾性振動体である翼の支持端として別の問題が存在する。その一つは支持剛性の問題で、他の一つは、この部分の振動エネルギー散逸作用により生ずる翼の振動のダンピング、いわゆるルートダンピングの問題である。前者は、作動状態における翼の自然振動数に関係する因子として、後者は、翼の強制振動時の振幅、あるいは、翼の空力的自励振動、いわゆるフラッタの発生限界を左右する因子として重要である。

本報では、上述の翼植え込み部の振動特性を調べるために試作した実験装置と、これを用いて行なった 2, 3 の実験結果とについて報告する。

II. 翼の振動の問題から見た植え込み部の性質

II.1 支持剛性

翼の植え込み方法として一般に用いられているのは、図 1 に示すようなクリスマスツリー、

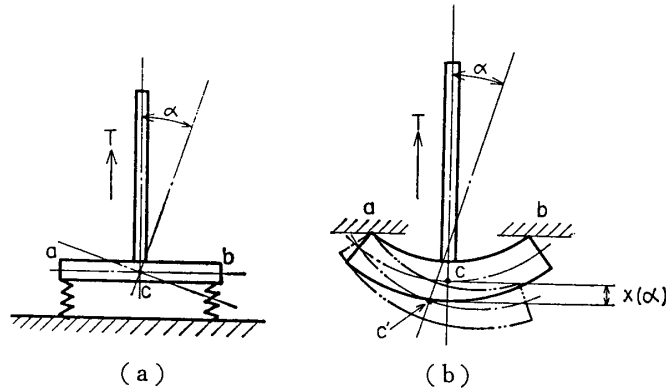


第 1 図 翼の植え込み方法

ダグティルおよびピン接手などである。このうち、前二者は固定支持に近い支持条件を、最後のピン接手は自由支持に近い支持条件を与える。しかし、詳細に見れば、前 2 者の場合も作用するモーメントに応じて翼根部に若干の傾きを生ずるし、ピン接手の場合も遠心力の作用下では翼根部の傾きに応じて有限な支持モーメントを発生し、翼の自然振動数も、純粋な

固定支持あるいは自由支持として計算したものはかなりの違いを生ずる。

翼根部の傾きに対する植え込み部の復元支持モーメントの発生の機構は次の2種に大別できる。その一つは、植え込み接触部の弾性変形にもとづく弾性復元力であり、他の一つは、翼根部が傾く際に翼根部がローターの半径方向に出入りを生ずるような場合の、遠心力にもとづく復元力である。これらを模型的に示せば、それぞれ図2 (a) および (b) のごとくなる。図2 (a) において、翼根部の傾き α により生ずる植え込み接触部の弾性ひずみエネルギーを $E_e(\alpha)$ とすれば、傾き角 α に対する復元支持モーメント M_r は、



第2図 復元支持モーメントの発生

$$M_r = \frac{dE_e(\alpha)}{d\alpha} \quad (1)$$

となる。一方、図2 (b) において、翼根部の傾き α により生ずる根部の半径方向変位(中心方向を正とする)を $x(\alpha)$ とすれば、遠心力 T による復元支持モーメント M_r は、

$$M_r = T \frac{dx(\alpha)}{d\alpha} \quad (2)$$

となる。

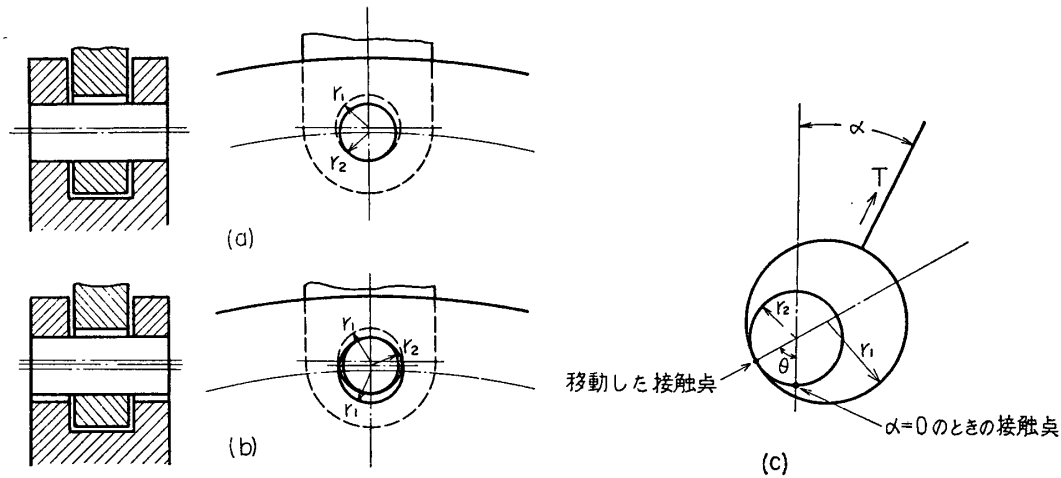
クリスマスツリーおよびダグティルは図2 (a) のタイプに、ピン接手は図2 (b) のタイプに属し、後述の実験結果にも見られるごとく、前二者の支持モーメントは遠心力にあまり依存せず、后者の支持モーメントは遠心力にほぼ比例する。

なお、ピン接手の支持モーメントに関しては、(2)式の考えにもとづいたころがり接触を仮定した計算が発表されている[1][2]。その結果によれば、図3 (a) に示すごとく、ピンがローターに固定され翼根部の孔がピンに対し若干の隙間をもつころがり接触を保つ場合には

$$M_r = T \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} \alpha \quad (3)$$

となる。ここに、 r_1 および r_2 はそれぞれ翼根部の孔およびピンの半径である。また、図3 (b) に示すごとく、ローターの孔および翼根部の孔の半径がともに r_1 で、半径 r_2 のピンがこの両方に対してころがり接触を保つ場合には

$$M_r = T \frac{r_1 r_2}{2(r_1 - r_2)} \alpha \quad (4)$$



第 3 図 ピン 接 手

となる。後者の場合、ピンはローター孔および翼根部の孔両方に対してころがることのできるため、系の状態は翼根部の傾き角 α に対し一義的には定まらないが、常に遠心力に対するポテンシャルエネルギー最小の位置をとるものとして求められている。

II. 2 ルートダンピング

クリスマスツリーおよびダヴティルの場合には、翼根部を傾けてゆくと、接触部は弾性変形するとともにわずかながらすべりを生ずる。このため、翼の振動エネルギーの一部は失われ、翼の振動は減衰する。

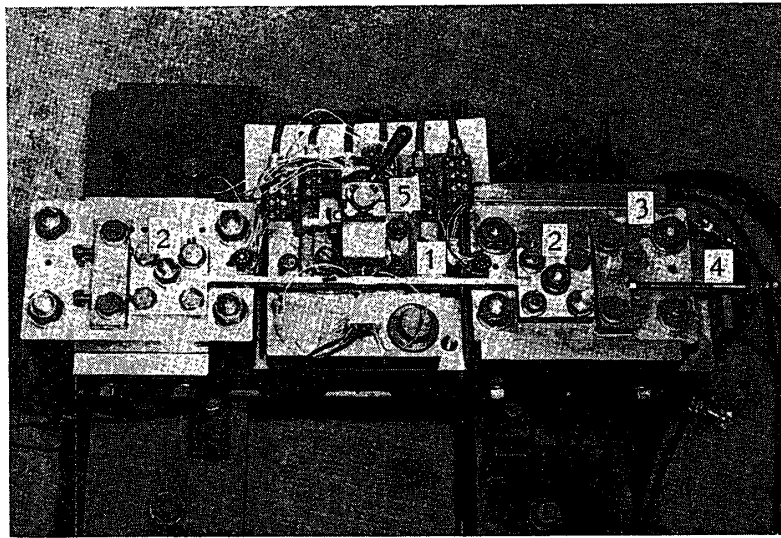
ピン接手の場合は、翼の根元の傾き角振幅が小さい間は、ピンと翼根元あるいはローターの孔内面とはころがり接触を保つであろうが、振幅が大きくなると、次に述べるような機構ですべりが加わってくると考えられる。

図 3 (a) のごとく、ピンがローターに固定されており、ピンと翼根元の孔との間のみころがり変位が許されている場合を考える。図 3 (c) に示したごとく、翼根元が α だけ傾いたときのピンと孔との接触点の移動を、ピンの中心角で測って θ とかくと、 θ は

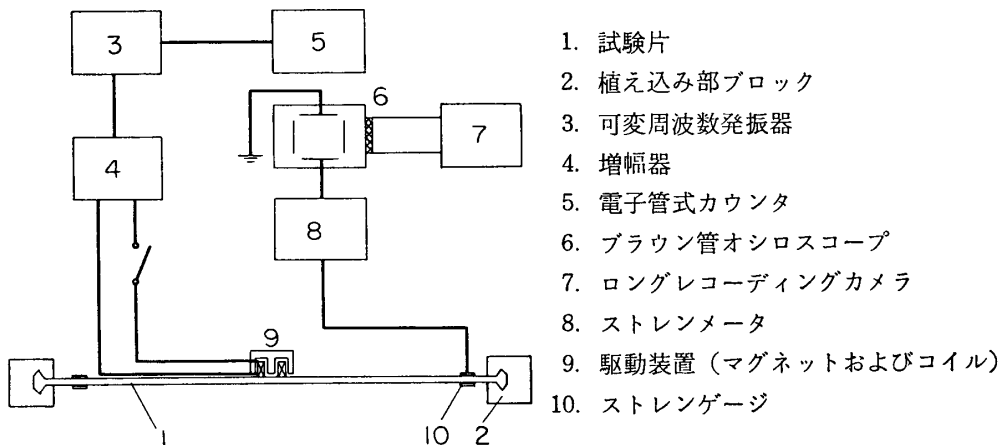
$$\theta = \frac{r_1}{r_1 - r_2} \alpha \quad (5)$$

で与えられる。今、翼根元の傾き α が増してゆくとすると θ も比例して大きくなり接触点は次第にピンの側方に移ってゆく。この接触点では、翼に働く遠心力を支えねばならないが、接触点がピンの側方に移ってゆくと、これは不可能になり、やがてすべりが起こることになる。式 (5) からわかるごとく、ピンと孔との径の差が小さい場合ほど接触点の移動が激しく、翼の根元の傾き角振幅が小さいところから、翼に働く遠心力によりすべりが始まることになる。隙間零の場合には、すべりなしで翼根元が傾くことはできない。ころがり接触の範囲ではころがり摩擦により、また、すべりが入ってくるとすべり摩擦も加わってダンピング作用が生ずる。

以上に述べたダンピング作用の発生機構から考えても容易に想像されるごとく、ダンピングは遠心力の大きさ、翼根元に働くモーメント振幅あるいは翼根元の傾き角振幅に大きく依



第 4 図 (a) 試験装置本体



第 4 図 (b) 実験装置のブロック線図

存する。

III. 実験装置および方法

上述のごとく、支持剛性およびルートダンピングは翼に働く遠心力に影響されるため、従来行なわれてきた実験は、ローターに翼を植え込み、回転中に測定を行なうものが多かった[2][3]。しかし、この方法は装置が大がかりになる欠点がある。本報に述べる方法は、遠心力に相当する引っ張り力を静的にかける方法である。

試験装置本体を図 4 (a) に示す。被試験植え込み部の翼側は棒①の両端に設けられており、棒①は植え込み部ローター側を有する 2 個のブロック②で支持されている。ブロック②の中の 1 個はベッドに固定されているが、他の 1 個はベッドの上を摺動する台③の上に固定されている。翼に働く遠心力に相当する引っ張り力は、ネジ④により台③を介して加えられる。また、ブロック②に回転偏倚を与えることにより、翼に働く空気力により翼植え込み部

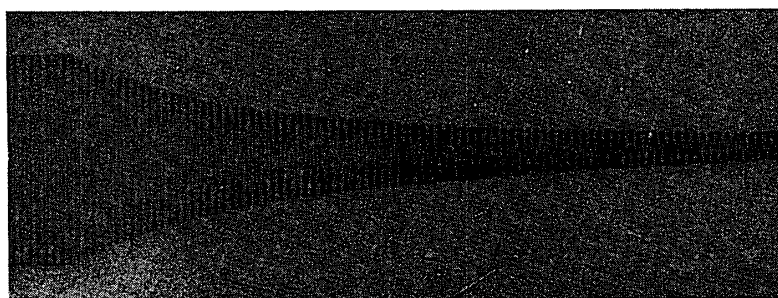
に静的モーメントが作用している状態をも実現できる。これらの引っ張り力およびモーメントは棒①にはった抵抗線ひずみゲージで測定される。⑤は、棒①に曲げ振動を起こさせるための励振装置である。励振は動電式で、可動コイルは棒①の中央に取りつけられており、可変周波数の低周波発振器で駆動される。

図 4 (b) に、励振系および測定系のブロック線図を示す。棒①の振動の検出は、棒①にはった抵抗線ひずみゲージで行ない、振動数および振幅の校正には、それぞれ、電子管カウンターおよび目盛付顕微鏡を用いた。

後述のごとく、支持剛性とルートダンピングはそれぞれ棒①の振動の自然振動数とその減衰率とから求まる。振動系の自然振動数と減衰とを測定する方法としては二つの方法が考えられる。その一つは共振法で他は自然減衰法である。本研究では、最初共振法を試みたが、以下に述べる困難のため自然減衰法に切り替えた。

共振法は、系の共振曲線をとって、共振点の振動数から自然振動数を、また、共振点の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ または $1/2$ の高さの所の共振曲線の幅から減衰を求める方法である。共振曲線をとるためには、駆動力の振動数を変えて行く間、駆動力の大きさは一定に保たねばならない。このため、本研究では、前述のごとく、動電型の駆動装置を採用した。動電型の場合、駆動力は可動コイルを流れる駆動電流にほぼ比例し、駆動電流を一定に保つことにより一定の駆動力を得ることができる。また、共振法を採用し得るためには、厳密には、被測定系は速度比例型の減衰を有する線型系でなければならない。しかし、非線型の場合も、非線型性が弱い場合には、等価な線型系の特性を求めるという意味でこの方法が採用されている。ところで、後述の実験結果に見られるごとく、植え込み部の支持剛性とルートダンピングとはかなり振幅依存性が強く、この方法をそのまま用いると、共振曲線はかなり形の悪いものとなる。この点を改良するために次の方法を試みた。即ち、駆動振動数を変えて行くとき、棒①の振幅を一定に保つよう駆動力を加減する。駆動力は駆動電流を読むことにより求まる。この駆動力の逆数を振動数に対してプロットすれば、その振幅の状態に対応する等価線型系の共振曲線が求まることになる。この方法の採用により、減衰が速度比例型でないという点で多少の問題は残るが、上記の困難は大幅に回避された。しかし、実際測定の際には、更に別の困難が存在した。本研究の装置では、遠心力に相当する引っ張り力を、ブロック②の一方を軸方向に変位させることにより、棒①の縦弾性を利用して与えている。ところで、棒①に振動を起こさせると、棒の材料の内部摩擦および植え込み部の摩擦等の非弾性現象のため、棒の温度は上昇するが、これによる棒の熱膨張は優に所要の引っ張り力を与えるに必要なブロック②の変位のオーダーとなり、引っ張り力は大幅に下ってしまい、一定の状態を保って共振曲線をとることは不可能であることがわかった。なお、棒の振動を駆動すると現れる引っ張り力の低下が上述の熱の影響であることは、駆動を止めてからしばらくすると引っ張り力が最初の値にもどることから明らかである。引っ張り力を別に設けたスプリングの復元力で与えれば、上記の困難は回避されるであろうが、この場合はブロック②の一方を固定できぬことになり、支持剛性およびダンピングの正確な測定は不可能となってしまう。

以上のような理由から、実際の測定に当っては、自然減衰法を採用した。棒①を短時間駆動した後、可動コイル回路を開き、ロングレコーディングカメラにより自然減衰曲線を記録



第 5 図 自然減衰曲線の一例
試験片：クリスマスツリー 軸方向引っ張り力：300 kg

した。図 5 に自然減衰曲線の一例を示す。

植え込み部の支持剛性は、支持モーメント M_r と翼根元の傾き角 α との比

$$K = \frac{M_r}{\alpha} \quad (6)$$

で定義される支持剛性係数 K で表わすことにした。 K の値は、自然減衰の記録から得られた自然振動数の測定値から、補遺に述べた任意の支持剛性と軸方向引っ張り力を有する梁の横振動数の近似理論式を用いて算出した。

ルートダンピングは、1 サイクル中の振動エネルギーの散逸量の形で表わすこととし、自然減衰曲線の振幅の対数減衰率 A から算出した。すなわち、ある時刻における棒の振動エネルギーを E 、1 サイクル中におけるその散逸を ΔE とすれば

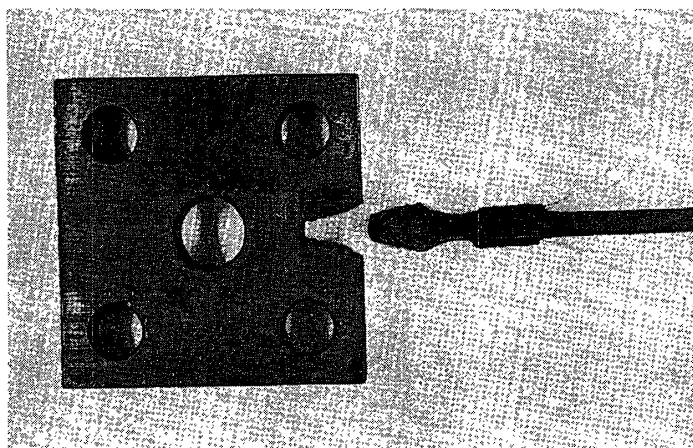
$$\frac{\Delta E}{2E} \doteq A \quad (7)$$

なる関係がある。 A 、従って $\Delta E/2E$ は、同じ植え込み部に対しても振動体である棒（実際の場合には翼）によって異なった値をとるが、 ΔE は、翼根元のモーメント振幅あるいは傾き角振幅および翼に働く遠心力等に依存するが、その植え込み部に固有の値をもつ。本報では、クリスマスツリーおよびダヴティルに対しては、 ΔE を翼根元に働くモーメント振幅 M の 2 乗で割った形 $\Delta E/M^2$ で、また、ピン接手に対しては、 ΔE を翼根元の傾き角振幅 α の 2 乗で割った形 $\Delta E/\alpha^2$ で表わすことにした。このように区別したのは、前者は固定支持、後者は自由支持に近い支持条件を与えるからである。同じ翼の同じ振動モードに対しては、 M^2 および α^2 は振幅の 2 乗、従って振動エネルギーに比例するから、 $\Delta E/M^2$ および $\Delta E/\alpha^2$ は対数減衰率に相当する量となる。

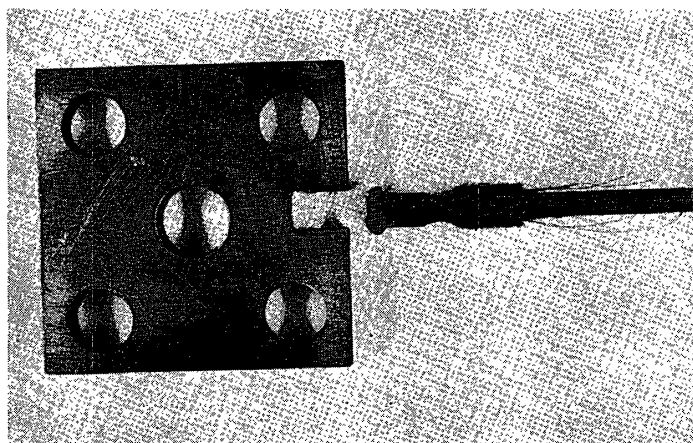
なお、振幅の対数減衰率 A 、従って $\Delta E/2E$ の測定値から、1 サイクル中の散逸エネルギー ΔE を求めるためには、そのときの振動エネルギー E を知る必要がある。 E の算出は、振幅の自然減衰の記録から得られる振動数と振幅との測定値より補遺に述べる方法で行なった。

IV. 実験結果ならびに考察

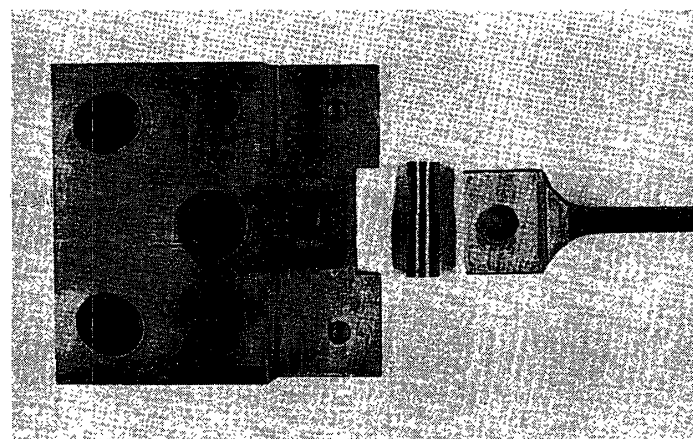
試験した植え込み部は、図 6 に示したクリスマスツリー、ダヴティルおよびピン接手の 3 種である。



(a) クリスマスツリー



(b) ダ ヲ テ ィ ル

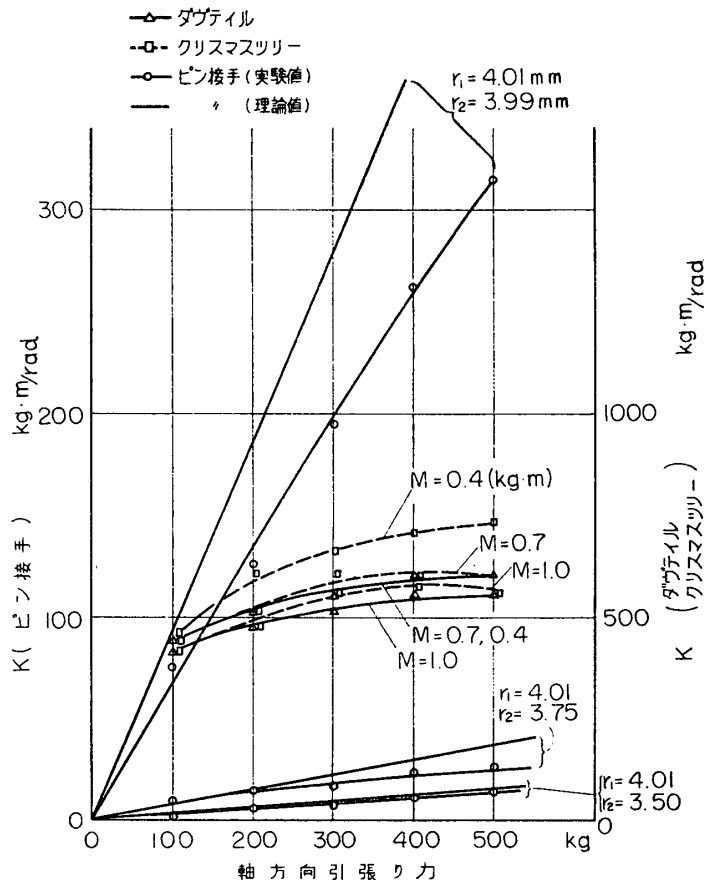


(c) ピ ン 接 手

第 6 図 試験した植え込み部

IV. 1 支 技 剛 性

支持剛性係数 K の実験値を軸方向引っ張り力に対してプロットしたものを図7に示す。



第 7 図 支持剛性係数 K

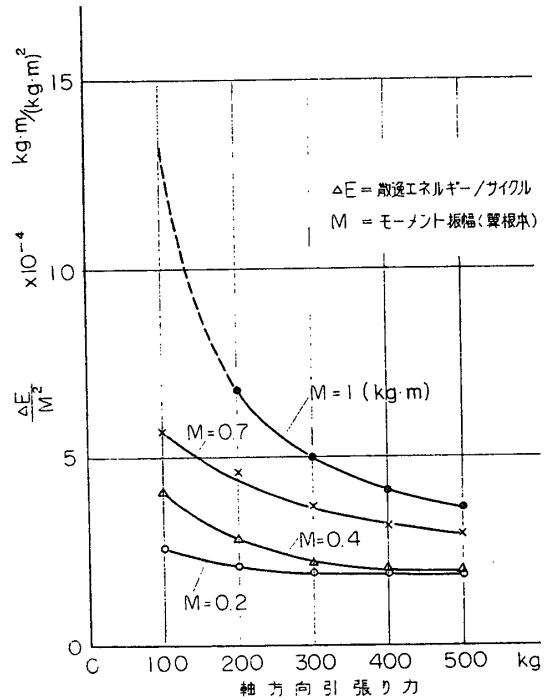
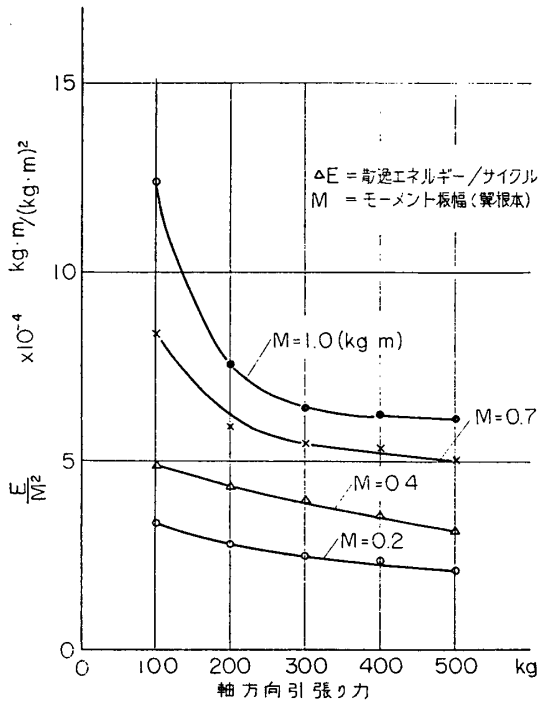
また、この図には、ピン接手の場合に対する (4) 式の理論値も記入してある。クリスマスツリーおよびダブテイルでは、支持剛性係数 K の振幅依存性がかなり顕著であるので、 K は植え込み部に動くモーメント振幅をパラメーターとしてプロットしてある。

図 7 に見るごとく、ピン接手の支持剛性係数 K は、ほぼ軸方向引っ張り力に比例して増加しており、数値的にも理論値とかなりよい一致を示している。このことは、ピン接手の支持モーメントの発生は図 2 (b) に示した機構、すなわち、軸方向引っ張り力にもとづく復元力によるという理論 [1][2] の前提が正しいことを示している。

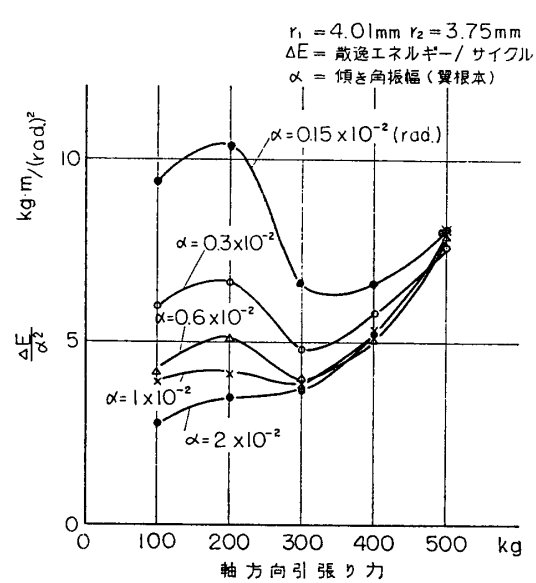
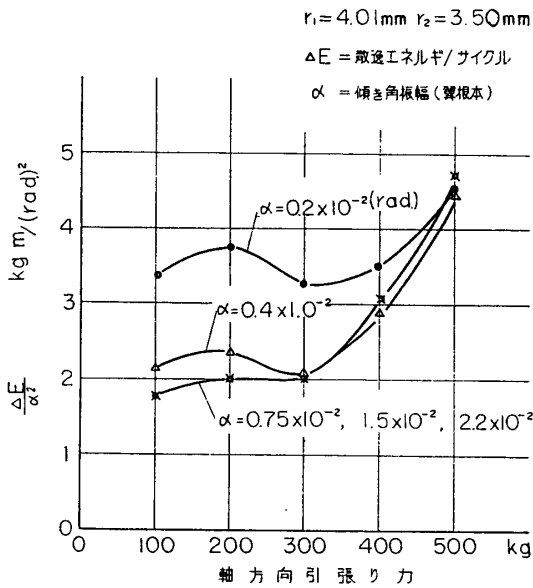
一方、クリスマスツリーおよびダブテイル形式の支持剛性係数 K は、軸方向引っ張り力にあまり影響されず、支持モーメントは図 2 (a) の機構、すなわち、接触部の弾性復元力によるものと考えてよいであろう。軸方向引っ張り力の増大に伴う K のわずかな増加は、接触部の面積の増加および接触部のすべりの減少によるものと考えられる。また、モーメント振幅の増加に伴う K の低下も、振幅が大きくなるにつれて接触部のすべりが増すためと考えるとよいであろう。

IV. 2 ルートダンピング

ルートダンピングに関しては、定量的には必ずしも十分な再現性が得られなかったが、代表的な結果を図 8 (a)~(e) に示す。

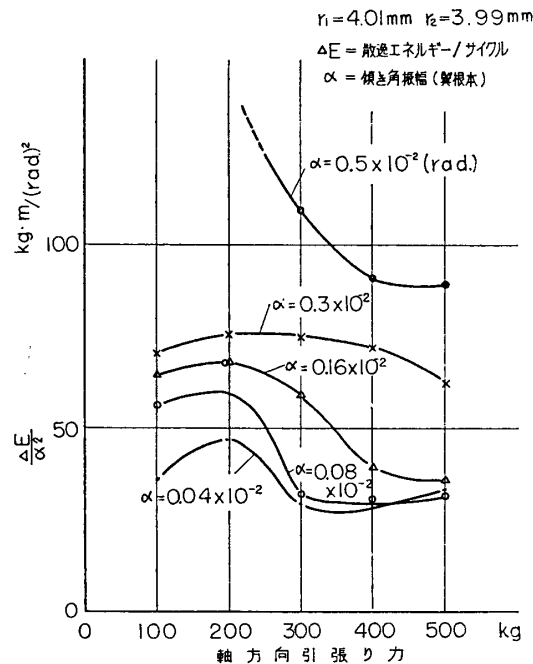


第 8 図 (a) ルートダンピング(クリスマスツリー) 第 8 図 (b) ルートダンピング(ダヴィテル)



第 8 図 (c) ルートダンピング (ピン接手) 第 8 図 (d) ルートダンピング (ピン接手)

図 8 (a) および (b) に示したクリスマスツリーおよびダヴィテルのルートダンピングは、既に Hanson 等の実験結果 [3] にも見られるごとく、軸方向引っ張り力の増加と共に下がる。また、モーメント振幅が大きくなるにつれて増す。これらの傾向は、少なくとも定性的には次の如く理解できる。クリスマスツリーおよびダヴィテルの場合の翼の振動エネルギーの散逸は接触部のすべりにより生じ、軸方向引っ張り力が大になれば摩擦力も増すがそれ



第 8 図 (e) ルートダンピング (ピン接手)

以上にすべり量は減少してダンピングは小となり、また、モーメント振幅が大きくなるにつれてすべり量が大幅に増大してダンピングが増す。支持剛性係数 K の軸方向引っ張り力およびモーメント振幅による変化も以上の考え方で説明できることは前述の通りである。

ピン接手の場合は、図 8 (c)~(e) に見るごとくかなり複雑である。これらの図よりわかることは、ピン径と孔径との差が大きいとき、すなわち、II.2 の項で述べたごとくサイクル中のほとんどの部分でころがり接触を保ちうると考えられる場合には、 $\Delta E/\alpha^2$ は振幅が小さい方が大きい。これは、上に述べたクリスマスツリーおよびダヴティルの場合と反対である。他方、ピン径と孔径との差が小さく、サイクル中のある部分ですべりが起こると考えられる場合には、クリスマスツリーおよびダヴティルの場合と同様に振幅が大きくなると $\Delta E/\alpha^2$ は増す。以上の傾向は次の如く理解できよう。まず、ピン径と孔径との差が大きく、サイクル中を通じてころがり接触を保つ場合を考える。ころがり移動量は角度振幅 α に比例し、その間ころがり摩擦力は変化しないものとすれば、1 サイクル中のエネルギー損失 ΔE は α の 1 乗に比例し、従って $\Delta E/\alpha^2$ は α の増加とともに減少する。一方、ピン径と孔径との差が小さく、サイクル中にすべりが現れるようになると、このすべり量は角振幅 α の増大につれて急速に大きくなる。この場合すべり摩擦はころがり摩擦に比べると非常に大きく、 ΔE はすべりの量に支配されると考えられる。この状態を前出のクリスマスツリーあるいはダヴティルの場合に比較してみると、サイクル中のころがり接触の部分は弾性接触の状態に対応し、これにすべりが加わってゆくものと見なしてよく、振幅に対するダンピングの関係も同じ傾向になることが予想できる。しかしながら、図 8 (c), (d) のごとく孔径とピン径との差が大きい場合に軸方向引っ張り力が大きくなると、 $\Delta E/\alpha^2$ の振幅依存性が減

ってくるが、この原因は説明できない。

実際のピン接手では、面圧の関係から、ピン径と孔径との差がかなり小さい場合が多い。しかし、本報の実験装置では、棒の両側に植え込み部が設けられているため、いわゆるダブルフィットの条件になっており、しん出し調整が困難でピンと孔との隙間の小さい場合の実験はかなり困難であった。今後、この点の改良が行なわれれば、ルートダンピングの機構、特に、幾何学的条件の簡単なピン接手のダンピングに関しては、定量的な解明が可能になると考えられる。

謝 辞

実験の一部を担当された、昭和 38 年度工学部航空学科卒業学生梶 昭次郎、中野広雄の両君に謝意を表す。

参 考 文 献

- [1] B.Jäger: Die Eigenfrequenzen verwundener Schaufeln, Ingenieur-Archiv, 29 (1960), pp. 280.
- [2] G. Hirsch: Biegeschwingungen von Axial-Laufschauflern mit gelenkiger Aufhängung, Jahrbuch 1960 der WGL, pp. 360.
- [3] M.P. Hanson, et al: A Method of Evaluating Loose-Blade Mounting as a Means of Suppressing Turbine and Compressor Blade Vibration, Proc. Experimental Stress Analysis, VOL. X (1953), No. 2, pp. 103.

補 遺

任意の支持剛性と軸方向引張り
荷重を有する梁の横振動数

Rayleigh 法を用いて計算する。ポテンシャルエネルギー U は、曲げひずみエネルギーの成分 U_b 、軸方向引っ張り力による成分 U_t 、および支持端に貯えられる成分 U_r よりなる。梁の仮想たわみ曲線を $y=y(x)$ とすれば、 U_b 、 U_t および U_r はそれぞれ次のごとく表わされる。

$$U_b = \frac{E'I}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 dx \quad (\text{補 1})$$

$$U_t = \frac{T}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \quad (\text{補 2})$$

$$U_r = K \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0,l}^2 \quad (\text{補 3})$$

ここに、

E' : 縦弾性率

I : 断面 2 次モーメント

l : 梁の長さ

T : 軸方向引っ張り力

K : (6) 式で定義される支持剛性係数

で, U_r は両端の合計である.

一方, 運動エネルギー K_e は,

$$K_e = \frac{1}{2} \rho A \omega^2 \int_0^l y^2 dx \quad (\text{補 4})$$

とかける. ここに,

ρ : 密度

A : 断面積

ω : 角振動数

である.

(補 1) 式より (補 4) 式までを用いて

$$\omega^2 = \frac{\frac{E'I}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx + \frac{T}{2} \int_0^l \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx + K \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0,l}^2}{\frac{1}{2} \rho A \int_0^l y^2 dx} \quad (\text{補 5})$$

となる.

仮想たわみ曲線 $y(x)$ としては, 等分布荷重をうける両端自由支持の梁のたわみ $y_1(x)$ と, 両端に等大反対方向の偶力を受ける梁のたわみ $y_2(x)$ との線型結合を用いる. すなわち,

$$\left. \begin{aligned} y(x) &= y_1(x) + \lambda y_2(x) \\ y_1(x) &= \frac{x}{l} - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \\ y_2(x) &= \frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l}\right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{補 6})$$

である. パラメータ λ は両端の支持条件で決まり, $\lambda=0$ は両端自由支持, $\lambda=-1$ は両端固定支持の場合に相当する. 更に一般に, 両端の支持剛性係数 K と λ との間には, (6) 式で与えられる K の定義より求まるとく, 次の関係がある.

$$\begin{aligned} K &= -\frac{M_{x=0,l}}{\alpha} = \frac{E' \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0,l}}{\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0,l}} \\ &= -\frac{E'I \frac{2}{l} \lambda}{1+\lambda} \end{aligned} \quad (\text{補 7})$$

角振動数 ω の測定値を用いれば, (補 5), (補 6), (補 7) 式を用いて支持剛性係数 K およびパラメータ λ が求まる.

ルート部分で失われるエネルギー ΔE の算出に必要な棒の振動エネルギー E (Ⅲ, 参照) は, この λ の値と棒の振幅の測定値とを用いて (補 4) 式で計算できる.