

# Al 合金切欠き板材の引張降伏—破壊過程の 解析について

河 田 幸 三・黒 河 邦 彦

On An Analysis of Tensile Yielding-Fracture Process  
of Notched Plates of An Aluminium Alloy.

By

Kozo KAWATA and Kunihiko KUROKAWA

## まえがき

切欠きを持つ構造用金属材料の破壊は、航空機の安全性、信頼性の確保の上で重要な研究課題である。本論文は、表記の主題を取扱う。この種の問題においては、切欠き先端において金属が塑性変形を起こすために、取扱いが非常に困難である。そこで、主に切欠きが鋭い場合について、種々の解析方法が試みられている。例えば、(1) 弹性解からの類推、(2) 全領域塑性解を用いる、(3) モデル化を行う、などである。(1)に属するのが、いわゆる Linear Fracture Mechanics [例えば、1, 2, 3] の考え方で、塑性域が小さければ (small scale yielding) 切欠き先端から十分離れた所は弾性解に近づくという仮定に基いている。(2)は例えば slip line field theoryなどを用いるもの。(3)は、Barenblatt のモデル、Dugdale モデル [4]、転位モデル [5] など、塑性変形を狭い領域での非弾性的挙動で考慮に入れるものである。

しかし、これらの方法では一般のノッチを持つ板材の弾塑性挙動を充分に解明することは出来ない。そこで、本報告では有限要素法を用いて、平面応力及び平面歪の仮定下での弾塑性解析を行い、破断実験と比較し、切欠き板材の局部降伏後、破壊に至るまでの過程を二次元問題として調べた結果について報告する。

## 1. 破断試験及び結果

### 1-1 試験片モデルと材料定数

実験及び解析には、図 1-1 に示すような R ノッチ又は V ノッチを持った、アルミニウム合金 2024-T3 板材からなる試験片を用いた。(座標軸、 $x, y, z$ , 及び  $\theta$  を図のようとする。) R ノッチの試験片は先端曲率半径 1 mm で、深さ  $b$  は 2.5, 5, 10, 20 mm の 4 種類である。V ノッチ試験片は、深さ 5 mm の 90° 切欠きをつけたが、先端の曲率半径は、0.065 mm (実測) であった。板厚は 1, 5, 10, 13 mm のものを扱った。

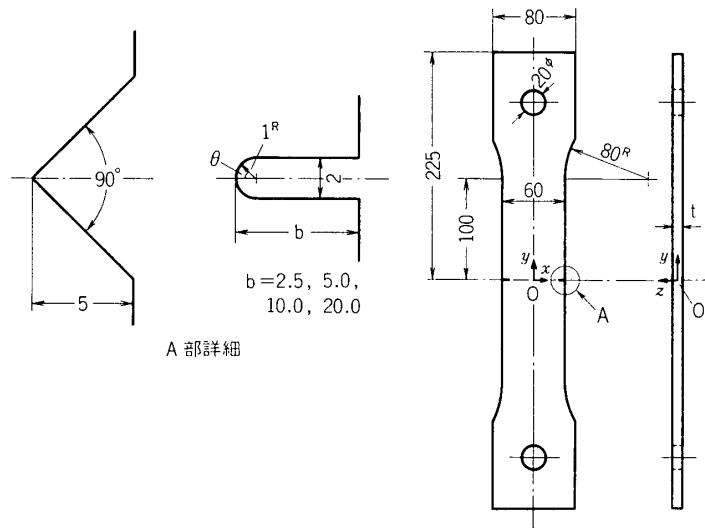


図 1-1 試験片形状

表 1-1 材料定数

ヤング率 $E$	$7.13 \times 10^3$ (kg/mm <sup>2</sup> )
ポアソン比 $\nu$	0.35
降伏応力 $YI$	37.0 (kg/mm <sup>2</sup> )
定 数 $a$	81.06 (kg/mm <sup>2</sup> )
定 数 $b$	$0.536 \times 10^{-2}$
定 数 $n$	0.15

材料定数は、切欠きのない板厚 5 mm の試験片で求めた。材料の塑性挙動については、得られた応力一歪曲線から、加工硬化曲線を次式のようにおいた。

$$\bar{\sigma} = a(b + \bar{\varepsilon}^p)^n \quad (1.1)$$

但し、 $\bar{\sigma}$  は相当応力、 $\bar{\varepsilon}^p$  は相当塑性歪である。これらの材料定数は、表 1-1 に掲げる。

## 1-2 実験結果

島津万能試験機 REH-100 (容量 100 ton) を用いて、歪速度  $10^{-5} \sim 10^{-4}$ /sec で破断試験を行った。同時に、2種類の試験片について、光弾性皮膜法弾塑性解析法 [13, 6] を用いて、主歪差分布も調べ、計算結果と比較した。

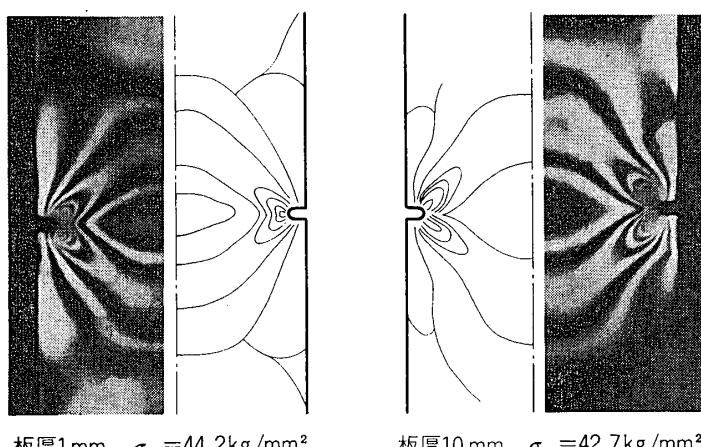


図 1-2 光弾性等色線写真

### 1-2-1 光弾性皮膜法による測定結果

光弾性皮膜法を用いて、深さ 5 mm の R ノッチを持つ板厚 1 mm 及び 10 mm の試験片の表面における主歪差 ( $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ) 分布を調べた。皮膜には、epoxy-polysulfide 系共重合体 (epoxy rubber), 重合比 epoxy prepolymer 100, polysulfide 100, diethylene triamine 8, 厚さ約 2 mm のものを用いた。光弾性皮膜の主歪差感度は  $\beta' = 69.1(\text{mm}^{-1})$  である。図 1-2 に光弾性等色線写真を示す。板厚の違いにより、ノッチ先端付近での模様が違う（板厚 1 mm の方が、板厚 10 mm のものに比べて、 $y=0$  軸上における歪が大きくなっている）ことがわかる。これらの結果は、第 3 章において、有限要素法による数値解析の結果と比較する。

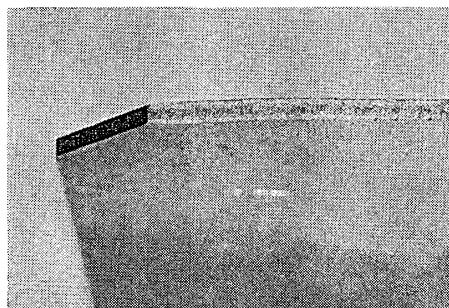
### 1-2-2 破断試験

破断試験の結果を示す。図 1-3 は破断面の写真である。板厚 1 mm, 深さ 5 mm の R ノッチを持つ試験片の場合 (b 図) においては、切れ始めから最後まで shear fracture mode で切れている。板厚 1 mm の V ノッチ、板厚 5 mm 深さ 5 mm の R ノッチ、板厚 10 mm 深さ 2.5, 5, 10 mm の R ノッチを持つ場合には、tensile fracture mode で破壊が始まるが、途中から shear fracture mode に遷移しているのがわかる。板厚 13 mm 深さ 5 mm の R ノッチの場合には、いわゆる herringbone pattern (chevron pattern) が明確に観察される。これによると起点はノッチ底の板厚中央であることが知られ。herringbone pattern は外力が衝撃的でない通常の準静的負荷の場合でも起こることがわかる。

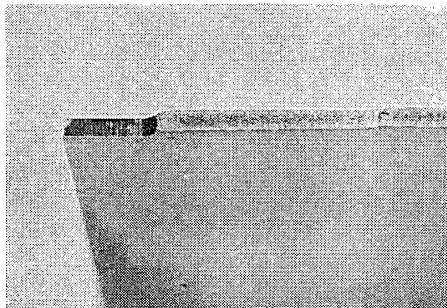
図 1-4, 表 1-2 には、R ノッチ試片について公称破壊応力  $\sigma_{nb}$  (破断荷重を最小断面積で割ったもの) 及び、有限要素法により求めた弾性応力集中係数が示してある。fracture mode は切れ始めの状態で判断し、shear fracture mode “S” と、flat tensile fracture mode “F” で示してある。これからわかるように、本実験の範囲では、板厚の破壊応力への顕著な影響は見られないが、ノッチ深さによる破壊への影響は明かに認められ、両者の関係は  $b$  増大に伴う  $\sigma_{nb}$  の略直線的増大として捉えられる。しかし、弾性応力集中係数と破壊応力との関係はこの範囲では単純でない。これらも、板の破壊の研究には、弾性挙動だけでなく弾塑性挙動を考慮した研究が必要であるこ

表 1-2 実験結果

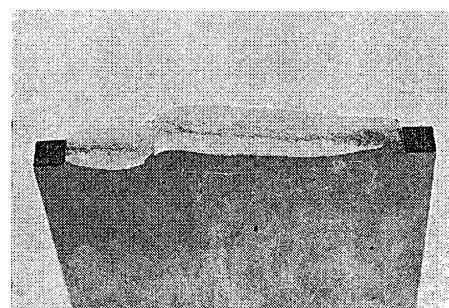
ノッチ深さ $b(\text{mm})$	板厚 $t(\text{mm})$	Fracture Mode	公称破壊応力 $\sigma_{nb}(\text{kg/mm}^2)$
2.5	1.0	S	41.9
			41.5
2.5	10.0	F	42.1
			42.4
5.0	1.0	S	44.2
			44.0
5.0	5.0	F	43.7
			43.7
5.0	10.0	F	43.0
			42.6
5.0	13.0	F	41.8
			43.5
10.0	1.0	S	44.3
			45.0
10.0	10.0	F	44.6
			45.4
20.0	1.0	S	48.4
			49.6
20.0	10.0	F	49.0
			49.7
V-notch	1.0	F	40.4 38.5
V-notch	5.0	F	38.7 38.8
V-notch	10.0	F	38.1 37.9
V-notch	13.0	F	37.9 37.5



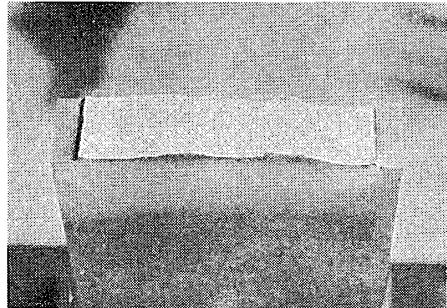
(a) 板厚 1 mm, V ノッチ(F)



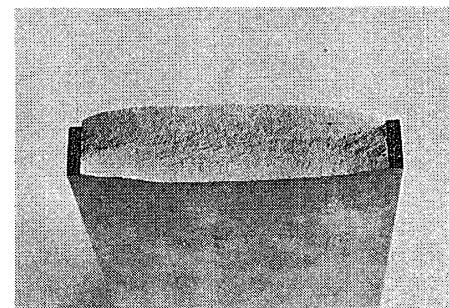
(b) 板厚 1 mm, 深さ 5 mm R ノッチ(S)



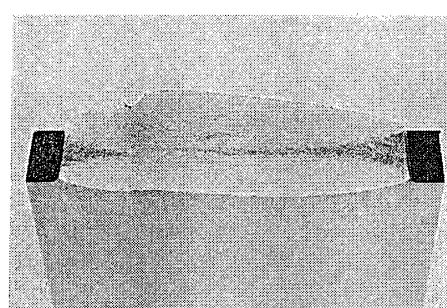
(c) 板厚 5 mm, 深さ 5 mm R ノッチ(F)



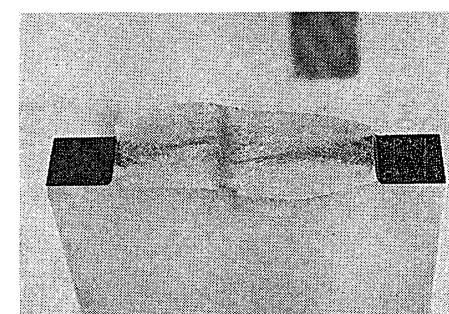
(d) 板厚 13 mm, 深さ 5 mm R ノッチ(F)



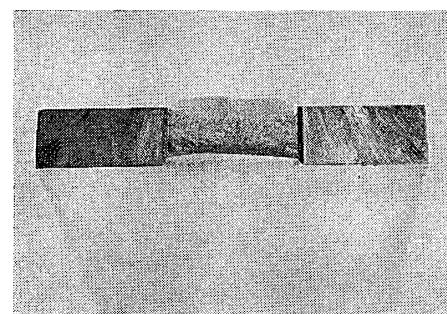
(e) 板厚 10 mm, 深さ 2.5 mm R ノッチ(F)



(f) 板厚 10 mm, 深さ 5 mm R ノッチ(F)



(g) 板厚 10 mm, 深さ 10 mm R ノッチ(F)



(h) 板厚 10 mm, 深さ 20 mm R ノッチ(F)

図 1-3 破断面の代表例(S, F は fracture mode を示す)

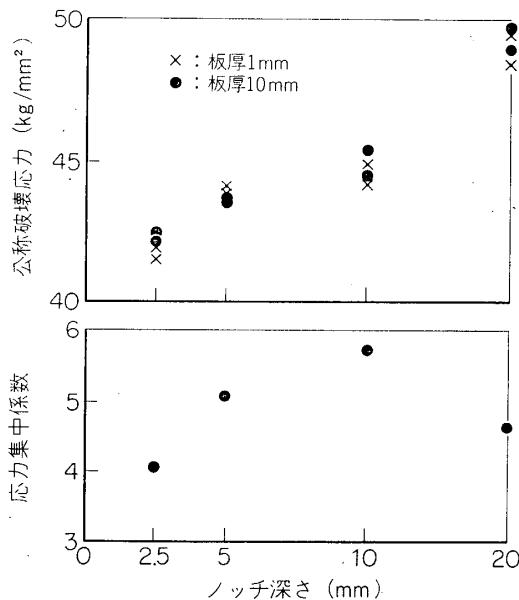


図 1-4 実験結果（公称破壊応力～ノッチ深さ）及び計算結果  
(弾性応力集中係数～ノッチ深さ)

とがわかる。

## 2. 数値解析法

有限要素法[7]を用いて弾塑性挙動の数値解析を行った。材料は等方性とし、弾塑性挙動については、歪増分塑性論[8, 9]を用いた。一般の弾性問題と異なる点は、増分理論であることと、材料の応力歪関係が非線型である点である。

### 2-1 弹塑性体の応力歪関係

弾塑性挙動には、歪増分理論を用いた。降伏条件として、Mises の降伏条件を用いる。

$$f = \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \{ \sigma_{ij}' \sigma_{ij}' \}^{1/2}} = YI \quad (2-1)$$

但し  $\sigma_{ij}'$  は偏差応力で

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}' &= \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} \\ \sigma &= \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad \delta_{ij}: \text{クロネッカー・デルタ} \end{aligned}$$

また、塑性ポテンシャルとして同じく相当応力  $\bar{\sigma}$  を用いると塑性ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^P$  と偏差応力  $\sigma_{ij}'$  との間に Prandtl-Reuß の関係が成り立つ。

$$d\varepsilon_{ij}^P = \sigma_{ij}' d\lambda \quad (2-2)$$

ここで、 $d\lambda$  は比例定数で正のスカラー量である。塑性仕事増分を、 $dW_P = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^P = \sigma_{ij}' \times d\varepsilon_{ij}^P = \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon}^P$  と書くと、相当塑性歪増分は

$$d\bar{\varepsilon}^P = \sqrt{\frac{2}{3} \{ d\varepsilon_{ij}^P d\varepsilon_{ij}^P \}^{1/2}} \quad (2-3)$$

と表わせる。歪硬化率 (rate of strain-hardening) を  $H' (= d\bar{\sigma} / d\bar{\varepsilon}^P)$  で表わすと、応力-歪増

分関係として、加工硬化材料に対する Prandtl-Reuß の方程式

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1-2\nu}{E} d\sigma_{ij} + \frac{d\sigma_{ij}'}{2G} + \frac{3\sigma_{ij}' d\bar{\sigma}}{2\bar{\sigma} H'} \quad (2-4)$$

を得る。この逆の関係は、

$$d\sigma_{ij} = \frac{E}{1-2\nu} de_{ij} + 2G \left[ d\varepsilon_{ij}' - \frac{\sigma_{kl}' d\varepsilon_{kl}}{\frac{2}{3}\bar{\sigma}^2 \left( \frac{H'}{2G} + 1 \right)} \sigma_{ij}' \right] \quad (2-5)$$

となる。ここに

$$de = \frac{1}{3} d\varepsilon_{ii} \quad (2-6)$$

である[9, 10]。

歪硬さ率は、単軸引張り試験から応力一歪関係を求めれば、その時の応力が相当応力、歪から弾性歪成分を減じたものが相当塑性歪になることから直ちに求めることができる。

## 2-2 増分理論への変分法の適用

単位体積あたりの体力を  $\bar{X}_i$ 、力学的境界条件を与えたされた境界  $S_1$  上に働く表面力を  $\bar{X}_{\nu i}$  とする。仮想仕事の原理、又はポテンシャルエネルギー最小の原理から、そのような系に対して次の関係が成り立つ[11]。

$$\iiint_V [\sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij}] dV - \iiint_V [\bar{X}_i \delta u_i] dV - \iint_{S_1} [\bar{X}_{\nu i} \delta u_i] ds = 0 \quad (2-7)$$

ここに、

$$\delta\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2-8)$$

ここで、 $\delta u_i$  は幾何学的境界条件が与えられた境界  $S_2$  上で  $\delta u_i = 0$  を満たすように選ぶ。

次にこの系が体力及び外力の変化、 $\bar{X}_i \rightarrow \bar{X}_i + \Delta \bar{X}_i$ 、 $\bar{X}_{\nu i} \rightarrow \bar{X}_{\nu i} + \Delta \bar{X}_{\nu i}$  を受け、応力及び歪が、 $\sigma_{ij} \rightarrow \sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}$ 、 $\varepsilon_{ij} \rightarrow \varepsilon_{ij} + \Delta \varepsilon_{ij}$  に変化したとすれば、その状態で

$$\iiint_V [(\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}) \Delta \delta(\varepsilon_{ij})] dV - \iiint_V [(\bar{X}_i + \Delta \bar{X}_i) \delta(\Delta u_i)] dV - \iint_{S_1} [(\bar{X}_{\nu i} + \Delta \bar{X}_{\nu i}) \delta(\Delta u_i)] ds = 0 \quad (2-9)$$

が成り立つはずである。式(2-8)、(2-9)より

$$\iiint_V [\Delta \sigma_{ij} \delta(\Delta \varepsilon_{ij})] dV - \iiint_V [\Delta \bar{X}_i \delta(\Delta u_i)] dV - \iint_{S_1} [\Delta \bar{X}_{\nu i} \delta(\Delta u_i)] ds = 0 \quad (2-10)$$

が成立し、増分量の間にも式(2-7)と同様の関係が成り立つので、増分理論は、初期歪問題として取扱っても良い事がわかる[11]。

## 2-3 二次元問題の解析

実際の二次元問題の解析には、三節点三角形要素を用いて計算した。応力増分-歪増分関係は、式(2-5)において平面応力の場合は  $d\sigma_z = 0$ 、平面歪の場合は、 $d\varepsilon_z = 0$  となるように、次の表示を用いた。

$$[\Delta \boldsymbol{\sigma}] = [D][\Delta \boldsymbol{\varepsilon}] \quad (2-11)$$

$$\begin{aligned} [\Delta \sigma] &= [\Delta \sigma_{xx}, \Delta \sigma_{yy}, \Delta \tau_{xy}]^T \\ [\Delta \varepsilon] &= [\Delta \varepsilon_{xx}, \Delta \varepsilon_{yy}, \Delta \gamma_{xy}]^T \end{aligned} \quad (2-11)$$

とすると、平面応力問題において、弾性域と除荷過程に対しては、

$$[D^e] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (2-12a)$$

塑性域の負荷過程に対しては、

$$[D^p] = [D^e] - \frac{1}{s} \begin{bmatrix} s_1^2 & & \text{SYMM.} \\ s_1 s_2 & s_2^2 & \\ s_1 s_3 & s_2 s_3 & s_3^2 \end{bmatrix} \quad (2-12b)$$

但し

$$\begin{aligned} s &= \frac{4}{9} \bar{\sigma}^2 H' + s_1 \sigma_x' + s_2 \sigma_y' + 2s_3 \tau_{xy}' \\ s_1 &= \frac{E}{1-\nu^2} (\sigma_x' + \nu \sigma_y'), \quad s_2 = \frac{E}{1-\nu^2} (\sigma_y' + \nu \sigma_x'), \quad s_3 = \frac{E}{1+\nu} \tau_{xy}' \end{aligned}$$

を用いる。平面歪問題の場合は、弾性域と除荷に対しては、

$$[D_e] = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu/(1-\nu) & 0 \\ \nu/(1-\nu) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2(1-\nu) \end{bmatrix} \quad (2-13a)$$

塑性域における負荷に対しては

$$[D^p] = [D^e] - \frac{2G}{s_0} \begin{bmatrix} \sigma'_x{}^2 & & \text{SYMM} \\ \sigma'_x \sigma'_y & \sigma'_y{}^2 & \\ \sigma'_x \tau_{xy} & \sigma'_y \tau_{xy} & \tau_{xy}{}^2 \end{bmatrix} \quad (2-13b)$$

但し

$$s_0 = \frac{2}{9G} \bar{\sigma}^2 H' + \frac{2}{3} \bar{\sigma}^2$$

を用いる。

平面応力問題の時の  $z$  方向の歪増分  $d\varepsilon_z$  は塑性域で

$$d\varepsilon_z = -(d\varepsilon_x + d\varepsilon_y) + \frac{1-2\nu}{E} (d\sigma_x + d\sigma_y) \quad (2-14)$$

となり、平面歪問題の時の  $z$  方向の応力増分  $d\sigma_z$  は、塑性域で

$$d\sigma_z = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (d\varepsilon_x + d\varepsilon_y) - \frac{2G}{s_0} \sigma_z' (\sigma_x' d\varepsilon_x + \sigma_y' d\varepsilon_y + \tau_{xy} d\gamma_{yz}) \quad (2-15)$$

である。

## 2-4 計算の概略

現論文における計算は、降伏条件には Mises の降伏条件を用い、材料は等方性として扱った。又、塑性域における応力増分一歪増分関係としては、Prandtl-Reuß の陽の表示 (2-5) を用いる。要素としては、三節点三角形要素を用い、一つの要素内の変位関数は、座標の一次関数と仮定した。即ち、一つの要素内で、等歪分布を仮定した。次に計算の概略を

述べる。

1. DATA (形状, 材料定数) の読み込み
2. 境界条件の増分 (上端での一様変位増分) を与える。
3. 剛性マトリックスの作成
4. 連立方程式を解き, 非拘束節点の変位増分を求める。
5. 拘束節点の節点荷重増分を求める。
6. 各要素の歪増分, 応力増分を求める。
7. 塑性域に入っている要素で, 相当塑性歪増分が負の要素があれば, その要素を弾性とする。そして 3. にもどる。
8. 未降伏の要素が新たに降伏するのに必要な最小の荷重増分の, 先に与えた境界条件の増分に対する比  $r$  を求める。
9. 全領域弾性でない場合,  $r \geq 1.2$  なら  $r=1$  とする。
10.  $r$  を計算に入れて, 歪増分, 応力増分, 更に, 節点変位増分, 節点荷重増分を計算する。
11. 各節点の変位増分, 荷重増分, 各要素の歪増分, 応力増分を各々, 節点変位, 荷重, 歪, 応力に加え, 新しい状態を計算する。更に, 相当塑性歪増分を相当塑性歪に加え, 相当応力の計算も行う。
12. 今まで弾性域にあった要素で, 相当応力が, 降伏応力の 99.5% 以上に達した要素は, 塑性域に入ったものとする。更に, 一度降伏後, 除荷状態にあるとみなされた要素のうちで, 以前の相当応力の最大値より大きい相当応力に達した要素は, 再び塑性域に入ったものとみなす。
13. OUTPUT
14. 上端の節点に働く荷重の合計が指定された荷重に達したら STOP。
15. 境界条件の増分を上端において, 一様に現在の変位の 1 割として与える。
16. 3 にもどる。

### 3. 数値解析結果及び破断試験との比較

前章の方法に従って数値解析を行った結果を示す。初めに深さ 5 mm の R ノッチをもつ試験片について、平面応力及び平面ひずみの条件の下での挙動の相異について調べ、次に形状の相異が弾塑性挙動や、破断時の状態に与える影響について調べる。

#### 3-1 平面応力と平面歪による弾塑性挙動の相異

ここでは、5 mm 深さの R ノッチをもつ試験片について、平面応力 (plane stress) と平面歪 (plane strain) の条件の下での局部降伏後の弾塑性挙動の相異について調べる。図 3-1 にモデルの分割図を掲げる。上端に一様変位増分を与えるながら計算を進めた。

1) 塑性域の進展 図 3-2 に塑性域の進展図を示す。平面応力の場合の方が、塑性域の進展が、 $x$  軸上をより深く中央方向に進んでおり、板を貫通後 (flow limit に達した後) しばらくすると板中央部分 (原点) にまで達してしまう事がわかる。一方平面歪の場合は、塑性域

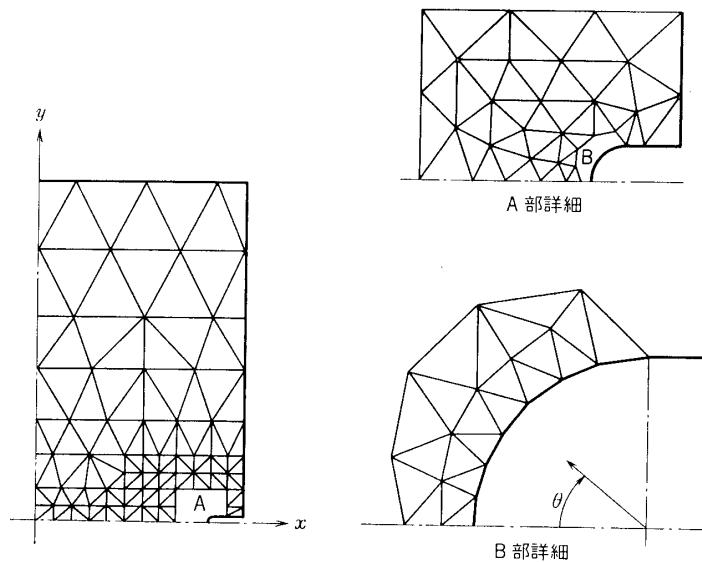


図 3-1 分 割 図

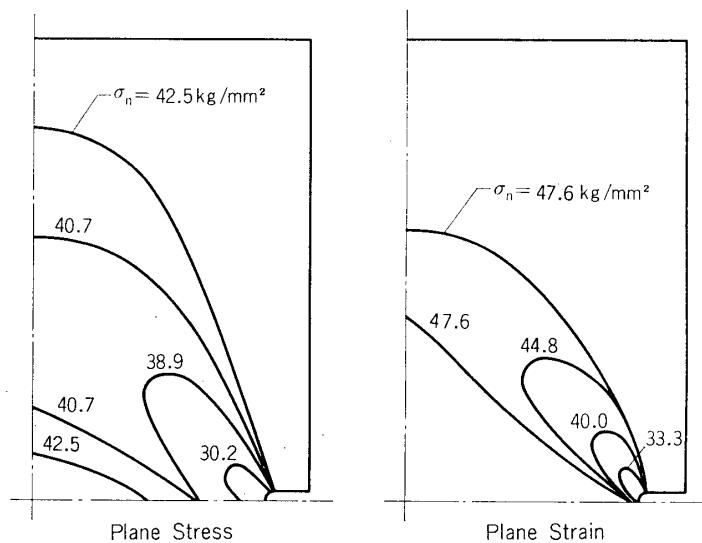
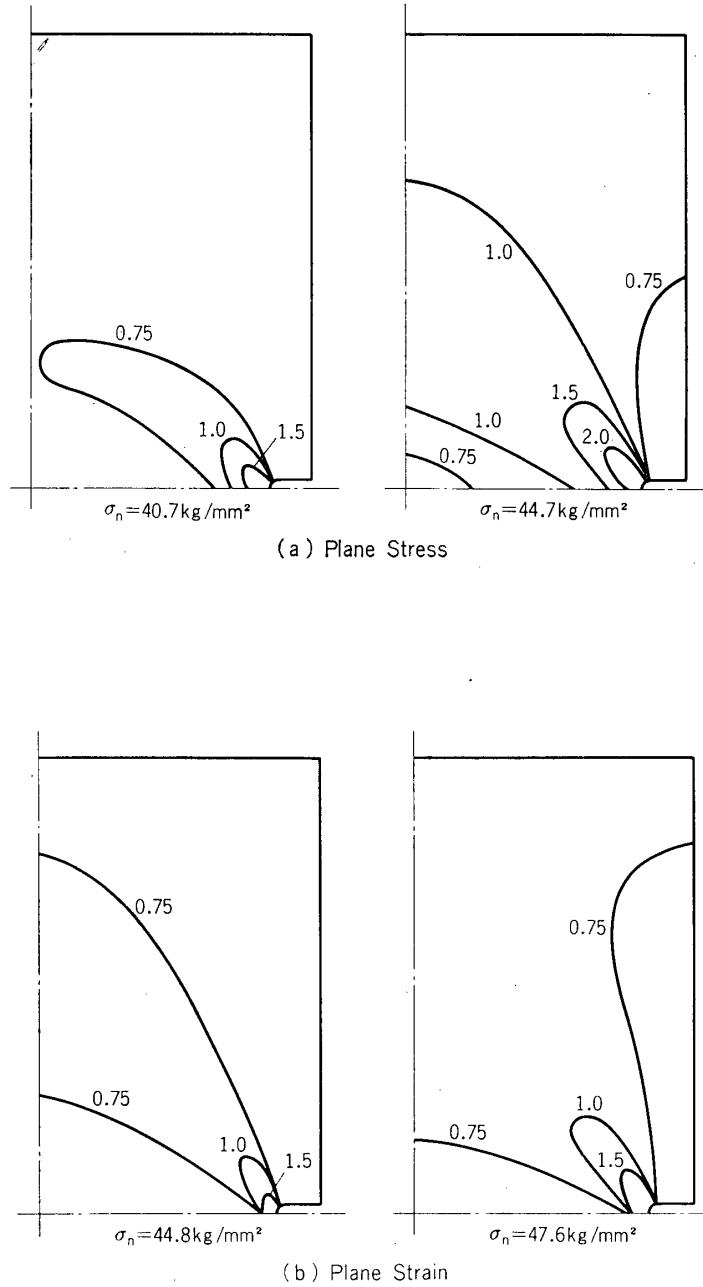


図 3-2 塑性域進展図 (5 mm 深さの R ノッチ)

はあくまでも引張主軸にほぼ  $35^\circ \sim 45^\circ$  方向に進行し、貫通した後も塑性域は板中央にまで達するには至らない。これらの傾向は、D. N. de G. Allen & R. Southwell ら [12] の relaxation method による解析結果とも一致している。

2) 主歪差分布 図 3-3 に荷重増加に伴う主歪差 ( $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ) の分布を示す。これは光弾性皮膜法によって得られた縞(図 1-2)に相当するものである。平面応力と板厚 1 mm の結果が、又平面歪と板厚 10 mm の結果が各々同じような傾向を示し、両者とも塑性域の進展の様子と同じような傾向を示すことがよく現われている。

図 3-3 主歪差分布 (5 mm 深さ R ノッチ)  $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \times 10^2$ 

3) ノッチ先端の挙動 図 3-4, 3-5, 3-6 にノッチ先端にある要素の最大主応力, 最大主歪, そして体積膨張の荷重増加に伴う変化が示してある。これらはすべて, 塑性域が試片を貫通すると急激に増加することが認められる。又, 平面応力と平面歪とでは体積膨張に大きな差異が認められ, 平面歪の場合の方が, 平面応力の場合より相当大きい。

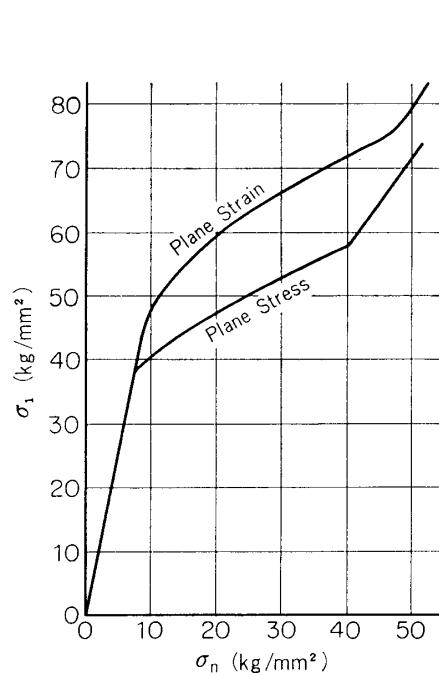


図 3-4 ノッチ先端の最大主応力の変化

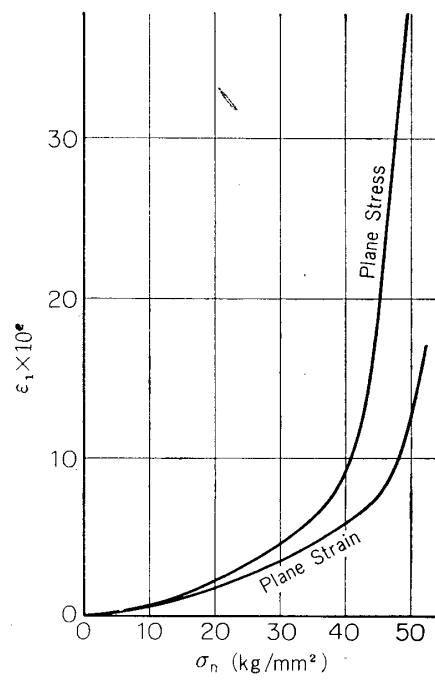


図 3-5 ノッチ先端の最大主歪の変化

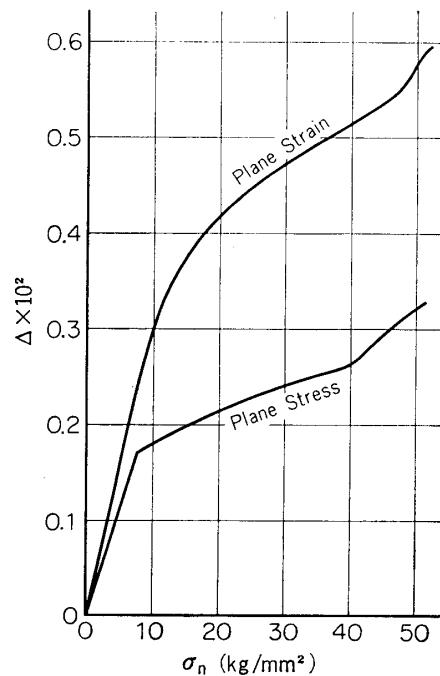
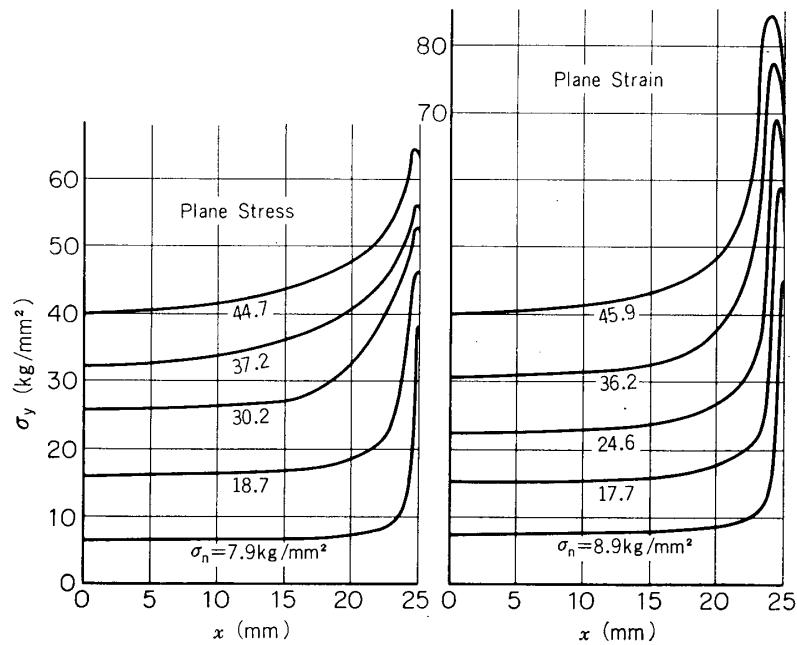
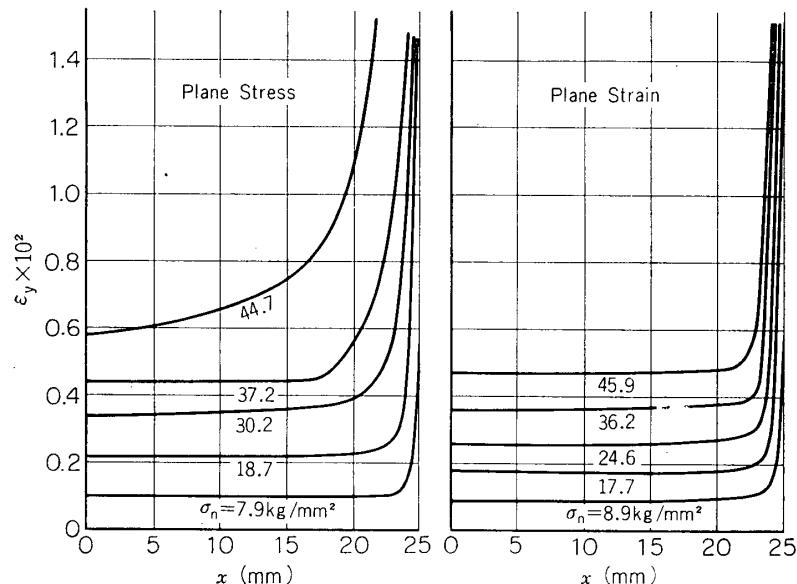


図 3-6 ノッチ先端の体積膨張の変化

図 3-7  $y=0$  上での  $\sigma_y$  の変化図 3-8  $y=0$  上での  $\varepsilon_y$  の変化

4)  $y=0$  上での諸量の変化 図 3-7, 3-8, 3-9 に  $y=0$  上での  $y$  方向の垂直応力,  $y$  方向の垂直歪及び体積膨張の荷重増加に伴う変化を示してある。 $\sigma_y$  と  $\Delta$  は塑性変形が進行するのに伴って、その最大値をとる位置がノッチ先端から徐々に内部に移ってくる。又  $\varepsilon_y$  分布は両者の塑性域の進展の具合とほぼ同じ傾向を示している。

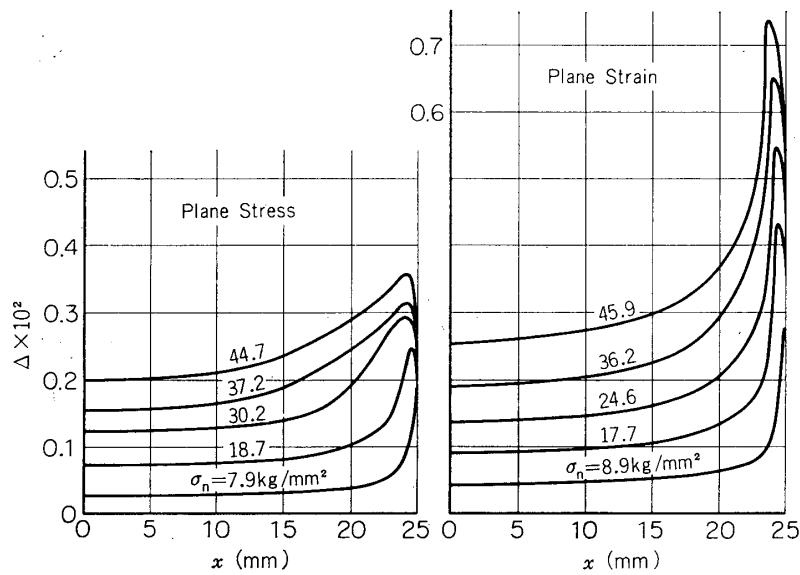
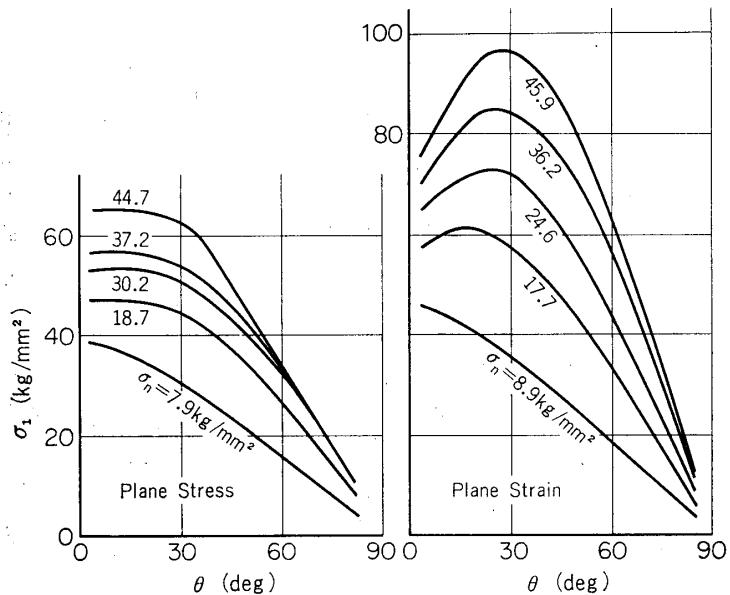
図 3-9  $y=0$  上での  $\Delta$  の変化

図 3-10 ノッチ周辺での最大主応力の変化

5) ノッチ先端周りの主応力及び主歪の変化 図 3-10, 3-11 にノッチ先端周りの主応力及び主歪の荷重増加に伴う変化を示してある。平面歪のもとではノッチ周りで主応力が最大になる位置は、塑性変形の増加に伴いノッチ底からずれ始め、およそ  $30^\circ$  ずれた所にまで移ってしまう。自由表面のためもう一方の主応力の値は零だから主剪断ひずみも同じ傾向にあることがわかる。

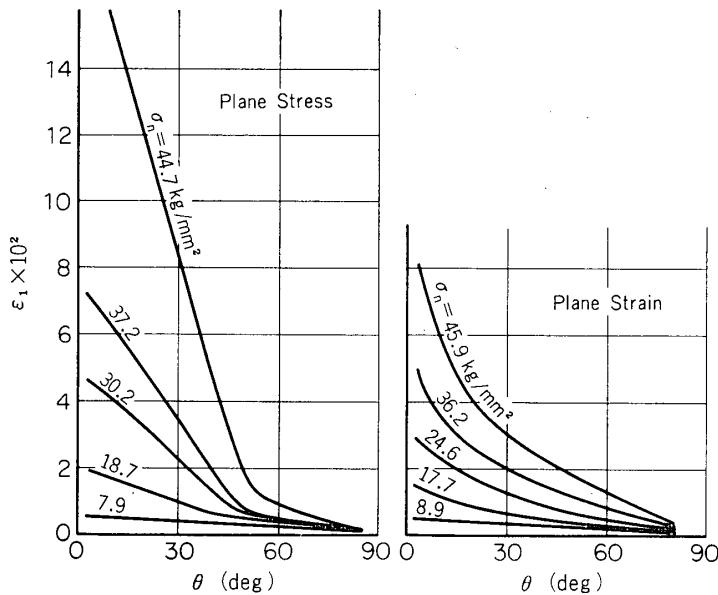


図 3-11 ノッチ周辺での最大主歪の変化

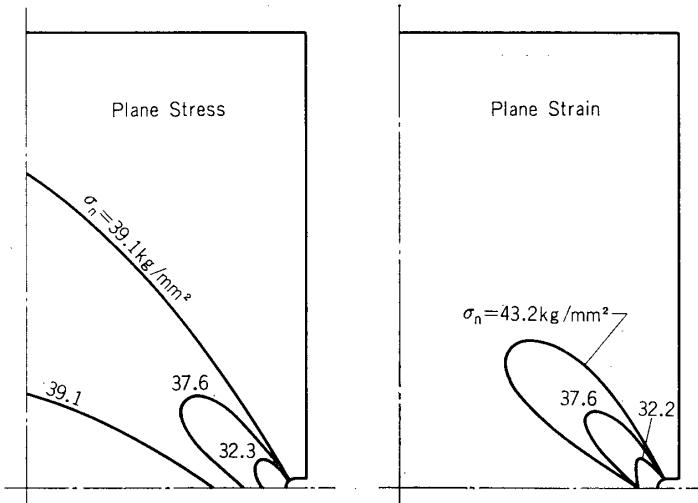


図 3-12 塑性域進展図 (2.5 mm 深さの R ノッチ)

### 3-2 形状の相異による弾塑性挙動の相異について

深さ 2.5 mm, 10 mm, 20 mm の R ノッチ及び V ノッチのモデルの解析結果から形状の相異による弾塑性挙動の相異について調べる。分割図は掲げないが R ノッチのモデルについてはノッチ先端付近の分割は図 3-1 の A, B 部と同じにした。

- 1) 塑性域の進展 図 3-12~3-15 に各々塑性域の進展図を示す。R ノッチの 3 つのモデルについての平面歪での結果のうち荷重最大の場合が、実験で得られた破断荷重にはほぼ一致する。これらは変形が純平面歪であつたら局部降伏から破壊に至ることを示している。又図 3-2 も参照すると、平面歪の場合には、ノッチが深くなる程塑性域の進展方向がノッチに対して立ってくる傾向にある事がわかる。

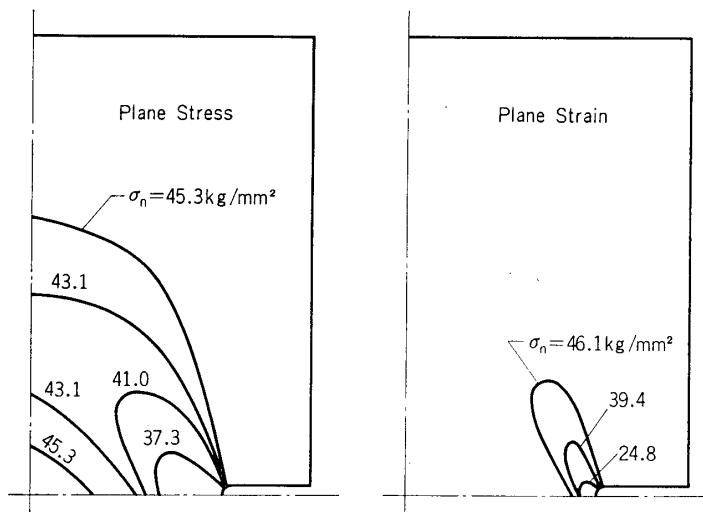


図 3-13 塑性域進展図 (10 mm 深さの R ノッチ)

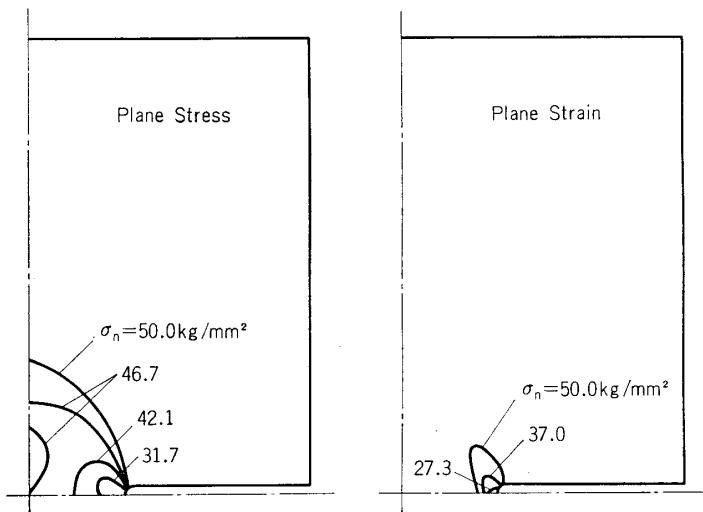


図 3-14 塑性域進展図 (20 mm 深さの R ノッチ)

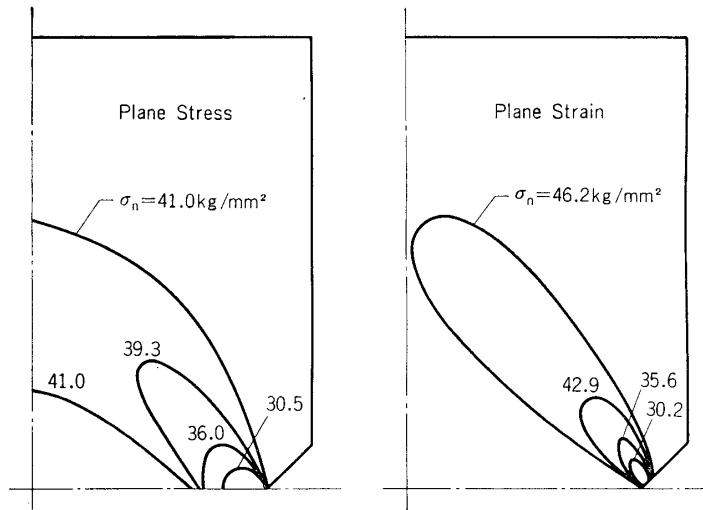


図 3-15 塑性域進展図 (V ノッチ)

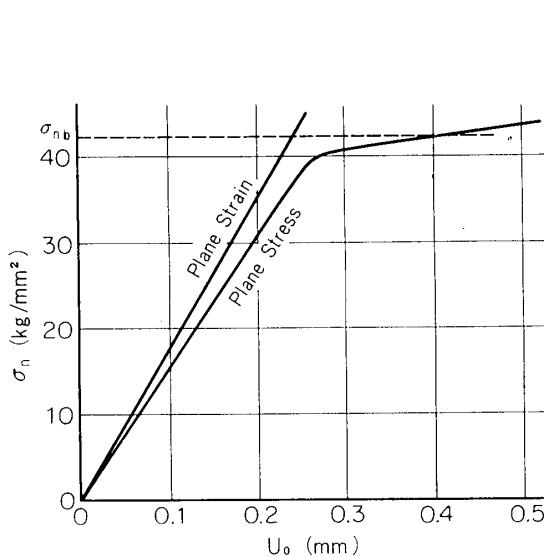


図 3-16 荷重-変位関係  
(2.5 mm 深さの R ノッチ)

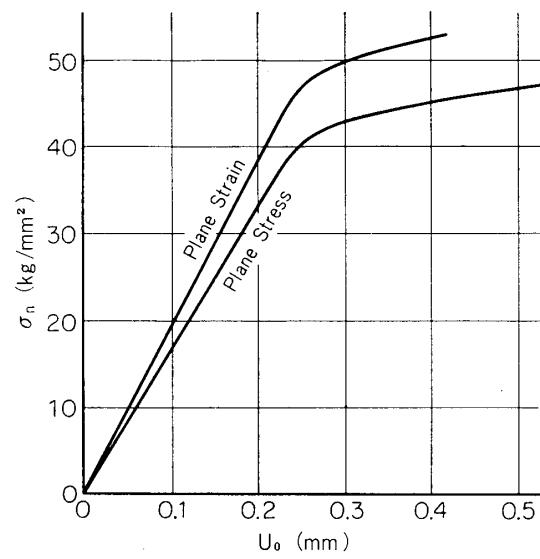


図 3-17 荷重-変位関係  
(5 mm 深さの R ノッチ)

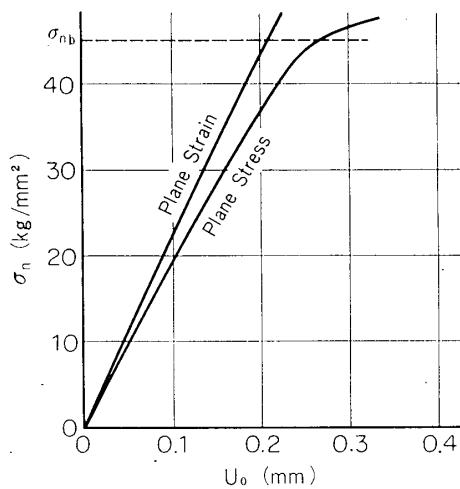


図 3-18 荷重-変位関係  
(10 mm 深さの R ノッチ)

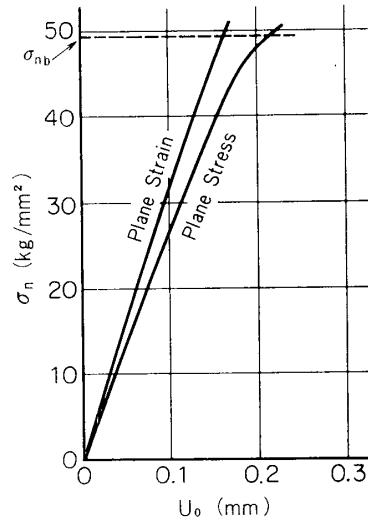


図 3-19 荷重-変位関係  
(20 mm 深さの R ノッチ)

2) 荷重-変位関係 図 3-16～3-19 に R ノッチの場合の荷重-変位関係を示してある。ここで  $\sigma_{nb}$  は実験で得た公称破壊応力である。平面応力の場合、ノッチが浅い程荷重が変位に対し急激に変わる点が明確に現われるが、ノッチが深くなると変化のしかたが緩慢になる。これはノッチが浅い程全体の挙動がノッチのない場合、即ち単軸引張りの場合に似てくることを示している。

### 8-8 破断試験との比較

G. R. Irwin の報告[16]での分類を探れば、第 1 章の結果において板の破壊に 2 つの fracture mode、即ち flat-tensile fracture mode と shear fracture mode があり、前者は切欠き底の

曲率半径が板厚に比べて小さい時に板の中央面 ( $z=0$  面上) の切欠き底付近から始まり、後者は曲率半径が板厚に比べて大きい時に、最大剪断力方向の辺りがついには破壊に至る事が確かめられる。shear fracture mode での破壊は、塑性変形の延長とみることができる。そして、そのような破壊に対しては、板厚方向の辺りが生じていることからも平面応力状態に近い変形が行われていると考えられ、その仮定のもとでの解析が有効であろう。先の結果や河田[13]、中村[14]、Kawata, Nakamura [15] らの結果からも、この様式の破壊に対しては、塑性域の貫通後、即ち flow limit に達してから全体の破壊が起こる事がわかる。従って塑性設計の基準としては、flow limit をとれば良いであろう。

一方 flat-tensile fracture mode での破壊は、板の中央面付近で板にほぼ垂直に始っている。そして板厚方向の辺りの成分がほとんど認められない事からも、変形は平面ひずみに近い状態で起こっているものと考えられる。そして図 3-11, 3-12, 3-13 を参照すると、変形が完全に平面歪とすれば破壊は塑性域が貫通する前に局部降伏から起こっている。この様式での破壊は、すべり変形の延長とは考えられず、分離破壊と考えられる。そこで破壊時における切欠き底での状態から破壊の criterion について検討してみる。表 3-1 に切欠き底の破壊時における最大応力、最大歪及び体積膨張を記す。5 mm, 10 mm, 20 mm 深さの R ノッチを持つ試験片については、破壊時には最大応力と体積歪は、各々近い値をとっている。これから、これらは破壊時にほぼ同じようなノッチ底での応力分布をもっていると考えられる。2.5 mm 深さの R ノッチの試験片については板の中央部付近（ノッチの底から十分離れた所）では、変形はもはや平面応力状態に近くなっているために他の場合に比べ誤差が出たものと考えられる。全体の形状の中で板厚が小さく、更に、ノッチ底の曲率半径が板厚に比べて小さい切欠き板材を扱う時は、板全体としてはノッチ底近傍を除いて平面応力に近い状態となっており、ノッチ底近傍では平面ひずみに近い状態になっているため、より厳密に論じるためには、板の三次元解析が必要となる。三次元解析は、1 節点あたりの自由度が 3 になり、かつ同じモデルに対する節点数も非常に大きくなるため今のところで計算していないが、

表 3-1 破壊時における切欠き底の諸量

ノッチ深さ b(mm)	公称破壊応力 $\sigma_{nb}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	主応力 (kg/mm <sup>2</sup> )	主ひずみ ( $\times 10^2$ )	体積膨張 ( $\times 10^2$ )	弹性応力集中係数
2.5	43.2	69.5	4.83	0.495	4.06
5.0	42.7	73.4	6.73	0.525	5.05
10.0	45.0	76.5	8.69	0.547	5.71
20.0	49.3	74.2	7.12	0.532	4.64
V-notch	38.0	118.9	16.17	1.041	13.56

板の変形、そして破壊をより厳密に論じるためには必要となるであろう。

#### 4. 結 論

アルミ合金 2024-T3 の切欠き板材の引張降伏一破壊過程に於ける弾塑性挙動が、平面応力及び平面歪状態について追跡され、諸種の新しい事実が明らかにされ、実験結果との比較も行われた。切欠きを持つ板材の破壊について shear fracture mode で破壊する場合は、平面応力の条件で計算し、flow limit を破壊基準にとれば良いであろう。一方、flat-tensile fracture mode で破壊する場合については、本実験の範囲内では最大応力、体積膨張による基準が比較的よく実験結果を満足するが、より厳密には、板の三次元解析が必要である。

最後に、実験にあたり熱心に援助された橋本彰三助手に深く感謝の意を表する。又、数値計算には本研究所の HITAC 5020 F を用いた。

1974年4月30日 材料部

#### 文 献

- [1] Paris, P. C. and Sih, G. C., Stress Analysis of Cracks, Fracture Toughness Testing and Its Applications, ASTM. STP-381, Am. Soc. Testing Mats. (1965).
- [2] McClintock, F. A. and Irwin, G. R., Plastic Analysis of Fracture Mechanics, *ibid.*
- [3] Rice, J. R., Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture, Fracture An Advanced Treatise, vol. II. edited by H. Liebowitz, Academic Press (1968).
- [4] Dugdale, D. S., Yielding of Steel Sheets Containing Slits, *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 8. (1960), 100.
- [5] Bilby, B. A., Cottrell, A. H. and Swinden, K. H., The Spread of Plastic Yield from a Notch, *Proc. Roy. Soc. A* 272 (1963), 304.
- [6] 辻二郎, 西田正孝, 河田幸三, 光弹性実験法, 日刊工業新聞社 (1965).
- [7] Zienkiewitz, O. C. and Cheng, Y. K., The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGraw Hill (1967).
- [8] Hill, R., The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press (1950).
- [9] 山田嘉昭, 塑性力学, 日刊工業新聞社 (1965).
- [10] Yamada, Y, Recent Developments in Matrix Displacement Method for Elastic-Plastic Problems in Japan, *Proc. Japan-U.S. Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design* (1970).
- [11] Washizu, K., Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press (1968).
- [12] Allen, D. N. deG. and Southwell, R. V., Plastic Straining in Two-Dimensional Stress-Systems, *Phil. Trans. A* 242 (1950), 49.
- [13] 河田幸三, 構造要素の降伏の実物光弾塑性学的研究について, 東大航空研究所集報, 1(1959), 320.
- [14] 中村幸紀, 形状の系統的に異なる構造要素の弾塑性解析, 東大工系修士論文 (1971).
- [15] Kawata, K. and Nakamura, Y., Elastic-Plastic Analysis on the Structural Elements with Different Values of Stress Concentration Factor, *Proc. Ninth International Symp. on Space Tech. and Sci.* (1971), 225.

- [16] Irwin, G. R., Fracture Mode Transition for a Crack Traversing a Plate, J. Basic. Engng., Trans. ASME. vol. 82 (1960), 417.