

# 宇宙観測用小型安定化高圧電源

林 友直・高橋 武

## A Stabilized High Voltage Power Supply for Space Applications

By

Tomonao HAYASHI and Takeshi TAKAHASHI

**Abstracts:** A stabilized high voltage power source for secondary electron multiplier for space application is developed.

The circuit is designed to get 3 kV at the output terminals for the load current of 30  $\mu$ A.

To minimize the size Cockcroft-Walton circuit is applied to rectify the output of an oscillator (60 kHz), and a part of the output voltage is fed back to the bias voltage of the oscillator for the stabilization.

Special precautions are paid in the integration of the components to prevent the electrical breakdown in space environment.

### 概 要

宇宙観測用二次電子増倍管への応用を主目的とした小型、軽量の直流高圧安定化電源を試作した。ここに述べる回路は、出力側からの帰還による安定化回路をもった Cockcroft-Walton 型整流器で、出力電圧 3,000 V、負荷電流 30  $\mu$ A に設計されている。この方式の整流回路を用い、さらに特殊な実装法を適用することによって装置の小型、軽量化を達成することができた。

### 1. 序 文

ロケット、衛星などによる、宇宙空間の観測において、高圧電源を必要とする場合が非常に多い。搭載機器であるため小型、軽量であることはもちろんであるが、放電防止は特に大きな問題である。これらの点を考慮して試作した高圧電源について述べる。まず昇圧は、変圧器のみによることをさげ、Cockcroft-Walton 型整流回路を用い、これに特殊な実装法を適用することによって小型、軽量化を図った。つぎに放電防止のためには、高圧電源素子の表面を真空槽内でエポキシ系ポッティング材の皮膜で覆うという、いわゆるコンフォーマルコーティング法を用いている。

これらは今後の高圧電源において有力な方法になると思われる。

2. 直流高圧安定化電源の電圧安定度

直流安定化電源の電圧安定度は、いろいろな外乱の関数として表現されるが、代表的な関係は一般に次式で表わされる。

$$\Delta V_0 = \left( \frac{\Delta V_0}{\Delta V_i} \right)_{I_0, \theta = \text{一定}} \Delta V_i + \left( \frac{\Delta V_0}{\Delta I_0} \right)_{V_i, \theta = \text{一定}} \Delta I_0 + \left( \frac{\Delta V_0}{\Delta \theta} \right)_{V_i, I_0 = \text{一定}} \Delta \theta \quad (2 \cdot 1)$$

- ここで、  
 $V_0$ : 直流出力電圧  
 $V_i$ : 直流入力電圧  
 $I_0$ : 直流出力電流  
 $\theta$ : 周囲温度  
 $\Delta V_0 / \Delta V_i$ : 電圧安定係数  
 $\Delta V_0 / \Delta I_0$ : 出力抵抗  
 $\Delta V_0 / \Delta \theta$ : 出力電圧の温度係数

式 (2・1) の右辺第一項は、 $I_0, \theta$  が一定のときの入力電圧の変動に起因する出力電圧の変動を、また第二項は、 $V_i, \theta$  が一定のときの出力電流の変動に起因する出力電圧の変動を、さらに第三項は、 $V_i, I_0$  が一定のときの周囲温度に起因する出力電圧の変動を表わしている。この電圧安定係数、出力抵抗および出力電圧の温度係数によって電源の性能が決まる。

次に試作した高圧安定化電源回路の各部の電圧、電流の変化分を図 1 のように定めたとき、電圧安定係数、出力抵抗はそれぞれ式 (2・2)、(2・3) のようになる (付録 1 参照)。

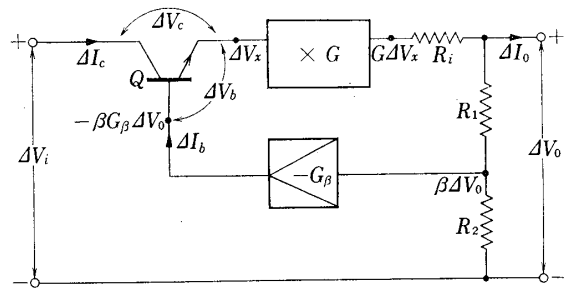


図 1 高圧安定化回路各部の電圧、電流の変化分の配分

- $G$ : 帰還回路をもたない場合の電圧利得  
 $G_\beta$ : 誤差増幅器の電圧利得  
 $\beta$ : 出力電圧の分圧比  
 $R_i$ : 高圧安定化電源の内部インピーダンス  
 $Q$ : 制御トランジスタ

$$\frac{\Delta V_0}{\Delta V_i} = \frac{1}{\beta G_\beta g_m r_p + \frac{r_p}{R_L} + \frac{1}{G} \left( 1 + \frac{R_i}{R_L} \right) (1 + g_m r_p)} \quad (2 \cdot 2)$$

$$\frac{\Delta V_0}{\Delta I_0} = \frac{\frac{g_m r_p R_i}{G} + \frac{R_i}{G} + r_p}{r_p \left( \beta G_\beta g_m + \frac{1}{G r_p} + \frac{g_m}{G} \right)} \quad (2 \cdot 3)$$

### 3. Cockcroft-Walton 型整流器 (カスケード電源)

カスケード電源 (図 2) の特徴は、その出力に変圧器の交流電圧ならびにダイオードの逆耐電圧の数倍の大きさの直流電圧が得られるのに対して、コンデンサの耐圧は出力直流電圧の数分の一ですむことである。なおカスケードの各段から部分電圧を取り出すことも可能で、たとえば電子レンズ系の電圧分配装置に用いることもできる。さらにカスケード電源の利用は超高電圧の発生に限ったものではなくて、数千Vの電圧の発生にも有効に利用できる。

負荷をもつ、任意の段数  $N$  におけるカスケード電源のコンデンサの充放電によって生ずる脈動電圧  $\delta U$  と電圧降下  $\Delta U$  はそれぞれ次式で求められる (付録 2 参照)。

$$\delta U = Q \sum_{i=1}^N \frac{i}{C_i} \quad (3.1)$$

$$\Delta U = Q \sum_{i=1}^N \left[ i^2 \left( \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C_i} \right) - \frac{i}{2C_i} + \frac{1}{2C_i} \right] \quad (3.2)$$

$Q$ : 交流電圧の 1 周期に負荷へ供給される電荷  
したがってカスケード電源の出力直流電圧  $U_0$  は次のようになる (図 3 参照)。

$$U_0 = 2NU_0 - \Delta U_0 - 2NU_0 = \Delta U + \frac{\delta U}{2} \quad (3.3)$$

$U_0$ : 変圧器電圧の振幅

$N$ : カスケード電源全体の段数

#### 浮遊容量の影響

コンデンサ、ダイオードおよびしゃへいを配置し、組立てると必ず浮遊静電容量を生ずる。この浮遊容量にも電流が流れるため一般に電圧降下が起こり、出力電圧は低下する。その場合のカスケード電源の出力電圧  $U_0'$  は次のように表わすことができる。

$$U_0' \approx F \cdot U_0 \quad (3.4)$$

$F$ : 浮遊容量を考慮した無負荷出力電圧と、浮遊容量を考慮していない無負荷出力電圧との比 ( $F < 1$ )

$U_0$ : 式 (3.3) で求めた浮遊容量を無視したときの出力電圧

なお式 (3.4) で定義した  $F$  は、カスケード電源のコンデンサとダイオードの大きさおよび配置を規定して実験的に求め

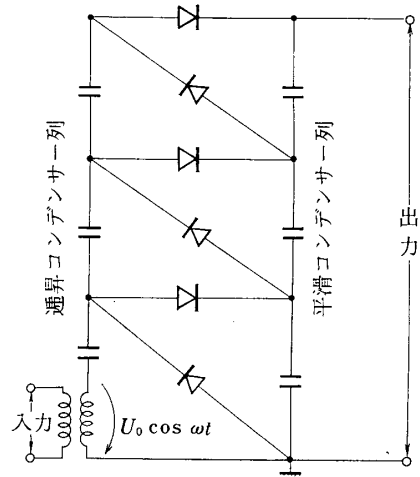


図 2 3 段のカスケード電源

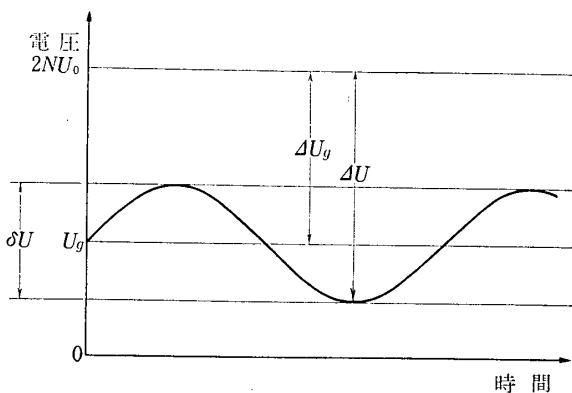


図 3 電圧の関係

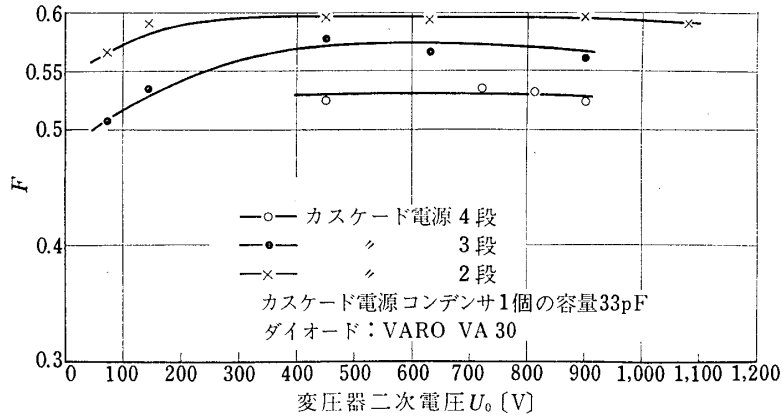


図 4 変圧器電圧の振幅  $U_0$  と  $F$  の関係

た. 図 4 にその結果が示してある.

#### 4. 回路構成

回路図を図 5 に示す. Hartley 発振回路で周波数 60 kHz の出力を昇圧して Cockcroft-Walton 型整流回路に加えている. 整流回路における昇圧作用のため, 変圧器の巻線数の増加を防ぎ, これにより発振周波数をかなり高くすることができた. このため平滑部でのコンデンサの容量が減り, 装置の小型化が可能になった. また安定化のための帰還は出力側から

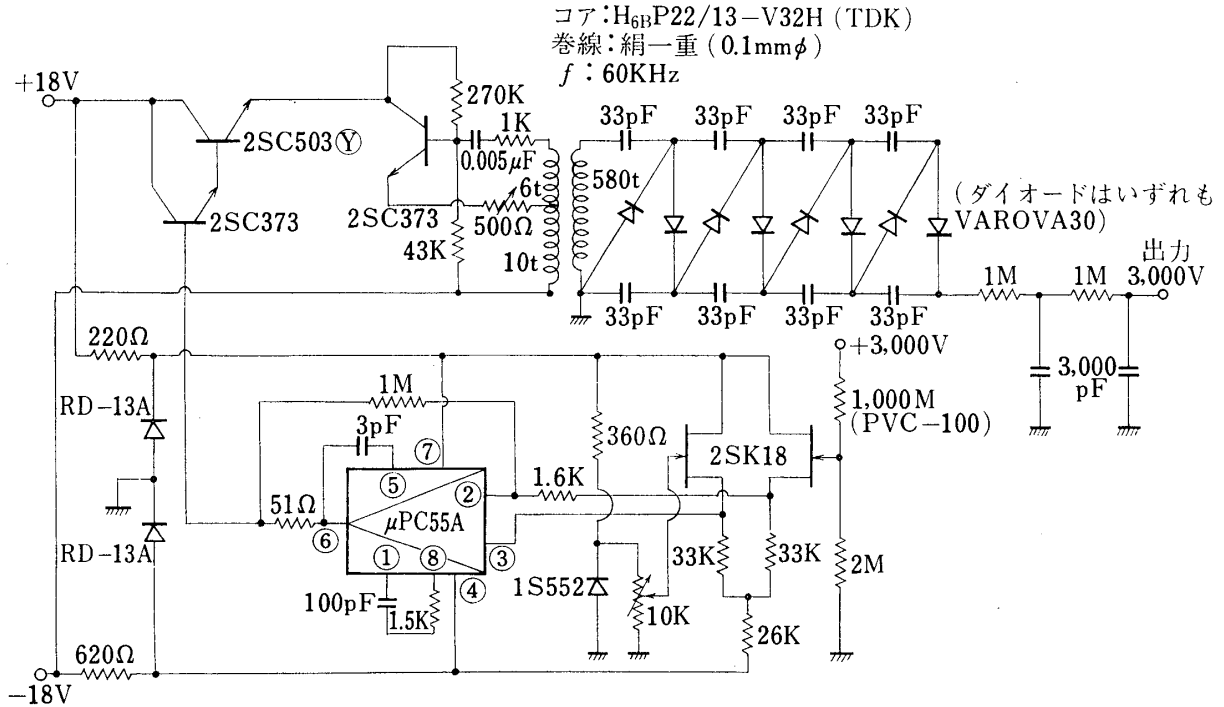


図 5 高圧安定化電源回路図

の抵抗分割によって行なった。カスケード電源と負荷を含めた変圧器の設計ということが問題になるが、ここでは小型化の点からカスケード電源のコンデンサ 1 個の容量を 33 pF、段数を 4 段、ダイオードは VARO-VA 30 とし、さらに変圧器の大きさを P 22/13 (ポット型コア、直径 22 mm、高さ 13 mm) とし、実験的に入力電流が最小となる変圧器巻線数を求めている。なお求めるインダクタンスに必要な巻線数は次式を用いて決めた。

$$T = [(L \times 10^6) / a]^{1/2} \quad (4 \cdot 1)$$

$L$ : 必要なインダクタンス [mH]

$T$ : 求める巻線数

$a$ : AL 値 (コアの材質と寸法によってきまる良さの指数)

図 6 から、巻線比を 30 としたとき、入力電流が最小となる一次巻線数はエナメル線 (直径 0.1 mm、線材最大仕上外径 0.115 mm) では 30 ターン、絹一重 (直径 0.1 mm、線材最大仕上外径 0.195 mm) ではほぼ 20 ターンである。放電を考慮して巻線は絹一重とした。なお絹一重で 20 ターン以上のデータが求められなかったのはボビンの最大巻線数をこえてしまうためである。巻線数の増加を防ぐために材質、形状は同じで AL 値の高い H<sub>6B</sub>-P 22/13-V 32 H (AL=720) を用い、式 (4・1) より一次巻線数を 16 ターンにきめた。次に一次巻線数を 16 ターンとしたときに入力電流が最小となる二次巻線数は図 7 から 580 ターンとなった。図 8 はカスケード電源コンデンサ 1 個の容量と出力電圧との関係を表わしたグラフである。なお図 6、図 7、図 8 の測定において使用した負荷は実用が予想される 100 MΩ である。

さらに誤差増幅器の電圧利得は、式 (2・2)、(2・3) を用い入力電圧 1 V の変動に対する出力電圧の変動が 2 V 以下、負荷電流 1 μA の変動に対する出力電圧の変動が 2 V 以下と

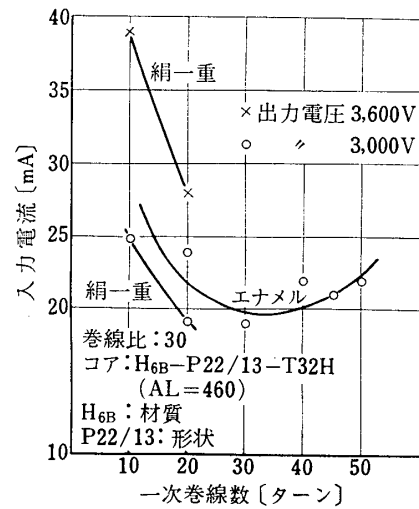


図 6 一次巻線数と入力電流との関係

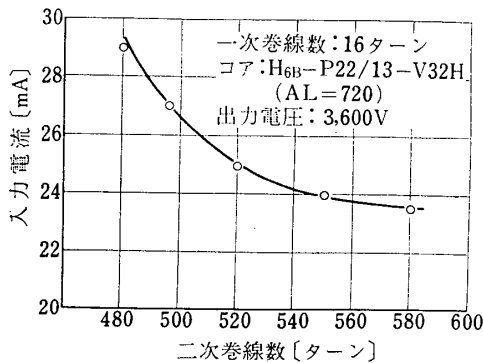


図 7 二次巻線数と入力電流との関係

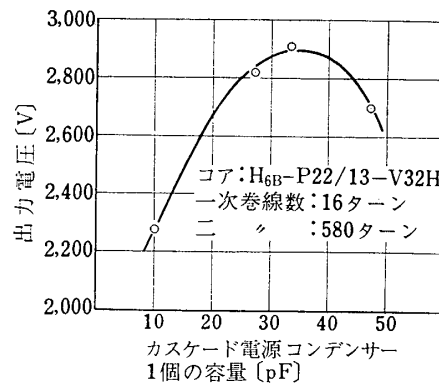


図 8 カスケード電源コンデンサ 1 個の容量と出力電圧との関係

いう設計目標から 125 以上に選んである。

最後に試作したカスケード電源の脈動電圧，電圧降下および浮遊容量を考慮したカスケード電源の入力電圧を求めてみよう．すべてのコンデンサが同一の容量を取ることから式(3・1)より脈動電圧  $\delta U$  は，

$$\delta U = \frac{Q}{C} \left( \frac{N^2 + N}{2} \right) \quad (4 \cdot 2)$$

また電圧降下  $\Delta U_0$  は式(3・1)，(3・2)，(3・3)から

$$\Delta U_0 = \frac{Q}{C} \left( \frac{2N^3}{3} + \frac{N^2}{2} + \frac{N}{3} \right) \quad (4 \cdot 3)$$

となる．式(4・2)，(4・3)に  $N=4$ ， $C=33$  [pF]， $Q=I_0/f=30$  [ $\mu$ A]/60 [kHz] を代入すると  $\delta U$ ， $\Delta U_0$  は次のようになる．

$$\delta U = 152$$
 [V]， $\Delta U_0 = 697$  [V]

これから式(3・4)において  $U_0' = 3,000$  [V]，また図4より  $F \approx 0.5$  とすると， $3,000 = (2 \times 4 \times U_0 - 697) \times 0.5$  から  $U_0 = 837$  [V] となり，浮遊容量を考慮した場合 3,000 [V] の出力電圧を発生させるためには，カスケード電源の入力電圧として 837 [V] 必要なことがわかる．

## 5. 実 装 法

宇宙観測用高圧電源であるため放電防止については特に慎重な考慮を払ってある．まず温度サイクルによるポッティングの劣化を防ぐ意味で，素子の表面を薄いエポキシ系ポッティング材の膜(1 mm 以下)で覆うというコンフォーマルコーティング法を用いた．カスケード電源，平滑回路には低温半田(融点 100°C)を使用しているため，エポキシ樹脂の硬化反応に伴う発熱を考慮して，コーティング材としてはエポダイト RB(昭和高分子：エポキシ樹脂，硬化剤，硬化促進剤の3液混合)を用いている．このコーティングは真空槽内で外部からの操作により行なった．図9~12はその作業手順である．

その際真空度が 0.1 torr になるまで脱泡を行ない，この時点でヒータによりコーティング材を 70°C まで加熱し，コーティングを行なった．さらにこれを恒温槽(槽内温度 70°C)で硬化させ，その後残りの部分を衝撃，振動による破損防止および温度サイクルによる皮膜の劣

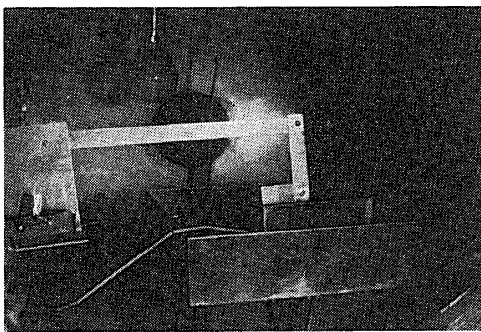


図 9 脱泡(かく拌棒を使い脱泡を行なっている．小さな容器の中にコーティング材が入っている．左端に見えるのがこれからコーティングを行なう高圧電源である．)

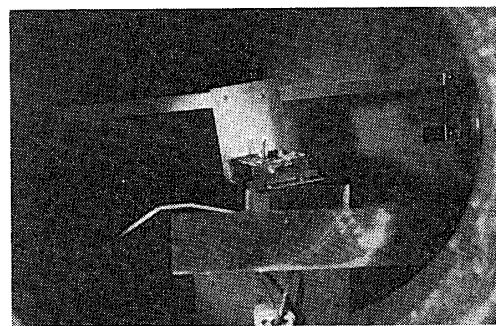


図 10 試料の移動(外部からの操作により高圧電源をコーティング材の入っている容器の上に移させる．大きな容器の下に見えるのがヒータである．)

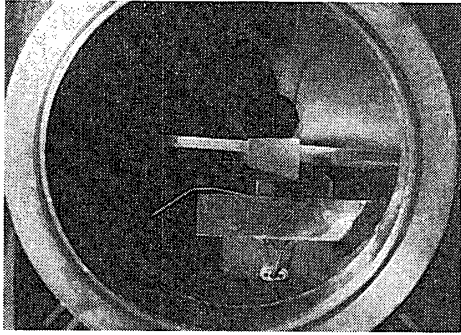


図 11 浸漬 (高圧電源をコーティング材の中につける.)

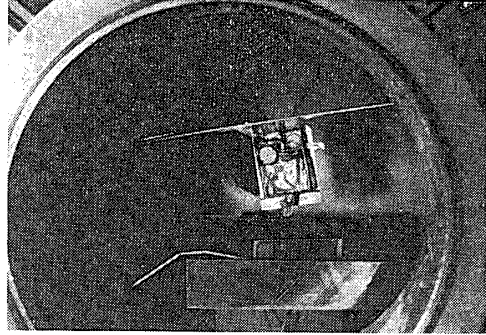


図 12 皮膜の形成 (回転させ余分なコーティング材を流し出す.)

化を防止する目的で発泡性ポリウレタンでポッティングした。図 13 は実際にコーティングを行っているところである。

次に高圧部に使用した素子のリード線先端，配線に用いた錫メッキ線に対しては電解研磨（研磨液：リン酸（85%）100 cc とゼラチン 2 g の混合液を加熱したもの）を行ない，電界集中の起りやすい尖端部分を取り除き，さらにはんだづけに際しても尖端部を除くよう十分な注意を払った。

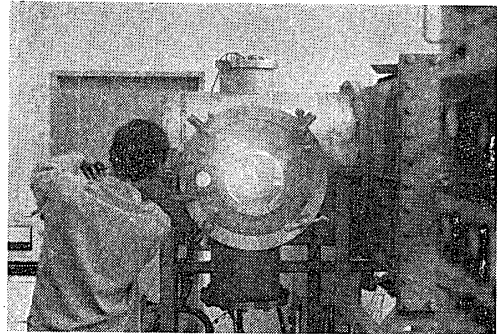
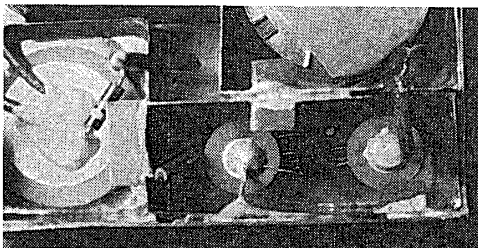


図 13 コーティング作業

また電圧安定化のため抵抗分割により出力側から帰還を行なっているが，このための高抵抗は普通のコンポジション型抵抗ではコーティング材の影響を受け，抵抗値に変動をきたす<sup>1</sup>ので，厚膜抵抗である PVC-100 (Pyrofilm 社：抵抗値 1,000 MΩ，耐圧 5 kV) を用いた。

また小型化を図るために，昇圧，整流を行なう Cockcroft-Walton 回路（カスケード電源）は，非モールド型チタン酸バリウムコンデンサ（村田製作所：容量 33 pF，耐圧 2 kV）を積み上げ，その間に小型高圧ダイオード（VARO：VA-30，耐圧 3 kV）をはさみこむ方式



↑ PC 平滑器      ↑ Cockcroft-Walton 型整流器  
図 14 Cockcroft-Walton 型整流器部

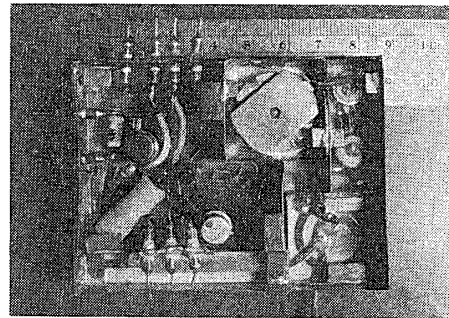


図 15 高圧電源回路 (コンフォーマルコーティング後)

脚註 1 一例として挙げるとコーティング前の抵抗値 752 [MΩ]，コーティング後の抵抗値 662 [MΩ].

(図 14 参照) を用い, さらに平滑部の RC 濾波器も非モールド型チタン酸バリウムコンデンサ(村田製作所: 容量 3,000 pF, 耐圧 4 kV) にソリッド型抵抗をつむ実装方法をとっている.

この結果総重量 300 g, 外形寸法は 8.5 cm×6.5 cm×2 cm と極めて小形, 軽量にまとめることができた. 図 15 はコーティングまで終わった高圧電源である. さきに述べたようにエポキシ系樹脂の薄い膜で素子の表面にコーティングを真空中で行ない, その後残りの部分を発泡性ポリウレタンでポッティングするのが有効な方法と思われる.

## 6. 実験結果

出力電圧 3,000 V, 負荷抵抗 99 M $\Omega$  を基準とするときの入力電圧の変動に対する出力電圧変動率を図 16 に, 負荷特性を図 17 に示す. 図 16 から +系電圧 1 V, -系電圧 1 V の変動に対して最悪の場合でも出力電圧変動率は 0.1% (3 V) 以内であることがわかる. また図 17 より出力電圧の負荷による変動は, 負荷が 199 M $\Omega$  のとき 20 V, 467 M $\Omega$  のとき 34 V でありいずれも所期の目標を十分に満足している. さらに各負荷における長時間安定度は 99 M $\Omega$  のとき  $1.7 \times 10^{-3}/12$  hr, 199 M $\Omega$  のとき  $5 \times 10^{-4}/12$  hr, 467 M $\Omega$  のとき  $3.1 \times 10^{-3}/12$  hr であった. また脈動電圧 (60 kHz) は出力電圧 3,000 V において 5 mV(P-P) 以下である. さらに熱真空試験 (真空度:  $1 \times 10^{-5}$  torr, 温度:  $-17^\circ\text{C} \sim +55^\circ\text{C}$ ) において, 放電はおこらず安定度も十分得られることが確認された.

温度特性は出力電圧 3,000 V において  $0.5\%/^\circ\text{C}$  であったが, インピーダンス変換器を差動型にし, さらに温度係数補償型定電圧ダイオード 1S552 (日電) を用いることによって, ほぼ定電圧ダイオードのツェナー電圧の温度係数 ( $0.002\%/^\circ\text{C}$ ) まで改善することができた. なお入力電力は +系が 720 mW, -系が 540 mW であるが現在小電力化を検討中である.

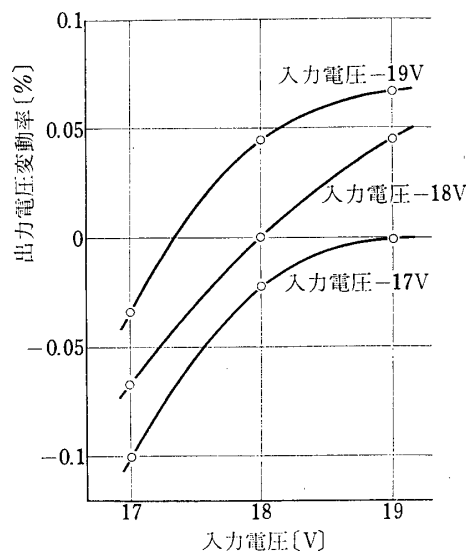


図 16 入力電圧の変動に対する出力電圧変動率

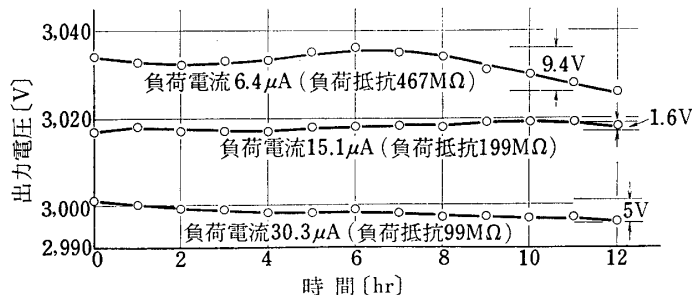


図 17 負荷特性

1973年11月30日 新設部(工学)



## 参 考 文 献

- [1] T. E. Broadbent: A new design for a Cockcroft-Walton voltage multiplier using silicon diffused junction rectifiers, J. Sci. Instrum., 1967, Vol. 44.
- [2] Melvin M. Weiner: Analysis of Cockcroft-Walton Voltage Multipliers with an Arbitrary Number of Stages, The Review of Scientific Instruments, Volume 40, Number 2, February 1969.
- [3] E. Baldinger: Kaskadengeneratoren, Handbuch der Physik, Bd. 44, pp. 1~63.
- [4] E. Hara: A High Power Symmetrical Cockcroft-Walton Type Voltage Multiplier Circuit Using Silicon Diodes, Nuclear Instruments and Methods Vol. 54 (1967) 91~97.
- [5] Fred W. Paul, Donald Burrowbridge: The Prevention of Electrical Breakdown in Spacecraft, NASA SP-208.
- [6] 林, 高橋: 第 18 回応物連合講演会, 31 P-H-6.
- [7] 高橋, 林: 第 33 回応用物理学学会学術講演会, 1 a-E-4.
- [8] 林, 高橋: 科学衛星シンポジウム, 1973 年 3 月, pp. 73~175.
- [9] 雨宮好文: 電源回路, 日刊工業.
- [10] 田中末雄: 電源回路の設計マニュアル, 丸善.
- [11] 電気学会技術報告第 81 号, トランジスタ式 DC-DC コンバータ.
- [12] 電気学会技術報告第 62 号, 放射線化学と粒子加速器.

## 附 録 1

図 1 より電圧, 電流の変化分について示す式は次の通りである.

$$G\Delta V_x - R_i\Delta I_0 = \Delta V_0 \quad (A1.1)$$

$$-\beta G_\beta \Delta V_0 - \Delta V_b = \Delta V_x \quad (A1.2)$$

$$\Delta V_i - \Delta V_c = \Delta V_x \quad (A1.3)$$

$$\Delta I_c = \Delta I_0 \quad (A1.4)$$

またトランジスタ Q に関して

$$\Delta V_b = h_{11}\Delta I_b \quad (A1.5)$$

$$\Delta I_c = h_{21}\Delta I_b + h_{22}\Delta V_c \quad (A1.6)$$

ただし,  $h_{11}$ ,  $h_{21}$ ,  $h_{22}$  はトランジスタ Q のエミッタ接地回路におけるパラメータとする.

式 (A1.5), (A1.6) から

$$\begin{aligned} \Delta I_c &= \frac{h_{21}}{h_{11}}\Delta V_b + h_{22}\Delta V_c \\ &= g_m\Delta V_b + \frac{1}{r_p}\Delta V_c \end{aligned} \quad (A1.7)$$

ここで,  $h_{21}/h_{11} = g_m$ ,  $1/h_{22} = r_p$

式 (A1.1), (A1.2), (A1.3), (A1.4), (A1.7) より

$$k\Delta V_i = k(g_m r_p R_i / G + R_i / G + r_p)\Delta I_0 + \Delta V_0 \quad (A1.8)$$

ここに,

$$k = \frac{1}{r_p \left( \beta G_\beta g_m + \frac{1}{G r_p} + \frac{g_m}{G} \right)} \quad (\text{A1} \cdot 9)$$

式 (A1・8) は, 図 1 の回路が等価的に図 A 1 のような回路であることを表わしている. これから

$$\frac{\Delta V_0}{\Delta I_0} = r_0 = k \left( \frac{g_m r_p R_i}{G} + \frac{R_i}{G} + r_p \right) \quad (\text{A1} \cdot 10)$$

また

$$\frac{\Delta V_0}{\Delta V_i} = \frac{k R_L}{R_L + r_0} \quad (\text{A1} \cdot 11)$$

となり式 (A1・9), (A1・10), (A1・11) から式 (2・2) が, また式 (A1・9), (A1・10) より式 (2・3) が得られる.

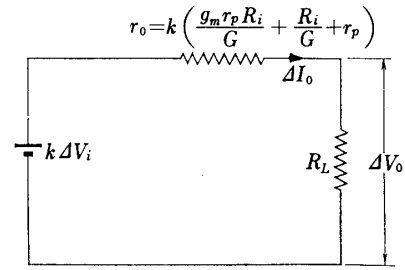


図 A 1 図 1 の等価回路  
 $R_L$ : 負荷抵抗,  $r_0$ : 出力抵抗

## 附録 2

**電圧降下  $\Delta U$  と脈動電圧  $\delta U$**  出力電圧に重畳した脈動電圧  $\delta U$  は, 平滑コンデンサ列が充電される時点について考えればよい. 図 A 2 に示すようにこの時間間隔で各節点に電荷  $Q$  が供給される. その結果平滑コンデンサ列の出力電圧は

$$\delta U = Q \sum_{i=1}^N \frac{i}{C_i} \quad (\text{A2} \cdot 1)$$

となる. ここで  $\delta U$  は直流電圧に重畳した脈動電圧である. この充電の間に平滑コンデンサ列に  $I_g$  によって運び出される電荷  $\varepsilon_2 Q$  は式 (A2・1) では無視してある. もしこの影響を考慮に入れると次式が成立する<sup>1</sup>.

$$\delta U = Q \left[ \sum_{i=1}^N \frac{i}{C_i} - \varepsilon_2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \right]$$

ここで,  $Q = I_g / f$ : 交流電圧の 1 周期に負荷へ供給される電荷

次に変圧器とダイオードの抵抗が無視できるぐらい小さいもの<sup>2</sup>と仮定して, 任意の段数  $N$  に対する電

圧降下  $\Delta U$  を求める (図 A 3). まず  $N$  段において, 平滑コンデンサ列の充電によってコンデンサ  $C_N^*$  からは電荷  $NQ$  が取り去られる. その結果コンデンサ  $C_N^*$  での電圧降下は,

$$\Delta U_{N^*} = \frac{NQ}{C_N^*}$$

となる. 負荷電流  $I_g$  があると  $C_N$  からは逆昇コンデンサ列の次の充電までに電荷  $(1 - \varepsilon_1)Q$  が, またその充電の間には電荷  $(N - 1)Q$  が取り去られる (図 A 4 参照).

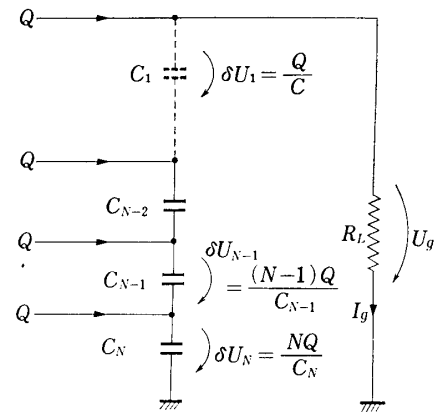
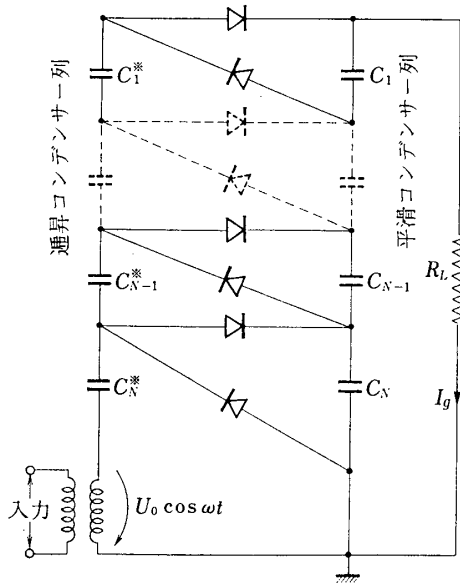


図 A 2 充電の時点における  $N$  個のコンデンサから成る平滑コンデンサ列.

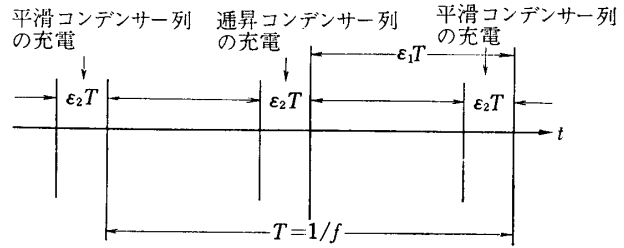
$R_L$ : 負荷抵抗,  $I_g$ : 負荷電流,  
 $U_g$ : 出力電圧

脚注 1  $\varepsilon_1 = 1/2$ ,  $\varepsilon_2 \approx 0$  である. 詳細は参考文献 [3] の p. 28~29 を参照されたい.

2 試作したカスケード電源では, コンデンサによる電圧降下の方が支配的である.



図A3 N段のカスケード電源



図A4 電圧降下を計算するためのもの。  
fは変圧器電圧の周波数

したがって  $C_N$  での電圧降下  $\Delta U_N$  は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta U_N &= \frac{NQ}{C_N^*} + \frac{(1-\varepsilon_1)Q}{C_N} + \frac{(N-1)Q}{C_N} \\ &= NQ \left( \frac{1}{C_N^*} + \frac{1}{C_N} \right) - \frac{\varepsilon_1 Q}{C_N} \end{aligned}$$

これに引続いて起る電荷の逸脱を考慮すると、コンデンサ  $C_{N-1}^*$  での電圧降下  $\Delta U_{N-1}^*$  は、

$$\Delta U_{N-1}^* = \Delta U_N + \frac{NQ}{C_N^*} + \frac{(N-1)Q}{C_{N-1}^*}$$

となる。ここで  $(N-1)Q/C_{N-1}^*$  は、平滑コンデンサ列の充電によって生ずるコンデンサ  $C_{N-1}^*$  における電圧降下であり、また  $NQ/C_N^*$  はコンデンサ  $C_N^*$  における電圧降下であって両者は互いに加算されることになる。これから  $(N-1)$  段での電圧降下  $\Delta U_{N-1}$  は、

$$\Delta U_{N-1} = \Delta U_{N-1}^* + \frac{(1-\varepsilon_1)Q}{C_N} + \frac{(1-\varepsilon_1)Q}{C_{N-1}} + \frac{(N-1)Q}{C_N} + \frac{(N-2)Q}{C_{N-1}}$$

となる。このようにして各段  $(N-2, N-3, \dots, 1)$  の電圧降下  $\Delta U$  はそれらの和として次のように表わすことができる。

$$\Delta U = Q \sum_{i=1}^N \left[ i^2 \left( \frac{1}{C_i^*} + \frac{1}{C_i} \right) - \frac{\varepsilon_1 i}{C_i} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{C_i} \right]$$

付加項  $\sum_{i=1}^N (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/C_i$  は負荷電流  $I_0$  によって平滑コンデンサ列が時間  $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)T$  の間に放電されることを考慮したものである (図A4参照)。