

T-バーナの解析法について

倉谷健治・小竹 進・山下雅道・城田賢止

A Correction on the T-Burner Method

By

Kenji KURATANI, Susumu KOTAKE, Masamichi YAMASHITA
and Kensei SHIROTA

Abstract: To obtain the growth constant of oscillatory combustion of propellants from the data of T-burner tests, a band-pass filter was used to avoid the interference from the disturbances accompanied by an ignition pulse and higher harmonics of oscillatory combustion itself. However, the transient characteristics of the narrow band-pass filter determined by its Q-value is critical to obtain the meaningful value of growth constants. A correction method from the apparent growth constant observed by an arbitral band-pass filter to the true value was proposed.

概 要

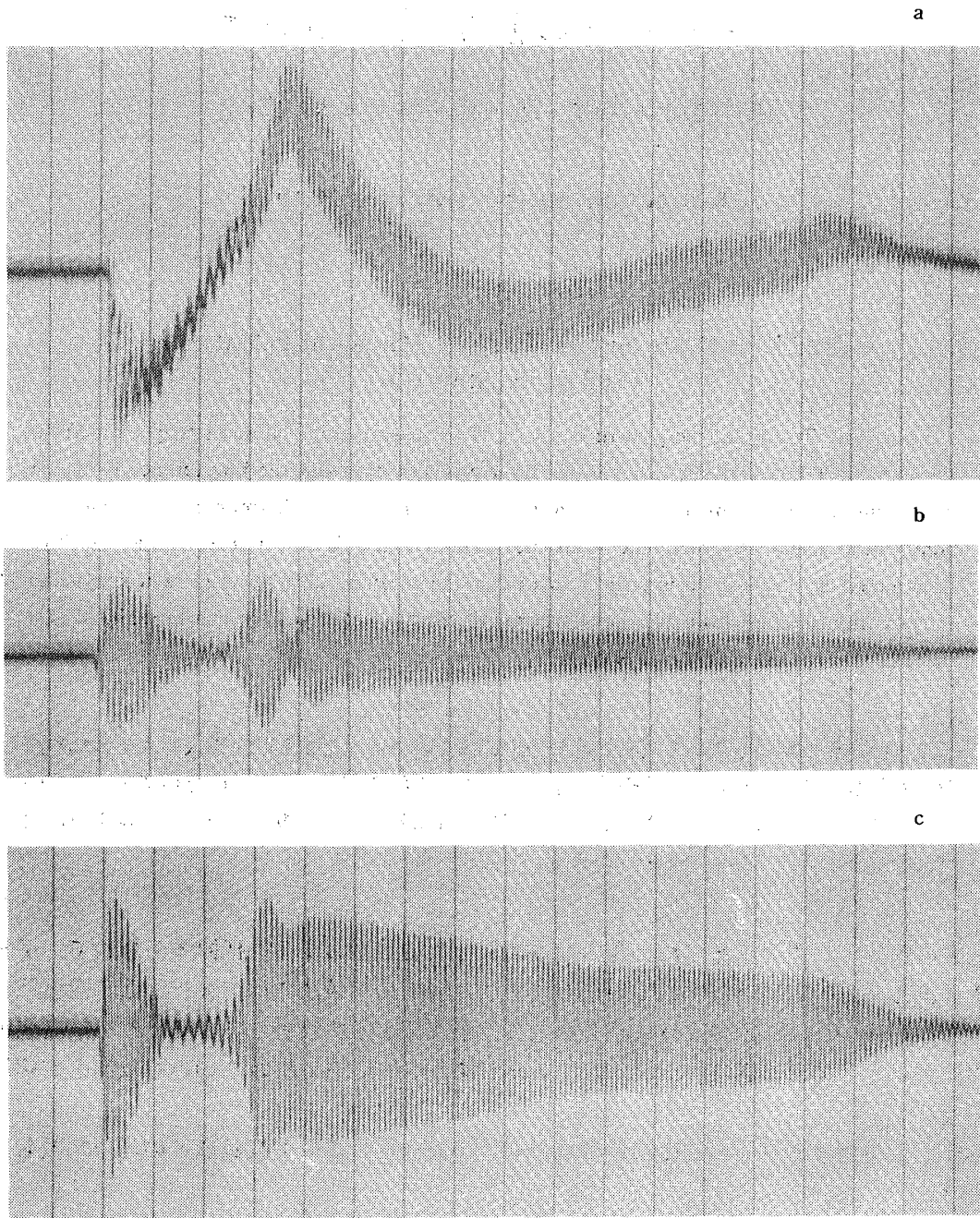
T-バーナの実験結果から振動燃焼の増巾定数を求めようとする時、点火による乱れや高調波の干渉をさけるために、狭帯域フィルタが用いられるが、フィルタのQ値によって振動燃焼の立上り部の様子が左右されるので、実測されたみかけの増巾定数を、フィルタの過渡特性を考慮に入れて補正する必要がある。

推進の組成等に変更があった場合の推進の振動燃焼特性の変化を把握する目的で、T-バーナによる一連の実験がなされているが [1]、現在の実験法では点火に伴う過渡特性のために、Fig.1 a に示すように振動燃焼の立上り部が不明瞭となる。そのため振動燃焼特性の測定に当っては、通常バンドパスフィルタを用いて、ある帯域巾のみを取出して解析される [2]。

しかし、使用するフィルタの通過帯域巾 Δf の大きさによって振動燃焼の増巾定数も影響を受け、

- i) Δf が大きい場合、例えばその極端な例としてフィルタなしとすると、Fig.1 a に見られるように、立上り部は不明となり
- ii) 一方 Δf が狭い場合、余り狭過ぎるとフィルタの過渡特性のため、先行する点火に伴う乱れが長く尾を引き Fig.1 b に示すように、振動燃焼の立上り部にも及び、振動燃焼自体の解析が困難となる。

従って、Fig.1 c に示すように、適当なバンド巾を持ったフィルタを用いる必要がある。振動燃焼の立上り部は



第 1 図

$$p = p_0 e^{\alpha t} \cos \omega t$$

の形で表わされるが、隣り合う p_{max} , p_{min} の差の時間変化は

$$x \equiv [p_{max} - p_{min}] = x_0 e^{\alpha t}$$

で置き換えられる。従って、増巾定数 α のこの系を、ある周波数特性（通過帯域巾 Δf ）のバンドパスフィルタで解析する事は、過渡特性 β の計器でこの現象を解析する事に当る。それゆえ、実測値は

$$dx/dt = \beta [x_0 e^{\alpha t} - x]$$

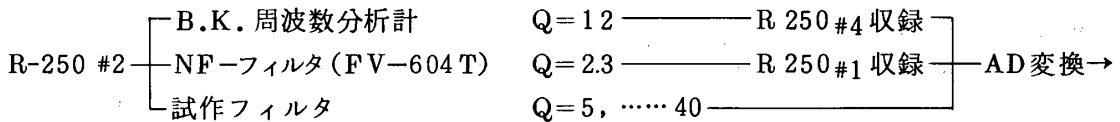
型の緩和曲線となると考えられ、上式を $t=0$ で $x=0$ の初期条件下で解くと

$$x = x_0 [e^{\alpha t} - e^{-\beta t}] / (\alpha + \beta) \tag{1}$$

が導かれる。すなわち、みかけ上の $(p_{max} - p_{min}) = x$ の時間変化は測定系の過渡特性 β にも依存し、みかけの増巾定数 $\alpha_{calc} = d \ln x / dt$ は時間の関数となり、 $t=0$ に近い程、 α_{calc} は大きくなる。従って、測定系の β の値につき、あらかじめ真の増巾定数 α の種々な値について、各時刻でのみかけの増巾定数 α_{calc} と、それを真の増巾定数に補正するための係数 α_{calc} / α を求めておく必要がある。

実 験

T-バーナの実験時における内圧振動をデータレコーダ R-250, #2 に収録し、これを再生して、Brüel-Kjaer 2107 周波数分析計, NF-バンドパスフィルタ, 当研究室試作のQ可変バンドパスフィルタで解析した。



始めに、用いたフィルタの周波数特性より算出したQ（中心周波数 f_0 より 3 db 下った点でのバンド巾を Δf とすると、 $Q = f_0 / \Delta f$ と定義されている）、step 状関数への応答が

$$x = x_0 e^{-\beta t}$$

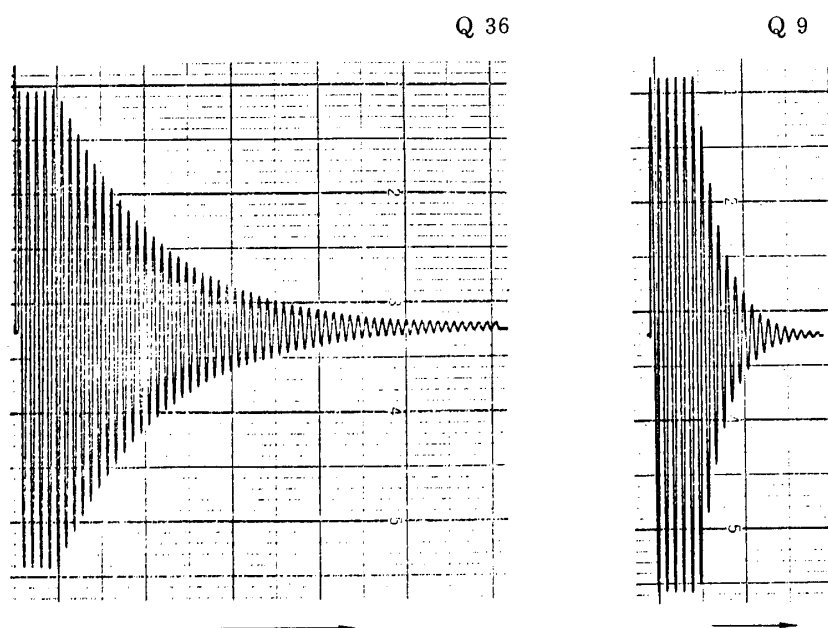
で表わされるとし、実験的に求めた (Fig.2) 過渡特性定数 β を下表に示す。

	NF-FV 640 T*	B.K. 2107**	試作フィルタ***			
Q	2.3	12	36	18	9	5
$\beta \text{ sec}^{-1}$	110	20	6.9	13.9	27	50

* 中心周波数に無関係に $\Delta f = 20 \text{ Hz}$ として使用された。本表の値は $f_0 = 82 \text{ Hz}$ について実測されたもので、中心周波数が異なれば、 Q , β の値も異って来る。

** 森研より拝借した。

*** Qを5段階に切換えられるが、 $Q = 2.5$ は今回使用しなかった。

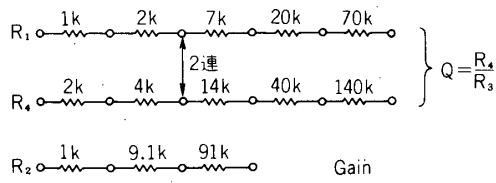
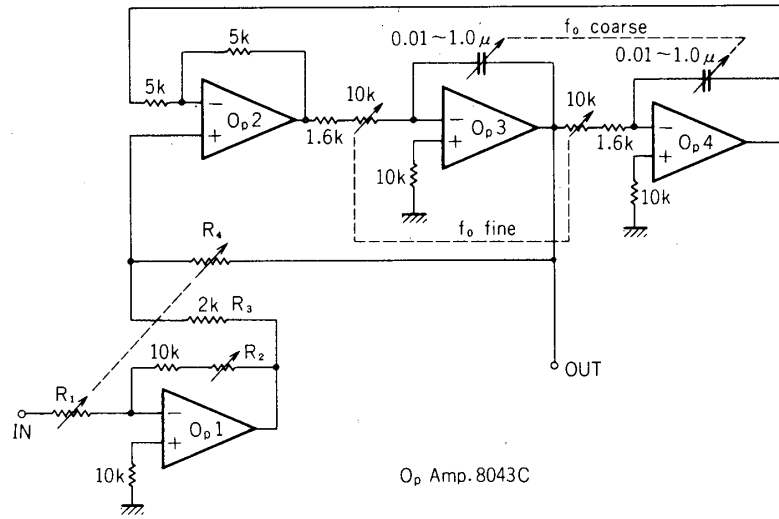


第 2 図

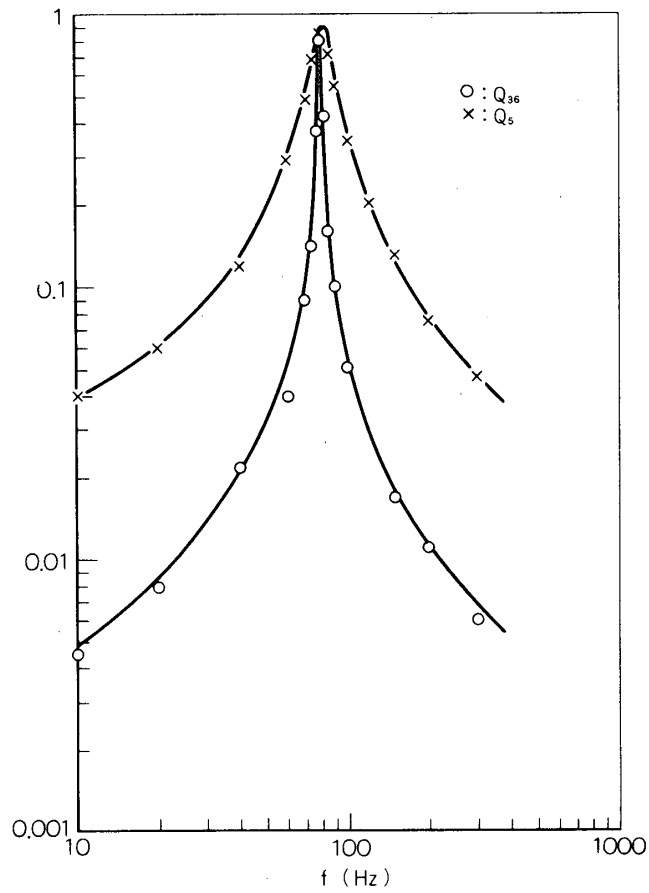
試作フィルタ

試作したバンドパスフィルタ (Fig.3) は、二重積分ループ方式によった。中心周波数を連続可変とし、利得、Q値を含めそれぞれ独立にかえることが容易な点を特徴とする。2つの積分器 OP_3 、 OP_4 と加算器 OP_2 がループを構成する。 OP_1 はQ値をかえた時利得を変化させないよう挿入した。積分の時定数を τ として伝達関数を求めると、 $f_0 = (2\pi\tau)^{-1}$ 、 $Q = R_4 / R_3$ となることがわかる。測定した回路の周波数応答性を Fig.4 に示す。得られたQ値の計算値からのずれは、二連可変抵抗器を使用したため2つの τ の調整が難しいことにもよると思われる。

NF-FV604Tの周波数応答性はハイパスフィルタ、ローパスフィルタの縦続方式であることから、Q値の上限は各フィルタの減衰傾度から規定される。従って、下方シャ断周波数を上方のそれより逆に上に設定すると、Q値はそのままで利得が低下する。



第 3 図



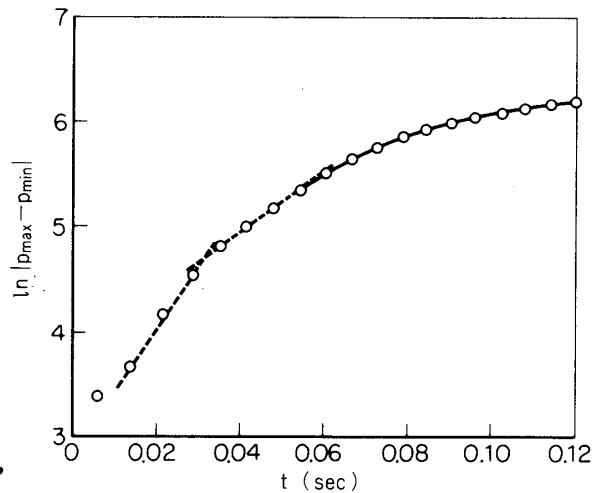
第 4 図

解析プログラム

データ処理装置，日本電子JEC-5はコアメモリ4Kのみが付属しているので，振動燃焼の中心周波数に合わせてサンプリング間隔を適当に規定（最低 $100\mu\text{s}$ ）し，約3600点をADし，コアメモリに貯える。この際，必要な信号のみをADするように，データレコーダは反復再生され，AD開始のタイミングをうまく合わせ，振動燃焼の立上り部を確実に捕える必要がある。このため，コアメモリの内容をDAしてペン書き記録計にてチェックするサブプログラム，および希望通りの信号が収録されている場合には，メモリを空け渡すため，紙テープにその内容を打出すためのサブプログラムを有している。

次にこの紙テープを計算機の読み取り部に向け， P_{max} ， P_{min} の値とその出現時刻を拾い出し，更に隣り合う P_{max} ， P_{min} の差の対数 $\ln|P_{max}-P_{min}|$ をその時点 $(t_{max}+t_{min})/2$ に対して，テレタイプに打出すプログラムで処理する。

最後に，この結果を手動で $\ln|P_{max}-P_{min}| \sim (t_{max}+t_{min})/2$ のグラフに書き，時間の原点を適当に仮定して，ある時間域 $t_1 \sim t_2$ における，みかけの増巾定数 α_{obs} を



第5図

$$\alpha_{obs} = [\ln x_1 - \ln x_2] / [t_1 - t_2] = \Delta \ln x / \Delta t \quad (2)$$

として算出する (Fig.5)。実測値より真の増巾定数 α を求めるには，特定の β の値に対して，先に求めておいた各時刻での補正係数 α_{calc}/α を(2)に乗ずればよい。

T-バーナ解析例

はじめに推奨UP-10'，T-バーナ全長4.5mの次のseriesを解析した。

テスト No	1	2	3	4	30	31
薬長 l_p	60	80	100	120	80	120 mm

解析結果は表1に示されている。

表 1

No	AD No	t ₁	t ₂	β	α	α _{obs}	No	AD No	t ₁	t ₂	β	α _{obs}	α
1	3	0.02	0.05	6.9	31	10	30	25	0.015	0.03	139	59	23
	37	0.04	0.11	13.9	17	11			0.03	0.06	13.9	30	22
	33	0.07	0.13	27	16	15		27	0.03	0.08	27	29	25
	1	0.02	0.04	20	34	15		29	0.02	0.04	20	44	28
		0.04	0.10	20	22	17			0.05	0.07	20	27	24
	2	0.01	0.03	20	50	11		23	0.05	0.09	50	27	27
		0.03	0.09	20	23	16		21	0.08	0.11	110	23	
	20	0.10	0.17	50	14	14	3	39	0.01	0.03	13.9	61	25
	32	0.12	0.18	50	14	14		35	0.05	0.10	27	32	31
	10	0.1	0.2	110	15.6			41	0.015	0.035	20	52	30
	11	0.1	0.2	110	15.8			18	0.07	0.11	50	30	30
	12	0.1	0.2	110	14.8			14	0.08	0.14	110	22	
2	38	0.03	0.07	13.9	35	28	4	40	0.01	0.03	13.9	66	32
	34	0.06	0.10	27	30	29		36	0.02	0.04	27	47	34
	43	0.025	0.05	20	40	30		42	0.01	0.03	20	67	34
		0.015	0.03	20	55	30		19	0.04	0.09	50	32	32
	16	0.03	0.10	50	27	26		15	0.06	0.09	110	28	
	17	0.06	0.10	50	25	25	31	26	0.03	0.04	13.9	45	35
	13	0.06	0.12	110	22			28	0.05	0.08	27	32	30
								30	0.02	0.04	20	52	38
									0.04	0.07	20	36	30
								24	0.07	0.12	50	28	28
							22	0.08	0.12	110	25		

以上の実験結果をまとめると、

i) 時間原点の選定に任意性があり、しかもそれによって補正係数が大きく変動するので客観性に乏しくなる。そのため表1では測定点を外挿して $\ln x = 3.0^*$ の点を $t = 0$ と仮定した。

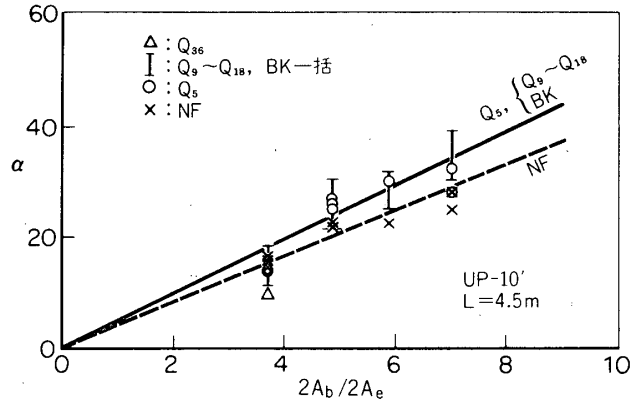
ii) 立上り部ではフィルタのQが大きいと、 $\ln x$ の時間変化は時間原点付近では直線性から著しく外れ、 α_{obs} を正確に求め難い。一方Qが小さいと過渡現象は早期に完了し、直線性の良い部分から容易に α_{obs} を求め得る。しかもNFフィルタ、 Q_5 フィルタ程度ではほとんど補正も必要としない。

ことが指摘される。そこで、NFフィルタ、 Q_5 フィルタ、 $Q_9 \sim Q_{36}$ フィルタ (BKを含む) の3者に大別して、表1の実験結果を整理し、表2およびFig. 6に示す。これから、測定結果はNFフィルタ、 Q_5 以上のフィルタによるものに2分され、結論として、

1) 複雑な補正操作を考えれば、 Q_9 以上の鋭い周波数特性をもつバンドパスフィルタを使用する必要はない。

2) Q_5 以上のフィルタを用いた場合も、補正後は Q_5 の値と一致すること、バンド巾が広過ぎると増巾定数が過少に見積られるおそれのあることから、NFフィルタよりは Q_5 フィルタによる値の方が正確である。

とまとめる事ができる。



第 6 図

表 2

葉長	No.	NF	Q_5	Q_9	Q_{18}	B.K.	Q_9, Q_{18}, BK range	平均
60mm	1	{ 15.6 15.8 14.8	14	15	11	{ 16 11 16 18	11 ~ 18	14
80	2	22	{ 26 25	29	28	{ 30 30	28 ~ 30	29
	30	23	27	25	{ 23 22	{ 28 24	22 ~ 28	24
100	3	22	30	31	25	30	25 ~ 31	29
120	4	28	32	34	32	34	32 ~ 34	33
	31	25	28	30	35	{ 38 30	30 ~ 38	34

* $\ln x = 3.0$ は $P_{max} - P_{min} \div 21$ に当り、最大振巾 1024 の 2% に過ぎず、時間原点に近いと見られる。

なお、NFフィルタは常に $\Delta f = 20 \text{ Hz}$ に一定して使用されているので [1]，中心周波数が高い程 Q が大きくなり， Q_5 フィルタの特性に類似するが，逆に中心周波数が低周波となると Q が小となって， Q_5 フィルタとの差が拡大されると予想される。この点確かめるために No 2 ($TL = 2.5 \text{ m}$, $l_p = 120 \text{ mm}$, $f_o = 183 \text{ Hz}$) と No 36 ($TL = 6.33 \text{ m}$, $l_p = 120 \text{ mm}$, $f_o = 55 \text{ Hz}$) につき解析した結果を表 3 に示すが，ほぼこの予想通りの結果となっている。

また先に述べたように Q が高過ぎると点火パルスが長く尾を引いて，振動燃焼の立上り部に重なり，みかけ上 α_{obs} が小となることが当然予想されるが，表 3 の AD No 54 でもこの傾向が明らかにみられる。

表 3

No	AD No	$t_1 \sim t_2$		β	α_{obs}	α	No	AD No	$t_1 \sim t_2$		β	α_{obs}	α		
12	48	0.03	0.04	13.9	46.5	35	36	51	0.035	0.055	50	46	44		
	47	0.03	0.07	27	41.5	37		52	0.03	0.06	27	51.5	48		
	50	0.05	0.035	20	58.5	34		53	0.02	0.04	13.9	57.5	44		
	46	0.04	0.06	50	35	35		54	0.015	0.03	6.9	67	40		
	49	0.05	0.07	50	35	35			0.03	0.05	6.9	44.5	38		
	45	0.04	0.06	110	36			55	0.03	0.07	110	38			
								56	0.010	0.04	20	67	45		

1975年2月28日 原動機部

参考文献

- [1] 倉谷，和地，城田，白井，佐藤，青木；推葉シンポジウム（昭49.3.25）P59
 [2] F.G. Buffum ら，AIAA J., 5, 272-280 (1967)。

附録 フィルタ回路の過渡特性

フィルタ回路のフィルタ中心周波数を ω_0 ，フィルタ特性を Q とするとき，このフィルタ回路に $P(t)$ なる電圧が印加されるときフィルタ回路の電流 q は一般に

$$\frac{dq}{dt} + 2 \frac{\omega_0}{Q} q + \omega_0^2 \int_0^t q dt = P(t) \quad (\text{A}\cdot 1)$$

と表わされる。 $P(t)$ として

$$P(t) = p_0 e^{\tilde{\alpha} t} \quad (\text{A}\cdot 2)$$

とすると，この式の解は

$$q(t) = \frac{p_0}{(\tilde{\alpha} - \beta_1)(\tilde{\alpha} - \beta_2)} \left[\frac{1}{\beta_1 - \beta_2} \left\{ -\beta_1(\tilde{\alpha} - \beta_2) e^{\beta_1 t} + \beta_2(\tilde{\alpha} - \beta_1) e^{\beta_2 t} + \tilde{\alpha} e^{\tilde{\alpha} t} \right\} \right] \quad (\text{A}\cdot 3)$$

となる。ただし， $t=0$ で $q=0$ ， $\int q dt = 0$ であり，

$$\beta_1 = -\frac{\omega_0}{Q} + i \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}} \quad , \quad \beta_2 = -\frac{\omega_0}{Q} - i \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}$$

増巾定数 α ，周波数 ω の現象を考えると

$$\tilde{\alpha} = \alpha + i \omega \quad (\text{A}\cdot 4)$$

さらに

$$Q^2 \gg 1$$

のフィルタを考えると

$$\beta_1 = -\beta + i \omega_0 \quad , \quad \beta_2 = -\beta - i \omega_0 \quad , \quad \beta \equiv \omega_0 / Q \quad (\text{A}\cdot 5)$$

これらの関係を用いると，式(A・3)は

$$q = \frac{p_0}{\{\alpha + \beta + i(\omega - \omega_0)\} \{\alpha + \beta + i(\omega + \omega_0)\}} \times \left[e^{-\beta t} \left\{ \alpha \left(\frac{\beta}{\omega_0} \sin \omega_0 t - \cos \omega_0 t \right) + \frac{\beta^2 + \omega_0^2}{\omega_0^2} \sin \omega_0 t + i \omega \left(\frac{\beta}{\omega_0} \sin \omega_0 t - \cos \omega_0 t \right) \right\} + e^{\alpha t} \left\{ \alpha \cos \omega t - \omega \sin \omega t + i (\omega \cos \omega t + \alpha \sin \omega t) \right\} \right] \quad (\text{A}\cdot 6)$$

フィルタの過渡特性が問題になるときは、 α 、 β が同じオーダーであり、したがって

$$\frac{\beta}{\omega_0} = \frac{1}{Q} \ll 1 \quad \frac{\alpha}{\omega_0} \ll 1$$

さらに、 $\omega = \omega_0$ とすると式(A・6)は

$$q = \frac{P_0}{2(\alpha + \beta)} (e^{\alpha t} - e^{-\beta t}) e^{i\omega_0 t} \quad (\text{A} \cdot 7)$$

となる。

$$x = |q|$$

とおくときは

$$x = \frac{x_0}{\alpha + \beta} (e^{\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (1)$$

となる。ただし、 $x_0 = P_0/2$ 。