

# Kalman フィルタによる L-4SC-3号機の推力飛しょう中の パラメータ推定について

石谷 久・馬場 康子・飯田 幸栄

Application of Kalman Filtering Algorithm to Evaluate the  
Attitude Reference System of the L-4SC-3 Rocket.

By

Hisashi ISHITANI, Yasuko BABA and Sachie IIDA

**Abstract :** It is well known that the Kalman-Bucy filtering algorithm is most appropriate for estimating the latest state of the system by real time data processing with a digital computer.

It becomes the optimum estimation in the sense that it gives the minimum variance and most likelihood estimator on the following conditions: The system and observation mechanism is represented by linear equations. The corresponding noise follows the normal distribution whose parameters are known beforehand, and used properly in the estimation.

As a matter of course, this can be applied to trajectory estimation of the space vehicle with slight modification, and validity of the method for such purposes has been widely assured. Therefore, in order to estimate the most probable powered flight trajectories of sounding rockets launched at KSC from all the available information about the system state, Kalman filters are applied and formulated with necessary approximations and modifications.

The system is linearized by applying the perturbation around the nominal trajectory and nine state variables are selected taking the properties of the system and quality of the available data into considerations. This filter was used to evaluate the newly adopted attitude reference system of L-4SC-3 rocket launched in September, 1974. The results are shown in this paper and they correspond well with that of telemetry data or a priori information about the system.

If these telemetry data about the attitude or acceleration of the vehicle are provided instantaneously at the launching site in addition to the tracking radar data, the same filter can be applied to the real time trajectory estimation.

As this filter also can be effectively utilized for off-line parameter estimation with iterative computation, we are now extending it to the optimum smoother.

## 要 約

デジタル計算機を用いた実時間処理によりシステムの最新の状態推定を行うためには、Kalman-Bucy フィルタのアルゴリズムが適していることがよく知られている。これは次の条件、即ち、系及び観測機構が線形で対応する雑音が正規分布に従うこと、そのパラメータが既知で推定に正しく用いられていることという条件が満たされている時、最小分散且つ最尤推定量を与えるという意味で最適推定となる。

当然このアルゴリズムはわずかな修正のみで宇宙飛しょう体の軌道推定に応用可能であり、その有効性は広く認められている。以上の理由から利用可能な追跡情報を用いて、KSCにおいて打上げられる観測ロケットの最も確からしい推力飛行中の軌道を推定するため、Kalmanフィルタを適用し、必要な近似と修正により定式化した。系は基準軌道のまわりの摂動により線形化され、システムの性質とデータの質を考慮して9ケの状態量を選択する。このフィルタは1975年8月に発射されたL-4 SC-3号機で新たに採用された姿勢基準系を評価するのに用いられた。その結果は本文に示されるが、対応するテレメータデータ又はシステムに対する事前の情報とよく一致した。

これ等の姿勢、加速度に関するTMデータが追尾レーダデータと共に発射地で直ちに与えられるならば、このフィルタはそのまま実時間軌道推定に用いることが可能である。

このフィルタは逐次計算によるオフラインのパラメータ推定にも有効に利用し得るので、現在これを最適スモータへ改良中である。

## 1. 序 論

従来観測ロケットについては飛しょう後、レーダから得られた情報を基礎に軌道推定が行なわれてきた。ロケットの飛しょう状況を把握するに当ってはレーダ情報の他にも有効な観測データが得られており、これらのデータを個々に分析するだけでなく得られた全情報を利用する総合的な処理により最も確からしい状態推定を行うことが望ましい。特に衛星を軌道投入する為の大型ロケット(M型、L型等)では姿勢制御基準装置が搭載される関係からロケットの姿勢角等、飛しょうの状況の推定に重要な情報が得られていて、これらの情報を照合し軌道推定の精度を高めたり、観測誤差を推定する試みがL-4T-1、L-4S-4、L-4S-5号機等で既に行われていたが、これらの処理を更に統一的行うことが必要になる。

(レーダ・データのみに基づく軌道推定については外乱の少ない自由飛しょう中の軌道要素の推定及び推力方向、推力の大きさを含む推力飛しょう中の軌道推定が行われていて既に飛しょう計画に際し、その情報がフィード・バックされつつある。)

この様な軌道推定は飛しょう後、事後的に利用可能な全情報(観測その他の雑音により必ずしも全部が一致するとは限らない)を集約し適当な評価基準のもとで最も確からしい状態推定を行うことに帰着する。これは広い意味でのData Smoothing(又はパラメータ推定)に他ならず、得られた情報既ち観測値と予想される観測雑音及び飛しょう状況を示す数式モデルと未知のパラメータの予想される分散値を定式化すれば数式上は単純なパラメータ推定問題に帰着する。しかしこの様な数式モデルは一般に未知パラメータが多く、構造式が非線形である為、計算上は計算式が複雑になる他、例えば最小自乗推定の場合の擬逆行列が特異になるといった、かなり本質的な点で非常に困難なものとなる。

以上の点を考慮すると事前情報に基いて適当に軌道の状態方程式及び観測誤差、系雑音等

を仮定して、数式モデルにより与えられる関係式により、その仮定を実データに則して修正して行く逐次推定の手法が計算上特に有利となる。特に数式モデルの中で適当な基準軌道 (nominal trajectory) に相当する部分を取り除いた摂動 (perturbation) モデルにより推定を行うと次の点で計算上著しく有利となる。

1). 相対的に大きな基準軌道に関する成分が除かれて、推定計算は主として誤差に関するものに限られているので相対的に精度が向上する。又、推定項目そのものが陽に得られるから結果に対する理解が容易となる。

2). 摂動により推定の対象となる数式モデルの線形化が可能になり計算、手法共に著しく簡略化される。特に線形モデルの場合に最も適したアルゴリズムと考えられている Kalman-Bucy フィルタ (以後 K-B フィルタと省略する) 等の逐次計算法の適用が可能となる。

本文においてはロケットの追跡データから最も確からしい飛しょう状況を推定する為の実用的手法を検討した結果、飛しょうに関して本質的な情報を与えるレーダの追跡データ、姿勢データ、加速度データを事後的に用いた上述の線形フィルタによって或る程度の成果を得たので、その数式モデルの構成、計算法、結果の一例等を報告する。データ取得の関係で、フィルタも事後処理となっているが、データを得られれば本手法による結果は当然実時間で得られるものである。

なお最終的に目的とするところはフィルタではなく Smoother の開発であって、現在その作業を進めている。

## 2. 前提条件と数式モデルの構成

系の状態方程式と観測構造が完全に定式化されていれば、これを線形化して K-B フィルタ等を適用するのは容易である。しかし周知の如く K-B フィルタ等は単なる数式アルゴリズムであって、これを用いて得られる結果は数式モデルで一意に定まる。従って、その決定即ち数式モデル構成にあたっては利用可能なデータと推定目的を十分明確にし、その意味を損わずしかも計算容易な形にまとめる必要がある。

得られるデータとしては適当な時間間隔 (必ずしも一定の間隔ではない) で与えられる次の項目が推定に対して本質的である。

- 1). レーダ追跡データ (一定地点からの直距離, 方位角, 上下角)
- 2). 姿勢データ (適当な慣性座標系上の機体姿勢 (2軸方向) 角)
- 3). 加速度データ (3次元のデータであるが実質的には機体軸方向のみと考える)

以上のデータは原則としては伝送路の性質に応じて連続的又は等間隔で離散的に得られる。しかしデータ欠損、統計的独立性或いは処理の都合により不等間隔で一度に任意個数のデータが得られると考えるのが適当である。但しこれは一般的パラメータ推定はもちろん逐次推

定に当たっても何等障害とはならない。

推定目的は次の様にまとめられる。

- 1). 実際に飛しようしたと見られる軌跡
- 2). 実際の姿勢角
- 3). 実際の加速度

これは実は上述の取得データに何等かの誤差があることを仮定していることに他ならず、云いかえれば次の項目を推定することに他ならない。

1). レーダの観測誤差 (項目相互間, 時系列間は一応統計的に独立と考える. 更に必要な場合, 確率分布を仮定する.)

2). 姿勢角基準のドリフト及び又は観測誤差 (これはドリフトに関する適当なモデル及び統計的性質を仮定する必要がある.)

3). 加速度計による観測誤差

以上の各誤差の性質を考慮し推力飛しよう中のロケットの運動状態を推定する為, 次の形のK-Bフィルタを構成することにする. フィルタの構成に当たり地球の扁平性による軌道の摂動は考慮しないが, これを計算式に含めることは容易である.

## 2.1 系のモデル

慣性系におけるロケットの運動方程式は, 地球の周辺においては周知の如く [2]

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{X}_2 \quad (\text{a})$$

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{g}(\mathbf{X}_1) + \mathbf{f}_a(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{f}_t(T, \boldsymbol{\theta}) \quad (\text{b})$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{w} \quad (\text{c})$$

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{w}, T) \quad (\text{d})$$

$$\dot{T} = \mathbf{b}(t) \quad (\text{e})$$

という形の微分方程式で表現される。

ここに  $\mathbf{X}_1$ ,  $\mathbf{X}_2$  は各々慣性系 (一般に直交座標系) におけるロケットの位置及び速度を表わす3次元ベクトル,  $\boldsymbol{\theta}$  及び  $\mathbf{w}$  は適当な座標による機体回転角及び角速度を示す3次元ベクトル,  $T$  は推進薬燃焼によりロケットの受ける加速度を表わすものとする。(a), (c) は定義式であるが, (b) は重力, 空力抵抗及び推薬による加速度を表わし, (d) は外力として加わるトルクによる回転角加速度を示す。(e) は推薬燃焼とロケット重量変化により定まる式で, (b)(d)(e) は厳密にはかなり複雑である。

更に物理的因果関係が不明な部分もあって, 適当な前提のもとでの等価式 (工学的なパラメータを導入した近似式) とならざるを得ず, 適当な時変パラメータを用いてはじめて上述の微分方程式に表現される。(これは数式モデルを利用する際に, 必然的に生じる問題である。) この様な状態方程式が現実の事象を完全に記述している場合, 即ち大気密度や空気の移動, 或いはロケットの燃焼やパラメータが既知で定式化されており, しかも実際の再現性も完全

であれば系雑音は0と考えてよい。しかし実際には方程式自体何等かの意味の近似とならざるを得ない上、周知の如く、方程式に含まれない外部状況に因って定まる各種パラメータも再現性にとほしく系雑音を0と考えることは不可能である、(もしこれが完全に既知ならフィルタも不要である。)しかもこの場合、その様な外乱を含んだ結果の一部は、事後的に観測値として直接取得されており、本文における目的は、その観測誤差の推定にある。そこで、飛しょうに関する dynamic model に代って一部の飛しょう状態変数と観測誤差に関する部分のみをモデル化した次式の数式モデルを構成する。

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = \mathbf{X}_2 \tag{1}$$

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = \mathbf{g}(\mathbf{X}_1) + \mathbf{f}_a(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) + T \cdot \mathbf{n} + \mathbf{w}_{x2} \tag{2}$$

$$\Delta \dot{\mathbf{n}} = \mathbf{w}_n \tag{3}$$

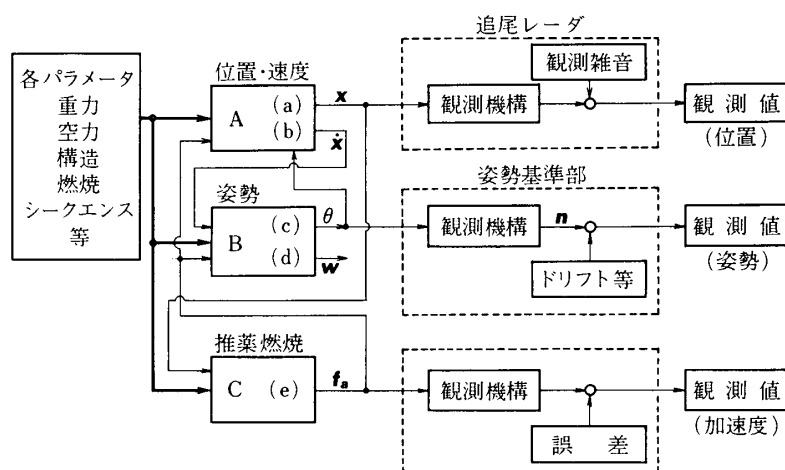
$$\Delta \dot{T} = \mathbf{w}_T \tag{4}$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + \Delta \mathbf{n} \tag{5}$$

$$T = T_0 + \Delta T \tag{6}$$

ここに  $\mathbf{n}$  は、姿勢方向を示す慣性座標系における単位ベクトル、 $T$  は推進燃烧によって飛しょう体を得る加速度と考える。ここでは(c)(d)(e)に関する方程式は、数式モデルに組み込まれず姿勢、推力は外部の状況により定まる変数(外生変数, exogenous variable)と考えられ飛しょう中はドリフトの存在する観測機構によって直接その値が与えられるものと考えている。この観測値を  $\mathbf{n}_0, T_0$  で表わし、ドリフトのモデルが(3)(4)式で示されている。

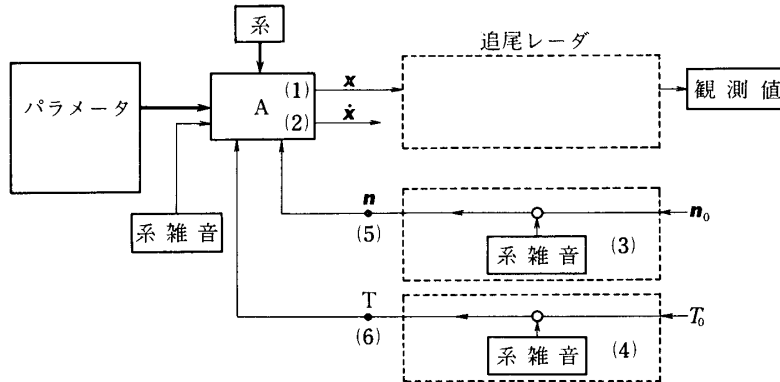
本来の飛しょう体運動モデル((1)~(6))との関係は1-1, 2図に示される



1-1 図 飛しょう運動モデル

加速度の測定誤差は、必ずしも無定位性(ドリフト)とは考えられない。しかし、ここでは本来状態変数であるべき推力による加速度を、外部変数として状態方程式から省いており後述の様に誤差を含む観測値をあてている。従って、これは単なる基準値と考えざるを得ず

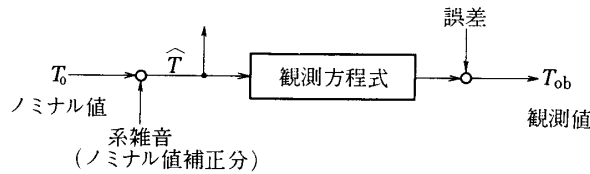
この誤差を吸収する系雑音を考慮する必要を生じ、その意味に忠実なモデル化は、1-3 図となる。この時、 $T_{ob}$  が  $T_0$  に等価であれば、観測雑音は系雑音に等価（適当な関数関係があっても、一意的に対応するの意味）となる。このため、運動方程式に無関係の右側部分を省略した1-2 図を用いたが、推定モデルとしては、二つの雑音は意味が異なり区別するのが適当なので、現在1-3 図に修正中である。



1-2 図 近似モデル

+

+



1-3 図 一般的なモデル

なお(2) 式の空力項に関しては姿勢が大体進行方向を向いていると仮定して計算を簡単化しており、そのずれは、系雑音として記述されている。

K-B フィルタを適用する場合、状態方程式は線形化されている必要があるので、(1)~(6)を適当な基準軌道のまわりで展開した摂動方程式をとることを考える。この場合、摂動項は可能な限り小さく見込まれるものが好ましいので、 $\mathbf{n}$ ,  $T$  に関しては  $\mathbf{n}_0$ ,  $T_0$  を用いることが妥当である。その他の状態量の基準値を  $\mathbf{X}_{10}$ ,  $\mathbf{X}_{20}$ , 摂動分を  $\Delta\mathbf{X}_1$ ,  $\Delta\mathbf{X}_2$  とし、

$$\Delta\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_{10} \tag{7}$$

$$\Delta\mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_{20} \tag{8}$$

とおくと、摂動方程式としては元来線形の(1)(3)(4)は変化せず、(2)式のみは次式で置換えられる。

$$\dot{\Delta\mathbf{X}}_2 = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}_1)}{\partial \mathbf{X}_1} \right|_{\mathbf{X}_{10}} \Delta\mathbf{X}_1 + \Delta T \cdot \mathbf{n}_0 + T_0 \cdot \Delta\mathbf{n} + \mathbf{w}_{x2} \tag{9}$$

ここで式は複雑になるが、状態変化に対する感度の少ない空力項の摂動分は系雑音の中に含めて考える。又(9)式の右辺第一項の $\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}_1)/\partial \mathbf{X}_1$ は、重力 $\mathbf{g}(\mathbf{X}_1)$ が、

$$\mathbf{g}(\mathbf{X}_1) = -\frac{K \cdot \mathbf{X}_1}{|\mathbf{X}_1|^3} \quad \text{但し } K \doteq 398600 \text{ km}^3/\text{sec}^2 \quad (10)$$

であるから

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}_1)}{\partial \mathbf{X}_1} &= -\frac{K}{|\mathbf{X}_1|^4} \left( |\mathbf{X}_1| \cdot E - 3 \cdot \mathbf{X}_1 \cdot \frac{\partial |\mathbf{X}_1|}{\partial \mathbf{X}_1} \right) \\ &= -\frac{K}{|\mathbf{X}_1|^3} \left( E - 3 \cdot \frac{\mathbf{X}_1 \cdot \mathbf{X}_1^T}{|\mathbf{X}_1|^2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

(9)式の右辺第二項の姿勢ベクトルの基準値 $\mathbf{n}_0$ はジャイロ・データ (pitch及びyaw)を座標変換して得られる。ジャイロ・データの自由度は2であるから $\Delta \mathbf{n}$ の計算について次の様な考慮が必要となる。

基準値として与えられたジャイロ・データ (pitch 及び yaw)に必要な座標変換を行って得られる慣性系に於ける姿勢ベクトルの基準値を

$$\mathbf{n}_0 = (n_{0x}, n_{0y}, n_{0z})^T \quad (12)$$

とし、その最大成分を

$$n_{0\max} = \max\{n_{0x}, n_{0y}, n_{0z}\} \quad (13)$$

とする。慣性系に於ける姿勢ベクトル $\mathbf{n}$ は、その基準値 $\mathbf{n}_0$ と差分 $\Delta \mathbf{n}$ の和で表わされ、 $|\mathbf{n}_0| = 1$ 、 $|\mathbf{n}| = |\mathbf{n}_0 + \Delta \mathbf{n}| = 1$ となる。従って $|\Delta \mathbf{n}| \ll 1$ であれば、

$$\mathbf{n}_0 \cdot \Delta \mathbf{n} = 0 \quad (15)$$

となる即ち、

$$n_{0x} \Delta n_x + n_{0y} \Delta n_y + n_{0z} \Delta n_z = 0 \quad (16)$$

自由度を落す為(13), (16)より $n_{0\max}$ の値に応じて $\Delta \mathbf{n}$ の成分の内の1個を次の様に書きかえねばならない。 $n_{0\max} = n_{0i}$  ( $i=x, y, z; j=y, z, x; k=z, x, y$ )の時、

$$\Delta n_i = -\frac{n_{0j}}{n_{0i}} \Delta n_j - \frac{n_{0k}}{n_{0i}} \Delta n_k \quad (17)$$

ここで、9次元状態ベクトル $\mathbf{X}$ 及び系雑音 $\mathbf{w}$ を

$$\mathbf{X} \stackrel{d}{=} (\mathbf{X}_1^t, \mathbf{X}_2^t, \mathbf{n}^t T)^T \quad (18)$$

$$\mathbf{w} \stackrel{d}{=} (\mathbf{o}, \mathbf{w}_{X_2}^t, \mathbf{w}_n^t, \mathbf{w}_T)^T \quad (19)$$

$$Q \stackrel{d}{=} E[\mathbf{w} \mathbf{w}^T] \quad (14)$$

と定義すると、摂動状態方程式は次式で示される。

$$\Delta \dot{\mathbf{X}} = A \cdot \Delta \mathbf{X} + \mathbf{w} \quad (20)$$

ここに  $A$  は次の様な ( $9 \times 9$ ) 次元の行列である。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I & 0 \\ \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}_1)}{\partial \mathbf{X}_1} \right|_{\mathbf{x}_{10}} & 0 & B \\ \bar{0} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

(21) の ( $3 \times 3$ ) 行列  $\left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}_1)}{\partial \mathbf{X}_1} \right|_{\mathbf{x}_{10}}$  は(11) で与えられる。同じく(21) の ( $3 \times 3$ ) 行列  $B$  は(13) で与えられる  $n_{0 \max}$  の値により変化する。

$n_{0 \max} = n_{0x}$  の場合、次の様になる。

$$B = \begin{pmatrix} -T_0 \cdot \frac{n_{0y}}{n_{0x}} & -T_0 \cdot \frac{n_{0z}}{n_{0x}} & n_{0x} \\ T_0 & 0 & n_{0y} \\ 0 & T_0 & n_{0z} \end{pmatrix} \quad (22)$$

以後(20) の  $\Delta \mathbf{X}$  の代りに  $\mathbf{X}$  と書くことにすれば次式が得られる。

$$\dot{\mathbf{X}} = A\mathbf{X} + \mathbf{w} \quad (23)$$

この系に対し次の微分方程式の解で表わされる推移行列  $\Phi(t, t_0)$  を求める。

$$\dot{\Phi}(t, t_0) = A \cdot \Phi(t, t_0) \quad (24)$$

$$\Phi(t_0, t_0) = I \quad (25)$$

(24), (25) の解は十分短い時間間隔  $h$  に対しては次式で近似することができる。

$$\Phi = I + A \cdot h \quad (26)$$

この近似は必ずしも必要ないが、系に外乱  $\mathbf{w}$  を許す推定問題においては誤差は  $\mathbf{w}$  で吸収されるので計算を容易にする上で非常に有効である。

## 2.2 観測のモデル

観測系のモデルは一般に非線形な系であり次式で表わされる。

$$\mathbf{Z} = h(\mathbf{X}_1) + \mathbf{V} \quad (27)$$

ここで

$$R = E[\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}^T] \quad (28)$$

K-Bフィルタを適用する為、(27) も線形近似する必要がある。 $\mathbf{X}_1$  及びこれに対する  $\mathbf{Z}$  の基準値のまわりで展開し線形近似すると次式が得られる。



$$\Delta \mathbf{Z} = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}_1} \right|_{\mathbf{X}_{10}} \cdot \Delta \mathbf{X}_1 + \mathbf{V} \quad (29)$$

(29)の右辺第一項は次の様にして計算される.

$$\mathbf{r} = \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}_{1ob} \quad (30)$$

とする. 但し  $\mathbf{X}_{1ob}$  は慣性系に対する観測点位置である. レーダによる観測値  $\mathbf{Z} = (Z_{range} \ Z_{Az} \ Z_{El})^T$  は(30)により次の様に表わされる.

$$Z_{range} = (r_x^2 + r_y^2 + r_z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (31)$$

$$Z_{Az} = \arctan(r_z/r_y) \quad (32)$$

$$Z_{El} = \arctan[r_x/(r_y^2 + r_z^2)^{\frac{1}{2}}] \quad (33)$$

ところで

$$\frac{\partial h}{\partial \mathbf{X}_1} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{X}_1} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{I} = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}} \quad (34)$$

と表わされる.

ここで  $\partial h/\partial \mathbf{r}$  は次の様な(3×3)行列である.

$$\frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \frac{r_x}{Z_{range}} & \frac{r_y}{Z_{range}} & \frac{r_z}{Z_{range}} \\ 0 & -\frac{r_z}{r_y^2 + r_z^2} & \frac{r_y}{r_y^2 + r_z^2} \\ \frac{(r_y^2 + r_z^2)^{\frac{1}{2}}}{Z_{range}} & -\frac{r_x r_y}{Z_{range}^2 (r_y^2 + r_z^2)^{\frac{1}{2}}} & -\frac{r_x r_z}{Z_{range}^2 (r_y^2 + r_z^2)^{\frac{1}{2}}} \end{pmatrix} \quad (35)$$

以後 (29)の  $\Delta \mathbf{Z}$  を  $\mathbf{Z}$  と書きかえると次式が得られる.

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (36)$$

ここで  $\mathbf{H}$  は(35)の右辺の(3×3)行列の右にさらに(3×6)次元の零行列を付加した(3×9)次元行列である.

### 2.3 基準値の計算

#### ① $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$ の基準値

観測データの最初の10点を座標変換して最小自乗法によって, 次の時間に関する2次式へ回帰させる.

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{a}t^2 + \mathbf{b}t + \mathbf{c} \quad (37)$$

$$\mathbf{X}_2 = \dot{\mathbf{X}}_1 = 2\mathbf{a}t + \mathbf{b} \quad (38)$$

以後これを初期値とし次式で基準値を求める.

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_1 \cdot \Delta\tau \quad (39)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = [\mathbf{g}(\mathbf{X}_1) + T \cdot \mathbf{n}] \cdot \Delta\tau \quad (40)$$

②  $\mathbf{n}$  の基準値

1秒間隔のジャイロ・データを座標変換し慣性系に於ける姿勢ベクトルを求め、これを基準値とする.

③  $T$  の基準値

1秒毎に推力曲線から読んだ値を基準値とする.

④  $\mathbf{Z}$  の基準値

(31)~(33)に $\mathbf{X}_{10}$ を代入して基準値とする.

## 2.4 フィルタの計算

(23), (36)で表わされる動的な系及び観測に対しK-Bフィルタを適用することができる[3], [4]. 計算手順は次の様になる.

- ①  $P_{k-1}, \hat{x}_{k-1}, \Phi_{k-1, k}, H_k$  を計算する.
- ②  $\bar{x}_k = \Phi_{k-1, k} x_{k-1}$  を計算する.
- ③  $P'_k = \Phi_{k-1, k} P_{k-1} \Phi_{k-1, k}^T + Q_{k-1}$  を計算する.
- ④  $K_k = P'_k H_k^T [H_k P'_k H_k^T + R]^{-1}$  を計算する.
- ⑤  $\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k [Z_k - H_k \bar{x}_k - Z_{ok}]$  を計算する.
- ⑥  $P_k = P'_k - K_k H_k P'_k$  を計算する.
- ⑦ 時間を  $\Delta\tau$  だけ進め、②にもどる.

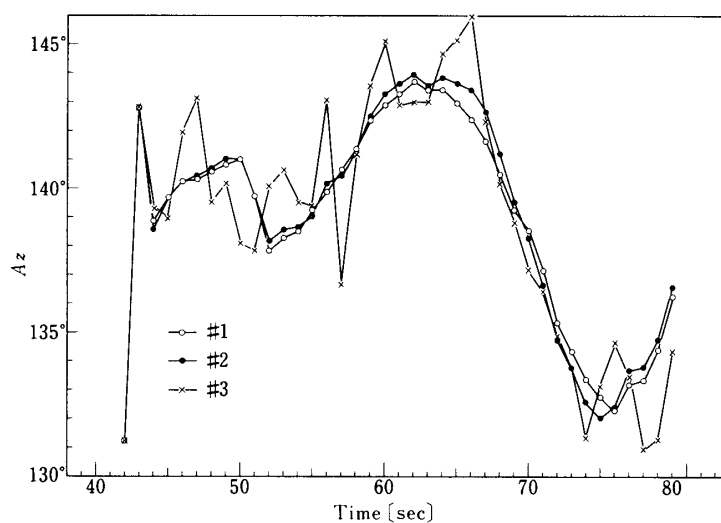
## 3. L4SC-3号機に対する適用例

以上のフィルタは1974年8月に飛しょう実験の行われたL4SC-3号機の第2段飛しょう中の姿勢基準のドリフト及び推力の推定に用いられ、ある程度定性的な結果を得ることができた. このロケットの飛しょう目的の一つに新形の姿勢基準(スピンフリー解析型プラットフォーム略称SFAP)の機能試験の項目があり、従来L-4T-1号機等で行われていた様に姿勢制御後最終段モータの打出し方向を推定軌道から求め、設定値と実際の方向との差から基準部のドリフトを推定する予定であった. しかし飛しょう上のトラブルから実際には最終段モータは点火されず基準部精度は第2段TVC推力軸制御の制御方向を示す実際の飛しょう経路から推定する必要を生じた.

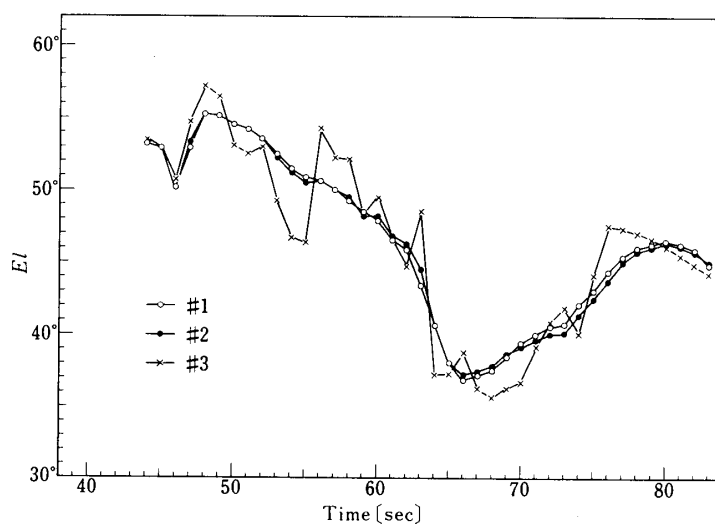
この様な事情から同実験データに上記フィルタを適用した結果を以下に示す. 計算は宇宙研FACOM 230-75を使い倍精度(仮数部61ビット,有効桁10進約18桁)で行った. レーダ

データはKSCのCバンド精測レーダで得られた発射後40.0秒より90.0秒迄0.1秒毎の501個のデータ（直距離，方位角，上下角）を使用した．レーダの観測値の分散 $R$ は次のとおりである．

$$R = \begin{pmatrix} (0.010 \text{ km})^2 & 0 & 0 \\ 0 & (0.020 \text{ deg})^2 & 0 \\ 0 & 0 & (0.050 \text{ deg})^2 \end{pmatrix}$$

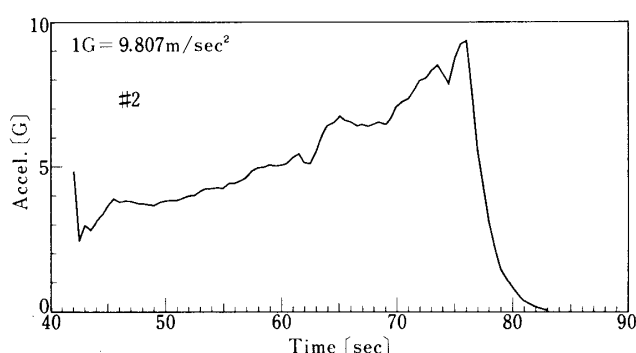


3-1 図 L-4SC-3 第2段推定推力方向 (AZ)



3-2 図 L-4 SC-3 第3段推定推力方向 (E1)

ジャイロ・データはジャイロ曲線から40.0秒より90.0秒迄1.0秒毎の51個のデータ(pitch, yaw)を読んで使用した。ジャイロ設定角はpitch 0.0 deg, yaw 0.0 deg, Az 145.8 degである。推力データは推力曲線から40.0秒より90.0秒迄1.0秒毎の51個のデータを読んで使用した。推力の系雑音の分散としては(推力の基準値の1%)<sup>2</sup>を用いた。姿勢の系雑音の分散は#1(0.00018deg)<sup>2</sup>, #2(0.0018deg)<sup>2</sup>, #3(0.018 deg)<sup>2</sup>の様に大きさを変えて計算した。図3-1, 図3-2に姿勢の系雑音の分散の大きさを変えた場合の推定推力方向(Az, El)の時間に対する変化の様子を示す。又, 図3-3に姿勢の系雑音の分散を(0.0018 deg)<sup>2</sup>とした場合の推定推力の大きさの時間に対する変化の様子を示す。



3-3図 L-4 SC-3 第2段推定加速度

## 5. あとがき

以上示したL4SC-3号機のK-Bフィルタ推定結果は, テレメータ測定値ともよく一致し, これにより, SFAPが $\pm 1^\circ$ 程度の精度を保持していたと推定できる. この結果により, K-Bフィルタは本来の定式化のまま姿勢方向, 加速度推定の目的に十分有効であると考えられる. さらに必要に応じ, real time でこの手法により推定を行うことも可能である.

事後推定の精度向上のためには, このフィルタ推定結果を利用したSmootherが効果的と考えられるが, そのための必要なアルゴリズムについて現在検討を行なっている.

終りにこの推定に利用したデータを提供していただき, また必要な前処理に御協力いただいた観測ロケット実験班のレーダ, CN, 計測各班担当者各位に深謝の意を表します. また計算その他について協力いただいた前田行雄君に感謝する次第である.

## 参考文献

- [1] 石谷, 玉木; オンラインの軌道推定におけるKalman Filterの応用について; 宇宙研報告第8巻2号(A); 1972年4月.
- [2] 秋葉, 松尾, 佐伯; L-3H-1, 2, 3およびL-4S-1, 2の性能計算; 宇宙研報告第3巻1号(B), 1967年3月
- [3] A.H. Jazwinski, Stochastic Processes and Filtering Theory; Academic Press; New

1975年11月 Kalman フィルタによるL-4SC-3号機の推力飛しょう中のパラメータ推定 837

York; 1970.

[ 4 ] H.W. Sorenson; *Advances in Control Systems*, Vol. 3, pp. 219 ~ 292; Academic Press; New York; 1966.