

球型飛行体貫入問題の剛塑性体モデル による解析について

塩 谷 義・河 田 幸 三

On an Analysis of the Penetration of
Sphere Projectiles into Rigid-Plastic Targets

By

Tadashi SHIOYA and Kozo KAWATA

Abstract: The problems on the penetration of rigid spheres into infinitely extended rigid-plastic targets are theoretically studied. Analytical solutions for the penetration resistance are derived from the upper bound theorem and the lower bound theorem based on the assumption of the properly devised kinematically admissible velocity field and statically admissible stress field.

概 要

飛行体が固体に貫入する問題を剛塑性体近似に基づく上下界定理を用いて解析した。飛行体としては球形の剛体を考え、平行な平面で細かく分割した可容速度場、可容応力場を仮定し、貫入抵抗の上限および下限の値を解析的に求めた。

1. ま え が き

高速飛行体が固体に貫入する問題の研究は、種々の発射装置を用いて飛行体 (projectile) や的 (target) の形状や材料を変えた実験が行なわれている [1—12]。一方、解析においては、飛行体の衝突速度の範囲や材料の性質などによりいくつかの仮定を用いて研究がなされている [9—20]。

飛行体の速度が比較的小さく (数 100 m/s 程度)、また、十分に塑性を示す target の場合には、塑性理論による解析が有力な手段の一つと考えられる。飛行体の貫入による弾塑性場の解析には一般に多大の数値計算を必要とする場合が多いが、すべり線場理論に基づく上下界定理による方法は簡単な解析解が得られる場合があり、貫入抵抗等の概算値を求める場合に有利である。しかし、上下界定理による方法も近似のよい解析解の得られる可容速度場、

可容応力場の選択がむずかしく、計算例はほとんど2次元問題に限られてきた。

前報〔20〕においては飛行体が有限厚さの target に貫入する問題についての2次元解析を上界定理を用いて行ない、厚さを変化させた場合の突き抜けに要する衝突速度、運動エネルギーの変化などを求めた。本報では前報の方法をさらに発展させ、球型の飛行体に対する問題を扱い、上下界定理による方法の3次元問題への適用を試みる。

2. 解析方法

飛行体は半径1の剛体球とし、せん断降伏応力 k の理想剛塑性体からみた無限体 target 内を飛行する場合に貫入に要する抵抗値の近似を上下界定理を用いて行なう。

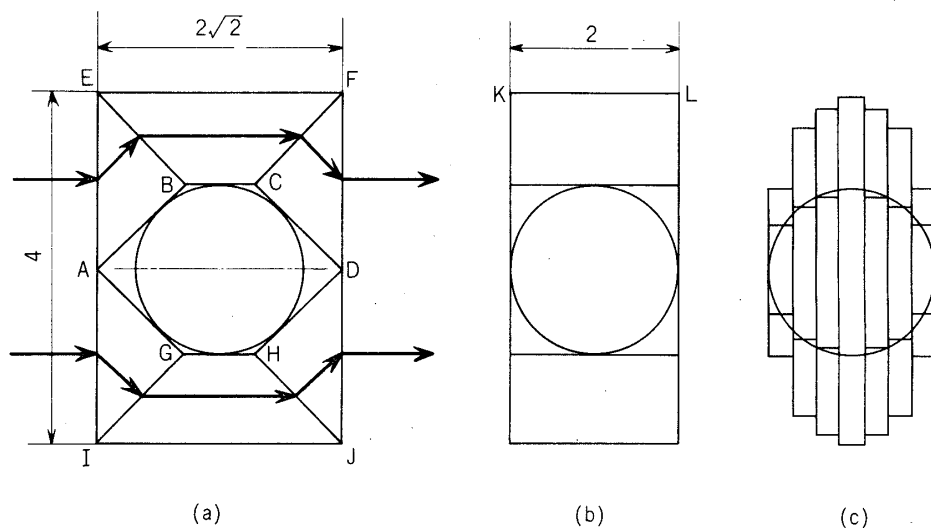
はじめに、可容速度場から得られる上界荷重について扱い、次に、可容応力場を仮定して下界荷重を求める。

2.1 可容速度場による貫入抵抗の上界

無限体 target 内を飛行する球型飛行体まわりの可容速度場を第1図のごとく仮定する。

第1図(a)は左方に貫入する飛行体を静止してみた場合の中心軸を含む流れに平行な断面であり、target 内の物質の流れを太線の矢印で示してある。中心の円に接する六角形の部分は飛行体に付着して飛行する部分と考える。target 内の物質の速度は、飛行体の貫入速度を1とすれば第2図のホドグラフで示される。

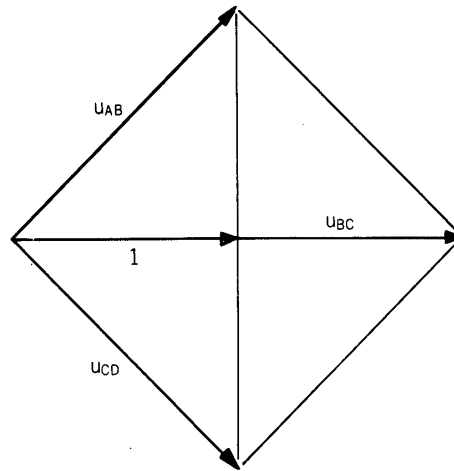
target 内の物質の流れの成分はすべて第1図(a)の紙面に平行であるとする速度場を考えるが、この速度場の紙面に垂直方向には2通りの分布を考え、その比較を行なう。まずはじめに、紙面に垂直方向には球の直径に等しい厚さの分だけ第1図(a)と等しく平行に流れるものとし、その外側の流れは一様流の流れとする。この流れ分布の流れに垂直な断面を



第1図 球型飛行体まわりの可容速度場

(a) 中心軸を含む飛行方向に平行な断面図

(b) (c) 飛行方向に垂直な断面図



第2図 target 内の粒子の速度のホドグラフ

第1図(b)に示す. 飛行体の貫入抵抗 P は前報と同様にして各せん断面の塑性仕事の合計より算出することができる. 第2図のホドグラフより, AB, CD, AG, HD, EB, CF, IG, HJ の各せん断面では速度 $\sqrt{2}$ のせん断であり, BC, GH では2, AE, EF, FD, AI, IJ, JD では1となっており, 又, 第1図(a)の紙面と平行な側面ではすべて速度1のせん断である. 従って貫入抵抗 P は

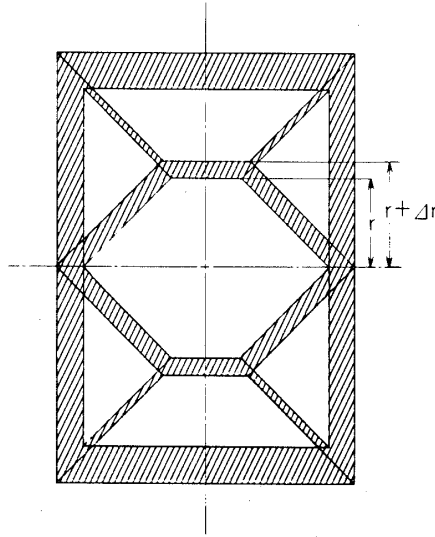
$$\begin{aligned}
 P &= k \{ \sqrt{2} \times (AB + CD + AG + HD + EB + CF + IG + HJ) \times KL \\
 &\quad + 2 \times (BC + GH) \times KL + 1 \times (AE + EF + FD + AI + IJ + JD) \\
 &\quad \times KL + 1 \times EF \times EI \times 2 \} \\
 &= (32 + 40\sqrt{2}) k
 \end{aligned} \tag{1}$$

となる.

次に飛行体の球を飛行路に沿う互に平行な面で細かく分割して無数の円盤の集合と考え, それぞれの円盤の集合と考え, それぞれの円盤について第1図(a)と相似の速度場を仮定する. 第1図(c)に流れに垂直な断面の分割方法を示す. この速度場に対する貫入抵抗 P は, 各円盤についての面内せん断塑性仕事の合計 P_1 と, 各円盤相互間の速度場の差から生ずる塑性仕事の合計 P_2 を加え合せることにより得られる. 前者は, 半径 r , 厚さ Δh の円盤に対する面内せん断塑性仕事は, (1)式の導出過程で得られるように, $12(1 + \sqrt{2})kr\Delta h$ となるから, 半径1の球に対しては

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \int_{-1}^1 12(1 + \sqrt{2})kr\Delta h = 12(1 + \sqrt{2})k \int_{-1}^1 \sqrt{1 - h^2} dh \\
 &= 6(1 + \sqrt{2})\pi k
 \end{aligned} \tag{2}$$

となる. 一方, 後者に対しては, 第1図(a)に相似な速度場の大きさのずれにより生ずるせん断が, 第2図のホドグラフからわかるようにすべて速度1の大きさであるので, 各部分



第3図 各平行面間のすべり領域

のずれによる面積を合計して k をかければ得られる. 半径 r の円盤に対する速度場と半径 $r + \Delta r$ の円盤に対する速度場のずれ部分を第3図の斜線部で示す. この部分の面積 ΔS は Δr の2乗の微少項を除くと

$$\Delta S = 4 \left[2\sqrt{2}(r^2 + 2\Delta r r) - \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)r^2 - (r^2 - \sqrt{2}\Delta r r) - \left\{ \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)r^2 - \Delta r r \right\} \right] = (20\sqrt{2} + 4)\Delta r r \quad (3)$$

であり, 従って

$$P_2 = k \int \Delta S = 2k \int_0^1 (20\sqrt{2} + 4)r dr = (20\sqrt{2} + 4)k \quad (4)$$

となる. 全体の抵抗 P は

$$P = P_1 + P_2 = \left\{ 6(1 + \sqrt{2})\pi + 20\sqrt{2} + 4 \right\} k \quad (5)$$

となる.

(5) 式と (1) 式を比較してみると (5) 式の値の方が小さく, 従ってよりよい上界を与えることがわかる. (5) 式を飛行体の直径 D を用いて書き直せば

$$P = \left\{ \frac{3}{2}(1 + \sqrt{2})\pi + 5\sqrt{2} + 1 \right\} k D^2 \quad (6)$$

となる. 例として $k = 50 \text{ kg/mm}^2$, $D = 5 \text{ mm}$ を上式に代入すれば $P = 2.43 \times 10^4 \text{ kg}$ が得られる.

2.2 可容応力場による貫入抵抗の下界

無限剛塑性体の target 内に置かれて飛行体に対する可容応力場を第4図のごとく仮定する. 図中の各三角形領域における応力状態は一樣とする. $\triangle OBA$, $\triangle OCD$ における主応力はそれぞれ σ_1' , σ_2' および σ_1'' , σ_2'' とし, 図中に矢印でその方向を示してある. $\triangle OAC$, $\triangle ODB$ における主応力 S は AC , BD に平行であり, AC , BD に垂直な応力成分はないとする. また図の紙面に垂直な応力成分もないとする.

OA , OC における力の平衡式および各領域の降伏条件式から σ_1' を求めると [21]

$$\sigma_1' = s \cos^2 \beta (1 + \tan \beta \cot \alpha) \quad \alpha_1 = \frac{\pi}{4} - \beta \quad (7)$$

となり, $s = 2k$ を代入して

$$\sigma_1' = 2k(1 + \sin \beta) \quad (8)$$

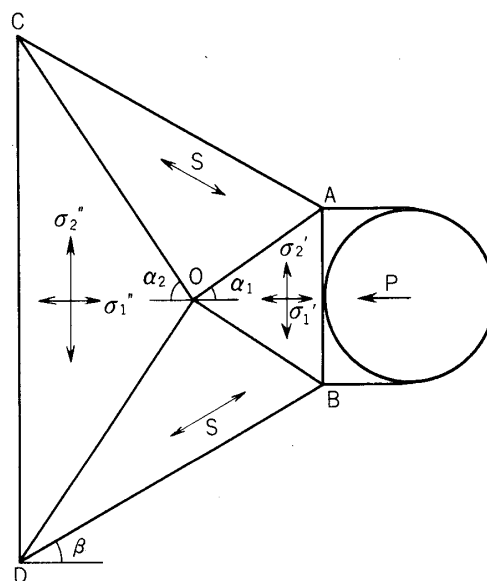
を得る. 貫入抵抗の下界を求めるためには σ_1' を最大にすればよいから, 上式で $\sin \beta \rightarrow 1$ として

$$\sigma_1' = 4k \quad (9)$$

となる. 球状の飛行体に対して前項と同じく第1図(c)のごとく平行面で分割して貫入抵抗 P を求めれば, 球の直径を D として

$$P = \pi k D^2 \quad (10)$$

となる. $k = 50 \text{ kg/mm}^2$, $D = 5 \text{ mm}$ の場合を求めると $P = 3.94 \times 10^3 \text{ kg}$ が得られる.



第4図 球型飛行体に対する可容応力場

3. 考 察

本報では、飛行体の貫入問題の剛塑性体近似による解法を、前報の2次元扱ひから発展させ、球形飛行体の貫入について行った。可容速度場、可容応力場より得られた貫入抵抗の上限および下限の間にはかなりの差があり、この点でよい近似とはいえないが、すべり線場に基づく上下界法の応用は今まではほとんど2次元問題に限られていたことを考えると、球形飛行体に対して解析解の得られた本報の扱ひは今後の研究のために意義が深いと思われる。

高速飛行体の実際の貫入問題においてはその動的効果が大きく、特に高速の場合にはその影響は重要であるが、これらの扱ひにはさらに実験による観察等も考慮して研究を行なう必要があると思われる。

1976年3月31日 材料部

参 考 文 献

- [1] Charters, A.C. and Locke, G.S. Jr., NACA RM A58B26, 1958.
- [2] Summers, J.L., NASA TN D-94, 1959.
- [3] Summers, J.L. and Niehaus, W.R., NASA TN D-137, 1959.
- [4] Denardo, B.P., NASA TN D-3369, 1966.
- [5] Fish, R.H., NASA TN D-4505, 1968.
- [6] Kinard, W.H. and Collins, R.D. Jr., NASA TN D-724, 1961.
- [7] Kinard, W.H. and Collins, R.D. Jr., NASA TN D-726, 1961.
- [8] Huth, T.H., Thompson, J.S. and Van Valkenburg, M.E., J. Appl. Mech, 24 (1957), 65.
- [9] Eichelberger, R.J., J. Appl. Phys., 27-1 (1956), 63.
- [10] 塩谷, 橋本, 河田, 衝撃工学シンポジウム (第1回) 昭49. 110.
- [11] 塩谷, 河田, 橋本, 日本航空宇宙学会第6回年会講演会講演集 昭50. 13.
- [12] 塩谷, 河田, 橋本, 衝撃工学シンポジウム (第2回) 昭50. 84.
- [13] Thomson, W.T., J. Appl. Phys., 26-1 (1955), 80.
- [14] Giere, A.C., AIAA J. 2-8 (1964), 1471.
- [15] Zaid, M. and Paul, B., J. Franklin Inst., 264-2 (1957), 117.
- [16] Paul, B. and Zaid, M., J. Franklin Inst., 265-4 (1958), 317.
- [17] Zaid, M. and Paul, B., J. Franklin Inst., 268-1 (1959), 24.
- [18] Nishiwaki, J., J. Phys. Soc. Japan, 6-5 (1951), 374.
- [19] Grimminger, G., J. Appl. Phys., 19-10 (1948), 947.
- [20] 河田, 塩谷, 東大宇宙研報告, 10-4 B (1974), 829.
- [21] カチャノフ著, 大橋義夫訳, 塑性理論の基礎 (1971), 301.