

小型ロケットのピッチ＝ロールレゾナンス

本間正修・渡辺篤太郎*・松尾弘毅

On the Pitch-roll Resonance Phenomena of Sounding Rocket

By

Masanori HONMA , Atsutarou WATANABE and Hiroki MATSUO

Abstract: To guarantee the stable flight of fin-stabilized sounding rockets, care must be taken against the pitch-roll resonance phenomena which may cause, due to the induced large angle of attack, undesirable attitude disturbance or even vehicle destruction. In this paper, behavior of the angle of attack at near resonance region is analyzed under the assumptions that

1. constant acceleration and constant air density,
2. constant velocity and variable air density.

As the conditions necessary to avoid the roll lock-in (continuation of resonance) is sought, with simulated results.

概 要

観測ロケットのピッチ＝ロール・レゾナンスの問題に関連して、若干の仮定の下に共振点付近での機体の運動の解析を行った。また共振状態が持続するロール・ロック＝イン現象について、それが起こらないための条件を求め、シミュレーション結果との比較を行った。

1. 序 論

観測ロケットが安定飛しょうするためには、機体が十分な静安定性を有することが必要であるが、加えてピッチ＝ロール・レゾナンスの問題を解決しておかねばならない。大気層飛しょう中に機体のロール周期とピッチ周期が一致する期間が存在すると、共振現象により静的なトリム角が増幅されて大きな迎角を生ずることになり、ある場合には機体の破断、さもなくとも姿勢の乱れによって観測に支障を招くことになる。わが国の観測ロケット S-210, S-300 にもこの現象が見られる。もちろん1つの解決法は飛しょう中のスピンをおさえることであるが、尾翼の取付誤差によるナチュラルスピンは不可避であり、小型機の場合ではナチュラルスピンによっても上記の現象が起り得る点に問題がある。そこで現在の方向は、むしろ共振点の存在は不可避なものとして積極的に第1段からスピンを与えて、もっとも有利な状況で共振点を乗り切ることにある。この問題に関連して、本論文では2つの領域 1 等加速度、大気密度一定(発射直後に対応する)、2. 等速度、大気密度変化(燃焼終期に対応する)につ

*宇宙開発事業団

いて共振点付近での迎角の挙動に解析的な検討を加えた。また共振状態が持続するいわゆるロール・ロック=イン (roll lock-in) 現象について、それが起こらないための条件を求め、シミュレーション結果との比較検討を行った。

2. 運動方程式

迎角の挙動を考察するのが主題であるから、重心まわりの運動についてのみ方程式を導く。機体座標系を第2-1図のように定める。重心を原点とし、機軸方向の慣性主軸を \tilde{X} 軸とする。機体座標系は \tilde{Y} 軸と \tilde{Z} 軸に関して回転するが \tilde{X} 軸に関しては回転しない。すなわち、機体が \tilde{Y} (\tilde{Z})軸まわりに q (r)で回転する時、座標系自体も q (r)で回転する。しかし機体が \tilde{X} 軸まわりに p で回転しても座標系自体は回転しない。また α - β 平面は速度ベクトル V に垂直に定義する。次に推力のミスアラインメント、空力中心と \tilde{X} 軸とのずれ、各種の位相角を第2-2(a), (b)図のように定める。

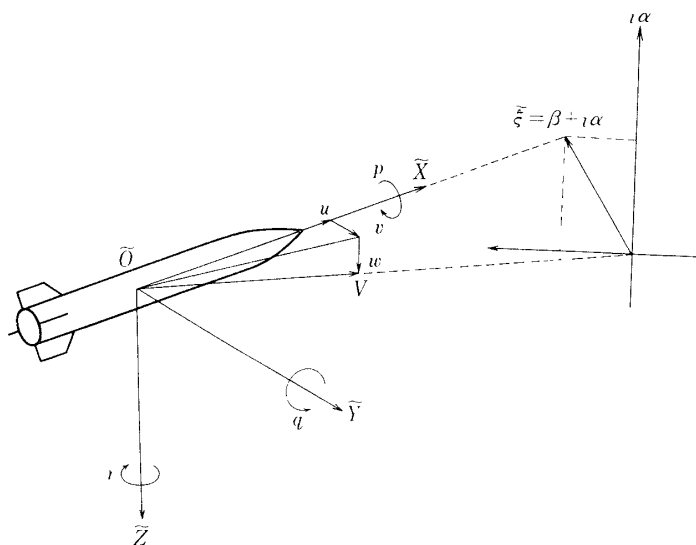
座標系等の諸量をこのように定義するとき、重心まわりにはたらくモーメントは次のようになる。ただし、迎角 $\tilde{\xi}$ および角速度 q, r が微小で、その二次以上の項を省略できる範囲で議論を進める。

i) 空力静安定モーメント \tilde{M}_R

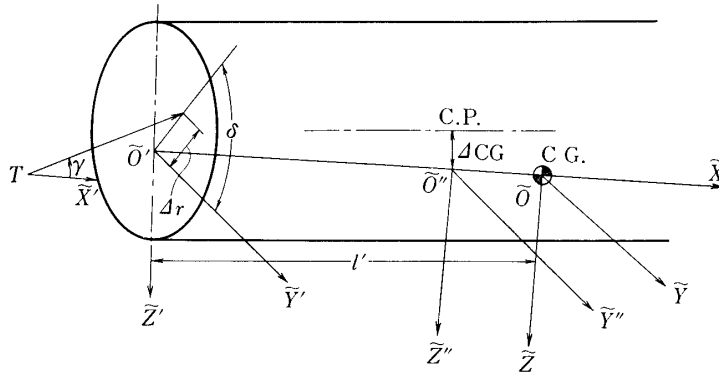
$$\tilde{M}_R = (1/2) \rho V^2 S l C_{M\alpha} (-i \tilde{\xi})$$

ii) 減衰モーメント \tilde{M}_D

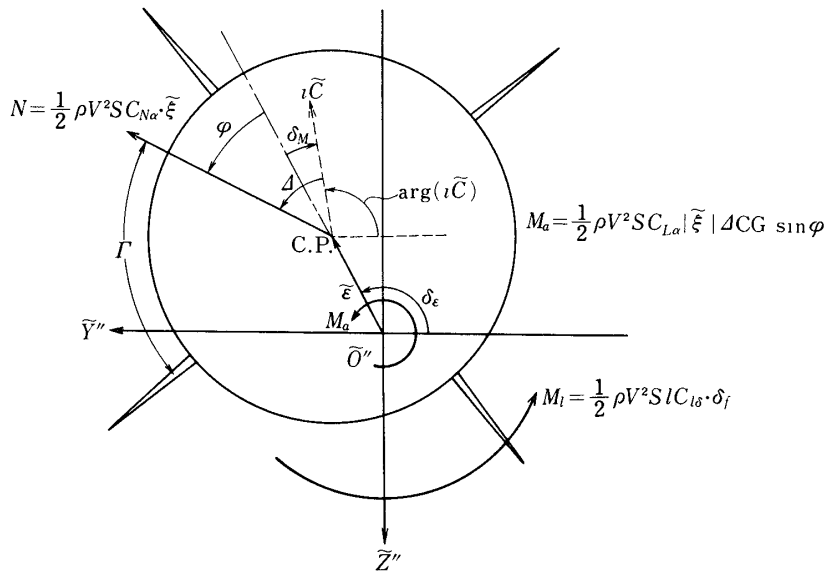
$$\tilde{M}_D = (1/2) \rho V^2 S l \{ C_{Mq} \tilde{\omega} l / V - i C_{M\dot{\alpha}} \tilde{\xi} l / V \}$$



第2-1図 機体座標系



第2-2図(a) ミスアラインメントの定義



第2-2図(b) ミスアラインメントの定義

iii) 尾翼ねじり角によるロールモーメント M_δ

$$M_\delta = (1/2) \rho V^2 S l C_{l\delta} \delta_f$$

iv) ロール減衰モーメント M_d

$$M_d = (1/2) \rho V^2 S l C_{lp} \dot{\phi} l / V$$

v) インデュースト・ロールモーメント(Induced Roll Moment) M_i

$$M_i = (1/2) \rho V^2 S l C_{li} \sin 4 \Gamma$$

尾翼と胴体との空力干渉によって生ずるロールモーメント. ここでは尾翼枚数を4としている

vi) 空力非対称によるモーメント \tilde{M}_A, M_a

$$\begin{aligned}\tilde{M}_A &= (1/2)\rho V^2 S l (C_{m0} + i C_{n0}) \exp(i\phi) \\ M_a &= (1/2)\rho V^2 S C_{N\alpha} \cdot \Delta CG \cdot \sin \phi\end{aligned}$$

\tilde{M}_A は機軸について非対称の場合に生ずるピッチ=ヨー方向のモーメント, M_a は空力中心とX軸とが一致しない($\Delta CG \neq 0$) 場合に生ずるロールモーメントである.

vii) 推力ミスアラインメントによるモーメント \tilde{M}_T

$$M_T = T(l' \tan \gamma + \Delta r) \exp(i\delta)$$

推力の方向のずれと, 着点のずれによって生ずる.

以上を外からはたらくモーメントとし方程式を導くと, ピッチ=ヨー方向について, ($\tilde{\mu} = q + ir$)

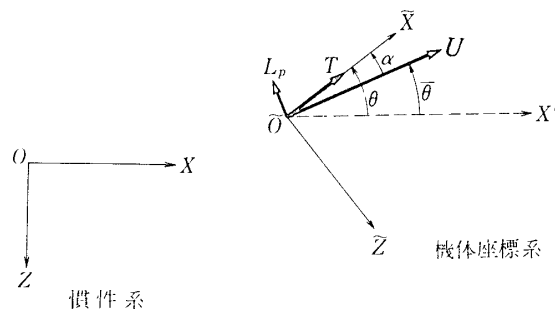
$$I\dot{\tilde{\mu}} - pI\tilde{\mu} = \tilde{M}_R + \tilde{M}_D + \tilde{M}_A + \tilde{M}_T \quad (\text{II-1})$$

ロール方向について

$$I\dot{p} = M_\delta + M_d + M_i + M_a \quad (\text{II-2})$$

を得る. 次に $\tilde{\mu}$ を $\tilde{\xi}$ で表わす 第2-3図により, ピッチ面($\tilde{X}\tilde{O}\tilde{Z}$)において,

$$\begin{aligned}q &= \frac{d\theta}{dt} = \frac{d(\alpha + \bar{\theta})}{dt} \\ &= \dot{\alpha} + \frac{(1/2)\rho U^2 S C_{L\alpha} \alpha + T \sin \alpha}{m U}\end{aligned}$$



第2-3図 迎角と姿勢角

である。ただし重力による径路角変化は緩慢かつ同一方向なので省略する。ヨ一面についても同様に考え、さらに $\alpha \ll 1$ より $\sin \alpha \doteq \alpha$; $v, w \ll U$ より $U \doteq V$ であることを用いると結局、

$$\ddot{\mu} = -i \left\{ \dot{\tilde{\xi}} + \frac{1}{m} \left(\frac{1}{2} \rho V S C_{L\alpha} + \frac{T}{V} \right) \tilde{\xi} \right\} \quad (\text{II-3})$$

と表わされる。これを(II-1)式に代入すると $\tilde{\xi}$ に関する運動方程式が得られ、次のようになる。

$$\begin{aligned} & \ddot{\tilde{\xi}} + \left[\frac{\rho V S}{2m} \left\{ C_{L\alpha} + \frac{T}{\rho V^2 S / 2} - \frac{ml^2}{I} (C_{M\dot{\alpha}} + C_{Mq}) \right\} - i \frac{pI_{\tilde{x}}}{I} \right] \dot{\tilde{\xi}} \\ & - \left[\frac{\rho V^2 S l}{2I} \left\{ C_{M\alpha} + \frac{C_{Mq} l}{mV} \left(\frac{1}{2} \rho V S C_{L\alpha} + \frac{T}{V} \right) \right\} \right. \\ & \left. - i \frac{pI_{\tilde{x}}}{mI} \left(\frac{1}{2} \rho V S C_{L\alpha} + \frac{T}{V} \right) + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{m} \left(\frac{1}{2} \rho V S C_{L\alpha} + \frac{T}{V} \right) \right\} \right] \tilde{\xi} \\ & = i \left\{ \frac{\rho V^2 S l}{2I} (C_{m0} + i C_{n0}) + \frac{T}{I} (l' \tan r + \Delta r) \exp(i\delta) \right\} \exp(i\phi) \quad (\text{II-4}) \end{aligned}$$

ロール方向についても両辺を具体的に書くと次式を得る。

$$\begin{aligned} I_{\tilde{x}} \ddot{\phi} = & \frac{1}{2} \rho V^2 S l \left\{ C_{l\delta} \delta_f + C_{lp} \frac{pl}{V} \right. \\ & \left. + C_{N\alpha} |\tilde{\xi}| \frac{\Delta C G}{l} \sin \varphi + C_{li} \sin 4\Gamma \right\} \quad (\text{II-5}) \end{aligned}$$

以上(II-4), (II-5)の両式がピッチ=ロール・レゾナンスあるいはロール・ロック=イン現象についての基礎方程式である。

3. ピッチ=ロール・レゾナンス

前章で得た運動方程式(II-4), (II-5)は連立微分方程式であり、かつその係数が定数でないことから直接解析するのは困難である。したがって今後種々の簡略化を試みて解析解を求めるが、それらの解は現象をかなり良く説明する。

3.1 ロール方向の運動

迎角が十分に小さく、 $\Delta C G$ が微小である場合には、(II-5)式の右辺第3, 4項が無視できる。さらに、独立変数を t から s に変換して無次元化を行うと次式を得る。

$$\phi'' + \left\{ L + \frac{1}{V} \frac{dV}{ds} \right\} \phi' = Q \quad (\text{III-1})$$

ただし、 $L = (\rho S l^3 / 2 I_{\tilde{x}}) (-C_{lp})$

$$Q = (\rho S l^3 / 2 I_{\tilde{x}}) (C_{l\delta} \cdot \delta_f)$$

である。上式に迎角 $\tilde{\xi}$ が含まれないので、この場合ロール方向の運動はピッチ=ヨー方向の運動に影響されないことがわかる。さて、発射直後の時期を除けば一般に $|(1/V)(dV/ds)| \ll |L|$ が成り立つから、(III-1)式は簡略化されて

$$\phi'' + L\phi' = Q \quad (\text{III-1}')$$

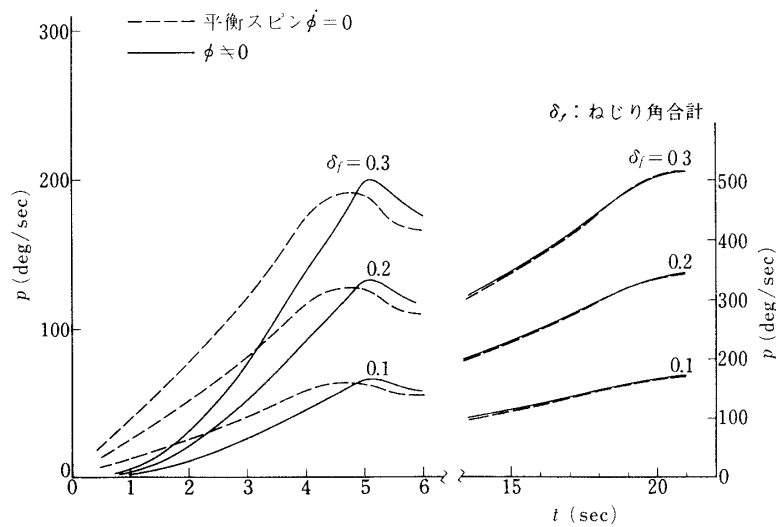
となる。これを $s=s_0$ で $\phi' = \phi'_0$ の初期条件のもとに解く。上式は $d\phi'/ds = L(Q/L - \phi')$ と書け、一般に Q/L の変化は小さくて一定とみなせるので、近似的に

$$\phi' = \frac{Q}{L} + \phi'_0 \exp \left\{ \int_{s_0}^s L ds \right\}$$

という解を得る。 L はダンピングによる係数で負であるから、 s が十分大きくなると、第2項を無視できるようになる。この状態を平衡スピンの言い、無次元化したロール角速度 ϕ' が一定値となる。すなわち、

$$\phi'_{eq} = b_{eq} \frac{l}{V} = \frac{Q}{L} = -\frac{C_{l\delta}}{C_{lp}} \delta_f \div \text{一定} \quad (\text{III-2})$$

となる。 ϕ' がほぼ常に一定値をとることは、 s で無次元化した成果として重要である。第3-1図にシミュレーション結果との比較を示すが、初期を除いてほぼ平衡スピン状態であると言える。迎角あるいは ΔCG の大きさが無視できない場合、状況は複雑になるがそれは4.で扱う。



第3-1図 平衡スピンの成立

3.2 ピッチ=ヨ一方向の運動

ここでは空力係数および機体の諸元を一定と仮定した上で、3種類の状況を設定しおのこのについて運動を論ずる。はじめに等速度、等高度飛しょうをモデル化したもの。次は発射直後の、加速度はもつが高度変化はさして大きくない状況。最後に燃焼終了前後、等速度で高度変化の著しい時期に対応するものの三つである。以上、観測ロケットのようにほぼ垂直に近い発射角をもつことを念頭において分類したが、仮りに水平に発射されるロケットについてなら最初の二つの状況について考えればよい。

a. 定常飛しょう解

解析の第一歩として定常飛しょう、すなわち等速度かつ全係数が定数であるとして(II-4)式を解く。係数のうち時間微分の項はこの仮定より消去される。また各項の大きさを比較すると、 $T/(\rho V^2 S/2) \sim 1$ 、 $-ml^2(C_{Mq} + C_{M\dot{\alpha}})/I \sim 10$ 、 $C_{L\alpha} \sim 10$ 、 $-C_{M\alpha} \sim 1$ 、 $C_{Mq}l/(\rho V S C_{L\alpha}/2 + T/V)/mV \sim 10^{-1}$ ないし 10^{-2} 、 $pI_{\tilde{x}}(\rho V S C_{L\alpha}/2 + T/V)/(mI) \sim 10^{-1}$ ないし 10^{-2} である。これらのうち微小量を省略し、 s で無次元化を行うと次式を得る。

$$\tilde{\xi}'' + \tilde{A}\tilde{\xi}' + \tilde{B}\tilde{\xi} = i(\tilde{C} + \tilde{T}_0) \exp(i\phi's) \quad (\text{III-3})$$

\tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} , \tilde{T}_0 の定義は記号表に示す。上式の特性方程式 $z^2 + \tilde{A}z + \tilde{B} = 0$ の根を z_1 , z_2 とすれば、

$$\begin{aligned} z_j &= \{-\tilde{A} \pm \sqrt{\tilde{A}^2 - 4\tilde{B}}\}/2 \\ &= \{-F + iP \pm [(F - iP)^2 \\ &\quad + 4(D + iPE)]^{1/2}\}/2 \\ &= \lambda_j + i\phi'_j \end{aligned} \quad (\text{III-4})$$

($j=1, 2$)

となる。ここで $\lambda_j < 0$ 、 $\text{sgn}(\phi'_1) = -\text{sgn}(\phi'_2)$ 、無次元化したロール角速度 ϕ' と同符号のものを ϕ'_1 とすれば、一般に $|\phi'_1| \geq |\phi'_2|$ が成り立つ。特にゼロスピン($\phi' = 0$)の場合、次の良く知られた形となる。

$$z_{j0} = \frac{\rho S l^3}{4I} (C_{Mq} + C_{M\dot{\alpha}}) \pm i \sqrt{\frac{\rho S l^3}{2I} (-C_{M\alpha})} \quad (\text{III-4})$$

さて(III-3)式の解を定常飛しょう解であることを明示するために、 $\tilde{\xi} = \tilde{K}$ とおくと、

$$\begin{aligned} \tilde{K} &= K_1 \exp(z_1 s) + K_2 \exp(z_2 s) \\ &\quad + \frac{i(\tilde{C} + \tilde{T}_0)}{(z_1 - i\phi') (z_2 - i\phi')} \exp(i\phi' s) \end{aligned} \quad (\text{III-5})$$

となる。明らかに上式は強制振動と同じ形の解であって、第1, 第2項は $\lambda_j < 0$ より減衰するが、第3項は共振項として大きな値をとりうる。そして実際に迎角の挙動が問題となるのは、共振の場合であることは容易に推定できる。従って \tilde{K} をその第3項のみで近似でき、 z_1, z_2

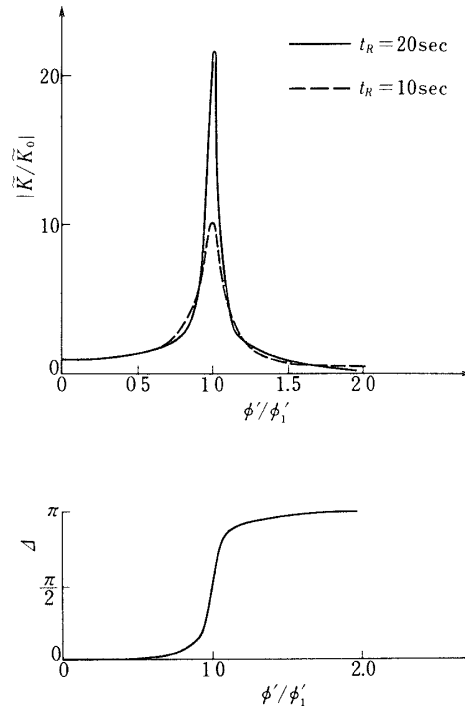
を分解して代入すると,

$$\tilde{K} \doteq \frac{i(\tilde{C} + \tilde{T}_0) \exp\{i(\phi's + \Delta)\}}{\sqrt{\{-(\phi')^2 + P\phi' - D\}^2 + (F\phi' - PE)^2}} \quad (\text{III}-6)$$

となる. ただし Δ は位相のずれで, $\Delta = \tan^{-1}[(PE - F\phi')/\{-(\phi')^2 + P\phi' - D\}]$ である. 特にスピニングしない時 ($\phi' = 0$, 従って $P = 0$) の \tilde{K} を \tilde{K}_0 とすると,

$$\tilde{K}_0 = \frac{i(\tilde{C} + \tilde{T}_0)}{(-D)} = i \left\{ \frac{C_{m0} + iC_{n0}}{-C_{M\alpha}} - \frac{T(l' \tan r + \Delta r) \exp(i\delta)}{\rho V^2 S l (-C_{M\alpha})/2} \right\} \quad (\text{III}-7)$$

となる. 今, $|\tilde{K}/\tilde{K}_0|$ の値を第3-2図に示す. これは典型的な共振曲線で, $\phi' = \phi'_1 = \phi'_R$ のとき最大値をとる. この現象をピッチ=ロール・レゾナンスと言う. つまり, わずかの迎



第3-2図 迎角の共振曲線

角をもって飛しょうを続けている機体が共振点付近で急に大きな迎角をとるわけで, その結果横加速度の発生と姿勢角の乱れをもたらす. また図において共振時 t_R の値として二つ考えると, それに対応する $|\tilde{K}/\tilde{K}_0|$ の値が異なることが示されている. これはロケットの飛しょう径路上, どの点の状況で定常飛しょうを考えるかによって $|\tilde{K}/\tilde{K}_0|$ の値が変化することを示す. 特に共振時の迎角は (III-6) 式に, $\lambda_1 \doteq \lambda_2 = \lambda_R$, $\phi'_1 \doteq -\phi'_1 = \phi'_R$ を代入することにより求まり, それを \tilde{K}_R で表わすと, $|\lambda_R| \ll |\phi'_R|$ であるので次式を得る.

$$\begin{aligned} \tilde{K}_R &= \frac{i(\tilde{C} + \tilde{T}_0) \exp(i\phi'_R s)}{\lambda_R(\lambda_R - 2i\phi'_R)} \\ &\doteq \frac{i(\tilde{C} + \tilde{T}_0)}{|C_{Mq} + C_{M\dot{\alpha}}|} \sqrt{\frac{2I}{\rho S l^3 (-C_{M\alpha})}} \exp\left\{i\left(\phi'_R s + \frac{\pi}{2}\right)\right\} \end{aligned} \quad (\text{III-8})$$

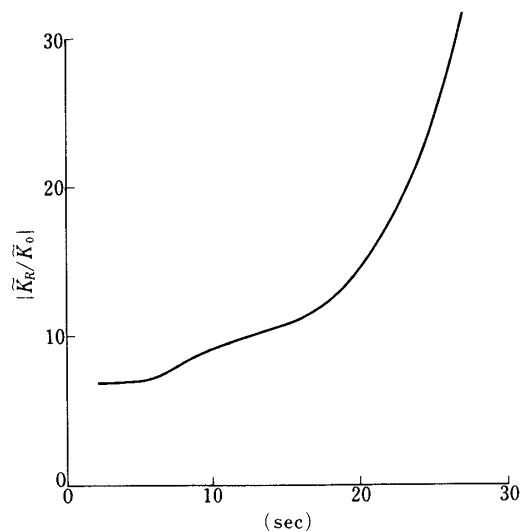
上式から $|\tilde{K}_R|$ が大きくなる要因として次の4つを挙げることができる。

- i) ミスアラインメント量 $|\tilde{C} + \tilde{T}_0|$ が大きい。
- ii) 空力静安定が悪い。($|C_{M\alpha}|$ が小さい。)
- iii) 空力ダンピングが弱い。($|C_{Mq} + C_{M\dot{\alpha}}|$ が小さい。)
- iv) 高空で共振状態に達する。(ρ が小さい。)

次に、あるミスアラインメント量によって生ずる迎角が共振によってどのくらい増大されるかを調べる。 \tilde{K}_R と \tilde{K}_0 との比を考えると、

$$\left| \frac{\tilde{K}_R}{\tilde{K}_0} \right| = \frac{\sqrt{2I(-C_{M\alpha})}}{|C_{Mq} + C_{M\dot{\alpha}}| \sqrt{\rho S l^3}} \quad (\text{III-9})$$

となる。上式を第3-3図に示す。これは発射後のある秒時で共振状態に達したものとして、そこでの迎角の増大率である。発射後、秒時が経過するにつれて増大率が急増するのは、主として前述の iv) の効果による。ただし定常飛しょう解であるから、実際に生ずる増大率よりも数値は大きくなっている。



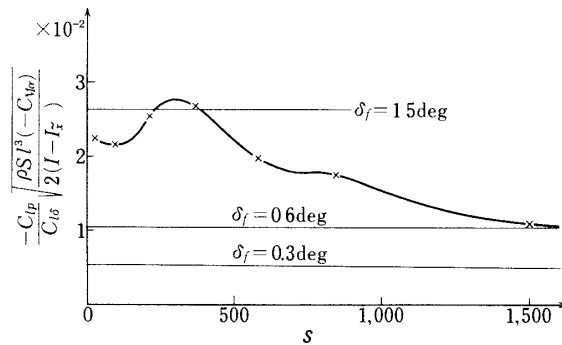
第3-3図 共振時における迎角の増大率, (III-9)式より

次にピッチ=ロール・レゾナンスが起こる条件を求める。共振点に達するまでは迎角の大きさもさほど大きくないから、3-1で述べた平衡スピンの成り立っている。これにもとづいて、 $\phi' = \phi_1'$ が成り立つ条件を求めると、(III-2), (III-4) 式より

$$\delta_f = \frac{-C_{lp}}{C_{l\delta}} \sqrt{\frac{\rho S l^3 (-C_{M\alpha})}{2(I - I_x)}} \quad (\text{III-10})$$

を得る。左辺は尾翼ねじり角，右辺は機体と飛しょう径路が定まれば s の関数として定まる。よってある δ_f が与えられれば共振する時点が決まり，逆にある時点で共振に達するのに必要な δ_f が決まる。(III-10) 式を第3-4図に示すが，直線と曲線との交点が共振点である。

定常飛しょう解は現象を定性的にはよく説明しているが，綿密な考察をするのには不十分である。以下二つの場合に分けて解析を進める。



第3-4図 ピッチ=ロール・レゾナンスの成立条件

b. 等加速度の解

エンジン燃焼中，ロケットは機軸方向に加速されるが，ここではそれが等加速度であると近似する。等加速度，他の諸量は一定というこの近似は，たとえば S-310 ロケットの場合，発射後約10秒以内の範囲で成り立つ。迎角の方程式は(II-4) 式を等加速度という近似から得られる， $V = \sqrt{2Tls/m}$ という関係を用いて， s による無次元化を行う。さらに $\rho S l / (2m) \sim 10^{-3}$ ， $1/s \sim 10^{-2}$ ないし 10^{-3} であることにより $|\rho S l C_{Mq} C_{L\alpha} / (2m)| \ll |C_{M\alpha}|$ ， $|C_{M\dot{\alpha}} / (2s)| \ll |C_{M\alpha}|$ として微小量を省略し整理すると次式を得る [3]。

$$(\sqrt{s}\tilde{\xi})'' + \tilde{A}(\sqrt{s}\tilde{\xi})' + \tilde{B}(\sqrt{s}\tilde{\xi}) = i \left\{ \sqrt{s}\tilde{C} + \frac{\tilde{T}}{\sqrt{s}} \right\} \times \exp(i\phi) \quad (\text{III-11})$$

上式の \tilde{A} ， \tilde{B} は厳密には ϕ' ($\neq \text{const.}$) の関数であるが，ここで考えている範囲では ϕ' の変化による寄与は小さくて無視できる。従って \tilde{A} ， \tilde{B} は定数しかも定常飛しょう解の(III-3) 式の係数と一致する。 z_1 ， z_2 を(III-11) 式の特性根とすれば，解は

$$\begin{aligned}
\tilde{\xi} = & \frac{1}{\sqrt{s}} \left\{ K_1 \exp(z_1 s) + K_2 \exp(z_2 s) \right\} \\
& + \frac{i\tilde{C}}{\sqrt{s}(z_2 - z_1)} \left[-\exp(z_1 s) \int_{s_0}^s \sqrt{t} \exp(i\phi - z_1 t) dt \right. \\
& \quad \left. + \exp(z_2 s) \int_{s_0}^s \sqrt{t} \exp(i\phi - z_2 t) dt \right] \\
& + \frac{i\tilde{T}}{\sqrt{s}(z_2 - z_1)} \left[-\exp(z_1 s) \int_{s_0}^s \frac{\exp(i\phi - z_1 t)}{\sqrt{t}} dt \right. \\
& \quad \left. + \exp(z_2 s) \int_{s_0}^s \frac{\exp(i\phi - z_2 t)}{\sqrt{t}} dt \right] \tag{III-12}
\end{aligned}$$

となる。ピッチ=ヨー方向の固有振動とも言うべき上式 $\tilde{\xi}$ の右辺第1項は $\exp(\lambda, s)/\sqrt{s}$ によって急激に減衰する。つまり突風とかランチャー離脱時のショックなどによって生ずる迎角は、定常飛しょう解では(III-5)式のように指数的に減衰するのに対して、等加速度の場合はさらに $1/\sqrt{s}$ を乗じた(III-1)式の形で急減する。次に \tilde{C} 、 \tilde{T} による効果について考える。共振点付近の迎角の挙動が問題となるのは定常飛しょうと同様である。従って、 $s_0 \ll s$ 、 $s = s_R$ と積分区間を考える。共振点付近において、(III-12)式の積分項のうち z_2 を含む方は $\phi' - \phi_2' \doteq \phi' + \phi_1' \doteq 2\phi_R'$ 、 z_1 を含む方は $\phi' - \phi_1' = \phi' - \phi_R' \doteq 0$ で振動することに注意すると z_2 を含む方を無視できる。なぜなら正負に振動する関数の積分値は一般に小さい。以上より迎角 $\tilde{\xi}$ は z_1 を含む積分項のみで近似できる。そして共振時の迎角を $\tilde{\xi}_R$ として積分を展開すると、

$$\begin{aligned}
\tilde{\xi}_R \doteq & \frac{i\tilde{C} \exp(i\phi_R)}{(z_1 - i\phi_R')(z_2 - i\phi_R')} - \frac{i \exp(z_1 s_R)}{\sqrt{s_R}(z_2 - z_1)} \\
& \times \left\{ \frac{\tilde{C}}{2(z_1 - i\phi_R')} + \tilde{T} \right\} \int_{s_0}^{s_R} \frac{\exp(i\phi - z_1 t)}{\sqrt{t}} dt \tag{III-13}
\end{aligned}$$

となる。上式より、推力ミスアライメント \tilde{T} が迎角におよぼす影響は、共振が初期(s_R が小さい)に起こる場合には大きい、共振が後期(s_R が大きい)に起こる場合には小さくなる。一方、空力的非対称 \tilde{C} の影響は直接 s_R によらない。故に共振が初期に起こる場合は \tilde{C} と \tilde{T} 両方の作用を考えねばならないが、後期に起こる場合は主として \tilde{C} の作用を考えればよい。

等加速度の共振条件は(III-11)式の係数が定常飛しょう解(III-3)式の係数と同じであることより、前出の(III-10)式によって表わされる。ただしその意味することが若干異なる。定常飛しょう解はすでに述べたように、ある一つの状況を取り出して固定化したうえで運動を論じている。従って観測ロケットのように垂直近くに発射されるロケットの運動についていえば、ある一瞬の状況(速度、空気密度、空力係数など)を固定化してそこで考えている。一方、等加速度解では速度変化を認めることによって、近似ではあるが発射後のある期間に

わたる運動を追跡している。(III-12)式での積分項がこのことと対応している。よって尾翼ねじり角 δ_f が(III-10)式の条件をみたすような値をもつならば、速度が変化するにもかかわらず、ある期間にわたって共振状態にある。

たとえば後出の第4-5図、 $\delta_f = 0.9 \text{ deg}$ の場合、発射後約8秒間ロール角速度 ϕ' とピッチ角速度 ϕ_1' とがほぼ同じ値をとり続けている。この共振状態の持続ともいふべき現象の結果、迎角 $\tilde{\xi}_R$ はその状況の定常飛しょう解 \tilde{K}_R の値に近づく。事実、上述の例では $|\tilde{\xi}_R/\tilde{K}_R| = 0.75$ という数値を得る。

以上を要約すると、発射直後の等加速度の時期においては、推力ミスアラインメント \tilde{T} の影響も大きいこと、またピッチ=ロール・レゾナンスが起これば、それは持続して迎角の急増をもたらすこと、この二点である。

c. 空気密度変化の解

尾翼ねじり角 δ_f が小さい場合(ナチュラルスピンの程度; $\delta_f < 0.3 \text{ deg}$)では、共振点はエンジン燃焼終了前後に現われる。従って等速度とみなしてもさしつかえないが、高速であるため高度の変化が大きい。その結果空気密度変化による影響がみられることは十分推測できる。よって以下、空気密度 ρ のみ変化、他の諸量は一定として解析を試みる。

ロール角速度が比較的小さいことより、空気力に対してジャイロ効果が省略できるとして運動方程式をたてると次式を得る。

$$\tilde{\xi}'' + \rho A \tilde{\xi}' + \rho B \tilde{\xi} = (\rho \tilde{C}_0 + \tilde{T}_0) \exp(i\phi) \quad (\text{III-14})$$

ここで ρ を共振点付近で展開する。

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_R \exp\{-\beta_0(z - z_R)\} = \rho_R \exp\{-\varepsilon_0(s - s_R)\} \\ &= \rho_R [1 + \{-\varepsilon_0(s - s_R)\} + \{-\varepsilon_0(s - s_R)\}^2/2 + \dots] \end{aligned}$$

さて系の固有角速度 $\phi_1' \doteq \sqrt{\rho_R B \{1 - \varepsilon_0(s - s_R)\}}$ がロール角速度 ϕ' に等しくなるのを共振と呼ぶのは今までと同じとする。 ρ の展開の第3項までとって漸近法による近似解を求める[5]。固有振動解の減衰は、やはり急であり(III-14)式の解はその特解のみで近似できる。ここで $-\rho_R A/2 = \lambda$, $-\sqrt{\rho_R B} \varepsilon_0/2 = \phi_R''$ とおくと、

$$\begin{aligned} \tilde{\xi} &= \exp\left\{\lambda\left[(s - s_R) - \frac{\varepsilon_0}{2}(s - s_R)^2\right] + i\left[\phi_R' s + \frac{\phi_R''}{2}(s - s_R)^2\right]\right\} \\ &\times \int_{s_0 - s_R}^{s - s_R} \frac{\tilde{T}_0 + \rho_R \tilde{C}_0(1 - \varepsilon_0 t)}{i(\sqrt{\rho_R B}(1 - \varepsilon_0 t) + \phi')} \exp\left\{-\lambda\left(t - \frac{\varepsilon_0}{2}t^2\right) - i\frac{\phi_R''}{2}t^2\right\} dt \end{aligned} \quad (\text{III-15})$$

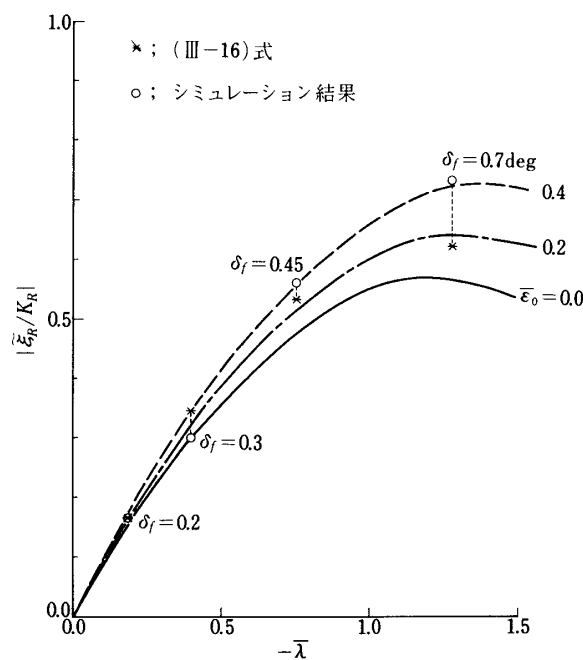
となる。今、共振時($s = s_R$)に注目すると上式の積分項は漸近展開可能である。

$$\left(\quad \right) \times \left| \frac{\phi_R''}{2} \right|^{-1/2} = \left(\quad \right)$$

という変換を行い、定常解(III-8)式との比を求めると、

$$\left| \frac{\tilde{\xi}_R}{\tilde{K}_R} \right| \div \left| \sqrt{\frac{\pi}{2}} \bar{\lambda} \left[\left\{ 1 + i \frac{\bar{\lambda}^2 + \bar{\lambda} \bar{\epsilon}_0}{4} \right\} \exp\left(i \frac{\pi}{4}\right) + i \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ -\bar{\lambda} - \frac{3}{4} \bar{\epsilon}_0 \right\} \right] \right| \quad (\text{III-16})$$

を得る。第3-5図に上式を示す。 $-\bar{\lambda}$ が小さい領域は δ_f が小、すなわち共振点通過時が遅いことと対応している。その領域では実際に等速運動をしているので、シミュレーション



第3-5図 共振点通過時における迎角の増大率(III-16)式より

結果ともよく一致している。逆に $-\bar{\lambda}$ が大きい領域では速度変化が無視できないので解析解の精度は落ちている。空気密度変化の影響は主として、 $\phi_R'' \neq 0$ より共振点を一瞬に通過するため、迎角の大きさが定常解よりも小さくなることにある。なお $|\tilde{\xi}_R|$ 自体の大きさは、 $-\bar{\lambda}$ の値が小さい領域ほど大きくなることに注意しなければならない。なぜならその領域では $|\tilde{K}_R|$ が急増するからである。

さて迎角が最大値をとるのは、 $s = s_R$ ではなく s_R をやや通過した時点においてであるのは、(III-15)式を見れば明らかであるが、普通それらの間に大差がないこと、次章で扱うロール・ロック=イン現象の方が共振点通過後の運動にとって重大であるので、ここでは単に指摘するにとどめる。

4. ロール・ロック=イン

4.1 ロール・ロック=インの定義

実機の観測データにおいて共振点通過後ある期間にわたってロール角速度がピッチ=ヨー角速度と同じ値を保ち、迎角の激増を示しているものがある。これは機体強度の点からも、ミッション達成に必要な姿勢安定の点からも、きわめて好ましくない。

一方、前章で共振時の迎角の大きさについて調べたが、それらはいずれも定常解よりもかなり小さな値となっていた。その理由は共振点を一瞬にして通過してしまうことにある。(III-12), (III-15)式などで積分項の中にピッチとロールの位相角の差が存在しているのはこのことと対応している。仮りに、その位相角の差がなくなる状態が続けば、被積分関数は定符号となり、 $|\tilde{\xi}|$ は単調増加を続け、定常解に近づく。

そこで、このような $\phi' = \phi'_1$ の持続、つまり共振状態の持続現象をロール・ロック=インとよび、本章で説明を試みる。

4.2 ロール・ロック=イン発生条件

ロール方向の方程式(II-5)式右辺において、迎角がある程度大きくなると、その第3, 4項は省略できなくなる。すなわちロール方向の運動とピッチ=ヨー方向の運動とはもはや独立ではなくなり、新たな現象が発生する。今、ロール方向の慣性が小さく(II-5)式の $\ddot{\phi}$ の項を無視できる場合を考える。この近似は発射直後を除いては一般に妥当であり、以下この近似のもとにロール・ロック=インを想定する。共振の持続であるから(II-5)式において $p l / V = \phi'_R = \phi'_1$ となることに注意し、さらに ϕ'_1 に(III-4')式をあてはめ整理すると次式を得る。ただしロール・ロック=イン中の迎角を明示するため、 $|\tilde{\xi}| = |\tilde{\xi}_L|$ とおく。

$$\begin{aligned} C_{N\alpha} |\tilde{\xi}_L| \frac{\Delta CG}{l} \sin \varphi + C_{l_t} \sin 4\Gamma \\ = (-C_{l_p}) \sqrt{\frac{\rho S l^3 (-C_{M\alpha})}{2I}} - C_{l_\delta} \delta_f \end{aligned} \quad (\text{IV-1})$$

右辺はロール角速度が本来の値からずれて、ピッチ角速度と一致し続けるのに必要なロール・モーメントと対応し、左辺は C_{l_t} , ΔCG の存在がそのロール・モーメントを発生しうることを示している。(IV-1)式はまたベクトルの成分の和とみなして、次のように書き直せる。

$$\begin{aligned} & \sqrt{\left(C_{N\alpha} |\tilde{\xi}_L| \frac{\Delta CG}{l} \right)^2 + (C_{l_t})^2 + 2 C_{N\alpha} |\tilde{\xi}_L| \frac{\Delta CG}{l} C_{l_t} \cos(\varphi - 4\Gamma)} \\ & \times \sin \psi = (-C_{l_p}) \sqrt{\frac{\rho S l^3 (-C_{M\alpha})}{2I}} - C_{l_\delta} \delta_f \\ & \ast \sin \psi = \frac{C_{N\alpha} |\tilde{\xi}_L| \frac{\Delta CG}{l} \sin \varphi + C_{l_t} \sin 4\Gamma}{\sqrt{(C_{N\alpha} \dots)^2 + (C_{l_t})^2 + 2 \dots \cos(\varphi - 4\Gamma)}} \end{aligned} \quad (\text{IV-2})$$

$\sin \psi$ の符号は右辺と対応して、ロール・ロック=インが共振点通過前 ($\phi' < \phi_1'$) に発生する時は $\sin \psi > 0$, 通過後 ($\phi' > \phi_1'$) では $\sin \psi < 0$, となる。またロール・ロック=インが持続しうる限界が, $\sin \psi = \pm 1$, ($\varphi = 4\Gamma = \pm\pi/2$) で与えられるのも明らかである。よって, ある範囲内では位相角 φ , Γ が適当な値をとって, ロール・ロック=インを持続させることができるが, (IV-2) 式の右辺の絶対値が大きくなりすぎた場合には, もはやどんな φ , Γ に対しても等号が成り立たなくなり持続させることができない。たとえば共振点から遠く離れた状況でロール・ロック=インが起こりにくいのは, このことと対応している。そこで, 位相角 φ , Γ の関係がどうであろうとも決してロール・ロック=インが起こらない条件を求めれば次のようになる。(IV-2) 式の両辺の絶対値をとり, さらに三角不等式を用いると,

$$C_{N\alpha} |\xi_L| \frac{\Delta CG}{l} + C_{I_t} \leq \left| (-C_{I_p}) \sqrt{\frac{\rho S l^3 (-C_{M\alpha})}{2I}} - C_{I\delta} \delta_f \right|$$

を得る。さらに上式において重心のずれ ΔCG とインデューストロールモーメント C_{I_t} の作用が等価であるので

$$\varepsilon = \Delta CG + \frac{l C_{I_t}}{C_{N\alpha} |\tilde{\xi}_L|}$$

とおけば,

$$C_{N\alpha} |\tilde{\xi}_L| \frac{\varepsilon}{l} \leq \left| (-C_{I_p}) \sqrt{\frac{\rho S l^3 (-C_{M\alpha})}{2I}} - C_{I\delta} \delta_f \right| \quad (\text{IV-3})$$

という。ロール・ロック=インが起こらないための十分条件が得られる。上式の両辺はともに発射後, 時間の関数としては変化するが, この不等式が成立する期間内では決してロール・ロック=インは起こらない。あるいはこの不等式が成り立たない期間内では起こりうるといえる。上式は共振点の前後に関して対称のように見えるが, 実は $|\tilde{\xi}_L|$ の値が共振点通過後に急増することを考えれば, 通過後の方がはるかにロール・ロック=インを起こしやすいといえる。また $|\tilde{\xi}_L|$ はミスアラインメントによる定常つり合い迎角 $|\tilde{K}_0|$ (III-7) 参照) に, すなわち, ミスアラインメント量に比例する。従って (IV-3) 式は, 左辺に $|\tilde{\xi}_L| = k |\tilde{K}_0|$ を代入して,

$$C_{N\alpha} k \frac{|\tilde{K}_0| \varepsilon}{l} \leq \left| (-C_{I_p}) \sqrt{\frac{\rho S l^3 (-C_{M\alpha})}{2I}} - C_{I\delta} \delta_f \right| \quad (\text{IV-3}')$$

とも書ける。このように, ロール・ロック=インの要因として $|\tilde{K}_0| \varepsilon$ の値がきわめて重要である。

また上式の右辺において尾翼ねじり角 δ_f は飛しょう経路に無関係に自由に定め得るが, 一般にその値が大きい程, 不等式が成立する期間が広がる。ただし 3.2. b で述べたような, ある期間にわたってロール角速度がちょうどピッチ角速度と同じであり続けるような δ_f につ

いては注意しなければならない。この場合、左辺において $|\tilde{K}_0|\varepsilon$ の値がかなり小さくても、右辺がほとんどゼロに近いので、ロール・ロック=インと同じ現象となり、迎角の急増が起こる。

次にロール・ロック=イン中の迎角 $\tilde{\xi}_L$ についてくわしく調べる。等加速度状況でのロール・ロック=イン現象は δ_f を共振が起こる（実は持続する。）ようなかなり大きな値に設定する以外、発生しにくい。仮りに起きた場合は、ほぼ定常飛しょう解の迎角 \tilde{K}_R に一致するので $\tilde{\xi}_L \doteq \tilde{K}_R$ とおけばよい。一方 3.2. c で扱った状況でのロール・ロック=インはナチュラルスピン程度の δ_f で起こりうるし、持続時間も比較的長くなり迎角もそれにつれて急増する。以下、この場合について論じる。もはや $\tilde{\xi}_L = \tilde{K}_R$ は成り立たず迎角は (III-15) 式で表わされる。ただし位相角の差は現象の性質上ゼロとおかねばならない。(III-16) 式での $\tilde{\xi}_R$ を初期条件として用いて、

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_L \doteq \tilde{\xi}_R + \exp \left\{ \lambda \left[(s-s_R) - \frac{\varepsilon_0}{2} (s-s_R)^2 \right] + i\phi'_R (s-s_R) \right\} \\ \times \int_0^{s-s_R} \frac{(\tilde{T}_0 + \rho_R \tilde{C}_0) \left(1 - \frac{1}{2} \varepsilon_0 t \right)}{2i\phi'_R} \exp \left\{ -\lambda \left(t - \frac{\varepsilon_0}{2} t^2 \right) \right\} dt \end{aligned} \quad (\text{IV-4})$$

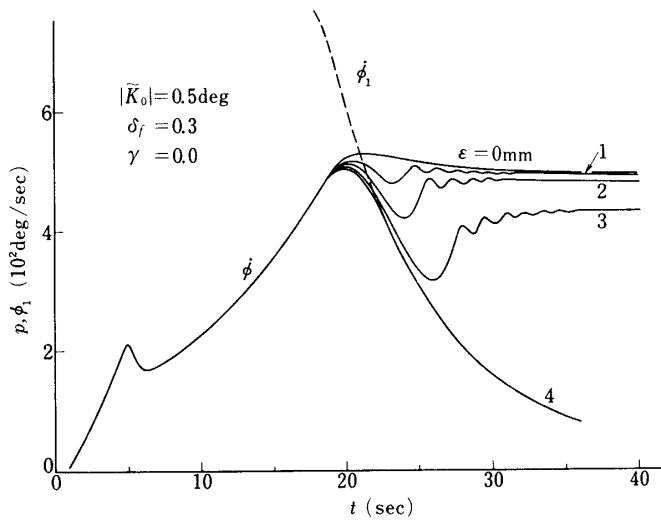
と表わされる。定常解 \tilde{K}_R との比で考えると、若干の計算の後、

$$\begin{aligned} \left| \frac{\tilde{\xi}_L}{\tilde{K}_R} \right| &= \left| \frac{\tilde{\xi}_R}{\tilde{K}_R} \right| + \left| \frac{2\lambda}{\varepsilon_0} \right|^{1/2} \exp \left\{ - \left(\frac{\lambda}{2\varepsilon_0} + \frac{\varepsilon_0}{8\lambda} + \frac{1}{2} \right) \right\} \\ &\times \exp \left\{ \lambda (s-s_R) + \left| \frac{\varepsilon_0 \lambda}{2} \right| (s-s_R)^2 \right\} \\ &\times \int_{x_1}^{x_2} e^{-x^2} dx \end{aligned} \quad (\text{IV-5})$$

ただし、

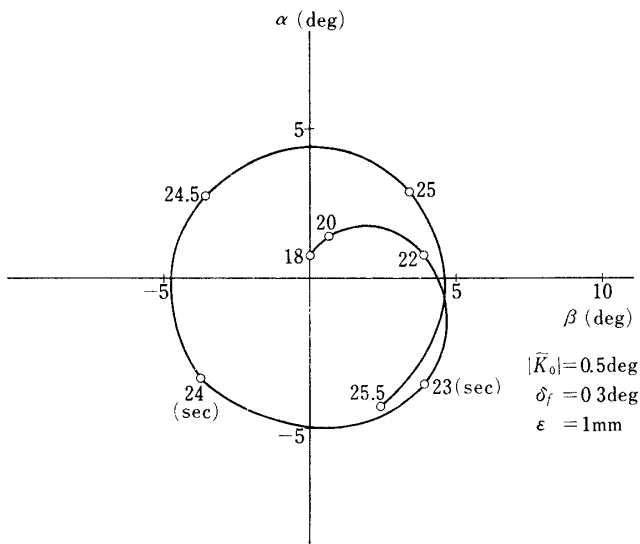
$$\begin{cases} x_1 = - \left| \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \right|^{1/2} + \frac{1}{2} \left| \frac{\varepsilon_0}{2\lambda} \right|^{1/2} \\ x_2 = \left| \frac{\varepsilon_0 \lambda}{2} \right|^{1/2} (s-s_R) + x_1 \end{cases}$$

となる。上式の積分項は誤差関数として既知であるから、 $\tilde{\xi}_L$ の値は容易に求まり、それは単調増加である。最後に (IV-4) 式を (IV-2) 式に代入することによってロール・ロック=インが可能か否かの判定ができる。例を図に示す。第 4-1(a), (b), (c) 図はシミュレーション結果で、(a) は $|\tilde{K}_0|$ 一定で ε を変化させた時のロール角度を示す。 $\varepsilon = 4 \text{ mm}$ で完全なロール・ロック=インを起こしているが、それより小さい ε についても途中までロック=インされている。(b) は $\varepsilon = 1 \text{ mm}$ での迎角の様子で、これは単なる共振による迎角



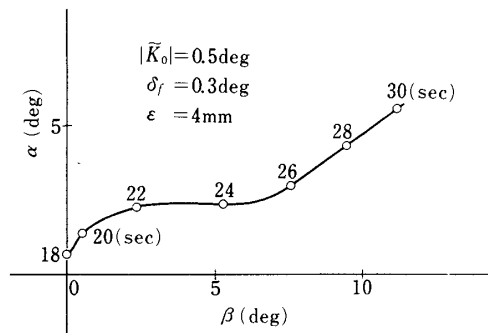
第4-1図 (a)

等価的な重心のずれ ϵ の存在によるロール角速度の変化



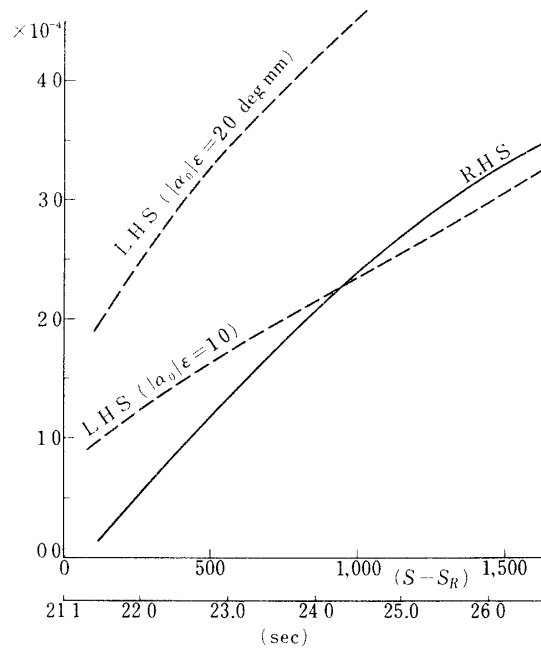
第4-1図 (b)

共振点付近の迎角の挙動 (シミュレーション)



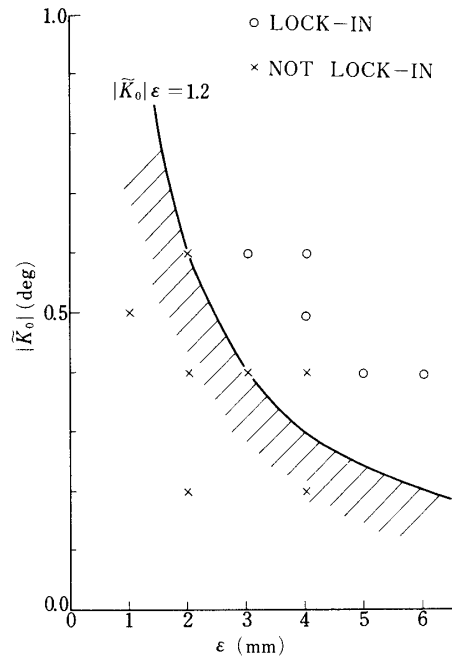
第4-3図

ロール・ロック=イン時の迎角の挙動 (シミュレーション)



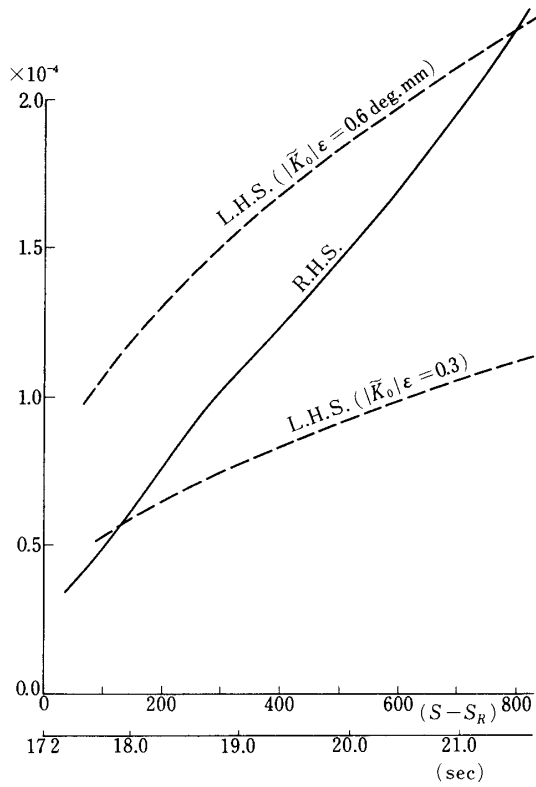
第4-2図 ロール・ロック=イン発生の条件(IV-2),
(IV-4)式より($S=300$, $\delta_f=0.3$ deg)

の増大であって、ロック=インはほとんど起きていない。(c)は $\epsilon=4$ mmで完全にロック=インされ、迎角が単調増加している。迎角の方向が機体に対して固定されているのも、(b)と著しく異なりロール・ロック=インの特徴である。次に(IV-3), (IV-4)式の結果を第4-2図に示す。(IV-2)式の右辺は飛しょう径路と尾翼ねじり角によって定まり、それを実線で表わす。左辺はミスアラインメント量 $|\tilde{K}_0|\epsilon$ をパラメーターとして増減し、それを破線で表わす。不等式より、破線が実線の上側にある期間はロール・ロック=インが起きる。たとえばS-300型について計算すると $\delta_f=0.3$ degの時、 $|\tilde{K}_0|\epsilon=1$ deg \cdot mmでは共振点通過後約3秒間、 $|\tilde{K}_0|\epsilon=2$ deg \cdot mmでは以後全期間にわたってロール・ロック=インが起こる。図より境界値として $|\tilde{K}_0|\epsilon=1.2$ deg \cdot mmが得られ、それ以上の値では全期間ロール・ロック=インとなることがわかる。第4-3図にシミュレーション結果を示すが、 $|\tilde{K}_0|\epsilon=1.2$ deg \cdot mmという境界値はかなりよい精度を持つことが確認される。第4-4図には新たな機体S-310についての計算を示す。製作精度の向上を考慮に入れて、 $|\tilde{K}_0|\epsilon=0.3$ および0.6の場合を想定すると、やや積極的にスピンをかける($\delta_f=0.45$ deg)ことによって、ロール・ロック=イン現象を避けることが可能といえる。第4-5図にシミュレーション結果と、実機データを示す。ロール角速度 $\dot{\phi}$ はほとんどピッチ角速度 $\dot{\phi}_1$ と独立であって、共振点通過後は迎角の大きさが減少することが予想される。そして第4-6図に横加速度の実機データを示すが、横加速度が迎角の大きさ、方向と対応することを考えると、共振点前後の迎角の挙動が解析解、あるいは第4-1図(b)とよく一致している。



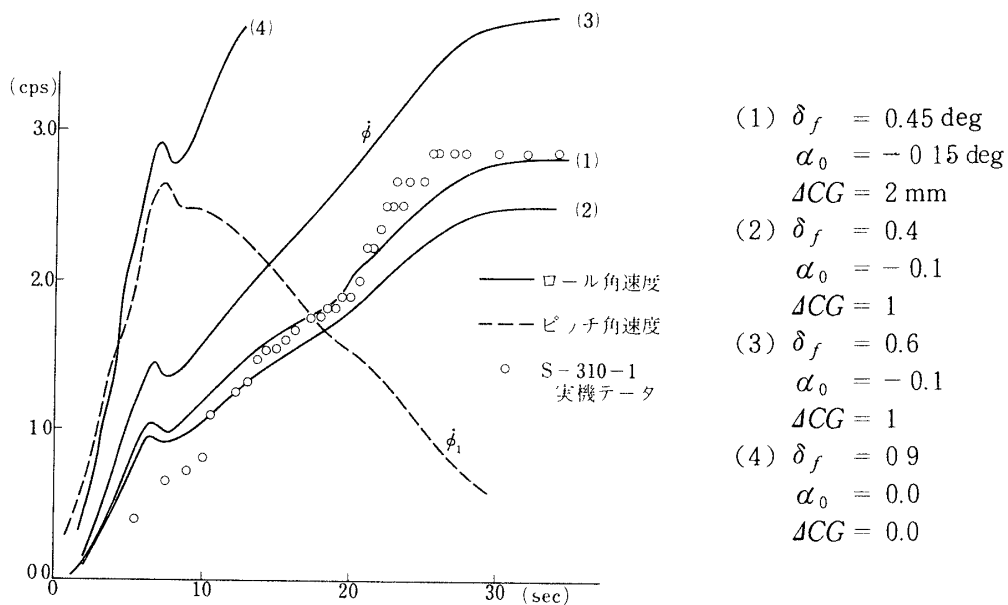
第4-3図

完全なロール・ロック=インの成立条件 ($S=300 \text{ deg}$, $\delta_f = 0.3 \text{ deg}$)

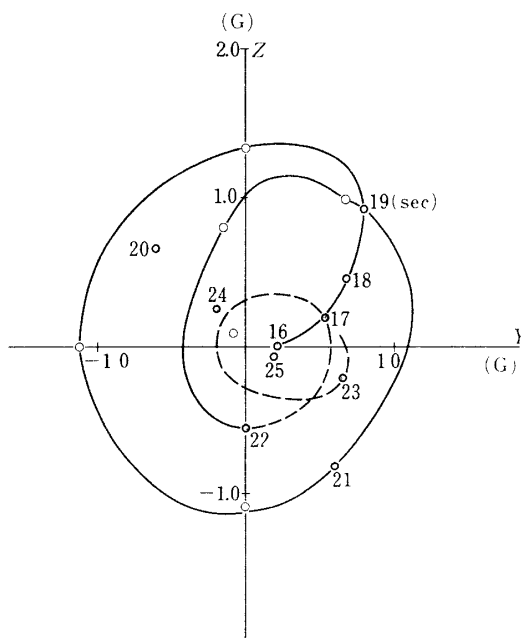


第4-4図

ロール・ロック=イン発生条件 ($S=310$, $\delta_f = 0.45 \text{ deg}$)



第4-5図 S-310-1 のロール角速度



第4-6図 S-310-1 の横加速度データ

5. 実機との対応

まずミスアラインメント量のオーダーについて述べる。実機の精度試験によると重心のずれは普通、 $\Delta CG < 1\text{mm}$ である。一方インデューストロールモーメントによる寄与は ΔCG と同じオーダーか、それより多目であるのは知られているが [7]、我が国の機体については具体的な数値が得られていないので、やむをえず等価量 ε の中に含ませている。この C_{Li} の正確な推定は今後の課題である。空力的非対称 \tilde{C} および推力ミスアラインメント \tilde{T} によるトリム角 $|\tilde{K}_0|$ の値は、両方とも 0.1deg のオーダーである。これらの数値は各機体ごとランダムに分布しており、解析にあたっては安全な側をとらねばならない。

さて、制御できる量として残されたのは発射角と尾翼ねじり角 δ_f であるが、発射角はミッションから定まり結局 δ_f のみが残る。そこで、 δ_f をパラメーターとして状況を分類すると次のようになる。

- (i) $\delta_f \rightarrow 0$ をめざす。ナチュラルスピンによって高空でピッチ=ロール・レゾナンスに達する。動圧が小さいので横加速度は小さいが、ロール・ロック=インの可能性もあり、姿勢角は大きくくずれやすい。
- (ii) $\delta_f \sim 0.5\text{deg}$ 。比較的迎角は小さいが、普通、動圧最大付近でピッチ=ロール・レゾナンスとなり、横加速度がある程度発生するのはまぬがれない。
- (iii) $\delta_f \geq 1.0\text{deg}$ 。発射直後、複数回ピッチ=ロール・レゾナンスを起こすおそれがある。また大きすぎるスピンはミッション上から好ましくないことがある。

以上のことを考慮しつつ実機を設計しなければならない。たとえば S-310-1 では $\delta_f = 0.7\text{deg}$ (実測値 0.6deg) とし、姿勢の安定をはかっている。この際に発生した横加速度は第 4-6 図のとおりである。

6. 結 論

ピッチ=ロール・レゾナンスという現象は小型ロケットではほぼ避けることができない。本論文ではその際に発生する迎角を三つの状況について求めた。すなわち定常解 (III-8) 式、等加速度解 (III-13) 式、空気密度変化解 (III-16) 式である。特に (III-16) 式が重要である。共振時の迎角を小さくおさえるには

- (i) ミスアラインメント量 $|\tilde{C} + \tilde{T}|$ を小さく。
- (ii) 空力安定を良く ($|C_{M\alpha}|$, $|C_{Mq} + C_{M\dot{\alpha}}|$ を大きく.)
- (iii) 適当なスピンを積極的にかける。

以上の3点に留意しなければならない。(i) は機体ごとランダムに分布する。(ii) は容易に設計に組込める。(iii) は尾翼ねじり角 δ_f を適当につければ良い。

共振の持続状態、ロール・ロック=インはピッチ=ロール・レゾナンスの後に発生し、時によっては危機的状态に導く。ロール・ロック=イン成立の判定条件は (IV-2), (IV-4) 式より求めることができる。適当に δ_f をとり、機体にスピンをかけるのが最も効果的な対応策である。

7. 謝 辞

秋葉燎二郎教授からは、本稿全体にわたり適切な助言をいただきました。空力係数に関する

る諸量は雛田元紀助教授に負うところ大です。また秋葉研究室の上杉邦憲氏、高野雅弘氏からも協力していただきました。

本稿を終えるにあたって、これらの方々に心から感謝いたします

1975年12月20日 新設部(工学)

記 号

$$A = (Sl/2m)[C_{L\alpha} - (ml^2/I)(C_{Mq} + C_{M\dot{\alpha}})]$$

$$\tilde{A} = F - iP$$

$$B = (Sl^3/2I)(-C_{M\alpha})$$

$$\tilde{B} = -D - iPE$$

$$\tilde{C} = (\rho Sl^3/2I)(C_{m_0} + iC_{n_0})$$

$C_{m_0} + iC_{n_0}$; 機体の非対称性によって生ずるモーメント係数

$$D = (\rho Sl^3/2I)C_{M\alpha}$$

$$E = (\rho Sl/2m)C_{L\alpha}$$

$$F = (\rho Sl/2m)[C_{L\alpha} - (ml^2/I)(C_{Mq} + C_{M\dot{\alpha}})]$$

I , $\tilde{Y}(\tilde{Z})$ 軸まわりの慣性モーメント ($I_{\tilde{y}} = I_{\tilde{z}} = I$)

$I_{\tilde{x}}$; X 軸まわりの慣性モーメント

$$i = \sqrt{-1}$$

\tilde{K} , 定常解における迎角

$$L = (\rho Sl^3/2I_{\tilde{x}})(-C_{l_p})$$

l , 機体長

l' , 推力着力点と重心との距離

$$P = (I_{\tilde{x}}/I)(pl/V)$$

$p = d\phi/dt$; ロール角速度 (\tilde{X} 軸まわり)

$$Q = (\rho Sl^3/2I_{\tilde{x}})(C_{l\delta} \cdot \delta_f)$$

q ; ピッチ角速度 (\tilde{Y} 軸まわり)

r , ヨー角速度 (\tilde{Z} 軸まわり)

Δr ; 推力着力点と X 軸との距離

S ; 機体の胴体断面積

$$s = \int_{t_0}^t (V/l) dt ; \text{無次元化した飛しょう径路長}$$

T ; 推力

$$\tilde{T} = ml(l' \tan \gamma + \Delta r) \exp(i\delta)/2I$$

$$\tilde{T}_0 = Tl^2(l' \tan \gamma + \Delta r) \exp(i\delta)/IV^2$$

t , 時間

U ; ピッチ面に投影した対気速度

V , 対気速度

u, v, w ; V の $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$ 軸成分

$\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$; 機体重心を原点とする回転座標系. ただし \tilde{X} 軸まわりには回転しない.

z ; 高度

$$z_j = \lambda_j + i\phi'_j \quad (j=1, 2)$$

$\alpha = \tan^{-1}(w/u)$; 迎角

$\beta = \tan^{-1}(v/u)$; 横すべり角

β_0 ; 空気密度変化率

Γ ; ある尾翼と複素迎角 $\tilde{\xi}$ とのなす角

r ; 推力方向と \tilde{X} 軸とのなす角

δ ; 推力着力点の偏角 (第2-2(a)図)

$$\delta_f = \sum_{i=1}^4 \delta_{fi} \quad ; \quad \text{各尾翼ねじり角の和}$$

$$\Delta = \tan^{-1} [(F\phi' - PE) / \{-(\phi')^2 + P\phi' - D\}]$$

Δr ; 推力着力点のずれ (第2-2(a)図)

$\varepsilon = \Delta CG + l C_{L1} / (C_{N\alpha} |\tilde{\xi}_L|)$; 等価的な重心のずれ

$\varepsilon_0 = \beta_0 l \sin \theta$; 無次元化した空気密度変化率

λ_j ; 迎角の減衰係数

$$\tilde{\mu} = q + ir$$

$\tilde{\xi} = \beta + ir$; 複素表示の迎角

ρ ; 空気密度

θ ; 飛しょう径路角

ϕ ; ロール角

ϕ_j ; j -次の位相角

$\varphi = \delta_M + \Delta$; \tilde{X} 軸と空力中心を結ぶ方向が空力的法線力となす角 (第2-2(b)図)

$\phi_R'' = -\varepsilon_0 \sqrt{\rho_R B} / 2$; 共振時におけるピッチ角加速度

$$\dot{(\quad)} = d(\quad) / dt$$

$$\dot{(\quad)} = d(\quad) / ds$$

“添字”

0 ; 初期

R ; 共振時

参 考 文 献

- [1] Nicolaidis, J.D., “On the Free Flight Motion of Missiles Having Slight Configurational Asymmetries.” Ballistic Research Laboratory’s Report No.858
- [2] Murphy, C.H., “Response of Asymmetric Missile to Spin Varying Through Resonance” AIAA J. Vol.9 No.11, pp.2197-2201 (1971)
- [3] 本間 “中型単段式ロケットの飛しょう解析” 東大大学院工系航空学専門課程, 修士論文 (1973)
- [4] Erdelyi, A., “Asymptotic Representation of Fourier Integrals and the Method of

- Stationary Phase” J. of Society for Industrial Applied Mathematics Vol.3, No.1
1955.
- [5] Feshchenko, S.F. et al. “Asymptotic Methods in the Theory of Linear Differential
Equations” American Elsevier Publishing Company, Inc. 1967
- [6] Price Jr. D.A., “Sources, Mechanics and Control of Roll Resonance Phenomena for
Sounding Rockets.” AIAA Sounding Rocket Vehicle Technology Specialist Confe-
rence (1967)
- [7] Hatalsky, W., et al. “The Effect of Fin Design on the Induced Rolling Moment
Characteristics of Sounding Rockets.” AIAA Sounding Rocket Vehicle Technology
Specialist Conference(1967).