

# 電波誘導のデータ処理方式

石 谷 久・馬 場 康 子・前 田 行 雄  
渡 辺 勝\*・高 田 一 美\*\*・平 石 謙 治\*\*  
渋谷 彰\*\*・伊 藤 暢 康\*\*

## 1. 全 体 構 成

電波誘導プログラムの基本機能は、既に表示された通りであるが、具体的プログラムは、その開発の経緯から個々の機能に対応して、次の様な名称により分類されている。

A：レーダ接続装置、X-Yプロッタその他計算機側から見た周辺装置の制御機能 及びプログラム全体のモニタ機能

B：レーダデータの1次的処理（0.1秒間隔データ20点のスージング及び特異データの棄却）、軌道推定（フィルタリング）及び軌道予測等のレーダブラックアウト時のレーダ制御に必要な情報、すなわち飛しょう体運動状態の推定に関する機能

C：電波誘導に関する機能

DATA X：衛星軌道予測計算及び出力に関する機能

その他支援プログラム：前処理プログラム

電波誘導に必要な入力を検討及びチェックするプログラム

この内電波誘導に密接に関連するのは、Cが中心であり、A、B等については既に文献[1]に詳しく紹介されているので、本文においては、Cを中心としてA、Bに関しては電波誘導プログラムの開発と共に本質的に修正された部分、或いはその結果のみを報告する。

Cプログラムは、更に以下の3ヶに分割されるが、モニタから見た場合は、Bと同格のサブプログラムとして処理されている。

C<sub>1</sub>；最終段投入コマンドの計算、表示制御機能

C<sub>2</sub>；TVC 修正角度計算、表示制御機能

C<sub>3</sub>；IIP (Instantaneous Impact Point) 計算、表示制御機能

この内C<sub>3</sub>は保安担当者の了解のもとに、きわめて単純な近似、すなわちその時点における弾道軌道が球面で近似した地球表面に到達する位置をIIPとして計算し、これはレーダのロックオンの後常時計算され、結果がIIP表示板に表示される。その他のプログラムタイミングは、あらかじめ指定された秒時の間、モニタにより切換えられ計算・表示される。ロケットのタイムシーケンスとの関係は、前文を参照されたい。

この他、C<sub>2</sub>プログラムでは標準軌道に関する情報を多量必要とするため、今後の省力化と誤り防止をめざして、東京において出力したカードをそのまま入力として用いる方式を採用した。従ってそのデータを作成するプログラムを東京に用意し、これをC<sub>2</sub>感度計算プロ

---

\* 東大生産研究所

\*\* 日本電気(株)

グラムと称している。又現地において、このデータをリアルタイムプログラムに入れる場合と同じ状態で受け入れ、同じ計算を行うプログラムを、フォートラン原語により用意し、シミュレーションによりデータの妥当性を容易に検証出来る様にした。このプログラムを  $C_2$  チェックプログラムと称している。アセンブラ言語で書かれているため、直感的理解とデバック、シミュレーション等の困難なリアルタイムプログラムの機能を、個別的にチェックし、しかもデータ取扱いの誤りの恐れのないフォートランプログラムを、備えることは、今後のプログラム機能の保守や、改善における省力化に有効である。

以上の各プログラムの個々の機能と入出力情報、基本式等をまとめて以下に報告する。

## 2. モニタ・プログラム

ロケット飛翔時にリアルタイムで実行されるプログラムは、プログラムA、プログラムB、プログラムCの3つに大別され、割込機能を用いて多重レベル処理の形式を使用している。すなわち、プログラムAは100ミリ秒ごとのレーダ接続装置からの割込信号によって開始し、プログラムB及びCはプログラムA終了から次の開始までのアキ時間を利用して実行される。これらは2秒間を1サイクルとして、所定のデータ処理及び計算を全て完了する。プログラムの実行レベルを図で示すと、次のようになる。

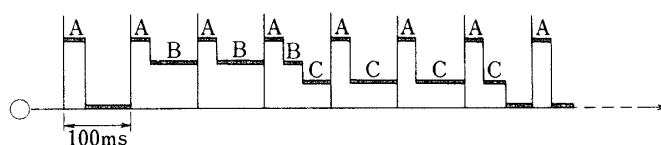


図 A

モニタプログラムは、プログラムAに内在し、

1. 外部割込及び内部割込の処理
2. 周辺装置のエラー処理
3. プログラムA, B, Cの開始と終了の制御

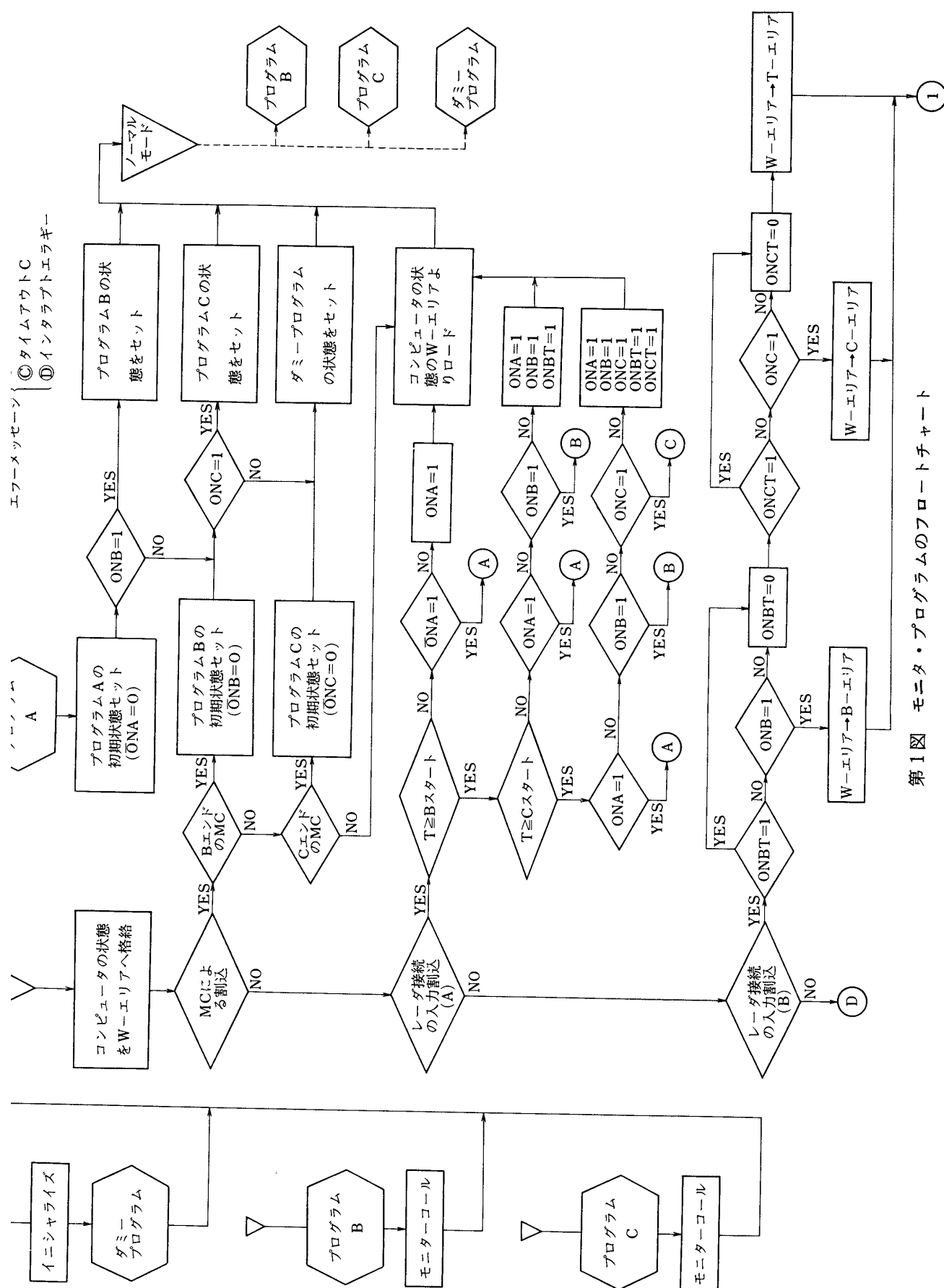
の機能を持っている。そのフローチャートを第1図に示す。

### (1) 割込機能

割込機能には外部割込と内部割込の2種類があって、外部割込の方が優先度が高くなっている。すなわち、外部割込の状態にあるときは内部割込の条件が生じててもこの割込は受け付けられず、中央処理装置が外部割込及び内部割込のいずれの状態でもないノーマル・モードの時、この内部割込が受け付けられる。ただし、ノーマル・モードにおいては、外部割込及び内部割込の原因が同時に発生した場合には、中央処理装置はいったん内部割込になり、一命令の実行が終了してから外部割込になる。

#### (a) 外部割込

外部割込は外部割込信号によって制御され、外部割込信号は次のいずれかによって出される。



## 第1章 モニタ・プログラムのフローチャート

- i) 周辺操作部 (レーダ接続装置等)
- ii) 操作卓の INTERRUPT ボタン
- iii) MC (モニタコール)

#### (b) 内部割込

内部割込の原因は次のとおりである。

- i) データをプロテクトエリア内に内部的に移送したとき。
- ii) データ入出力命令において、実行時の A アドレスがプロテクトエリア内を指しているとき。
- iii) 最大記憶容量を越えた番地からデータを移送しようとしたとき。
- iv) 記憶保護機構が働いているとき使用が禁止されている命令 (特権命令) を実行しようとしたとき。

#### (2) レーダ接続装置からの割込

このリアルタイムプログラムで使用されているレーダ接続装置からの割込みは、外部割込の (i) の項に属する訳であるが、この周辺制御部にはアロウフロップと割込みフロップがある。アロウフロップは割込みフロップの制御に使用される。アロウフロップがセットされていれば、割込みフロップはセットされるが、アロウフロップがセットされていなければ、割込みフロップはセットされない。割込処理プログラムは、割込みフロップがセットされた状態では割込モードはリセットされないで、その割込みフロップをリセットしておく必要がある。

レーダ接続装置からの入力割込には、次の 2 種類がある。

- i) 100 ミリ秒のタイミング
- ii) 入出力のエンド

### 3. TVC コマンドプログラム

#### — プログラム C<sub>2</sub> —

本プログラムは、ロケットに搭載された TVC (推進軸姿勢制御装置) プログラムのプログラム初期値を地上からのコマンドによって変更する場合のコマンド量を計算するためのプログラムである。基本概念とその背景と効果、試算方式等の手法については文献 [2] に詳細が示されるのでここでは実現されたプログラムについて報告する。ロケット飛翔中のシーケンスと本プログラムとの時間関係は、次図に示す通りで、コマンドは 2 回送出することが可能になっている。

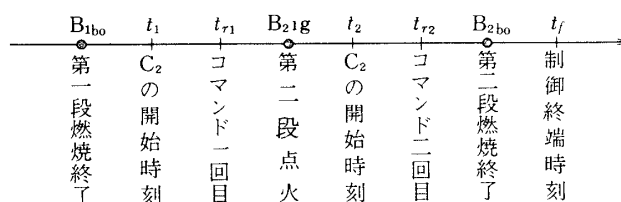


図 3-B

プログラムは、時刻  $t_1$  及び  $t_2$  において実行を開始し、コマンド送出時刻  $t_{r1}$  及び  $t_{r2}$  で終了する。  $t_f$  は各種感度行列の終端となる時刻で、各種感度行列の値は事前に別のプログラムで計算されており、入力データとして与えられる。

計算は、まず最初にロケット1～2段間の自由飛翔中又は2段目推力飛翔中において得られる軌道データを基に、2段目燃焼終了後の軌道を予測する。この予測計算は、ロケットの運動方程式を標準軌道のまわりで展開し、それを線形化して得られる感度行列を入力データとして行われる。次にこの軌道予測値と目標値の差から、TVCに送出すべきコマンド量（ピッチ及びヨー操作角）を計算する。このコマンド量は、2段目燃焼後の達成軌道の遠地点高度及び速度を重み付最小二乗法で評価し、上述の予測計算と同様に線形化されたモデルを使用して計算される。

一般に線形化されたモデルにおいては最小二乗の意味で最適な誘導解  $\mathbf{u}$  は  $\mathbf{u} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{X} + \mathbf{B}$  ( $\Delta \mathbf{X}$  は軌道誤差) の形で表現することができる。この場合、ロケットの外乱による摂動は小さいと考え、 $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  は事前に計算することができる。

#### 数式アルゴリズム

- ① 時間  $t$  における慣性系の基準値  $\mathbf{X}_n(t)$  をもとめる。

$$\mathbf{X}_n(t) = \mathbf{X}_n(t_r) + \mathbf{a}(t - t_r) + \mathbf{b}(t - t_r)^2$$

- ② 時間  $t$  における慣性系の状態ベクトルの変動分  $\Delta \mathbf{X}$  を求める。

$$\Delta \mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_n(t)$$

ただし、 $\mathbf{X}(t)$  はプログラム  $B$  からの出力である。

- ③ 制御操作量  $\Delta \mathbf{u}$  (ピッチ及びヨー) をもとめる。

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{X}(t) + \mathbf{B}$$

ただし、係数  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  は初期値プログラムで計算される。

- ④ 得られた各操作量  $\Delta \mathbf{u}$  がハードウェアで決定される制限内にあるかどうかをチェックし、制限を越えていれば、操作量を制限値にとどめる。
- ⑤ 得られた操作量をスケールリングして、スケールリング後の操作量  $\Delta \mathbf{u}_s$  をもとめる。
- ⑥ 制御操作量  $\Delta \mathbf{u}$  を電波誘導しないプリセットの場合の時間  $t = t_f$  における、慣性系の状態量  $\mathbf{X}_{fp}$  をもとめる。

$$\mathbf{X}_{fp} = \mathbf{X}_{fn} + \left. \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{X}} \right|_n \cdot \Delta \mathbf{X}$$

- ⑦ 制御操作量  $\Delta \mathbf{u}$  を電波誘導した場合の時間  $t = t_f$  における、慣性系の状態量  $\mathbf{X}_{fg}$  をもとめる。

$$\mathbf{X}_{fg} = \mathbf{X}_{fp} + \left. \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \right|_n \cdot \Delta \mathbf{u}$$

- ⑧ 制御の対象項目となる前段軌道の遠地点高度及び遠地点速度の変動分  $\Delta \mathbf{y}$  をプリセット及び誘導の各々についてもとめる.

$$\text{プリセットの場合} \quad \Delta \mathbf{y}_p = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_f} \cdot \Delta \mathbf{X}_{fp}$$

$$\text{誘導の場合} \quad \Delta \mathbf{y}_g = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_f} \cdot \Delta \mathbf{X}_{fg}$$

ただし

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{X}_{fp} = \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{X}_n} \cdot \Delta \mathbf{X}_n \\ \Delta \mathbf{X}_{fg} = \Delta \mathbf{X}_{fp} + \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \cdot \Delta \mathbf{u} \end{cases}$$

- ⑨ 解の時間的安定性のチェックを行う. 制御操作量の各々の時間的変動分が規定値内にあるときは, 表示モード「020」を, ないときは「025」を与える.
- ⑩ 時間  $t = t_f$  におけるプリセット及び誘導の状態量  $\mathbf{X}_{fp}, \mathbf{X}_{fg}$  より, 各々の軌道要素をもとめる.
- ⑪ 制御操作量 (ピッチ及びヨー), プリセット及び誘導の各々についての制御の対象項目 (遠地点高度及び遠地点速度) の変動分, 打出し点の方位角を表示出力する為の編集を行う.
- ⑫ 制御操作量 (ピッチ及びヨー) を送信用コマンド信号にコード変換する.

以上において,  $\mathbf{X}_n(t_r), \mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots$  等は, 飛しょう計画に対応して事前に東京で計算され, 指定されたフォーマットでカード出力されている. 現地においてこの情報は事前に誘導プログラムへ入力される. プログラム C2 のフローチャートを第2図に示す.

### 初期処理

制御項目の変動分の最適解  $\Delta \mathbf{u}$  を求める式は,

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{X} + \mathbf{B}$$

ただし

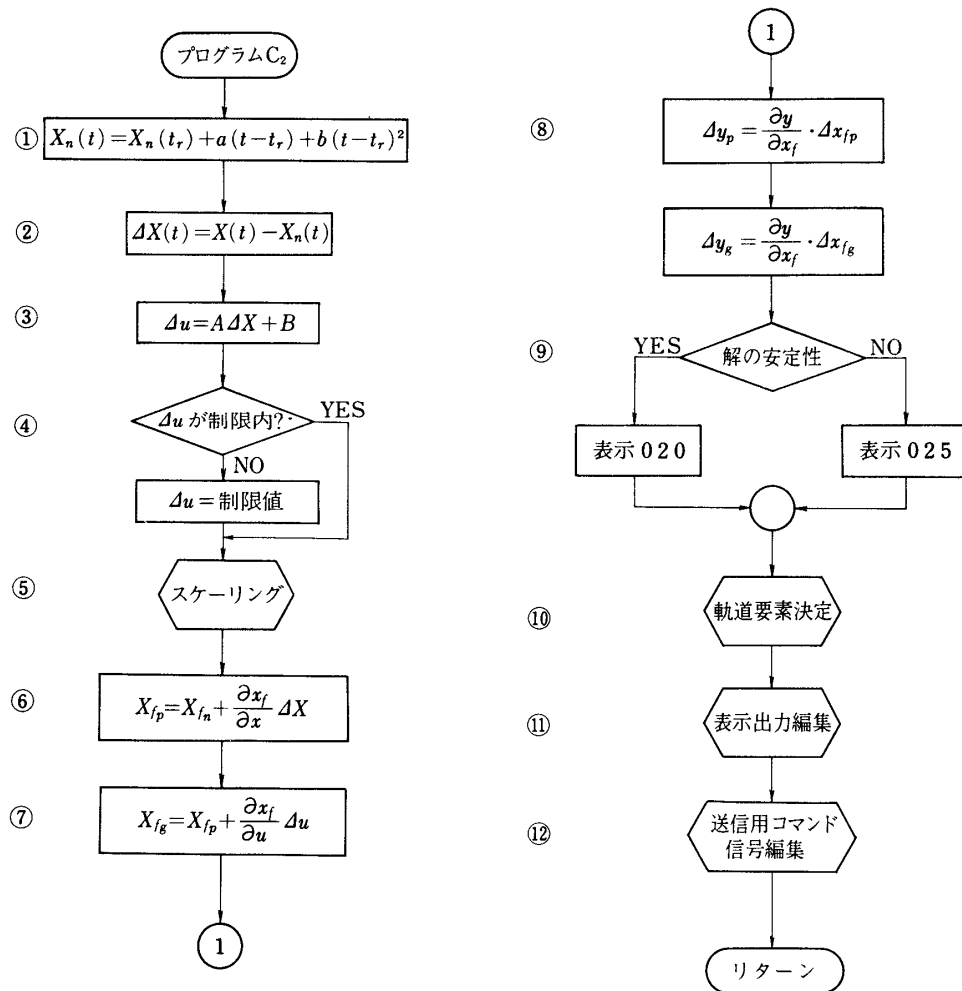
$$\mathbf{A} = -\mathbf{C}^{-1} \left[ \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \Big|_n^t \cdot \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_f} \Big|_n^t \cdot \mathbf{Q} \cdot \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_n} \Big|_n^t \cdot \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{X}_n} \Big|_n^t \right]$$

$$\mathbf{B} = +\mathbf{C}^{-1} \left[ \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \Big|_n^t \cdot \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_f} \Big|_n^t \cdot \mathbf{Q} \cdot \Delta \mathbf{y} \right]$$

$$\mathbf{C} = \left[ \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \Big|_n^t \cdot \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_f} \Big|_n^t \cdot \mathbf{Q} \cdot \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_f} \Big|_n^t \cdot \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \Big|_n^t \right]$$

で求められるが, この最適係数  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  はあらかじめ計算できるので初期値プログラムにおいて計算する.

ここに  $Q, R$  は正定値行列で各々目標軌道達成及び制御修正量に対する 2 次形式の評価関数を表わし、オフラインで計算される。



第2図 プログラム C<sub>2</sub> フロートチャート

## 入力データ

変数	個数	定義
TIM 1	1	C 2 のスタート時間 (未使用)
TIM R	1	基準時間 $t_r$
ATR	6	一次係数ベクトル $a$
BTR	6	二次係数ベクトル $b$
XNTR	6	慣性系の基準値 $X_n(t=t_r)$
DXXTR	$6 \times 6$	遷移マトリックス $\partial X_f / \partial X_n$
DXUTR	$6 \times 2$	感度マトリックス $\partial X_f / \partial u$
DXTTR	6	推力変動に対する偏微分 $\partial X_f / \partial T$ (未使用)
MTXA	$2 \times 6$	最適係数 $A$
MTXB	2	” $B$
TIM 2	1	C 2 の第2回目スタート時間
TIM R 2	1	} TIM R ~ MTX B と同じ
MTXB 2	2	
TIMF	1	制御終端時刻 $t_f$
XNTF	6	慣性系の基準値 $X_{fn}(t=t_f)$
YNOM	3	基準値 $y$ (頂点速度, 高度)
DYDXF	$2 \times 6$	$X_f$ と $y$ の変換マトリックス
MATRXQ (MQ1 ~ MQ4)	$2 \times 2$	評価関係マトリックス
EPSP	1	ピッチ解の収束条件値 (度)
EPSY	1	ヨー解の収束条件値 (度)
LIMP	1	ピッチ操作量の限界 (度)
LIMY	1	ヨー操作量の限界 (度)
DYVV	1	目標速度と標準速度の差 (km/秒)
DYHH	1	目標高度と標準高度の差 (km)
QA	1	評価楕円の成分比 $1:a$
QK	1	評価楕円の傾斜 $k = y_2/y_1$
MR1 ~ 4	4	分散マトリックス $[R]$



## 出力データ

## (1) 表示出力

GMOD	モード	
GPCH	コマンド操作量ピッチ	
GYAW	"      ョー	
HAG	誘導	アポジー高度誤差 (km)
VAG		"      速度誤差 (km / 秒)
AZMG		$t=t_f$ におけるロケットの方位角 (度)
HAP	プリセット	アポジー高度誤差 (km)
VAP		"      速度誤差 (km / 秒)
AZMP		$t=t_f$ におけるロケットの方位角 (度)

## (2) 磁気テープ出力

PCHN	誘導解ピッチ (度)	
YAWN	"      ョー      (度)	
ORBITG	誘導したときの 2 段目による達成軌道 6 要素	
ORBITP	プリセットのときの      "	

(注) 上記の他に表示出力値が加わる

## 4. 最終段ロケット軌道投入コマンドプログラム

## — プログラム C1 —

## 4.1 プログラム概説

本プログラムは人工衛星の打上げにおいて、目標の軌道に出来る限り近づけるため、最終段ロケットの打出し方向及び点火時間を計算し、そのコマンド操作を実施するためのプログラムである。この制御方式の基本概念、すなわち前提条件、目的（誘導の評価基準）、制御変数、求解の基本概念と基本式、及びその背景、求解のフローチャート等はその詳細が文献 [1] に示されているので参照されたい。ここではこれを基礎として、実用上必要な各種の修正、近似を行った結果、リアルタイムプログラムとして実現された部分についての現状を特に使用上の立場、他のプログラムとの相互関連等を中心に報告する。

## 4.2 プログラム C1 の構成

## (1) サブルーチン HOHMAN

前段軌道の遠地点において、速度ベクトルの増加分を最大限に活用した時に達成される軌道（ホーマン軌道）の遠地点高度と近地点高度を求める。

## (2) サブルーチン FLOW

ロケットの誘導解をもとめるためのフローを決定し、飛翔モードを決定する。

## (3) サブルーチン NOMINL

目標軌道の長軸半径，運動エネルギー，角運動量を求める。

## (4) サブルーチン ANGLE

最終段打出し方向の飛翔径路角と軌道面外打出し角より，コマンドされるべきヨー及びピッチ操作角を求める。

## (5) サブルーチン ORBITL

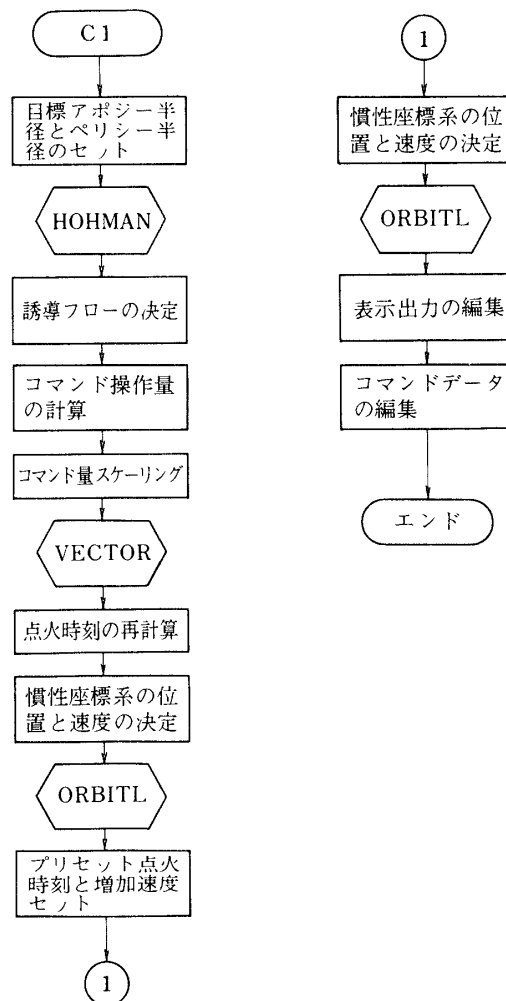
最終段点火後の軌道要素を有限加速時間による補正を加えて求める。

## (6) サブルーチン VECTOR

ピッチ及びヨー操作量の値より，最終段打出しの慣性座標系における速度成分をもとめる。

## (7) その他の補助サブルーチン

- i) 慣性系 / ジャイロ系 / 軌道面系の各座標系への座標変換ルーチン
- ii) 表示装置及びコマンドコンソールへの表示出力編集ルーチン
- iii) コマンド操作量のスケールングルーチン



第3図 プログラム C1 のフロートチャート

プログラムC1のフローチャートを第3図に示す。

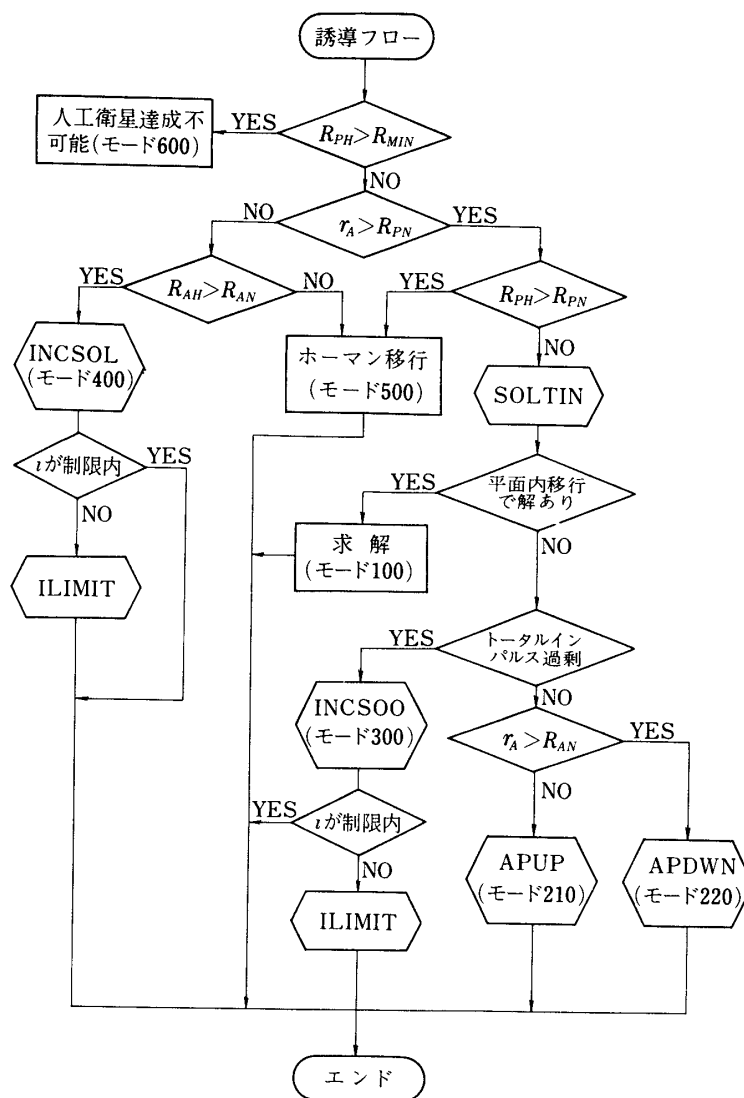
#### 4.3 誘導フロールーチンの構成

##### (1) サブルーチン SOLTIN

目標軌道を達成させるための誘導解が存在するかどうかをチェックし、軌道面内において解が存在する場合は解を求め、他の場合は他のルーチンに振り分ける。

##### (2) サブルーチン APUP

軌道面内の移行では目標軌道達成不可能な場合、最終段トータルインパルスが不足でかつ前段軌道のアポジーが目標アポジーとペリジーの間にあるときに、目標ペリジー半径を維持して、アポジー半径をできるだけ目標値に近づけるような達成軌道を考えて解を求める。



第4図 誘導求解ルーチンフローチャート

## (3) サブルーチン APDOWN

軌道面内の移行では目標軌道達成不可能な場合、最終段トータルインパルスが不足でかつ前段軌道のアポジーが目標アポジーより大きいときに、この打出し点の半径をアポジーとして目標のペリジーに一致させるような達成軌道を考えて解を求める。

## (4) サブルーチン INCSOO

トータルインパルス過剰のため、長軸半径の目標値達成のために、ヨー操作及びピッチ操作を必要とする場合の操作角を求める。

## (5) サブルーチン INCSOL

アポジー点において、トータルインパルスのエネルギー過剰のため、達成軌道のアポジーを目標値に一致させるためのヨー操作角を求める。

## (6) サブルーチン ILIMIT

ヨー操作をして得られる達成軌道の軌道面傾斜角とスペックにおける軌道面傾斜角の上限値と下限値の大小関係から、所定の打出し角を求め、それに対するヨー操作角を計算する。

以上のプログラムのフローチャートを第4図に示す。

ただし 
$$\begin{cases} r_A = \text{前段軌道アポジー高度} \\ R_{MIN} = \text{人工衛星になりうる最小高度} \\ R_{AH}, R_{PH} = \text{ホーマン移行による達成軌道のアポジー高度とペリジー高度} \\ R_{AN}, R_{PN} = \text{目標のアポジー高度とペリジー高度} \end{cases}$$

## 4.4 誘導求解の数式アルゴリズム

## 軌道面内移行による目標軌道達成可否のチェック

このチェックは、与えられた目標軌道達成に必要なトータルインパルスの最大値と最小値を求め、この範囲に与えられたトータルインパルスが入っているかどうかを判定すればよい。しかしながら、この最大値と最小値を解析的に求めることが難しいので、別に最終段ロケット打出し方向  $\alpha$  と打出し点で軌道半径  $r_0$  に着目し、その存在範囲から達成可否のチェックを行う。

最終段ロケット軌道における角運動量及びエネルギーは、各々次式で表わされる。

$$h_0 = r_0 v_3 \cdot \sin \beta \quad (1)$$

$$c_0 = \frac{1}{2} v_0^2 - \frac{\mu}{r_0} \quad (2)$$

$$h_1 = h_0 + U_0 r_0 \cdot \cos \alpha \quad (3)$$

$$c_1 = c_0 + \frac{1}{2} U_0^2 + U_0 v_0 \cdot \sin(\alpha + \beta) \quad (4)$$

ただし、
$$\begin{cases} \alpha = \text{最終段の打出し方向} \\ \beta = \text{ロケットの飛翔径路角} \\ r_0 = \text{打出し点の軌道半径} \\ v_0 = \text{打出し点の速度} \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_0 = \text{トータルインパルス} \\ h = \text{ロケットの角運動量} \\ c = \text{ロケットの持つエネルギー} \end{cases}$$

(\*) 添字は 0 が前段軌道を, 1 が達成軌道を意味する.

(1)~(4) から,  $\beta$  及び  $v_0$  を消去すると,

$$X^3 + \frac{2c_0 \Delta h^2 - (K-1)h_0^2 U_0^2}{2\mu \Delta h U_0} X^2 - X + \frac{K^2 h_0^2 U_0^2 - 8c_0 \Delta h^2}{8\mu \Delta h U_0} = 0 \quad (5)$$

$$\text{ただし, } \begin{cases} \Delta c = c_1 - c_0 \\ \Delta h = h_1 - h_0 \\ K = \frac{\Delta h (2\Delta c - U_0^2)}{h_0 U_0^2} \\ X = \cos \alpha \\ r_0 = \frac{\Delta h}{U_0 X} \end{cases}$$

解の存在する必要十分条件は,  $X$  及び  $r_0$  が次のような範囲の解をもつことである.

$$|X| \leq 1 \text{ かつ } r_p < r_0 < r_a \quad (6)$$

ただし,

$$\begin{cases} r_a = \text{前段軌道のアポジー高度} \\ r_p = \text{前段軌道のペリジー高度} \end{cases}$$

(5) 式の場合, (6) の条件は次のように定まる.

$$\left. \begin{aligned} &\text{三次式の判断式 } \Delta \leq 0 \\ &f'(X_a) \cdot f'(X_p) \leq 0 \\ &f(X_a) \geq 0 \\ &f'(1) \geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

### 軌道面内移行による目標軌道達成不可能のときの誘導

最終段トータルインパルス  $U_0$  の過剰又は不足のチェックを行い,

(1) トータルインパルス不足のとき

ペリジーを目標値に近づける. この場合, 前段軌道のアポジー  $r_A$  と目標のアポジー  $R_{AN}$ , ペリジー  $R_{PN}$  との大小関係により, 次の 2 通りを考える.

(a)  $r_A > R_{AN}$  のとき

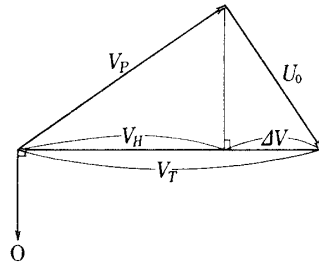
この時は, 打出し点の半径をアポジーとし, 目標のペリジー半径をペリジーとなるような達成軌道を考えて, アポジーは出来る限り目標値に近い値が得られるような誘導を考える.

従って、達成軌道の長軸半径  $a_1$  の関係式

$$a_1 = \frac{1}{2}(r + R_{PN}) = -\frac{\mu}{2}\left(\frac{V_T^2}{2} - \frac{\mu}{r}\right) \quad \text{より}$$

$$V_T^2 = 2\mu\left(\frac{-1}{r + R_{PN}} + \frac{1}{r}\right) \quad (1)$$

また、打出し点での速度ベクトルの関連図より



$$\begin{cases} V_P = \text{ロケットの速度} \\ U_0 = \text{増加速度} \\ V_T = \text{トータル速度} \end{cases}$$

C図

$$\left. \begin{aligned} V_H &= h_0/r \\ V_P^2 &= 2(c_0 + \mu/r) \\ V_T^2 &= (V_H + \Delta V)^2 \\ \Delta V &= U_0^2 + V_H^2 - V_P^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(1) と (2) より、速度ベクトル  $V_H, V_P, V_H, \Delta V$  を消去して、 $r$  と  $h_0, c_0$  の式で表わすと、

$$2\mu\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + R_{PN}}\right) = 2\left(\frac{h_0}{r}\right)^2 + \frac{2h_0}{r} \sqrt{U_0^2 - 2c_0 - \frac{2\mu}{r} + \left(\frac{h_0}{r}\right)^2} + U_0^2 - 2c_0 - \frac{2\mu}{r} \quad (3)$$

(3) 式を Newton 法により解いて、所要の  $r$  を求める。

(b)  $R_{AN} > r_A > R_{PN}$  のとき

このときは、目標ペリジー半径を維持して、アポジーを出来るだけ目標値に近い値が得られるような誘導を考える。

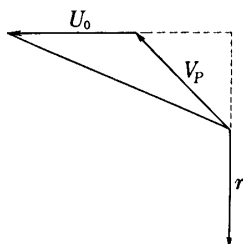
最終段の角運動量  $h_1$  及びエネルギー  $c_1$  は

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= V_{PN} \cdot R_{PN} \\ c_1 &= \frac{1}{2}V_{PN}^2 - \frac{\mu}{R_{PN}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) 式  $V_{PN}$  を消去して

$$h_2^2 = 2R_{PN}(R_{PN} \cdot c_2 + \mu) \quad (5)$$

ここで,  $h_2, c_2$  を前段側から考えると, 速度増加分  $U_0$  は半径ベクトルに対して垂直でなければならないから, 下図より,



D図

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= h_0 + U_0 \cdot \\ c_1 &= \left( c_0 + \frac{U_0^2}{2} \right) + \frac{U_0 \cdot h_0}{r} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(6) 式を (5) 式へ代入すると,

$$\begin{aligned} F(r) &= \frac{(h_1 + U_0 r)^2}{\mu} - \left\{ 2R_{PN} + 2R_{PN}^2 \left( c_0 + \frac{U_0^2}{2} \right) / \mu \right. \\ &\quad \left. + \frac{2R_{PN}^2 U_0 h_0}{\mu} - \frac{1}{r} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 式を Newton 法で解いて, 所要の  $r$  を求める.

(2) トータルインパルス過剰のとき

(a)  $r_A > R_{PN}$  のとき

目標のアポジー及びペリジーに一致するように, ヨー操作による軌道面変更の誘導を考える.

半径ベクトル  $r = R_{PN}$  における速度  $V_P$

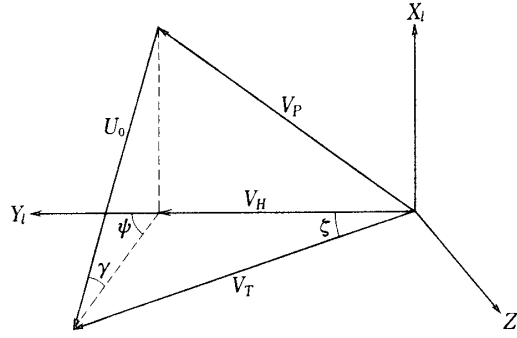
$$V_P = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{R_{PN}} - \frac{1}{a_0} \right)} \quad (8)$$

目標軌道の半径ベクトル  $r = R_{PN}$  における速度  $V_T$

$$V_T = \sqrt{\mu \left( \frac{2}{R_{PN}} - \frac{1}{a_N} \right)} \quad (9)$$

$V_P$  及び  $V_T$  と半径ベクトル  $r = R_{PN}$  に垂直な速度  $V_H$  は全て求められる.

従って, 軌道面外ヨー操作角  $\psi$  と飛翔経路操作角  $\gamma$  は打出し角  $\zeta$  より次のようにして求めることができる.



E 図

打出し角  $\zeta$  は

$$\cos \zeta = \frac{V_T^2 + V_P^2 - U_0^2}{2V_H \cdot V_T}$$

故に

$$\left. \begin{aligned} \cos \psi &= \frac{V_T \cos \zeta - V_H}{U_0^2 + V_H^2 - V_P^2} \\ \cos(-\gamma) &= \frac{U_0^2 + V_H^2 - V_P^2}{U_0} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(b)  $r_A < R_{PN}$  でかつホーマン移行による達成軌道のアポジーが目標アポジ半径を越えるとき

この時は, 前段軌道のアポジ一点でアポジーが目標値  $R_{AN}$  と一致するように, ヨー操作による軌道面変更の誘導を考える.

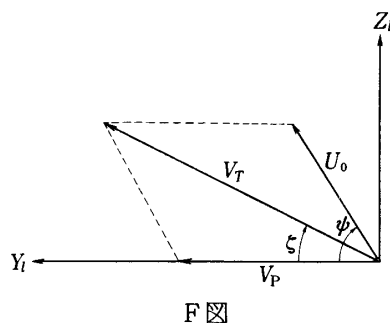
半径  $r = r_A$  で目標アポジー達成のために必要な速度  $V_T$  は

$$V_T = \sqrt{\frac{2\mu \cdot R_{AN}}{r_A(R_{AN} + r_A)}} \quad (11)$$

(10) 式で  $V_P = V_H$  の場合と同じで

$$\left. \begin{aligned} \text{打出し角 } \zeta &= \frac{V_T^2 + V_P^2 - U_0^2}{2V_T \cdot V_P} \\ \text{ヨー操作角 } \psi &= \frac{V_T \cos \zeta - V_P}{U_0} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

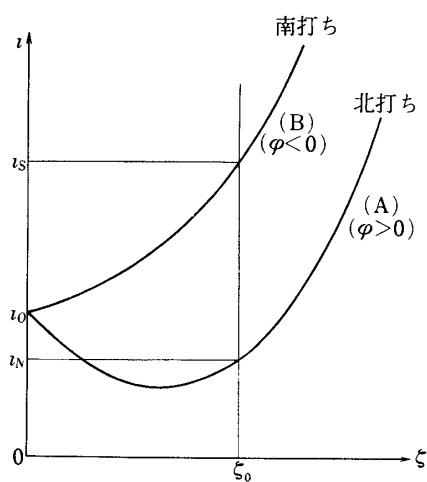




F図

ヨー操作による軌道面変更の場合，達成軌道の傾斜角規定の範囲を越えるときの誘導

前段軌道より適当な増加速度を仮定して，打出し角  $\zeta$  に対する2つの達成軌道面傾斜角（北打ち  $i_N$ ，南打ち  $i_S$ ）の関係を図示すると，次のようになる。



G図

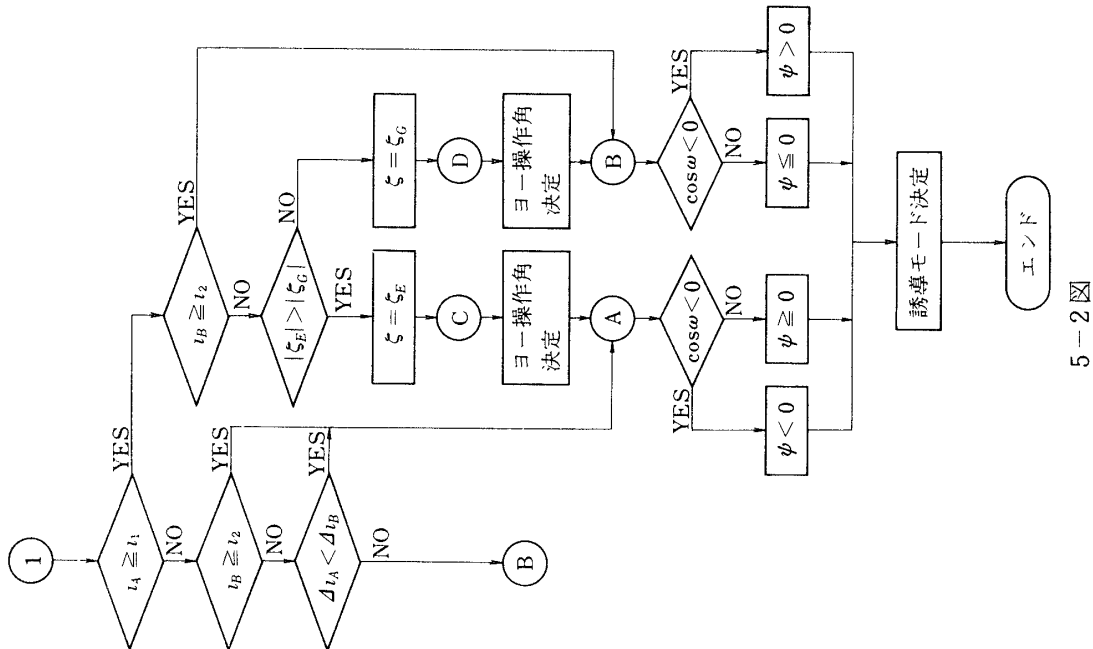
$$\left. \begin{aligned} \cos i_N &= \cos \zeta \cdot \cos i_0 + \sin \zeta \cdot \sin i_0 \cdot \cos \omega \\ \cos i_S &= \cos \zeta \cdot \cos i_0 - \sin \zeta \cdot \sin i_0 \cdot \cos \omega \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ただし，

$i_0$  = 前段軌道の傾斜角

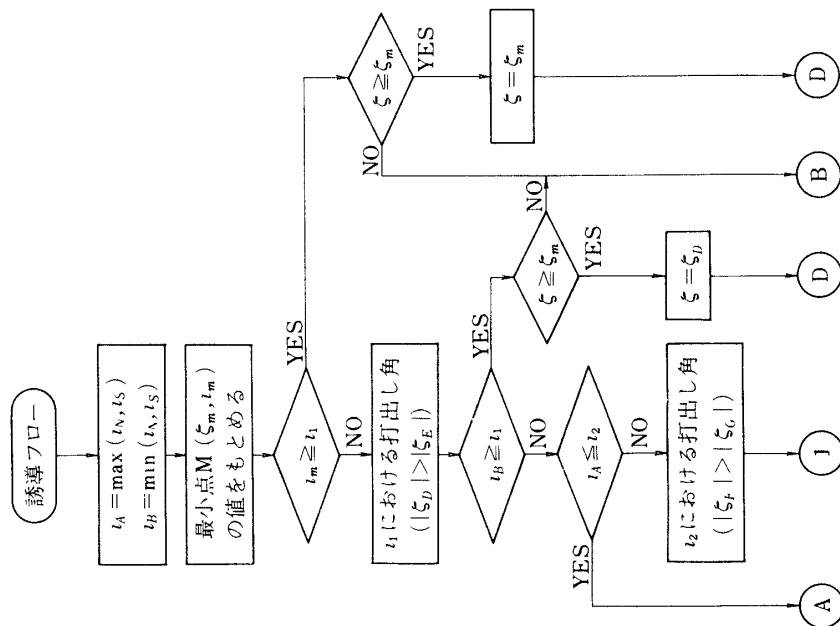
$\omega$  = 達成軌道の近地点引数

(13) 式より求めた  $i_S$  及び  $i_N$  が規定の上限値と下限値の範囲内にあるときは，目標値に近い方を取り，いずれか一方が範囲内にあるときは，その値を用いる。しかし， $i_S$  と  $i_N$  のどちらも規定の範囲にないときは，規定の上限値  $i_1$  と下限値の  $i_2$  の大小関係により，新たに打出し角を設定しなければならない。次の7つのケースが考えられる。



5-2

第5図 誘導フローチャート



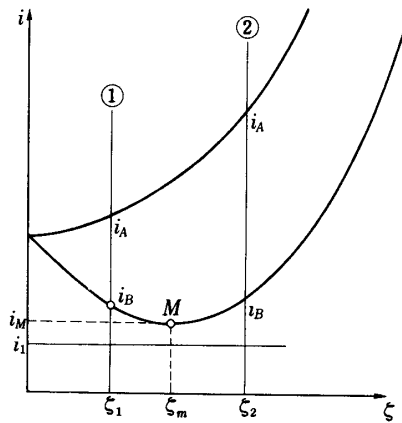
5-1

その誘導フローチャートを第5図に示す.

<解の条件>

$\zeta_1$  に対する解  $i_N, i_S$  のうち, 大きい方を  $i_A$ , 小さい方を  $i_B$  とする.

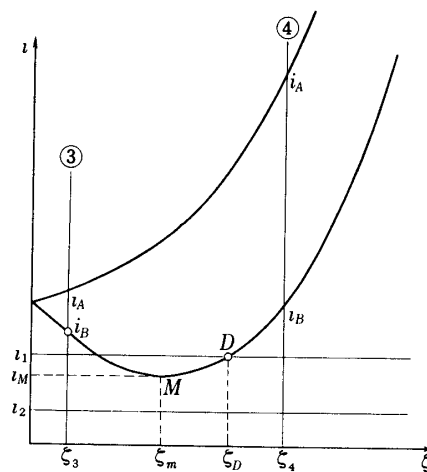
a)  $i_M > i_1$  (上限値) のとき



H図

1)  $\zeta \leq \zeta_m$  ならば  $i_B$  を解とする ( $\zeta = \zeta_1$ )

2)  $\zeta > \zeta_m$  ならば  $i_M$  を解とする ( $\zeta = \zeta_m$ )



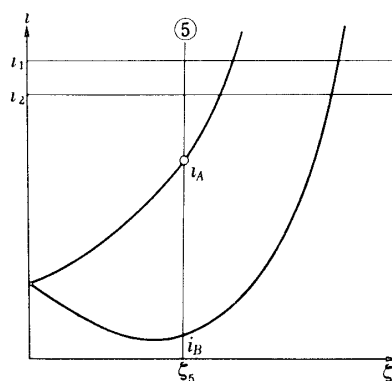
I図

b)  $i_1 > i_M > i_2$  (下限値) のとき

3)  $\zeta \leq \zeta_m$  ならば  $i_B$  を解とする ( $\zeta = \zeta_3$ )

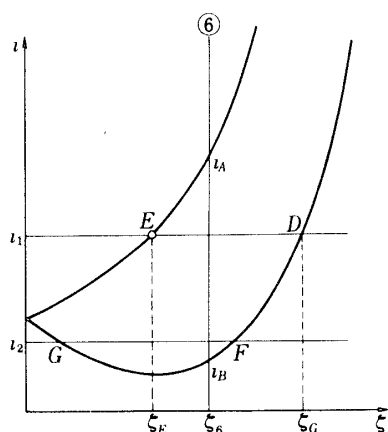
4)  $\zeta > \zeta_m$  ならば  $i_1$  の点  $D$  を解とする ( $\zeta = \zeta_D$ )

c)  $i_2 > i_A$  のとき  $i_A$  を解とする ( $\zeta = \zeta_5$ )



J 図

d)  $i_A >$  上限値及び  $i_B <$  下限値のとき



K 図

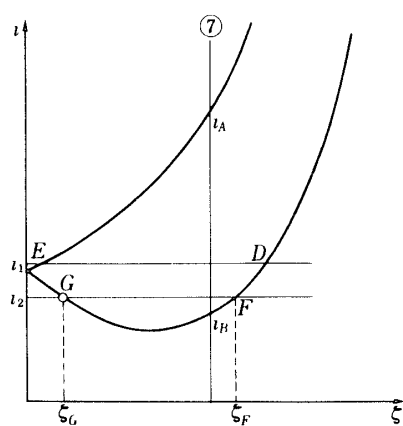
$i_1$  及び  $i_2$  に対する2つの打出し角のうち絶対値の小さい方を比較して

$$6) |\zeta_E| > |\zeta_G|$$

$$\text{ならば } \zeta = \zeta_E$$

$$7) |\zeta_E| < |\zeta_G|$$

$$\text{ならば } \zeta = \zeta_G$$



L 図

## &lt; 計算式 &gt;

$$(1) \quad \cos i = \cos i_3 \cdot \cos \zeta - \sin i_3 \cdot \cos \omega_K \cdot \sin \zeta$$

における  $i$  の最小値

(図1の点  $M$  の値をもとめる)

上式は、 $\zeta$  と  $i$  の関数であるから、

$$\cos i = \sqrt{\cos^2 i_3 + \sin^2 i_3 \cdot \cos^2 \omega_K \cdot \cos(\zeta + \alpha)} \quad (14)$$

$$\text{ただし} \quad \tan \alpha = \sin i_3 \cdot \cos \omega_K / \cos i_3$$

$i$  は一般に  $0 < i < \pi/2$  で定義され、従って、 $\cos i$  は単調減少であるので、 $i$  の最小値は(16)式右辺が最大するときである。

$$\therefore i_{MIN} = \cos^{-1} \sqrt{\cos^2 i_3 + \sin^2 i_3 \cdot \cos^2 \omega_K} \quad (15)$$

このときの打出し角  $\zeta_m = -\alpha$  である。

(2) 達成軌道の軌道面傾斜角  $i_4$  が与えられたときの打出し角  $\zeta$  の値

(14) 式より

$$\zeta = \pm \left| \cos^{-1} \left( \frac{\cos i_4}{\sqrt{\cos^2 i_3 + \sin^2 i_3 \cdot \cos^2 \omega_K}} \right) \right| + \zeta_m \quad (16)$$

で与えられる。

#### 4.5 有限加速時間補正

C1 プログラムによる求解結果に従って最終段ロケットを打出した場合、達成される軌道の予測計算は、インパルス近似ではやや精度が不足である。本プログラムで行っている補正計算については文献[1]で説明が省かれているので以下に、その考え方を示す。

最終段による加速はインパルスとして瞬時に与えられるものではなく、実際の加速には有限の時間を要する。(M-3C型 ロケットの最終段 M3A モータで約50秒)

この誤差はそれ程大きいものではなく、誘導解求解計算においてはこの効果を見捨てているが、誘導解、プリセット値による最終段達成予定軌道の確認のためには、この効果を補正することが望ましい。本プログラムでは付録に示す考え方による近似を用いて、位置に及ぼす影響のみを補正しており、その計算式は以下に示される。

$$\mathbf{X}(T_{b0}) = \mathbf{X}_2(T_{b0}) + \mathbf{n}S$$

$$\dot{\mathbf{X}}(T_{b0}) = \dot{\mathbf{X}}_2(T_{b0}) + \mathbf{n}v_m$$

ただし

$\mathbf{X}_2$  ブースタの慣性系位置、速度ベクトル。

$\mathbf{X}$  衛星軌道の慣性系位置、速度ベクトル。

$\mathbf{n}$  慣性系での最終段打出し方向ベクトル。

$$S = g I_{SP} t_b \left\{ 1 - \frac{v_m / (g I_{SP})}{\exp (v_m / (g I_{SP})) - 1} \right\}$$

$v_m = g I_{SP} \log (W_{ig}/W_{b0})$  最終段トータル・インパルス

$T_{b0} = T_{ig} - t_a + t_b$

$T_{ig}$  インパルスとして計算した最終段点火時刻

$t_a$  有限(時間)加速補正時間

$t_b$  最終段ロケット有効燃焼時間

$I_{SP}$  " の比推力

$W_{ig}$  " 点火時の重さ

$W_{b0}$  " 燃焼終了時の重さ

$g$  重力加速度

この近似式を使用する際、補正時間  $t_a$  を適当に選ぶ事により、微分方程式の厳密解と実用上十分な ( $e = 0.1$  程度の軌道で、近地点高度 0.1 km, 遠地点高度 10 km 以内) 一致がえられる。

#### 4.6 出力データ

プログラム C1 による計算結果のうち、次のものはガイダンス用表示装置にニクシー管に出力されると同時に、磁気テープに記録される。なお、出力のタイミングは、2 秒に 1 回である。

プリセットのアポジー高度
" ペリジー高度
" 軌道面傾斜角
" アポジー速度
" 軌道周期
コマンド誘導後のアポジー高度
" ペリジー高度
" 軌道面傾斜角
" アポジー速度
" 軌道周期
誘導モード
コマンド操作ピッチ量
" ヨー量
" 点火時刻修正量
アポジー高度
アポジー方位角
アポジー到達時刻
終段点火時刻
終段点火タイマコマンド時刻
X マーク相対時刻

## 5. レンジセーフティ・プログラム

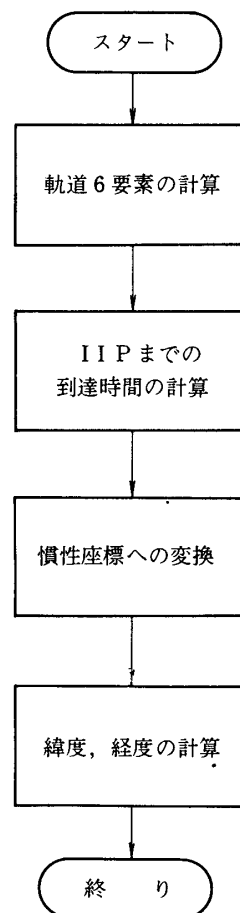
### — プログラム C3 —

本プログラムは、レンジセーフティのためにロケットの IIP (Instantaneous Impact Point) をリアルタイムで計算するためのプログラムである。本プログラムでは、時間及びその他の制約により、大気の影響を無視し、地球のモデルは球形として計算を簡略化している。

計算はまず慣性座標系におけるロケットの位置及び速度から軌道6要素を求め、次にこの軌道6要素から軌道半径が地球半径（内之浦における地球半径）と一致する二点を求める。この2点のうち、真近点離角の大きい方を IIP の点として採用し、現時点からこの点に到達するまでの時間等を計算することにより、IIP の測地緯度及び経度を求める。

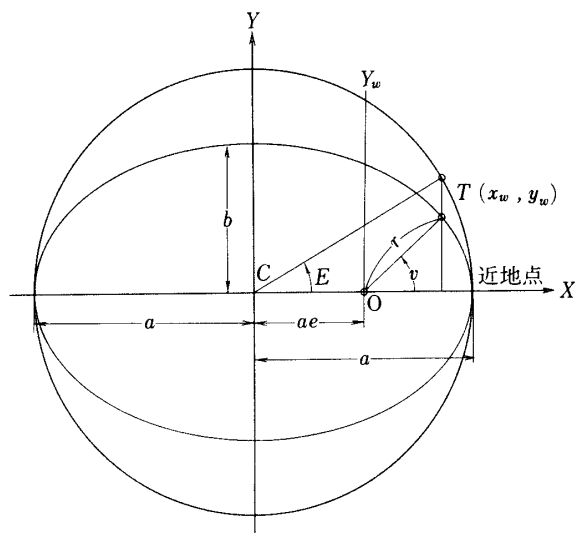
コンピュータの出力としては、レンジセーフティ用表示装置の地図とグラフに、IIP の緯度、経度の点及び時間対ロケット相対速度の値が2秒に1回プロットされる。詳細については、レンジセーフティ用表示装置の項を参照のこと。

プログラムの概略のフローチャートを第6図に示す。



第6図 プログラム C<sub>3</sub> のフローチャート

## 数式アルゴリズム



$a$  : 長軸半径  
 $e$  : 離心率  
 $v$  : 真近点離角  
 $E$  : 離心点離角  
 $r$  : 軌道半径

M図

上図において、点  $T$  を IIP としたとき、

$$\cos E = (a - r) / ae \quad (1)$$

の関係式より、衛星の軌道要素は既知であるので、離心点離角  $E$  を求めることができる。軌道面座標系におけるロケットの位置  $(X_w, Y_w)$  と  $E$  の関係式は、

$$\left. \begin{aligned} X_w &= a(\cos E - e) \\ Y_w &= a\sqrt{1-e^2} \sin E \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

軌道面座標系から慣性座標系  $(X, Y, Z)$  への変換式は、

$$\left. \begin{aligned} X &= P_x \cdot X_w + Q_x \cdot Y_w \\ Y &= P_y \cdot X_w + Q_y \cdot Y_w \\ Z &= P_z \cdot X_w + Q_z \cdot Y_w \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし、 $P, Q$  は軌道面座標系における単位ベクトルで

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \cos \omega \cdot \cos \varrho - \sin \omega \cdot \sin \varrho \cdot \cos i \\ P_y &= \cos \omega \cdot \sin \varrho + \sin \omega \cdot \cos \varrho \cdot \cos i \\ Q_x &= -\sin \omega \cdot \cos \varrho - \cos \omega \cdot \sin \varrho \cdot \cos i \\ Q_y &= -\sin \omega \cdot \sin \varrho + \cos \omega \cdot \cos \varrho \cdot \sin i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$



一方、近地点から IIP の点に到達するまでの時間を  $t_I$  とすると、

$$t_I = (E - e \sin E) \cdot \sqrt{\frac{\mu}{a_3}} \quad (5)$$

近地点から現在までの経過時刻を  $t_P$ ，発射時から現在までの通過時刻を  $t_0$  とすると、  
発射時から IIP までの時間  $t$  は、

$$t = t_I - t_P + t_0 \quad (6)$$

従って、IIP の地心緯度  $\varphi'_I$  と緯度  $\lambda_I$  は、

$$\left. \begin{aligned} \varphi'_I &= \tan^{-1} \frac{Z_I}{\sqrt{X_I^2 + Y_I^2}} \\ \lambda_I &= \tan^{-1} \frac{Y_I}{X_I} - \omega_e t \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ただし、 $\omega_e$ ：地球の回転角速度  
地心緯度を測地緯度  $\varphi_I$  に変換する式は、

$$\varphi_I = \tan^{-1} \left( \frac{1}{1 - e_E^2} \cdot \tan \varphi'_I \right) \quad (8)$$

ただし、 $e_E$ ：地球の離心率である。

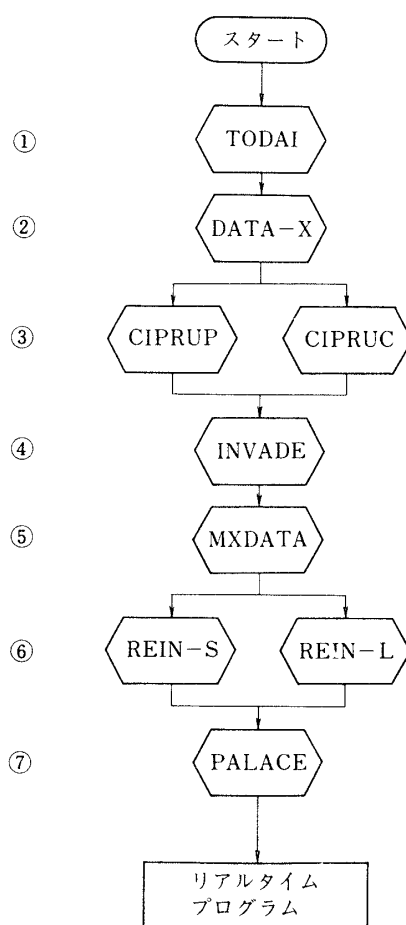
## 6. 初期値プログラム

リアルタイムプログラム（A，B，C）の実行に先立って、一連のプログラム初期処理を実行する初期値プログラムは、9個の独立したプログラムから成っており、これらは逐次、プログラムによってコンピュータにロードされながら実行を進めていく。これらは次のような機能を持っている。

1. リアルタイムプログラム及びデータテーブルのロード
2. 周辺装置のビジーチェック
3. 変数パラメータの入力
4. 推力規正係数の計算
5. ロケット予測位置の計算
6. XYプロッタの発射点移動
7. 記録用磁気テープの設定

初期値プログラムの構成は、第7図に示すようになっており、各プログラムの入出力は、各々のプログラムに確保されたコミュニケーションエリアを通して値の受渡しを行っている。また、使用されるプログラムが選択されるものが2組あって、その指定はコンソール・コールにおいてなされる。次にプログラムの機能を記述する。

### (1) プログラム TODAI



第7図 初期値プログラム構成図

このプログラムが一連の初期値プログラムのスタートプログラムで、リアルタイムプログラムA, B, C 及びデータテーブルのロードを行うと共に、表示装置, XY プロッタ等の周辺機器のビジーチェックを行う。

(2) プログラム DATA-X

プログラムに使用される各種初期値及びパラメータの規定とレーダ点に関する情報の計算を実行する。

(3) プログラム CIPRUP または CIPRUC

初期値パラメータを紙テープリーダーまたはコンソールタイプより入力させる。また、プログラム DATA-X で設定した初期値を修正することができる。

(4) プログラム INVADE

ランチャ離脱時のロケットの初期条件, 各段の推力規正係数, 2秒後及び3秒後のロケットの予測位置, 各種変換係数の計算を実行する。

(5) プログラム MXDATA

プログラム C2 用感度マトリックスの計算を行う。

(6) プログラム REIN-S または REIN-L

XYプロッタの位置を原点から発射点へ移動させる。

(7) プログラム PALACE

記録用磁気テープの設定，プログラム初期値の記録を実行する。

<初期条件の計算>

(1) ランチャー離脱時の各種初期値

$$\text{加速度} \quad \alpha = \left( \frac{T_0}{W_0} - \sin E_L \right) \cdot G_0$$

$$\text{経過時間} \quad \Delta t = \sqrt{\frac{2x_L}{\alpha}}$$

$$\text{重量} \quad W'_0 = W_0 - \frac{T_0}{I_{SP}} \Delta t$$

$$\text{速度} \quad V_0 = \sqrt{2\alpha x_L}$$

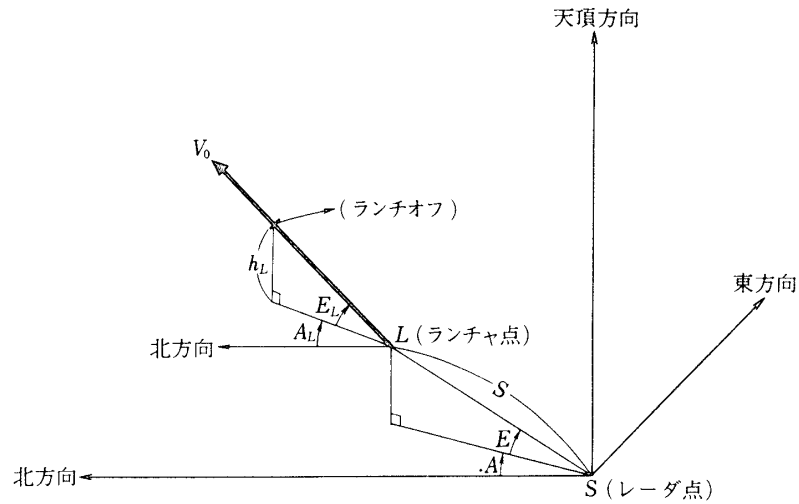
$$\text{ただし} \quad \begin{cases} T_0 : \text{ロケットの推力初期値} \\ W_0 : \quad \quad \quad \text{重量初期値} \\ I_{SP} : \quad \quad \quad \text{比推力} \\ x_L : \text{ランチャの長さ} \\ E_L : \quad \quad \quad \text{設定上下角} \\ G_0 : \text{重力加速度} \end{cases}$$

(2) ロケットの慣性座標系における位置及び速度

(i) 地心直交座標系( $X_c, Y_c, Z_c$ )への変換

$$\begin{cases} X_c = -S \cdot \cos E \cdot \sin A - h_L \cdot \cot E_L \cdot \sin A_L \\ Y_c = -(S \cdot \cos E \cdot \cos A + h_L \cdot \cot E_L \cdot \sin A_L) \sin \phi_s \\ \quad \quad \quad + (S \cdot \sin E + h_L + H_0) \cos \phi_s + R_s \cdot \cos \theta_s \\ Z_c = +(S \cdot \cos E \cdot \cos A + h_L \cdot \cot E_L \cdot \cos A_L) \cos \phi_s \\ \quad \quad \quad + (S \cdot \sin E + h_L + H_0) \sin \phi_s + R_s \cdot \sin \theta_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{X}_c = -V_0 \cdot \cos E_L \cdot \sin A_L \\ \dot{Y}_c = V_0 (-\cos E_L \cdot \cos A_L \cdot \sin \varphi + \sin E_L \cdot \cos \varphi) \\ \dot{Z}_c = V_0 (+\cos E_L \cdot \cos A_L \cdot \cos \varphi + \sin E_L \cdot \sin \varphi) \end{cases}$$



第8図 ランチャー設定図

(11) 慣性座標系  $(X, Y, Z)$  への変換

$$\begin{cases} X = X_c \cdot \sin \omega t + Y_c \cdot \cos \omega t \\ Y = Y_c \cdot \sin \omega t - X_c \cdot \cos \omega t \\ Z = Z_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{X} = \dot{X}_c \cdot \sin \omega t + \dot{Y}_c \cdot \cos \omega t - \omega Y \\ \dot{Y} = \dot{Y}_c \cdot \sin \omega t - \dot{X}_c \cdot \cos \omega t + \omega X \\ \dot{Z} = \dot{Z}_c \end{cases}$$

ただし

$$\left\{ \begin{array}{l} S : \\ A : \\ E : \end{array} \right\} \text{レーダ点からランチャ点を見た時の観測値}$$

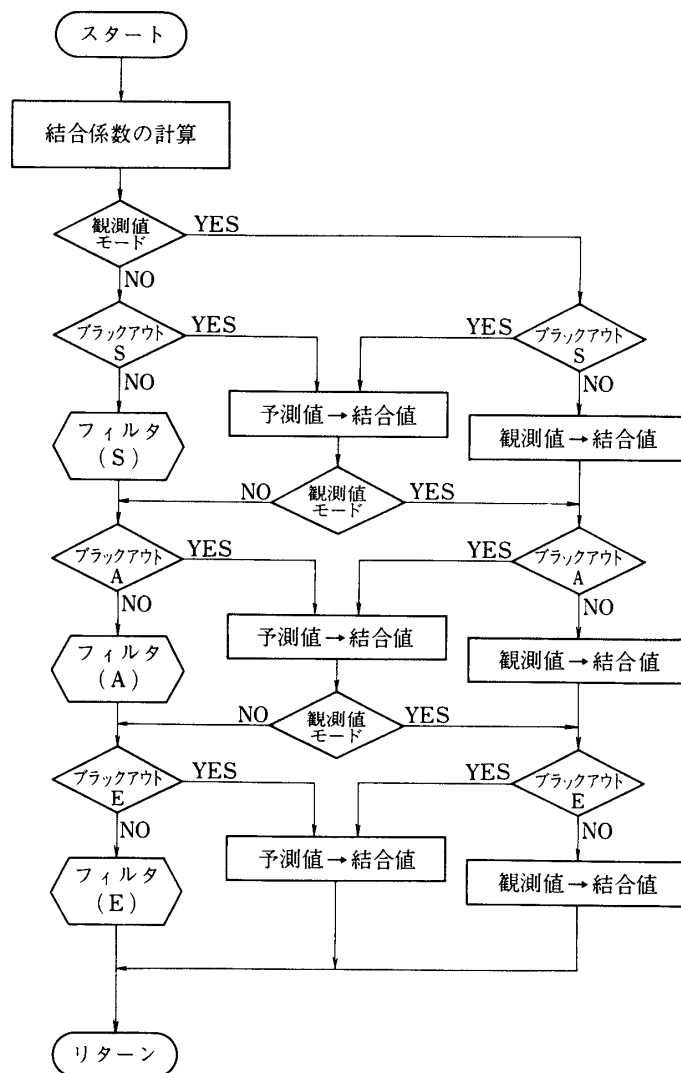
$$\left\{ \begin{array}{l} A_L : \text{ランチャーの設定方位角} \\ E_L : \text{設定上下角} \\ h_L : \text{高さ} \\ \varphi : \text{ランチャー点の測地緯度} \\ \varphi_s : \text{レーダ点の測地緯度} \\ \theta_s : \text{経度} \\ H_0 : \text{高度} \\ R_s : \text{地球半径} \\ V_0 : \text{ロケットの速度} \\ \omega : \text{地球の自転速度} \end{array} \right.$$

## 7. プログラム B の改良

## — 最適近似フィルタの導入 —

人工衛星打上げの為のロケットにおいて、精度の高い衛星軌道投入を行う為には、前段軌道に関する正確な情報を実時間に得る必要がまず生じてくる。この手段として、カルマンフィルタを用いることによって、このような軌道推定が容易に得られることは広く認められている。しかしながら、実際の軌道推定においては、共分散行列を逐次計算する際に非正定値が現われる可能性があり、それによって計算が収束しない場合があるので、これを避ける為にある程度、経験的な手法が用いられる。

このロケット追跡リアルタイムプログラムにおいて、収束しない原因とその取扱いを検討する為、主成分分析の手法を応用した結果、この問題点が、有限桁数の計算による「丸め誤



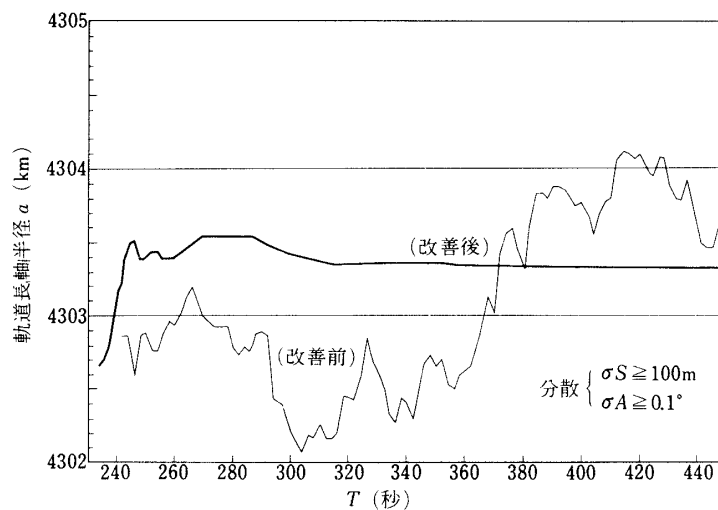
第9図 サブルーチンフローチャート

差」に依るというものでなく、むしろ追跡すべき軌道の数学的構造の表わし方に起因していることが明らかにされた。これはさらに適当な座標系を用いることによって、ほぼ改善され得ることも判明した。

この結果 KSC でロケット打上げに現在用いられているリアルタイムの計算も、わずかの改良により 6～10桁の比較的低精度の計算でも発散のおそれがなく、ほとんど最適なフィルタとなり、実用上きわめて有効なものであることが示された。以上の検討結果に基づいて、文献〔6〕に提案された方法に従い従来のプログラム B の内、軌道推定部分が以下の様に修正されている。

今回のカルマンフィルタ導入のためのプログラムの修正箇所は、リアルタイムプログラム B の予測値と観測値を用いて結合値を求めるルーチンの一部で、そのフローチャートは第 9 図に示すとおりである。

M-4S-3 のトラッキングデータによるシミュレーションテストの結果、第 10 図に示すようにフィルタによる改善前と改善後では軌道長軸半径  $a$  の収束具合に関して大幅な差が生じた。すなわち、Free Flight 後、約 70 秒で安定状態に入り、以後はきわめてばらつきが少なく、 $a$  にして 10 m 程度の振幅内に収まっている。尚、このプログラムでは、分散値の最小値をスラントレンジで 100 m、角度で 0.1 度に押えてある。



第 10 図 M-4S-3 によるデータ改善例

## 数式アルゴリズム

### (1) 結合係数 (KS, KA, KE) の計算

観測値と予測値より結合値を求める場合の観測値の重みづけ (Weighting Factor) はスラントレンジ、方位角、仰角の各々について次式より求められる。

$$\begin{aligned} US(T) &= \sqrt{1-\beta^2} \cdot \frac{(SS-PS)}{\sqrt{\text{Var}(SS)}} + \beta \cdot US(T-2) \\ UDS(T) &= \sqrt{1-\beta^2} \cdot \frac{(SDS-PDS)}{\sqrt{\text{Var}(SDS)}} + \beta \cdot UDS(T-2) \end{aligned} \quad (1.1)$$

ただし

$$\begin{cases} SS \text{ 及び } SDS = \text{観測値 } S \text{ 及び } \dot{S} \\ PS \text{ 及び } PDS = \text{予測値 } S \text{ 及び } \dot{S} \\ \text{Var}(SS) \text{ 及び } \text{Var}(SDS) = \text{観測値分散 } S \text{ 及び } \dot{S} \\ \beta = \text{定数} \end{cases}$$

(1.1) 式で定義される US, UDS より

$$\frac{1}{KS} = \text{EXP} \left[ -A \left\{ \frac{(US)^2}{4} + (UDS)^2 \right\} \right] \quad (1.2)$$

ただし,  $A = \text{定数}$

KA 及び KE についても, 同様に (1.1), (1.2) を使用する. ここで, US と UDS の初期値は 1 で,  $K$  の値が著しく大きくなると, 正常状態への復帰の遅れが生じる為,

$$|US| \leq 8, \quad |UDS| \leq 16$$

の制限を設けている.

## (2) 結合値の計算

カルマンフィルタの理論を応用して, 観測値とその 2 秒前に予測した値を用いて結合値を求める式は次のとおりである.

$t = T_n$  における推定分散マトリックス  $P_n$  は,

$$P_n = \left[ \frac{1}{K_n} (\Phi_n \cdot P_{n-1} \cdot \Phi_n^T)^{-1} + R^{-1} \right]^{-1} \quad (2.1)$$

ただし,

$$\begin{cases} K_n = \text{結合係数} \\ \Phi_n = \text{遷移マトリックス} \\ R = \text{観測誤差分散マトリックス} \end{cases}$$

このときの利得マトリックス  $G_n$  は,

$$G_n = P_n \cdot R^{-1} \quad (2.2)$$

以上より, 結合値  $\bar{Z}_n$  及び  $\bar{\dot{Z}}_n$  は,

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_n \\ \bar{\dot{Z}}_n \end{bmatrix} = [G_n] \begin{bmatrix} Z_{0n} \\ \dot{Z}_{0n} \end{bmatrix} + [1 - G_n] \begin{bmatrix} \bar{Z}_{n-1} \\ \bar{\dot{Z}}_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

ただし,

$$\begin{cases} Z_{0n} \text{ 及び } \dot{Z}_{0n} = \text{観測値} \\ \bar{Z}_{n-1} \text{ 及び } \bar{\dot{Z}}_{n-1} = \text{2秒前に予測した推定値} \end{cases}$$

## 8. ディタックス・プログラム

### 8.1 概 要

このプログラムは KSC 宮原の精測レーダ系において用いられているロケット追跡プログラムの一部をなし, その機能はロケット打上げ時における実時間ロケット追跡プログラムの実行後, 計算機内のコミュニケーション・エリアの一部にストアされている前段軌道の軌道要素及び最終段の予測軌道要素を入力データとして, 以下(1)～(5)項に示すような計算処理と出力を実行する.

- (1) 最終段点火時の前段軌道要素の編集及び出力
- (2) 最終段予測軌道の接触軌道要素の編集及び出力
- (3) 上記接触軌道要素から, 平均軌道要素への変換を行った後, 平均軌道要素の編集と出力.
- (4) 上記平均軌道要素を宇宙開発事業団筑波宇宙センターへ伝送するための, 紙テープ用コードへのコード変換とその結果の紙テープ出力.
- (5) 上記平均軌道要素を用いて, 指定された追跡局における, 人工衛星の観測時間, スラントレンジ, 方位角, 仰角の予測計算及びその結果の出力.

### 8.2 軌道要素変換

人工衛星の軌道は, 一般に2体問題から得られる2次曲線で近似されるが, 実際の力場は厳密には逆二乗の中心力場ではなく, また外乱を受けることもあるので, 軌道は必ずある任意の時刻における位置と速度を初期条件として決定される要素からはずれてくる. この位置と速度より定まる軌道要素を, その時の接触軌道 (Osculating Orbit) 要素といい, 逆二乗中心力場以外の外乱を平均化して考慮した軌道要素を平均軌道 (Mean Orbit) 要素という. 本プログラムでの軌道要素変換とは, 接触軌道である最終段予測軌道要素と, 計算終了時の時間を入力として, 平均軌道要素に変換する事をいう.

基本的な二体運動からの偏差を生じさせる摂動効果はいろいろ考えられるが, 主なものとしては,

- (i) 地球が真球でないことによる重力場の偏り
- (ii) 大気のドラッグ効果が運動方程式の中へ導入される場合
- (iii) 太陽の放射圧による加速が考慮される場合
- (iv) 太陽, 月等の天体による重力が無視できない場合

等があげられる. 一般的摂動はふつう時間に関する無限級数として表わされるものを基礎に, 変化の過程から,



(i) Secular 変化

(ii) 周期変化

の2つに分けられる。前者は単調増加または単調減少のものを示し、後者は三角関数的な周期のあるものを示しており、短周期摂動と長周期摂動の2種に区別される。現在用いられている接触軌道要素から平均軌道要素への変換プログラムは上記 Secular 変化、周期変化両者を考慮して作成してある。実際のプログラムは文献[4]にしたがい、付録に示す変換式を使用した。

### 8.3 人工衛星の観測予測計算

ある観測点より見た、人工衛星の距離、方位角、仰角の予測計算は、人工衛星トラッキングにおいて、待受けをするときの1つの目安となるものであり、本プログラムでは以下の条件のもとで、この予測計算を行っている。

(1) 地球は回転楕円体とする。

(2) 使用される人工衛星の軌道要素データは、KSC 宮原の精測レーダシステムによる予測データである。

(3) 軌道要素として使用するデータは、上記データに一次短周期摂動、長周期摂動及び1次 Secular 摂動を考慮して求められた平均軌道要素とする。

実際の計算式は付録3に示す。

## 9. 各種フォートランプログラム

### 9.1 C<sub>2</sub> 感度計算プログラム

本プログラムは、KSCにおけるプログラム C<sub>2</sub> の入力データの一部となる各種感度行列を計算し、その結果をプログラム C<sub>2</sub> の入力形式に従ってカードに出力するためのものである。

プログラムは次の3つの部分に分かれている。

1) 第1段燃焼後の C<sub>2</sub> 開始時刻  $t_1$  より基準時刻  $t_{r1}$  の間の標準軌道  $\mathbf{X}_n$  (慣性系位置、速度を表わす6次元ベクトル) を求めるための時間に対する2次近似式

$$\mathbf{X}_n(t) = \mathbf{X}_n(t_{r1}) + \mathbf{a}_1(t - t_{r1}) + \mathbf{b}_1(t - t_{r1})^2 \quad (1)$$

の係数ベクトル  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{b}_1$  (各々6次元) を求め  $\mathbf{X}_n(t_{r1})$ ,  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{b}_1$  を出力する。

2)  $t_{r1}$  における軌道誤差  $\Delta\mathbf{X}_1$ , TVC 姿勢基準に対するオフセット  $\Delta\mathbf{u}$  (ピッチ角, ヨー角), スラストの一定誤差  $\Delta T$  それぞれに対する C<sub>2</sub> 終端時刻  $t_f$  における軌道誤差  $\Delta\mathbf{X}_f$  の感度行列

$$\frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{X}_1} \bigg|_{\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_n, T_n}, \quad \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \bigg|_{\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_n, T_n}, \quad \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T} \bigg|_{\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_n, T_n}$$

を求め出力する。(添字  $n$  は標準値を表わす)

3)  $t_f$  における軌道誤差に対する前段軌道頂点の速度、高度(2次元ベクトル  $\mathbf{y}$  で表わす)の感度行列を求め、 $\mathbf{X}_n(t_f)$ ,  $\mathbf{y}_n$  (目標値) と共に出力する。

1), 2) については、2段目燃焼中にさらに1回コマンドを行うことがあり得るので、その場合には同様の計算により基準時刻  $t_{r2}$  に対する上記のそれぞれの値を求め、これらも合

わせて出力する.

それぞれの計算式は以下に示す通りである.

### 9.1.1 計算式

1) (1) 式の係数  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  を各次元毎に次のような重み付最小二乗法により推定する.

$$J = \sum_i w_i (x_i - \hat{x}_i)^2 \rightarrow \min \quad (2)$$

ここで  $w_i = k \cdot w_{i-1}$ ,  $k \geq 1$  の適当な値である. 推定に用いるデータは軌道予測計算による標準値で,  $t_1 \sim t_{n1}$  の間の2秒間隔の値である.

2)  $\mathbf{u}$  をピッチ角, ヨー角,  $T$  をスラストによる加速度と考えると, ロケットの運動方程式は

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{u}, T) \quad (3)$$

と表わされる. ここで  $\mathbf{X} = \mathbf{X}_n + \Delta \mathbf{X}$ ,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_n + \Delta \mathbf{u}$ ,  $T = T_n + \Delta T$  とすれば,

$$\Delta \dot{\mathbf{X}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_n, T_n} \cdot \Delta \mathbf{X} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_n, T_n} \cdot \Delta \mathbf{u} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial T} \right|_{\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_n, T_n} \cdot \Delta T \quad (4)$$

と書けるので (4) の各項毎に  $t_r \sim t_f$  まで積分すれば求める感度行列が得られる.

$\mathbf{X}_1$  を位置,  $\mathbf{X}_2$  を速度を表わすベクトルと考えると (3) は,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_1 &= \mathbf{X}_2 \\ \dot{\mathbf{X}}_2 &= -\frac{K\mathbf{X}_1}{|\mathbf{X}_1|^3} - \frac{1}{2} \rho |\mathbf{v}|^2 \cdot C_D \cdot S / m \cdot \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} + T \cdot \mathbf{n} \end{aligned} \quad (5)$$

となる. ここで

$\mathbf{v}$  : ロケットの地球に対する相対速度

$\mathbf{n}$  : 慣性系でのロケットの姿勢ベクトル.  $\mathbf{u}$  の関数となる.

$\rho$  : 空気密度 (table から求める)

$C_D$  : 空気抵抗係数

$S$  : 断面積

$m$  : 質量, 燃焼前と後の質量を  $m_{ig}$ ,  $m_{b0}$  とすると燃焼中は  $m = m_{ig} - (m_{ig} - m_{b0}) \times (t - t_{ig}) / (t_{b0} - t_{ig})$  とする.

$\mathbf{X}_n(t_r)$  を初期値として (5) を解くことにより得られる標準値  $\mathbf{X}_n$  を用いて (4) の各項毎の積分を  $t_f$  まで行えば

$$\frac{\partial \mathbf{X}(t_f)}{\partial \mathbf{X}(t_r)}, \quad \frac{\partial \mathbf{X}(t_f)}{\partial \mathbf{u}}, \quad \frac{\partial \mathbf{X}(t_f)}{\partial T}$$

が得られる. このとき  $\mathbf{u}$  は, ピッチ, ヨープログラマの予定値,  $T$  は標準のスラストカー

ブにより与えられるパラメータと考える。

3)  $\mathbf{X}_n(t_f)$  は、軌道予測計算による標準値を用い、これを  $\mathbf{p}$  (6 要素) へ変換し、さらに軌道頂点の速度、高度  $\mathbf{y}$  へ変換する。

$$y(1) = \sqrt{\frac{K}{a}} \cdot \sqrt{\frac{(1-e)}{(1+e)}} \quad K = 398600 \text{ km}^3/\text{sec}^2$$

$$y(2) = a(1+e)$$

上式より  $\partial \mathbf{y} / \partial \mathbf{p}$  が求められるので  $\Delta \mathbf{X}(t_f)$  に対する  $\Delta \mathbf{y}$  の感度は

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}(t_f)} = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{p}} \cdot \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{X}(t_f)} \quad (6)$$

として得られる。

```

PRECISE
*****
*                                     *
*      HAP      -24.6977397627      *
*                                     *
*      VAP      .0903310351        *
*                                     *
*      AZMP(DEG)  99.8903579905     *
*                                     *
*****

```

```

GUIDED
*****
*                                     *
*      HAG      2.4147753739        *
*                                     *
*      VAG      .0117122597         *
*                                     *
*      AZMG(DEG)  90.2272607174     *
*                                     *
*****

```

```

*****
*                                     *
*      DPITCH=   2.9999999999(DEG)  *
*                                     *
*      DYAW=     0.0999999999(DEG)  *
*                                     *
*****

```

第12図 出力データの FORMAT

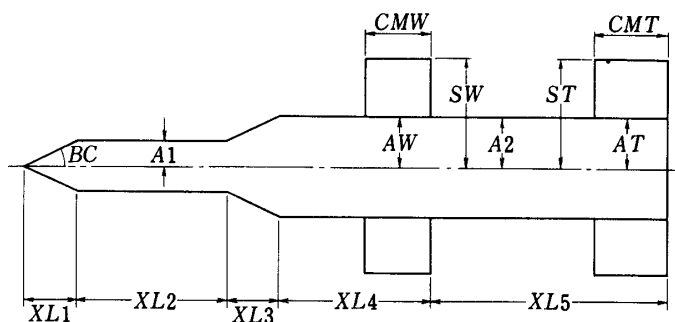
## 9.1.2 入出力リスト

入力データ及び出力カードは表3, 4 に示す通りである. 出力はカードでフォーマットは第11図の通りである.

表3 入力データ

変数名	入力 FORMAT	次 元	定 義
TS (1)	F 10.0	sec	C <sub>2</sub> start time 1
TR (1)	"	"	Reference time 1
TS (2)	"	"	C <sub>2</sub> start time 2
TR (2)	"	"	Reference time 2
TF	"	"	TVC 段 <i>b.o.</i> 後の時間 <i>t<sub>f</sub></i>
TIG	"	"	TVC 段 <i>ig</i> time
TBO	"	"	" <i>b.o.</i> "
TPI	"	"	ピッチプログラマ スタート 時間
TPF	"	"	" 終了 "
ITR	I 1		* ロケットの型 (1~3)
BC	F 10.0	deg	} ** ロケットの形状
A1	"	m	
A2	"	"	
SW	"	"	
AW	"	"	
CMW	"	"	
ST	"	"	
AT	"	"	
CMT	"	"	
XL1	"	"	
XL2	"	"	
XL3	"	"	
XL4	"	"	
XL5	"	"	
TW	"	"	Wing の厚さ
TT	"	"	tail "
CGIG	"		<i>ig.</i> 時の重心 (先端から)
CGBO	"		<i>b.o.</i> " ( " )
			白 紙 1 枚
WIG	"	kg	<i>ig.</i> 時のロケットの重さ
WBO	"	"	<i>b.o.</i> " "

変数名	入力 FORMAT	次元	定義
GSET	3 F 10.0	deg	ジャイロの設定方向 (Pitch, Yaw, AZ)
P0	F 10.0	"	ピッチプログラマスタート前のピッチ角
PF	"	"	" 終了後の "
YO	"	"	ヨープログラマスタート前のヨー角
YF	"	"	" 終了後の "
TTABL (1~NTRST)	2 F 10.0	sec, km/s <sup>2</sup>	TVC 段のスラストによる加速度 X+時刻, 加速度
			白紙 1 枚
T (I)	F 10.0	sec	軌道予測計算 $\{T_s \sim T_f$ は 2 sec 毎, $T_f$ での予測値が必要
VABS(I)	"	m/s	絶対速度
SABS(I)	"	deg	} 絶対速度の方向
SSS (I)	"	"	
RAMDA (I)	"	"	経度
FAI (I)	"	"	緯度
Z (I)	"	km	高度
			白紙 1 枚



N図

ITR	Fore body	Rear body	Wing	Tail
1	○	○	○	○
2	○	○		○
3	○			○

○印は有

無しの場合, それに対応する寸法を 0 とすればよい. ただし, M3C, B<sub>2</sub> は Tail がないので, ITR = 3 で ST = AT とする.

表4 出力カード

変 数 名	枚 数	シーケンス番号	定 義	
① {	TIM 1	1	0070	$C_2$ スタート タイム 1
	TIMR 1	1	0075	リファレンス タイム 1
	ATR 1	6	0081~0086	$\mathbf{a} \left( t_{r1} \right)$ $(6 \times 1)$
	BTR 1	6	0091~0096	$\mathbf{b} \left( t_{r1} \right)$ $(6 \times 1)$
② {	XNTR 1	6	0101~0106	$\mathbf{X}_n \left( t_{r1} \right)$ $(6 \times 1)$
	DXXTR 1	36	0111~0146	$\partial \mathbf{X}_f / \partial \mathbf{X} t_{r1}$ $(6 \times 6)$
	DXUTR 1	12	0151~0162	$\partial \mathbf{X}_f / \partial \mathbf{u} t_{r1}$ $(6 \times 2)$
	DXTTR 1	6	0171~0176	$\partial \mathbf{X}_f / \partial T$ $(6 \times 1)$
③ {	TIM 2	1	0200	$C_2$ スタート タイム 2
	TIMR 2	1	0205	リファレンス タイム 2
	ATR 2	6	0211~0216	$\mathbf{a} \left( t_{r2} \right)$ $(6 \times 1)$
	BTR 2	6	0221~0226	$\mathbf{b} \left( t_{r2} \right)$ $(6 \times 1)$
④ {	XNTR 2	6	0231~0236	$\mathbf{X}_n \left( t_{r2} \right)$ $(6 \times 1)$
	DXXTR 2	26	0241~0276	$\partial \mathbf{X}_f / \partial \mathbf{X} t_{r2}$ $(6 \times 6)$
	DXUTR 2	12	0281~0292	$\partial \mathbf{X}_f / \partial \mathbf{u} t_{r2}$ $(6 \times 2)$
	DXTTR 2	6	0301~0306	$\partial \mathbf{X}_f / \partial T$ $(6 \times 1)$
⑤ {	TIMF	1	0320	TVC 段 終了タイム
	XNTF	6	0325~0330	$\mathbf{X}_n \left( t_f \right)$ $(6 \times 1)$
	YNOM	3	0335~0337	Vap, Hap のノミナル値 $\mathbf{y}_n$
	DYDXF	12	0341~0352	$\partial \mathbf{y} / \partial \mathbf{X}_f$ $(2 \times 6)$

○修正を2回行う場合は①③②④⑤の順序でカードが出力される。(TIM 2 ≤ TIMF)

1回の場合は ①②③④⑤ の順序

○単位はすべて km, rad, sec

## 9.2 プログラム $C_2$ チェック用フォートランプログラム

### 9.2.1 概 略

本プログラムは、KSC 宮原において運用されているロケット追跡プログラムの一部である  $C_2$  プログラムのチェック及びオフラインで計算出力される  $C_2$  用データのチェックに用いられる。 $C_2$  は標準軌道に関する情報をすべて外部の計算( $C_2$  感度計算プログラム §9.1)に頼っている。しかもその情報は制御上きわめて重要であるが、直感的理解の困難な数値に集約されカードで伝達されるので、誤りその他の検出はほとんど不可能である。従って特にこのテストプログラムを、東京、鹿児島両方に設けて、リアルタイムプログラム  $C_2$  の部分シミュレーションを行うことにより、データのチェック及び評価函数(すなわち誘導方針)を決定するのに用いることが有効である。プログラム構成は  $C_2$  プログラムとできるだけ対

応するようにして作成されており，メインプログラムと以下に示す各サブルーチンより成り立っている．

(1) サブルーチン「VECDIF」

時間  $t$  における実際の飛しょう軌道と基準軌道との位置，速度の差を求める．

(2) サブルーチン「MLTMXV」

行列 ( $a \times b$ ) とベクトル ( $b$ ) の積を求める．

(3) サブルーチン「DMLMTX」

行列 ( $a \times b$ ) と行列 ( $b \times c$ ) の積を求める．

(4) サブルーチン「VECADD」

ベクトルの和を求める．

(5) サブルーチン「SCALE」

ある変動のスケールリングを行う．結果は4捨5入されて出力される．

(6) サブルーチン「AZIMUS」

ロケットの慣性系成分よりレーダ点からみた方位角を計算する．

(7) サブルーチン「INTOSX」

ロケットの慣性系成分より，軌道要素を求める．

(8) サブルーチン「HVV」

軌道要素より遠地点高度と遠地点速度を求める．

(9) サブルーチン「WRITEA」

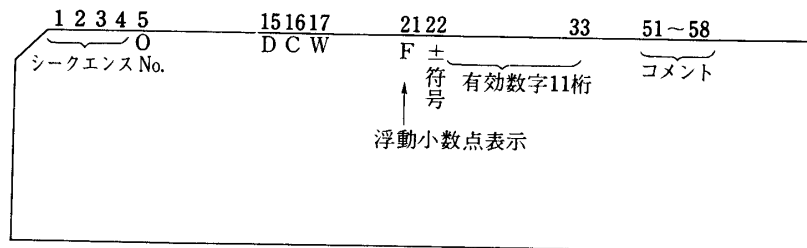
入力データ及び計算結果出力用のサブルーチン．

### 9.2.2 入力データ

本プログラムで使用する入力データカードはオフラインで計算出力される  $C_2$  用データカードとそれ以外のものとに大別でき以下に示すようなデータ形式と順序によって構成されている．

#### 2-1 オフラインで計算作成されるデータカード形式

図11のような形式になっており，読み込みフォーマットは E 18.11 となっている．



第11図

#### 2-2 他を入力データカード

慣性系データの入力コントロールカードを除いてすべて  $nF 20. 0$  ( $n = 1 \text{ or } 2 \text{ or } 3 \text{ or }$

4) で読み込まれる.

### 2-3 マトリックス ( $a \times b$ ) の格納順序

本プログラムで使用しているマトリックスの格納順序は以下のである.

①: 格納順序 ( $i = 1 \cdots ab$ )

$$\left[ \begin{array}{ccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \rightarrow \textcircled{b} \\ (1,1) & (1,2) & (1,3) \cdots (1,b) \\ \textcircled{b+1} & & \rightarrow \textcircled{2b} \\ (2,1) & (2,2) & \cdots (2,b) \\ & & \rightarrow \\ - & - & - \\ & & \rightarrow \textcircled{ab} \\ (a,b) & - & - \cdots (a,b) \end{array} \right]$$

### 2-4 入力データカードの順序

表5に入力データカードの変数名及びその入力順序を示す.

表5 入力データカードの並び

変 数 名	定 義	カ ー ド 枚 数
TIM 1	C <sub>2</sub> スタートタイム	1
TIMR 1	基準時間 $t_r$	1
ATR 1	一次係数ベクトル $\mathbf{a}$	6
BTR 1	二次係数ベクトル $\mathbf{b}$	6
XNTR 1	慣性系の基準値 $\mathbf{X}_n(t_r)$	6
DXXTR 1	遷移マトリックス $\partial \mathbf{X}_f / \partial \mathbf{X}_n$	36
DXUTR 1	感度マトリックス $\partial \mathbf{X}_f / \partial \mathbf{u}$	12
DXTTR 1	推力変動に対する偏微分 (未使用)	6
TIM 2	C <sub>2</sub> スタートタイム (2回目)	1
TIMR	} TIMR 1 ~ DXTTR 1 と同じ項で2回目 C <sub>2</sub> のときのデータ	1
ATR 2		6
BTR 2		6
XNTR 2		6
DXXTR 2		36



変 数 名	定 義	カード 枚 数
DXUTR 2	J	12
DXTTR 2		6
TIMF	TVC 制御終了時刻 $t_f$	1
XNTF	慣性系の基準値 $X_n(t_f)$	6
YNOM	頂点速度 (YNOM(1)) と 頂点高度 (YNOM(2)) $y$ の基準値と予備 (YNOM(3))	3
DYDXF	$X_f$ と $y$ の変換マトリックス	12
LIMP, LIMY	ピッチ, ヨーの操作量限界	1
QA, QK	評価関数マトリックス $Q$ の計算における評価楕円の成分 比傾斜	1
YOB	頂点速度 (YOB(1)) と 頂点高度 (YOB(2)) の目標値	1
R	分散マトリックス $R(1,1), R(2,1), R(1,2), R(2,2)$	1
EPSP, EPSY	ピッチ, ヨーの解の安定チェック量	1
STEP C	スケーリング単位	1
INPCON	慣性系入力データの8進, 10進スイッチ $\begin{matrix} 0: 10 \text{ 進} \\ 1: 8 \text{ 進} \end{matrix}$	1
TTT	慣性系データの取得時間 $t$	1
X	慣性系位置成分 (XYZ)	1
$\dot{X}$	慣性系速度成分 ( $\dot{X}\dot{Y}\dot{Z}$ )	1

### 9.2.3 計算結果出力

本プログラムで最終的に出力される計算結果は、KSC 宮原 レーダセンタに設置してあるラジオガイダンス用表示装置に出力される各量と同じで、その出力例を第12図に示す。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] 「電波誘導方式Ⅰ」石谷, 前田, 玉木 東大宇宙研報告 Vol. 8-3 (A) 1972年7月
- [ 2 ] 「電波誘導方式Ⅱ」石谷, 馬場, 前田 東大宇宙研報告 Vol. 9-4 1973年10月
- [ 3 ] 「科学観測衛星打上げにおける電波誘導方式」野村, 石谷, 馬場, 前田 計測自動制御学会誌 Vol. 14-11 1975年11月
- [ 4 ] 「The Motion of a close Earth Satellite」Y. Kozai, The Astronomical Journal Vol. 70 No 1 February 1965
- [ 5 ] 「角度測定ドップラ周波数測定併用のトラッキング方式の計算処理に関する研究」 鳥海他 航空宇宙技術研究所報告 TR-168 1968年11月
- [ 6 ] 「オンラインの軌道推定における Kalman Filter の応用について」石谷, 玉木 東大宇宙研報告 Vol. 8-2 (A) 1972年4月

## 付録1 最終段モータの有限時間加速によるインパルス近似の補正

今、最終段モータによる加速度，推力，飛しょう体の重量を各々  $a, T, W$  とすると，運動方程式は

$$\dot{X} = v \quad (1)$$

$$\dot{v} = g(X) + a = g(X) + T/W \quad (2)$$

更に点火の開始及び終了時点を各々  $t_0, t_f$  とし，前段軌道の運動 ( $X_0, v_0$  で表わす) からのモータ加速度による変動を  $\Delta X, \Delta v$  とすると，

$$\dot{X}_0 = v_0 \quad (3)$$

$$\dot{v}_0 = g(X_0) \quad (4)$$

より  $\Delta X$  に関して第1近似をとると，

$$x = \int v_0 dt + \int \Delta v dt \triangleq x_0 + \Delta x \quad (5)$$

$$\begin{aligned} v &\div \int \left[ g(X_0) + \frac{\partial g}{\partial X} \Delta X \right] dt + \int \frac{T}{W} dt \\ &= \int g(X_0) dt + \int \left[ \frac{\partial g}{\partial x} \Delta x + \frac{T}{W} \right] dt \end{aligned} \quad (6)$$

を得る．ここで更に  $\Delta X, (\Delta v)$  による重力変化の項を無視すると，

$$\Delta x = \int_{t_0}^t \Delta v dt \quad (7)$$

$$\Delta v = \int_{t_0}^t \frac{T}{W} dt \quad (8)$$

を得る． $T$  はスピン安定により，一定方向  $n$  に保たれていると考えられるので， $\Delta X, \Delta v$  は  $n$  に平行となり，その方向の成分をスカラー量で表わすことが出来る． $I_{SP}$  の定義より

$$T = -g I_{SP} dW/dt \quad (9)$$

であるから (8)(9) より

$$\frac{d\Delta v}{dt} = \frac{T}{W} = -\frac{g I_{SP}}{W} \frac{dW}{dt} \quad (10)$$

$$\therefore \Delta v(t) = -g I_{SP} \log W(t) + C \quad (11)$$

$$\Delta v(t_0) = 0 \text{ より}$$

$$C = g I_{SP} \log W_0 \quad (12)$$

$$\therefore v_m = \Delta v(t_f) = g I_{SP} \log \frac{W_0}{W_f} \quad (13)$$

一方(7)(11)(12)より

$$\frac{\Delta X}{g I_{SP}} = \int_{t_0}^t [\log W_0 - \log W] dt = (t - t_0) \log W_0 - \int_{t_0}^t \log W dt \quad (14)$$

ここで,  $T = \text{Const.}$  すなわち

$$\frac{dW}{dt} = \text{const.} \triangleq -k = \frac{W_f - W_0}{t_f - t_0} \quad (15)$$

と仮定すると

$$W = W_0 - k(t - t_0) \quad (15)'$$

であるから

$$-\int \log W dt = \frac{1}{k} \int \log W dW = \frac{1}{k} [W \log W - W] \quad (16)$$

(16)を(14)に代入すると

$$\frac{\Delta x}{g I_{SP}} = (t - t_0) \log W_0 + \frac{1}{k} [W \log W - W] - \frac{1}{k} [W_0 \log W_0 - W_0] \quad (17)$$

(13)より

$$\frac{W_0}{W_f} = \exp \left[ \frac{v_m}{g I_{SP}} \right] \quad (18)$$

を得るから, (17)において  $t = t_f$ ,  $W = W_f$  として, (18)を代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x(t_f)}{g I_{SP}} &= (t_f - t_0) \left[ \frac{W_f \log W_f - W_f \log W_0}{W_0 - W_f} + 1 \right] \\ &= t_b \left[ 1 - \frac{v_m / (g I_{SP})}{\exp(v_m / g I_{SP}) - 1} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

を得る. ここに  $t_b = t_f - t_0$  である. 以上の  $\Delta x, \Delta v$  を用いて

$$X(t_f) = X_0(t_f) + \Delta X(t_f) \quad (20)$$

$$\boldsymbol{v}(t_f) = \boldsymbol{v}_0(t_f) + \Delta \boldsymbol{v}(t_f) \quad (21)$$

より移行後の軌道を計算する.

## 付録2 軌道変更

### 2-1 各摂動の定義

地球の偏平によるところの摂動関数を  $F$  とし, 4 次の項までを表わすと

$$\begin{aligned} F = k^2 m \left[ \frac{3}{2} \frac{J_2}{a^3} \left( \frac{a}{r} \right)^3 \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \sin^2 i + \frac{1}{2} \sin^2 i \cos 2(v + \omega) \right\} \right. \\ - \frac{J_3}{a^4} \left( \frac{a}{r} \right)^4 \left\{ \left( \frac{15}{8} \sin^2 i - \frac{3}{2} \right) \sin(v + \omega) \right. \\ - \left. \left. \frac{5}{8} \sin^2 i \sin 3(v + \omega) \right\} \sin i \right. \\ - \frac{35}{8} \frac{J_4}{a^5} \left( \frac{a}{r} \right)^5 \left\{ \frac{3}{35} - \frac{3}{7} \sin^2 i + \frac{3}{8} \sin^4 i \right. \\ + \sin^2 i \left( \frac{3}{7} - \frac{1}{2} \sin^2 i \right) \cos 2(v + \omega) \\ + \left. \left. \frac{1}{8} \sin^4 i \cos 4(v + \omega) \right\} \right] \quad (i) \end{aligned}$$

ただし

$$\left\{ \begin{array}{l} k : \text{重力定数} \\ m : \text{地球の質量} \\ r : \text{地球の中心から人工衛星までの距離の絶対値} \\ a : \text{軌道の長半径} \\ i : \text{軌道面傾斜角} \\ v : \text{真近点離角} \\ \omega : \text{近地点引数} \\ J_i : \text{地球のポテンシャル関数の } i \text{ 番目調和係数} \end{array} \right.$$

となり,

地球の偏平が人工衛星におよぼす摂動には以下の3種類が考えられる.

#### (1) Secular 摂動

(i) 式の摂動関数において  $v$  と  $\omega$  に関係しない項で, ある基準の値からの振動しない定常的な変動を示す.

#### (2) 短周期摂動

(i) 式の摂動関数において,  $v$  と  $\omega$  両変数に関係する項で構成され, 周期性がある.

#### (3) 長周期摂動

(i) 式の摂動関数において  $v$  と  $\omega$  の整数倍の変数にのみ関係する項で構成され、周期性がある。

## 2-2 軌道要素の一次の短周期摂動及び長周期摂動

軌道要素の変動を表わす微分方程式に地球の偏平による摂動関数を代入して整理すると、短周期摂動及び長周期摂動は以下のような式で表わすことができる。

### (1) 短周期摂動

$$\begin{aligned}
 da_s &= \frac{3}{2} \frac{J'_2}{a} \left[ \frac{2}{3} \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left( \frac{a}{r} \right)^3 - (1 - e^2)^{-3/2} \right\} + \left( \frac{a}{r} \right)^3 \sin^2 i \cos 2(v + \omega) \right] \\
 de_s &= \frac{3}{2} \frac{1 - e^2}{e} \frac{J'_2}{a^2} \left[ \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left( \frac{a}{r} \right)^3 - (1 - e^2)^{-3/2} \right\} + \frac{1}{2} \left( \frac{a}{r} \right)^3 \sin^2 i \cos 2(v + \omega) \right] \\
 &\quad - \frac{\sin^2 i}{2e} \frac{3 J'_2}{2ap} \left\{ \cos 2(v + \omega) + e \cos(v + 2\omega) + \frac{1}{3} e \cos(3v + 2\omega) \right\} \\
 d\omega_s &= \frac{3}{2} \frac{J'_2}{p^2} \left[ \left( 2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) (v - M + e \sin v) \right. \\
 &\quad + \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \frac{1}{e} \left( 1 - \frac{1}{4} e^2 \right) \sin v + \frac{1}{2} \sin^2 v + \frac{e}{12} \sin 3v \right\} \\
 &\quad - \frac{1}{e} \left\{ \frac{1}{4} \sin^2 i + \left( \frac{1}{2} - \frac{15}{16} \sin^2 i \right) e^2 \right\} \sin(v + 2\omega) \\
 &\quad + \frac{e}{16} \sin^2 i \sin(v - 2\omega) - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \sin 2(v + \omega) \\
 &\quad + \frac{1}{e} \left\{ \frac{7}{12} \sin^2 i - \frac{1}{6} \left( 1 - \frac{19}{8} \sin^2 i \right) e^2 \right\} \sin(3v + 2\omega) \\
 &\quad \left. + \frac{3}{8} \sin^2 i \sin(4v + 2\omega) + \frac{e}{16} \sin^2 i \sin(5v + 2\omega) \right] \\
 di_s &= \frac{3 J'_2}{2 p^2} \sin 2i \left\{ \cos 2(v + \omega) + e \cos(v + 2\omega) + \frac{e}{3} \cos(3v + 2\omega) \right\} \\
 d\Omega_s &= -\frac{3}{2} \frac{J'_2}{p^2} \cos i \left\{ v - M + e \sin v - \frac{1}{2} \sin 2(v + \omega) - \frac{e}{2} \sin(v + 2\omega) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{e}{6} \sin(3v + 2\omega) \right\} \\
 dM_s &= \frac{3}{2} \frac{J'_2}{p^2} \sqrt{1 - e^2} \left[ -\left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left( 1 - \frac{e^2}{4} \right) \sin v + \frac{e}{2} \sin 2v + \frac{e^2}{12} \sin 3v \right\} \right. \\
 &\quad + \sin^2 i \left\{ \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{5}{4} e^2 \right) \sin(v + 2\omega) - \frac{e^2}{16} \sin(v - 2\omega) \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{7}{12} \left( 1 - \frac{e^2}{28} \right) \sin(3v + 2\omega) - \frac{3}{8} e \sin(4v + 2\omega) - \frac{e^2}{16} \sin(5v + 2\omega) \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{ii}$$

## (2) 長周期摂動

$$\begin{aligned}
de_l &= \left( \frac{3}{2} J'_2 \right) \frac{e \sin i}{4pa} \frac{1}{(4-5 \sin^2 i)} \left\{ \frac{14-15 \sin^2 i}{6} - \frac{(-\frac{35}{8} J'_4)}{(\frac{3}{2} J'_2)^2} \times \right. \\
&\quad \left. \frac{18-21 \sin^2 i}{7} \right\} \cos 2\omega \\
&\quad + \frac{(-J'_3)}{(\frac{3}{2} J'_2)} \frac{3 \sin i \sin \omega}{4a} \\
d\omega_l &= - \left( \frac{3}{2} J'_2 \right) \frac{3 \sin^2 i \sin 2\omega}{8p^2} \\
&\quad - \left( \frac{3}{2} J'_2 \right) \frac{1}{p^2} \left[ \frac{1}{4-5 \sin^2 i} \left\{ \frac{(14-15 \sin^2 i) \sin^2 i}{24} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{e^2(28-158 \sin^2 i + 135 \sin^4 i)}{48} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{(-\frac{35}{8} J'_4)}{(\frac{3}{2} J'_2)^2} \left\{ \frac{(18-21 \sin^2 i)}{28} - \frac{e^2(36-210 \sin^2 i + 189 \sin^4 i)}{56} \right\} \right\} \right] \\
&\quad - \frac{e^2 \sin^2 i (13-15 \sin^2 i)}{4(4-5 \sin^2 i)^2} \left\{ \frac{14-15 \sin^2 i}{6} - \frac{(-\frac{35}{8} J'_4)}{(\frac{3}{2} J'_2)^2} \times \right. \\
&\quad \left. \frac{18-21 \sin^2 i}{7} \right\} \sin 2\omega + \frac{3}{4} \frac{(-J'_3)}{(\frac{3}{2} J'_2)} \frac{(\sin^2 i - e^2 \cos^2 i) \cos \omega}{pe \sin i} \quad (iii) \\
di_l &= - \left( \frac{3}{2} J'_2 \right) \frac{e^2 \sin 2i}{8p^2} \frac{1}{(4-5 \sin^2 i)} \times \\
&\quad \left\{ \frac{14-15 \sin^2 i}{6} - \frac{(-\frac{35}{8} J'_4)}{(\frac{3}{2} J'_2)^2} \frac{18-21 \sin^2 i}{7} \right\} \cos 2\omega \\
&\quad - \frac{(-J'_3)}{(\frac{3}{2} J'_2)} \frac{3e \cos i \sin \omega}{4p} \\
d\Omega_l &= - \left( \frac{3}{2} J'_2 \right) \frac{e^2 \cos i}{2p^2} \frac{1}{4-5 \sin^2 i} \times
\end{aligned}$$

$$\left[ \begin{aligned} & \left\{ \frac{7-15\sin^2 i}{6} - \frac{(-\frac{35}{8}J'_4)}{(\frac{3}{2}J'_2)^2} \frac{9-21\sin^2 i}{7} + \right. \\ & \left. \frac{5\sin^2 i}{2(4-5\sin^2 i)} \left\{ \frac{14-15\sin^2 i}{6} - \frac{(-\frac{35}{8}J'_4)}{(\frac{3}{2}J'_2)^2} \frac{18-21\sin^2 i}{7} \right\} \right\} \sin 2\omega \\ & + \frac{(-J'_3)}{(\frac{3}{2}J'_2)} \frac{3e \cos i \cos \omega}{4p \sin i} \end{aligned} \right]$$

ただし

$$p : a(1-e^2)$$

$e$  : 離心率

$M$  : 平均点離角

$$J'_2 : J_2 \times R_0^2 = 1082.28 \times 10^{-6} \times R_0^2$$

$$J'_3 : J_3 \times R_0^3 = -2.546 \times 10^{-6} \times R_0^3$$

$$J'_4 : J_4 \times R_0^4 = -1.649 \times 10^{-6} \times R_0^4$$

$R_0$  : 地球の赤道半径 (6378.166 km)

となる。

ここで,  $da_s, de_s, d\omega_s, di_s, d\Omega_s, dM_s$  はそれぞれ, 長半径, 離心率, 近地点引数, 軌道面傾斜角, 昇交点経度, 平均点離角の一次の短周期摂動項であり,  $de_l, d\omega_l, di_l, d\Omega_l$  は, 離心率, 近地点引数, 軌道面傾斜角, 昇交点経度の長周期摂動項である。また,  $a, e, i, \omega, v, M$  は各軌道要素量の平均値である。

次に平均軌道要素に「 $M$ 」, 接触軌道要素に「 $0$ 」をつけて, 平均軌道要素と接触軌道要素との関係を表わすと以下ようになる。

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= a_M + da_s \\ e_0 &= e_M + de_s + de_l \\ \omega_0 &= \omega_M + d\omega_s + d\omega_l \\ i_0 &= i_M + di_s + di_l \\ \Omega_0 &= \Omega_M + d\Omega_s + d\Omega_l \\ M_0 &= M_M + dM_s \end{aligned} \right\} \quad (iv)$$

### 2-3 一次の Secular 摂動

2-1, 2-2 と同様にして一次のセキュラー摂動項を求めると,  $a, e, i$  にセキュラー摂動はなく,  $\omega, \Omega, M$  に以下のような形で作用する。

$$\omega = \omega_M + \left\{ \frac{3}{2} \frac{J_2}{p_2} \bar{n} \left( 2 - \frac{5}{2} \sin^2 i_M \right) \right\} \cdot t$$

$$\Omega = \Omega_M - \left\{ \frac{3}{2} \frac{J_2}{p_2} \bar{n} \cos i_M \right\} \cdot t$$

$$M = M_M + \bar{n} \cdot t$$

ただし

$$\bar{n} = n_1 + \frac{3J_2}{2p^2} n_1 \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i_M \right) \sqrt{1 - e_M^2}$$

$$p = a_M (1 - e_M^2)$$

ここで  $t$  はある基準値からの経過時間であり,  $n_1$  は摂動を受けない平均運動で  $n_1 = \sqrt{k^2 m / a_M^3}$  で定義される.

#### 2-4 軌道要素の交換手順

一次の短周期摂動, 長周期摂動及び一次のセキュラー摂動を考慮して接触軌道の要素の値から, 平均軌道要素の値を求めるには, (ii), (iii) 式において, 初めの平均値として, 軌道要素データ取得点の接触軌道の値を用いて, 1 回目の短, 長周期の摂動量を計算し, この値を (iv) 式に代入し, これにより求められた平均軌道要素を用いて, 2 回目の長, 短周期の摂動量を求めこれを再び (iv) 式に代入する, という過程をくり返し, 各軌道要素が一定値に収束するときの値を軌道要素の平均値とする.

#### 2-5 計算結果

表 1 に上記理論を用いて作成したプログラムを用いて, M-3C-1 (たんせい 2 号) の接触軌道要素を, 表 2 に M-3C-3 (CORSA) における予定軌道の接触軌道要素よりの平均軌道

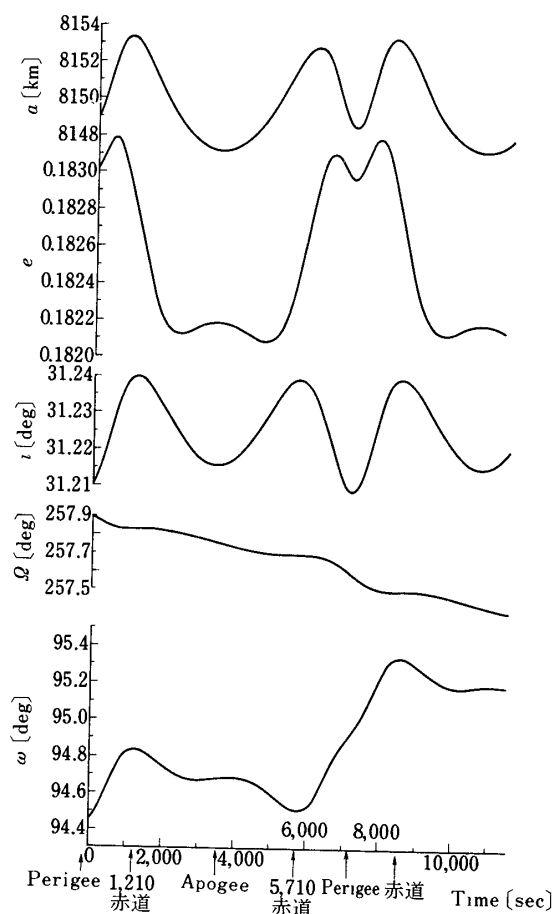
表 1 M3C-1 (たんせい 2 号) の接触軌道要素と平均軌道要素

	長半径	離心率	遠地点高度	近地点高度	軌道面傾斜角	近地点引数	昇交点経度
接触軌道値	8148.800 km	0.1830	3261.9 km	279.4 km	31.2105 度	94.440 度	257.90 度
平均軌道値	8150.223 km	0.1820	3255.8 km	288.8 km	31.2358 度	94.963 度	257.58 度

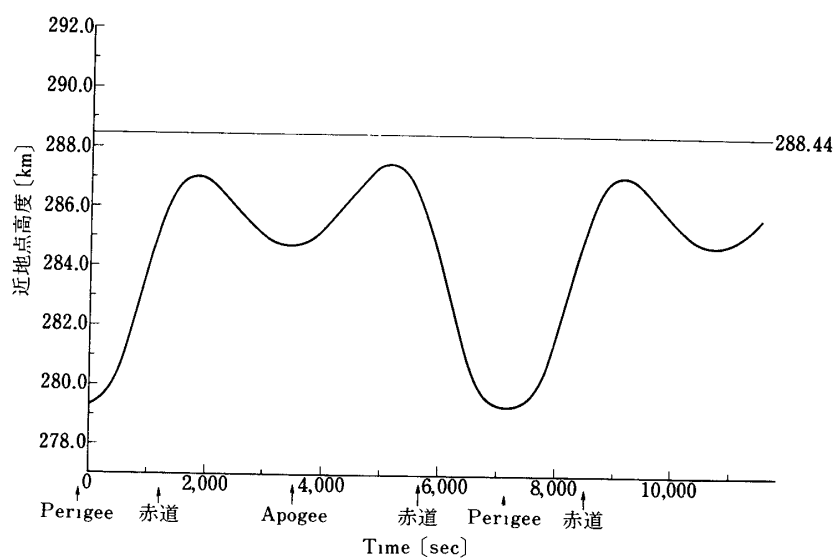
表 2 M3C-1 (CORSA) の予定軌道の接触軌道要素と平均軌道要素

	長半径	離心率	遠地点高度	近地点高度	軌道面傾斜角	近地点引数	昇交点経度
接触軌道値	6993.166 km	0.005005	650.0 km	580.0 km	31.00 度	95.0 度	268.00 度
平均軌道値	6995.597 km	0.003933	644.9 km	589.9 km	31.02 度	96.2 度	268.01 度

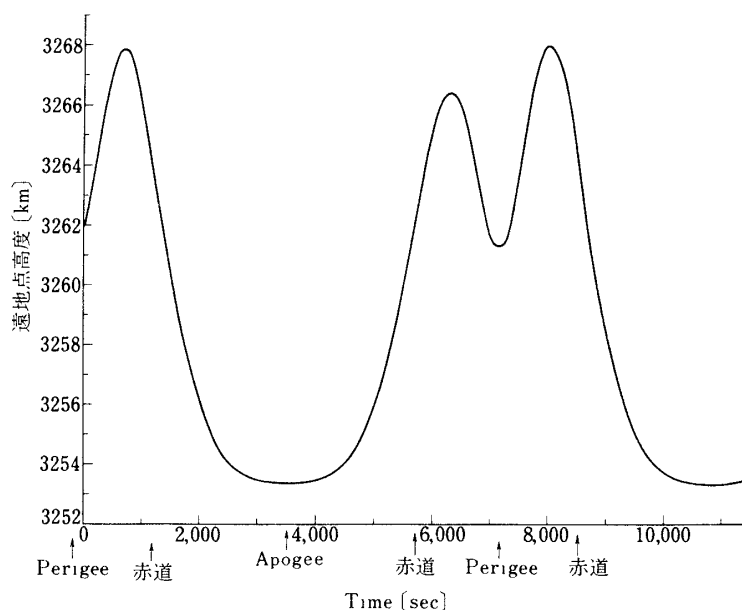




付図1 「たんせい2号」 NASDA # 4 平均軌道→  
接触軌道  $\dot{X}\dot{X}$  →積分



付図2 「たんせい2号」 NASDA # 4 平均軌道  $\dot{X}\dot{X}$  →積分



付図3 「たんせい2号」 NASDA # 4 平均軌道→接触軌道→ $\dot{X}\dot{X}$  積分

要素を、また、付図1～付図3に運動方程式をルンゲ・クッタ・ギル法により数値積分したときの各軌道要素の時間変動の一例（たんせい2号）を示す。

### 付録3 観測予測計算

#### 3-1

計算に使用している座標系は、基準を地心直交座標系にとり、人工衛星の軌道をあつかうために、軌道面座標系、慣性座標系、地心直交座標系を観測点での人工衛星の距離、方位角、仰角座標系、 $\rho - R - r$  ベクトルをそれぞれ用いて付図4に示すようなフローにより、この予測計算を行っている。以下にここで用いた座標系及び座標変換について示す。

#### 3-2 座標系

##### (1) 慣性系（付図5）

原点：地球の中心

RX： $t=0$  において原点と地球の自転軸と KSC 宮原 レーダ点とを含む子午面と赤道面の交線でレーダ点側を正とする。

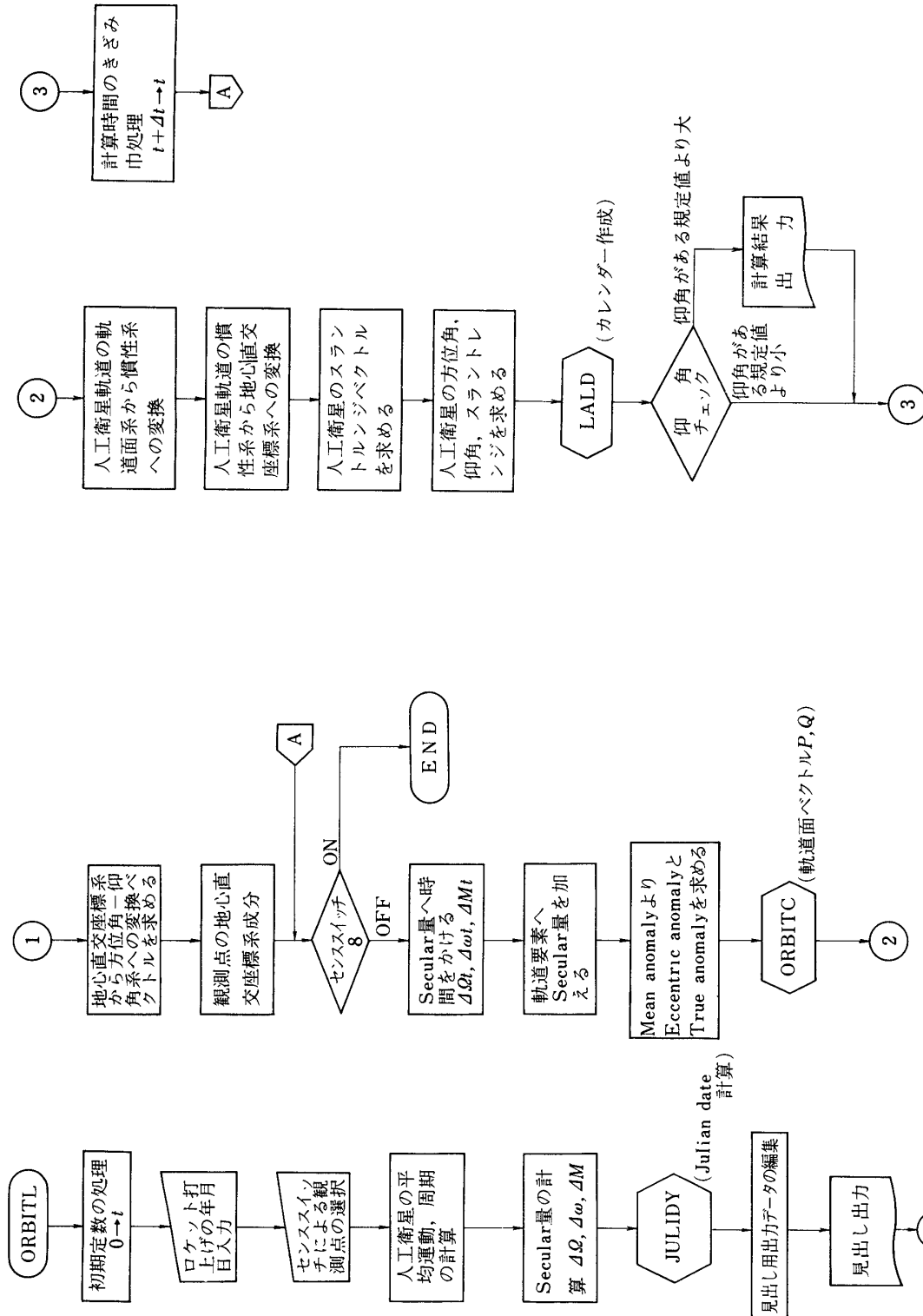
RY：RX, RZ と右手直交座標系をなす方向。

RZ：地球の自転軸で北を正とする。

##### (2) 地心直交座標系（付図6）

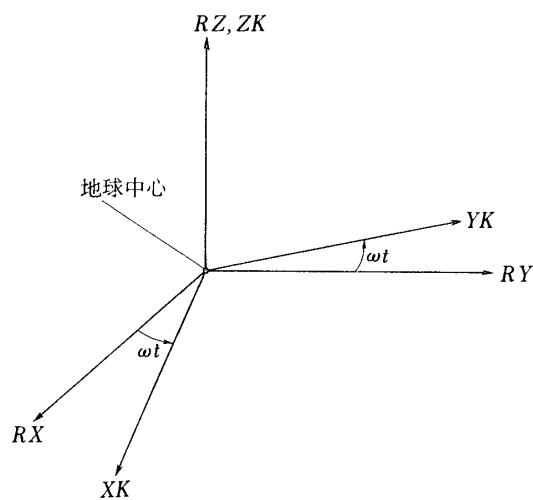
原点：地球の中心

XK：原点と地球の自転軸と観測点とを含む子午面と赤道面の交線で観測点側を正とする。

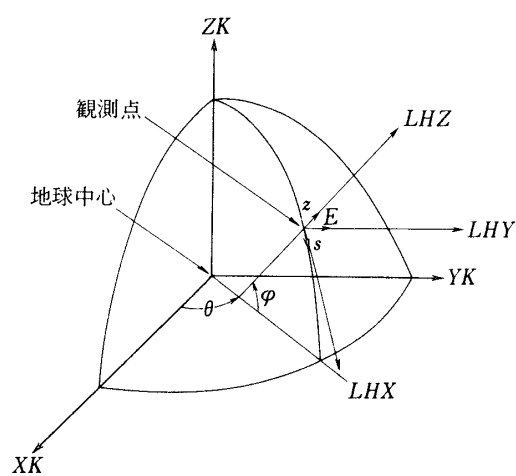


付図4-2 プログラムフロー

付図4-1 プログラムフロー



付図5 地心直交座標系と慣性系



付図6 地表面座標系と地心直交座標系

YK : XK, ZK と右手直交座標をなす方向

ZK : 地球の自転軸で北を正とする.

### (3) 地表面座標系 (付図6)

原点 : 観測点

LHX : 観測点での南方向

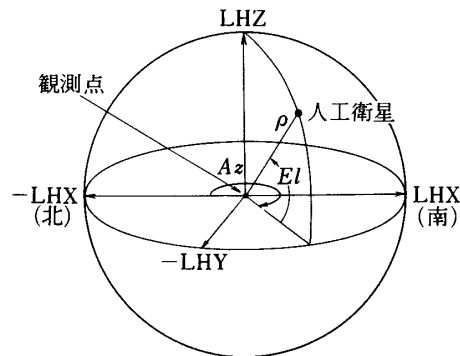
LHY : 観測点での東方向

LHZ : 天頂方向

なお LHX-LHY 平面は観測点において水平面をなしている.

(4) 方位角-仰角座標系 (付図 7)

観測点から目標に向うベクトル ( $\rho$ ) を, 地表面座標の LHX-LHY 平面に射影したベクトルと北方向とのなす角を方位角, そのベクトルと  $\rho$  とのなす角を仰角と定義する.



付図 7 方位角-仰角系と地表面座標系

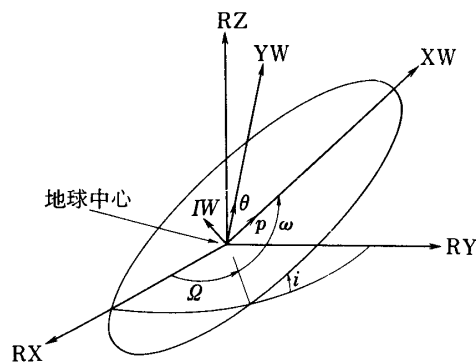
(5) 軌道面座標系 (付図 8)

原点: 地球の中心

XW: 地球の中心から近地点の方向にとる

YW: 真近点離角が XW より 90 度だけ進んだ方向にとる.

ZW: XW, YW と右手直交座標系をなす角



付図 8 軌道面座標系と慣性系

### 3-3 座標変換

#### (1) 軌道面座標系→慣性系

軌道面座標系での各成分を (XW, YW, ZW), 慣性系での各成分を (RX, RY, RZ) とすれば, 両座標系での変換式は次のように表わされる.

$$\begin{bmatrix} RX \\ RY \\ RZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} PX & QX & WX \\ PY & QY & WY \\ PZ & QZ & WZ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} XW \\ YW \\ ZW \end{bmatrix}$$

ここで  $P, Q, W$  は軌道面における単位ベクトルで次のように表わされる.

$$\begin{aligned} P &= \begin{bmatrix} PX \\ PY \\ PZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \cos i \sin \Omega \\ \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega \\ \sin \omega \sin i \end{bmatrix} \\ Q &= \begin{bmatrix} QX \\ QY \\ QZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \cos i \sin \Omega \\ -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega \\ \cos \omega \sin i \end{bmatrix} \\ W &= \begin{bmatrix} WX \\ WY \\ WZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin i \sin \Omega \\ -\sin i \cos \Omega \\ \cos i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

#### (2) 慣性系→地心直交座標系

慣性系での各成分を (RX, RY, RZ), 地心直交座標系での各成分を (XK, YK, ZK) とすれば, 両座標系の変換式は次のように表わされる.

$$\begin{bmatrix} XK \\ YK \\ ZK \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t & 0 \\ -\sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} RX \\ RY \\ RZ \end{bmatrix}$$

$\omega$ : 地球の自転角速度 (rad/sec)

#### (3) 地心直交座標系→地表面座標系

地心直交座標系での各成分を (XK, YK, ZK), 地表面座標系での, 対応する各成分を (LHX, LHY, LHZ) とすれば, 両座標系の変換式は次のようになる.

$$\begin{bmatrix} \text{LHX} \\ \text{LHY} \\ \text{LHZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{SX} & \text{SY} & \text{SZ} \\ \text{EX} & \text{EY} & \text{EZ} \\ \text{ZX} & \text{ZY} & \text{ZZ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{XK} \\ \text{YK} \\ \text{ZK} \end{bmatrix}$$

ここで、 $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{Z}$  は観測点における単位ベクトルで以下のように表わされる.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \text{SX} \\ \text{SY} \\ \text{SZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\varphi \cos\theta \\ \sin\varphi \sin\theta \\ -\cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \text{EX} \\ \text{EY} \\ \text{EZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \text{ZX} \\ \text{ZY} \\ \text{ZZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi \cos\theta \\ \cos\varphi \sin\theta \\ \sin\varphi \end{bmatrix}$$

#### (4) 地表面座標系→方位角→仰角座標系

地表面座標系での各位置成分を (LHX, LHY, LHZ) とすると, 方位角, 仰角, スラントレンジは以下ようになる.

##### (a) 方位角 $Az$

$$\begin{cases} \text{LHX} < 0 \text{ かつ } \text{LHY} \geq 0 \text{ のとき} & Az = \tan^{-1}(\text{LHY}/\text{LHX}) \\ \text{LHX} \geq 0 \text{ かつ } \text{LHY} > 0 \text{ のとき} & Az = \tan^{-1}(\text{LHY}/\text{LHX}) + \frac{\pi}{2} \\ \text{LHX} > 0 \text{ かつ } \text{LHY} \leq 0 \text{ のとき} & Az = \tan^{-1}(\text{LHY}/\text{LHX}) + \pi \\ \text{LHX} \leq 0 \text{ かつ } \text{LHY} < 0 \text{ のとき} & Az = \tan^{-1}(\text{LHY}/\text{LHX}) + \frac{3}{2}\pi \end{cases}$$

##### (b) 仰角 $El$

$$El = \tan^{-1} \left( \frac{\text{LHZ}}{\sqrt{\text{LHX}^2 + \text{LHY}^2}} \right)$$

##### (c) スラントレンジ SR

$$\text{SR} = \sqrt{\text{LHX}^2 + \text{LHY}^2 + \text{LHZ}^2}$$

#### (5) 軌道面における位置ベクトル→軌道面座標系

軌道面における人工衛星の位置ベクトルを  $\mathbf{r}$  としこのベクトルが近地点から真近点離角で  $v$  だけ動いた所にあるとすると軌道面座標系の位置成分 (XW, YW, ZW) は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} XW \\ YW \\ ZW \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\mathbf{r}| \cos v \\ |\mathbf{r}| \sin v \\ 0 \end{bmatrix}$$

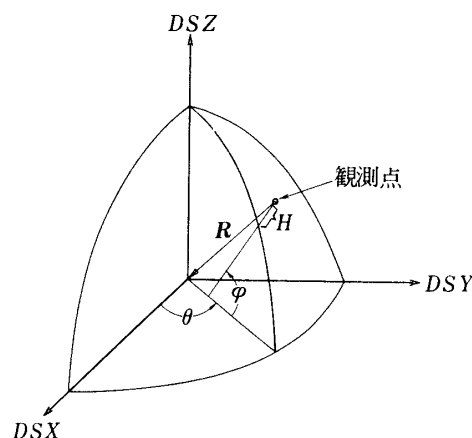
### 3-4 本プログラムにおける基準座標 ( $t=0$ における観測点の地心直交座標)

観測点の地心直交座標系位置成分を

$$\begin{bmatrix} DSX \\ DSY \\ DSZ \end{bmatrix}$$

とし、観測点の測地緯度を  $\varphi$ 、高度を  $H$ 、KSC 精測レーダとの経度差を  $\theta$  とすると、

$$-\mathbf{R} = \begin{bmatrix} DSX \\ DSY \\ DSZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G1 \cos \varphi \cos \theta \\ G1 \cos \varphi \sin \theta \\ G2 \sin \varphi \end{bmatrix}$$



ただし

付図9

$$\begin{cases} G1 = \frac{R_0}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \varphi}} + H \\ G2 = \frac{R_0(1-f)^2}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \varphi}} + H \end{cases}$$

$R_0$  赤道半径

$f$  地球の偏平率

### 3-5 観測点と人工衛星との位置ベクトル関係 ( $\rho = \mathbf{R} - \mathbf{r}$ ベクトル)

$\rho, \mathbf{R}, \mathbf{r}$  ベクトルを地心直交座標系を用いてそれぞれ以下のように表わすと、

$$\rho = \begin{bmatrix} LHX \\ LHY \\ LHZ \end{bmatrix} : \text{スラントレンジベクトル}$$



$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -DSX \\ -DSY \\ -DSZ \end{bmatrix} \quad : \text{観測点の位置ベクトル}$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} rX \\ rY \\ rZ \end{bmatrix} \quad : \text{人工衛星の位置ベクトル}$$

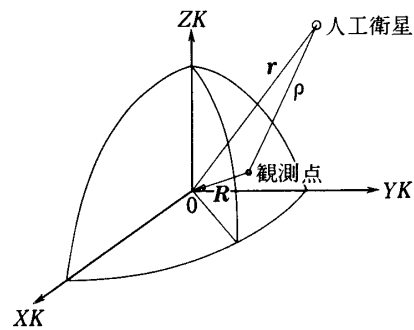
各ベクトル間の関係（付図10）より

$$\rho = \mathbf{R} + \mathbf{r}$$

となり、これを成分で表わせば

$$\begin{bmatrix} LHX \\ LHY \\ LHZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rX - DSX \\ rY - DSY \\ rZ - DSZ \end{bmatrix}$$

となる。



付図10