

空気中での板状破片の落下運動について

長 友 信 人・橋 本 保 成

Experimental Study on the Motion of Thin Plates Falling in the Atmosphere

By

Makoto NAGATOMO and Yasunari HASHIMOTO

Abstract: The motion of thin plates falling in the atmosphere was studied to know impact point dispersion of broken pieces of a launch vehicle or a reentry projectile in terms of range safety.

Experiments were carried out using several scale models of square plate with different surface density. The results show that the maximum dispersion angle which is defined by the angle between the path of falling motion and the vertical axis is approximately 22 degrees for any sample plate.

1. 序 論

発射されたロケットが人身，物件に危害を加えるのを防ぐ方策は，射場保安（range safety）システムとして種々の対象が体系的に組合されて用いられる。

その中でも，飛しょう体あるいは搭載機器の事故により予定の軌道はずれ，地上で事故が発生するおそれが生じたと判断した場合に，飛しょう体の推力中断や機体の破壊によって安全な区域に機体等を落下させるのは最も基本的な方法である。

その際，この飛行中止の装置を作動させる時期は安全な落下区域に対してある程度の余裕をもって行われなければならないが，これには次の3つの要因が関係している。つまり1) 飛行体の運動，2) 破壊等の方法および 3) 破壊された機体等の大気中落下時のばらつきである。

こゝでは，3)の破片等の落下時のばらつきに注目する。とくに，破片のうち滞空時間の長い板状破片について，その落下運動の特性を知るために正方形破片模型により風などの外乱の少ない状態の空気中での落下運動を実験的に調べたものである。

2. 模型実験の条件

2.1 破片の模型

実際の破片は形状、大きさともさまざまであり、落下してくる空間の大気状態は宇宙空間から大気圧までの圧力のちがいの他、風などの乱れもある。こゝで行った実験ではこれらの条件を次のように簡単化した。

落下してくる板状破片を正方形板で代表させる。また厚さは第1表に示すようなものである。

実験は高さ方向にほとんど状態変化のない約1気圧の大気中である。実際の場合、高度によって空気密度が変るので、この点は次のように考えて面積密度を変化させた。

2.2 運動の相似則

大きさの異なる模型実験において、ここでは非粘性流体中の運動方程式が同一になるという条件を相似条件として用いる。実物の運動方程式にあずかる力は次のようなものである。

$$\begin{aligned} \text{慣性力} &: M \dot{v} \\ \text{重力} &: M g_0 \\ \text{空気力} &: C \left(\frac{1}{2} \rho_a v^2 \right) A \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、こゝで M は物体の質量、 v は速度、 g_0 は重力加速度、 C は比例定数、 ρ_a は気体密度、 A は面積である。

模型において、長さ、時間、物体の密度、気体の密度を、それぞれ L 、 T 、 P 、 P_a の係数倍したとすれば、上記の各項に相当する式は、

$$\begin{aligned} \text{慣性力} &: (P \cdot L^3) \frac{L}{T^2} \times M \dot{v} \\ \text{重力} &: P L^3 \times M g_0 \\ \text{空気力(動圧)} &: \frac{P_a L^2}{T^2} L^2 \times C \left(\frac{1}{2} \rho_a v^2 \right) A \end{aligned} \quad (2)$$

(1)と(2)を比較して両者の運動方程式が同一になる L 、 T 、 P 、 P_a の関係を求めると、

$$P L^3 (L/T^2) = P L^3 \quad (3)$$

$$\text{および } P L^3 = P_a (L^4/T^2) \quad (4)$$

したがって、

$$L = T^2 \quad (3)'$$

$$P = P_a \quad (4)'$$

とすればよいことになる。こゝでは比例定数 C は速度によらず一定とした。

実験では L を先ず決めるが、この大きさは実物の落下高度が 10^3 mのオーダーになるのに対して、模型ではせいぜい 10^1 mのオーダーであり、 $L = 10^{-2}$ 。したがって $T = 10^{-1}$ となる。

実物の場合、高々度では気体密度 ρ_a は地上より小さくなるが、(4)'式は相対的に模型の密度を変化させれば相似条件が満たされることを示している。

実際の大气では乱れがあるが、これをこゝで行っているような模型実験に適用するのは困

難である。風速の相似状態は速度の相似条件と同じであるから、もし考えるとすれば、模型では実物の $L/T = \sqrt{L}$ 倍となる。

なお、以上の相似則は物体の並行運動だけでなく、重心のまわりの回転運動についても成り立つことは原理的に明らかである。

2-2) レイノルズ数

以上の相似条件には粘性の影響が考慮されていないが念のためそのちがいをレイノルズ数の比較によりあためてみる。

(3), (4)式をあてはめるとレイノルズ数の違いは

$$Re_{\text{実物}} / Re_{\text{模型}} = (\mu_{\text{模型}} / \mu_{\text{実物}}) (T / L_2 P_a)$$

μ は圧力によらないから、 μ の比は1とおける。(3)式をあてはめると、 $T = \sqrt{L}$

$$Re_{\text{実物}} / Re_{\text{模型}} = L^{-\frac{3}{2}} P_a^{-1}$$

この値は、例えば前のように $L = 10^{-2}$ とし、高度18km附近の $P_a = 10$ の密度比では、 Re 数の比は 10^2 となり、地表近くの $P_a = 1$ の密度比では Re の比は 10^3 となる。

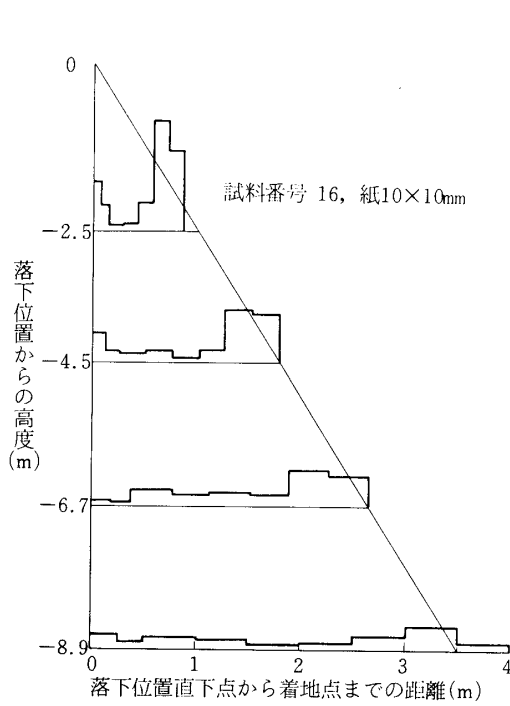
3. 実験, その1

落下点分布の一般的傾向を知るために、第1表に示す寸法、重量、材質をもった試片5種類をそれぞれ高さを変えて落下させ、落下点の直下から落下位置までの距離に対して分布を求めてみた。落下の初期条件は試片面を垂直方向にして初速なしである。

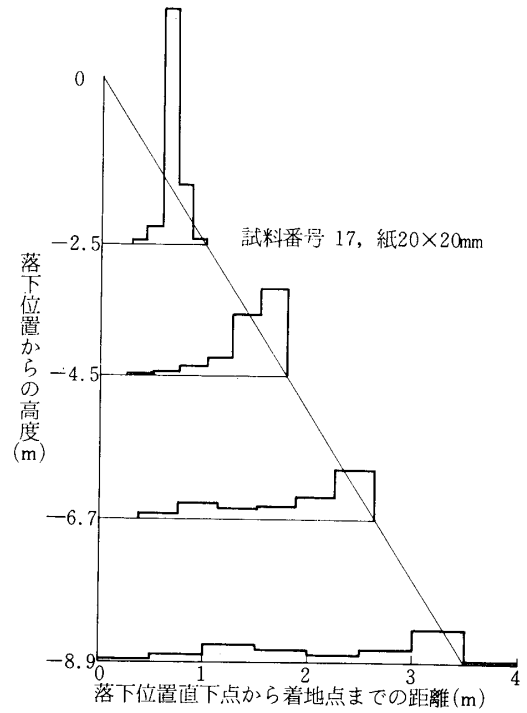
結果は第1図から第5図に示されている。各図は同一試料を用いて、それぞれ高さを2.5, 4, 5, 6, 8および8.9mの位置から落下させたデータから作成したもので、落下位置を原点として、たて方向に落下高度をとり、水平方向に水平到達距離をとり、こゝに落下試片の

第1表 実験3の1で用いた試片の特性(上)およびロケット尾翼の概略値(下)

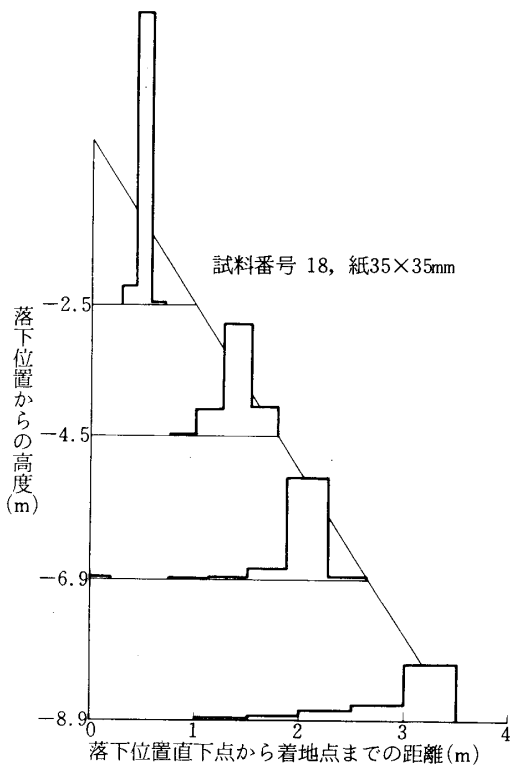
試片番号	材 質	密度 g/cc	寸法 $cm \times cm \times mm$	質量 g	面積密度 kg/m^2
16	紙	0.75	1.0 × 1.0 × 0.28	0.021	0.21
17	紙	0.80	2.0 × 2.0 × 0.52	0.172	0.43
18	紙	0.75	3.5 × 3.5 × 1.0	0.92	0.75
1	プラスチック	1.34	1.0 × 1.0 × 0.5	0.067	0.67
3	プラスチック	1.34	2.0 × 2.0 × 1.0	0.537	0.133
ロケット種別	材 質	平均密度	寸法 $cm \times cm \times mm$	質量 kg	面積密度 kg/m^2
A	—	3.6	25 × 35 × 8	2.5	28.6
B	—	1.35	63 × 70 × 24.5	14.6	33.0
C	—	0.65	106 × 101 × 48.9	34.0	31.8



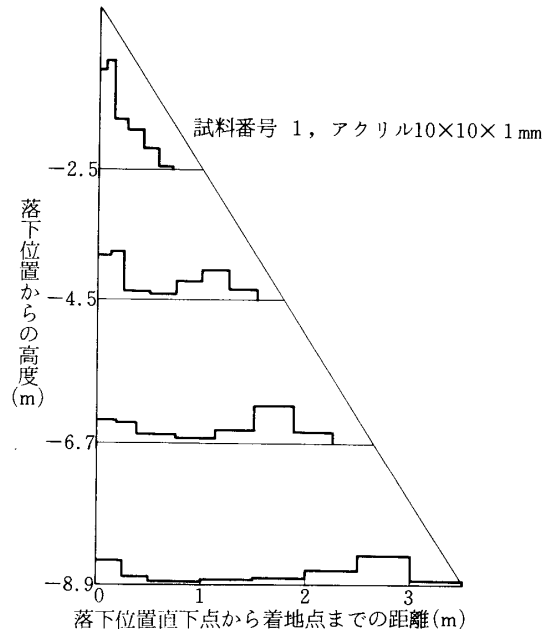
第1図 正方形板落下着地点分布(1)



第2図 正方形板落下着地点分布(2)



第3図 正方形板落下着地点分布(3)



第4図 正方形板落下着地点分布(4)

数の分布をかいたものである。一つの高度に対して落下回数（試片枚数）は約200である。これによって各図は一試片の8.9 mへ落下したときの途中の径路分布を表わしていると見ることができる。このデータから次のような点を指摘できる。

(1) 着地点距離の分布は落下直下点および最も外側に極大値を持つ。

観察によると直下点附近におけるものは面を水平にして落下するモードで、外側に達しているのは板面に軸をもつ回転運動を伴うものである。つまり、水平方向の移動には回転に伴う循環が必要だといえる。これを以下で回転モードの運動という。中間に落下するものは途中で回転しはじめたものか、あるいは、回転運動にきりもみのような運動が加わったために到達距離が伸びなかったものである。

(2) 大きさ、重量によって落下直後の分布は異なるが、ある高さから下では、落下とともに試片分布が水平方向に拡散していく割合はいずれの場合もほぼ一定である。

観察によると、落下直後は初期条件から安定な状態になるまでの過渡的な状態である。安定の状態には2つの不規則な運動をするが、形態（モード）があり、その一つは面を水平にして垂直落下するモードであり、一度回転モードになると定常運動になり、一定の角度で落下していく。この角度がこの拡散していく拡がり角度に相当するものであることが明らかになった。

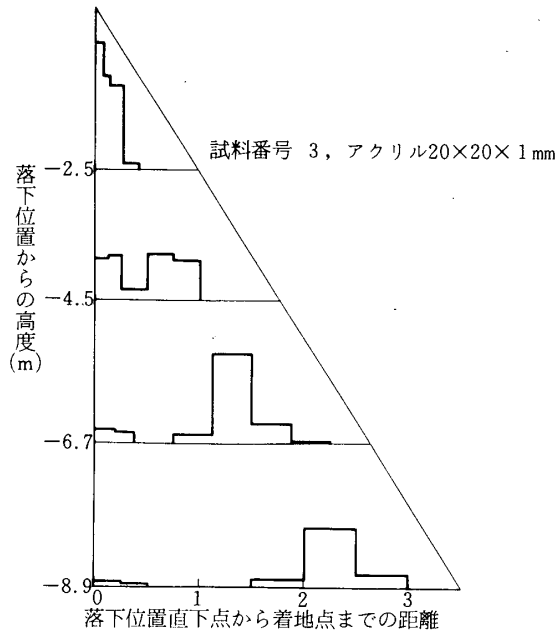
4. 落下実験、その2

板状破片の回転モードの運動によるものが最も遠くまで達するという前試験結果に基づいて、さらに多くの種類の重量、大きさの回転モード運動の特性を調べることにする。

用いた試験片の特性は第2表に示す通りである。各試験片を高さ7.5 mより落下させ、高さ1 mにおいて、ストロボ写真撮影を行った。

この結果の代表的なものは第6図に示す。それに見られるように、破片の重心はほぼ一直線上にある。重心の移動径路にそって、この速度 v 、重心まわりの破片の回転速度 ω および同径路の垂直となす角 θ を求めた。

第7-1図は面積密度 M/A に対して速度 v をプロットしたものであり、第7-2図は $\omega \times \ell / 2$ をプロットしたものである。 $\omega \times \ell / 2$ は正方形の辺が垂直、水平に保たれたまま落下した場合の破片端の回転運動の速度である。



第5図 正方形板落下着地点分布(5)

第2表 実験3の2で用いた(ただし15をのぞく)
試片の特性値と測定データ

番号	材質	密度*	寸法	重量	面積密度	落下角度	速度	回転角速度	過速度
		g/cm ³	mm	gr	kg/m ²	(θ)	m/s	rad/s	m/s
1	アクリル	1.34	10×10×0.5	0.067	0.67	20	3.03	54.5	0.272
2	"	1.36	15×15×0.8	0.245	1.09	19	4.13	54.3	0.406
3	"	1.34	20×20×1	0.537	1.37	21	4.56	43.7	0.437
4	"	1.36	30×30×0.5	0.612	0.68	21.5	3.45	24.0	0.36
5	"	1.36	30×30×0.8	0.979	1.09	21	4.49	34.6	0.52
6	"	1.36	30×30×1	1.224	1.36	19.5	4.59	37.8	0.57
7	"	1.48	30×30×1.5	2.001	2.22	12	5.70	34.0	0.51
8	アルミ	2.78	10×10×0.5	0.139	1.39	16	5.05	58.5	0.292
9	"	2.93	15×15×0.8	0.527	2.34	13.5	6.09	50.4	0.38
10	"	2.63	20×20×1	1.062	2.65	18.5	7.01	40.6	0.406
11	"	2.83	30×30×0.5	1.274	1.42	19	5.58	33.8	0.51
12	"	2.45	30×30×0.8	1.761	1.96	15	6.27	40.6	0.61
13	"	2.70	30×30×1	2.433	2.70	12	8.29	38.7	0.58
14	"	2.65	30×30×1.5	3.580	3.98	6	8.42	28.2	0.42
15	"	2.70	40×40×2	8.64	5.40	22	—	—	—

* 寸法, 重量の値から算出したもの.

落下径路の垂直とのなす角を同じく M/A に対してとったのが第8図である. この中には落下実験その1のデータと80mから落下させた40×40×2mmの試験片の水平到達距離から求めた角度が記入されている.

この角度は運動が定常状態に達した時は第9図のような力の成分を決めるもので, 無次元量であるから一定値をとるものと予想される. 第8図ではかなりのデータが θ が m/l^2 に依存する傾向を示しているかのように見える. しかし, 小さい試片と大きくても落下距離を大きくとった最大の試片では θ の値がほぼ等しくなっていることから判断すれば, この値に達していないデータは測定が落下後定常状態に達するには短い距離で行われたのであろうと解される.

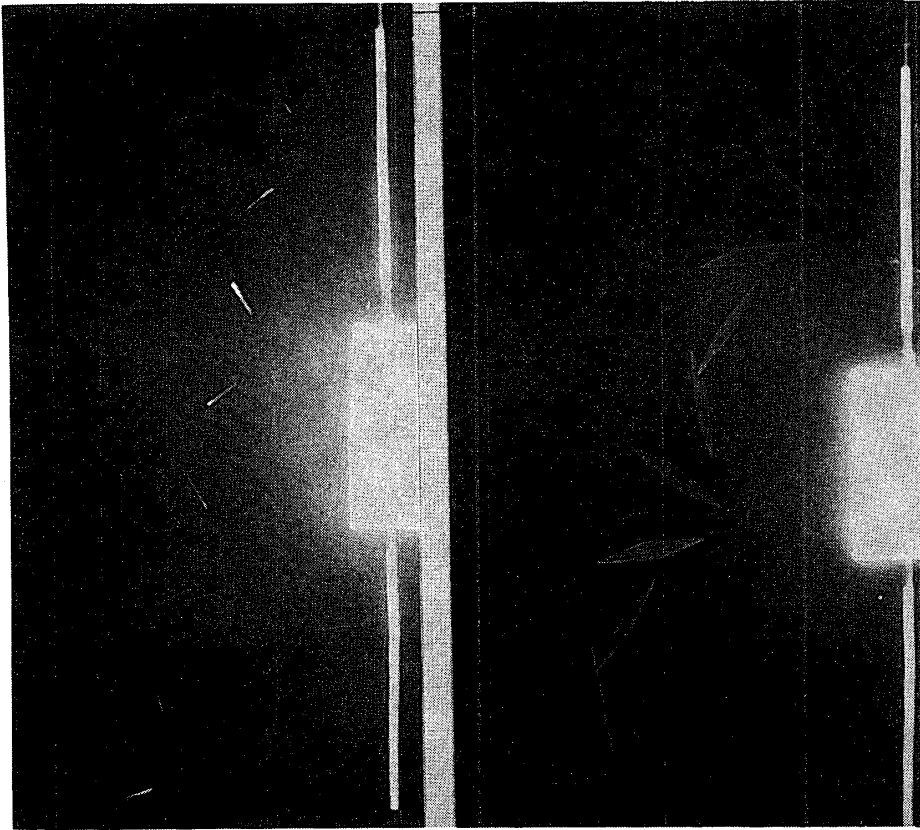
このように解釈すると, 第7図の実験値についても同様に並進運動速度 v は大きめに出て, 回転速度は小さくでていると考えられるので, この傾向を考慮にいと v , $\omega l/2$ ともに $\sqrt{m/l^2}$ に比例するとみてよいであろう.

第7図の実線はそれぞれ

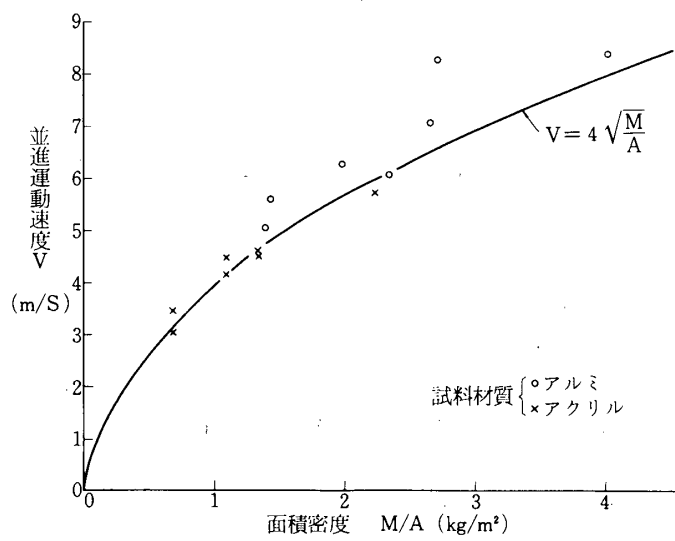
$$v = 4\sqrt{m/l^2}$$

$$\omega l/2 = 0.5\sqrt{m/l^2}$$

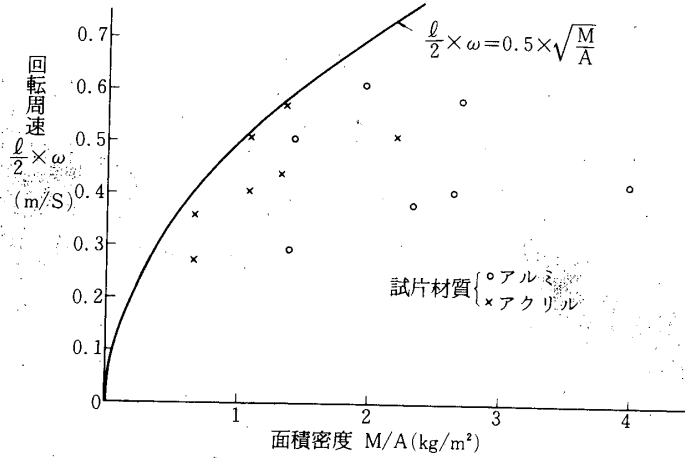
を表わしている.



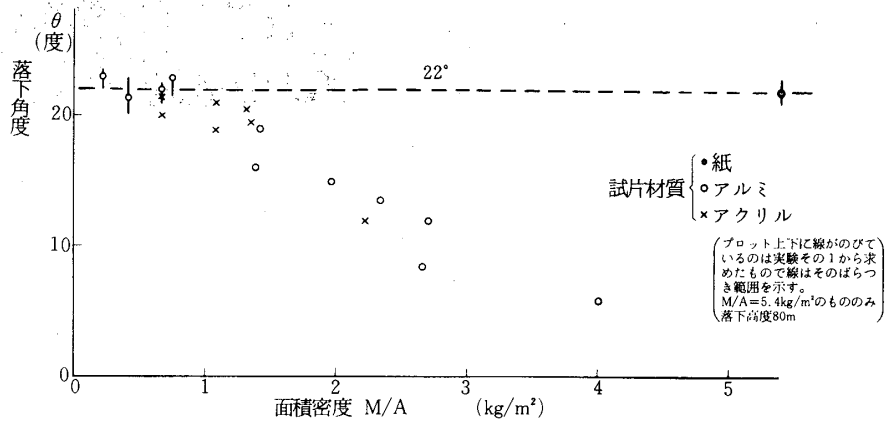
第6図 ストロボ撮影による試片の運動の状態，閃光周期 $1/100$ 秒，左は試片番号9，右は同じく6，スケールは右端のラインが10cm単位つまり全体で30cm位の範囲を示す。



第7-1図 面積密度 (M/A) と並進運動速度 (v) の関係



第7-2図 面積密度 (M/A) と回転周速度 ($\frac{l}{2} \times \omega$) の関係



第8図 落下角度 (θ) と面積密度 (M/A) の関係

以上の実験値に基づいてこの循環をもつ試片の揚力係数 C_L 、空気抵抗係数 C_D 等を求めてみる。

$$\text{揚力 } F = \frac{1}{2} \rho v^2 C_L \ell^2$$

定常状態では $F = mg \sin \theta$ であるから、

$$C_L = \frac{m}{\ell^2} \cdot \frac{2}{v^2} \cdot \frac{g}{\ell} \sin \theta$$

これに $v = 4\sqrt{m/\ell^2}$ の関係を用いると

$$C_L = \sin \theta \div \sin 21^\circ = 0.38$$

同様に、空気抵抗 $D = mg \cos \theta$ より、

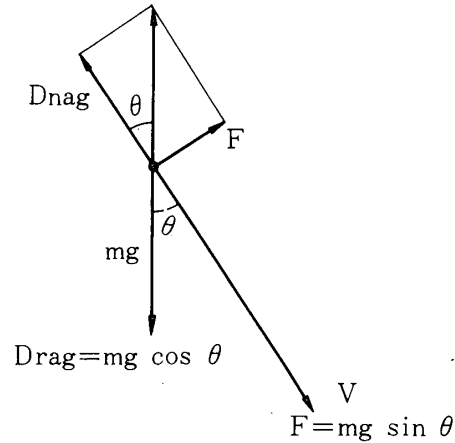
$$C_D = \cos \theta = \cos 21^\circ = 0.93$$

また、循環 $\Gamma = k (\omega \ell / 2) \pi \ell$ について $C_L = 2 \Gamma / v \ell$ の関係より、

$$k = \frac{v \sin \theta}{\omega \ell \pi}$$

$v = 4\sqrt{m/\ell^2}$ 、 $\omega \ell / 2 = 0.5\sqrt{m/\ell^2}$ の実験値から

$$k = 4 \times \frac{0.38}{\pi} = 0.46$$



5. 模型実験からの実物破片の運動の予想

以上は大きさが1 cm程度の寸法で大気圧下で行った結果であるが、これが長さ1 m程度で大気密度のより小さな高空までの運動に適用する寸法について考えてみる。実物の破片の代表的なものとして現用観測ロケットの尾翼を板とした場合の寸法を第1表に示す

方法(1)、相似物体であれば(3)式を適用することができる。

$$\frac{L}{T^2} = \text{const.}, \quad \frac{Pa}{P} = \text{const} \quad (3), (4)$$

の条件が満たされていればよい。つまり、模型と実物の大気密度の比と物体密度比とをそれぞれ等しくした場合、運動は L/T^2 一定の条件で模擬できる。

この方法では相似の形状が要求されるとともに Pa の変化に対して試片の材料密度を同じように変えなければならないので模型が作りにくい欠点がある。

方法(2)、破片が板状であることから、板面として相似であれば、厚みは相似でなくても模型実験の結果が使えると都合のよいことが多い。そのように考えて、(2)式を書き直すと、

$$\text{慣性力} : (P L^2) \frac{L}{T^2} \times M \dot{v}$$

$$\text{重力} : P L^2 \times M g_0$$

$$\text{空気力} : P a \left(\frac{L}{T}\right)^2 \cdot L^2 \times \left(\frac{1}{2} \rho a v^2\right) A$$

したがって、相似条件としては

$$PL^2 \left(\frac{L}{T^2}\right) = PL^2 = Pa \left(\frac{L}{T}\right)^2, L^2$$

L/T^2 および $\frac{Pa}{P}$ が不変量となる。あるいは両者の積 $\frac{Pa}{P} \left(\frac{L}{T}\right)^2$ と $\frac{Pa}{P} L$ とを二

つの不変量としておいてもよいが、すでに $\frac{1}{P} \left(\frac{L}{T}\right)^2 = \text{const}$ が第7図に示されていて、

$\frac{Pa}{P} L$ は(5)式が一定であることによって示されているから、この相似法則が有効に使えると
いってよいであろう。

以下、いずれも回転運動モードの速度を求める。

例題1, 表1のBの尾翼を650 mm × 50 mm × 24.5 mmとして大気圧下での運動速度を二つの方法で求めて比較する。

方法(1), 大気圧下のデータをそのまま使う。模型の中で密度の近いものはアクリルの1.36である。形状としては30 × 30 × 1である。(実際には辺の長さを合わせると30 × 30 × 1.1になる。) 寸法比は30/650, したがって速度比は $\sqrt{\frac{30}{650}} = \sqrt{0.046} = 0.2$.

模型実験の速度は4.6 m/sec, したがって実物では22 m/s, $\frac{L}{P}$ が不変量だから 10×10 とすると $L = \frac{10}{650}$, したがって $P = \frac{10}{650}$ m/s は $3.3 \text{ g/cm}^3 \times \frac{10}{650} = 0.051$, 第7図より $v_0 = 2.6 \text{ m/s}$ 実際の速度は $v = 2.6 \text{ m/s} \times \sqrt{\frac{10}{650}} = 21 \text{ m/s}$.

例題2, 同じくBの尾翼で高度35 km附近での運動速度を求める。

方法(1)で行うとして、大気密度は実物では1/10気圧である。これに相当する密度比をもって適当な模型が見当たらないので寸法(2)による。模型の寸法を20 × 20とすると実物に対して

$Pa = 10.2$ である。寸法比 $= \frac{20}{650}$ である。 $\frac{Pa}{P} L = 1$, $P = 10 \times \frac{20}{650} = 0.31$, 第7図より

$P = 0.31$ に相当する速度 $v_0 = 7 \text{ m/s}$, したがって実際の速度は $7 \times \frac{650}{20} = 40 \text{ m/s}$ である。

6. 結 論

破壊した宇宙飛しょう体が大気中を落下し、散乱する範囲を予想するため、破片模型の落下実験を行った。破片模型としては一辺が1 cmないし4 cmの正方形の板で厚みと材質を選ぶことにより面積密度が0.2~5.4 g/cm²の範囲で違った値のものをいくつか用いた。

実験は先ず一定高度から多数の試片を落下させて地上での着地点の分布を求め、これを落下位置直下点から水平到達距離に対して表わした。この結果、最も水平距離の大きい落下運動は板面を軸として回転するモードによるものであった。

この回転モードについてストロボ写真撮影をして解析した結果、落下速度と回転速度は一定の比をなし、それらは板の面積の平方根に比例することが確められた。また、この写真と

落下運動の落下点分布とを併せて考えると回転モードの落下径路は垂直から約 22° である。

各試片の運動は、慣性力、空気力、重力を考慮した相似条件の下に一定であり、これによって大気圧より低い大気密度の上空における実機大の板状破片の運動も予想できると思われる。

ただし、空気のごく薄い所では最終的な定常回転運動が十分達成されないうちに急速な大気状態の変化が生じると思われるが、この過渡的な状態についてはこゝでは取扱わなかった。

7. あとがき

この実験は昭和44年1月16日のL-3H-4号機の事故にヒントを得て行われた。しばらく放置していたデータをこゝに整理する動機となったのは本所籾田助教授の示唆によるものであり、また、そのさい空気力学的表現等について有益な助言をうけた。

大部分の実験は屋内で筆者らによって行われたが、最も実物に近いスケールのものは東照久技官の助力を得て鹿児島宇宙観測所の風向風速塔で行った。

末筆ながら御兩人に感謝する。

1977年3月3日新設部（工学）