

精測レーダ観測値によるロケット推力曲線等の推定方法

浜崎 襄二*・松井 正安*・前田 行雄
座間 知之*・市川 満

1. 序

多数のパラメータを含む連立微分方程式によって近似的に記述される現象を観測した場合、取得された多数の観測値から現象を記述するパラメータの値を出来るだけ精密に推定したいという問題は、我々がたびたび遭遇する所である。ロケットや人工衛星の軌道や姿勢の決定、複雑な非線型回路のパラメータの決定、あるいは生体のような複雑な系のパラメータの決定等はその例である。

系が線型の場合には洗練された手法が知られているので、一般に非線型な系でも局所的に線型化してパラメータを決定するのが上述の問題を解く常法であるが [1]，系が複雑な場合にパラメータの微小な変化分に対応した観測量の微小変化分を解折的に求めて電子計算機用にプログラム化する事は容易な事ではない。

本文では、パラメータの数より一つ多い（あるいは、パラメータの数の二倍より一つ多い）組数の連立微分方程式を並列して解いて上述のパラメータの微小変化分に対応した観測量の微小変化分を数値的に求める方法を試みて良好な結果を得た事を御報告して御批判を得たい。

この方法は原理的には単純であって既知の方法であるが [2]，電子計算機の使用が容易になった今日ではその応用範囲が極めて広いと考えられるのにも拘らず、現実に広く応用されていないようなので、ここに御報告する事にした。

本文に掲げる応用例は、昨年（昭和51年2月4日に東京大学鹿児島宇宙空間観測所から打上げられたM3C-3号機を中心にM3C-1,2号機をも含めて、同観測所の司令制御精密レーダ（略称精測レーダ）によって自動追尾して得られた観測値よりM3C-3号機の第1段（約30秒以降）とM3C-1,2,3号機の2段目TV C付きM22ブースタについてパラメータの推定を行って、それぞれのブースタの推力方向（ブースタの姿勢）、推力曲線の形状、推力による加速度の大きさを得ている。

本文では、他の搭載計器との比較はしていないが文献5及び11, 12, 13に他の搭載計器との比較をしてあり、そこでは良好な一致を見ている。なお本文ではパラメータの選定及び、その変化によってデータの推移を重点として報告してある。

2. 雑音を含んだ多数の観測値によるパラメータの推定

2.1 最小自乗法によるパラメータ推定法の概略

問題の性質を明らかにするため、先ず周知の最小二乗法によるパラメータ推定法を略述する [1]。

*東大生産技術研究所

独立な I 個の観測量 $\{ Z_i \}$, ($i = 1, 2, \dots, I$) があり, 独立変数 t の相異なる N 個の値 $\{ t_n \}$, ($n = 1, 2, \dots, N$) において観測され, $I \times N$ 個の観測値 $\{ \tilde{Z}_{i,n} \}$ が得られたものとしよう. 観測系の分散は $\{ \sigma_i^2 \}$, ($i = 1, 2, \dots, I$) とする. $\{ t_n \}$ における観測量 $\{ Z_{i,n} \}$ が未知の J 個のパラメータ $\{ P_j \}$, ($j = 1, 2, \dots, J$) と独立変数によって記述されるべきものであるならば,

$$Z_{i,n} = Z_{i,n} (P_1, P_2, \dots, P_j; t_n) \quad \begin{matrix} (i = 1, 2, \dots, I) \\ (n = 1, 2, \dots, N) \end{matrix} \quad (1)$$

このとき

$$S = \frac{1}{N I} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I \frac{1}{\sigma_i^2} (\tilde{Z}_{i,n} - Z_{i,n})^2 \quad (2)$$

を最小にするように $\{ P_j \}$ を定め, この値を用いて式(1)より求めた $\{ Z_{i,n} \}$ の値を観測量の推定値とするのが最小二乗法によるパラメータ推定法の骨子である. この方法は, 観測雑音がランダムな場合には最良の $\{ P_j \}$, $\{ Z_{i,n} \}$ 等の推定値を与え, パラメータの選択が良ければ S の値は 1 の程度の大きさとなる.

S の極小条件を求めると

$$\frac{\partial S}{\partial P_{j'}} = - \frac{2}{N I} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I \frac{1}{\sigma_i^2} (\tilde{Z}_{i,n} - Z_{i,n}) \frac{\partial Z_{i,n}}{\partial P_{j'}} = 0 \quad (j' = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

となる. 今, 第 k 次の近似値 $\{ P_j^{(k)} \}$ が求まっていて, これによって定まる観測量が $\{ Z_{i,n}^{(k)} \}$ であるとしよう. パラメータが $\{ P_j^{(k)} + \Delta P_j^{(k)} \}$ に微小変化した時, 観測量が $\{ Z_{i,n}^{(k)} + \Delta Z_{i,n}^{(k)} \}$ に微小変化するものとし, $\{ Z_{i,n}^{(k)} \}$ が $\{ P_j^{(k)} \}$ の近傍で線型化出来るならば, (Newton の方法)

$$Z_{i,n}^{(k)} + \Delta Z_{i,n}^{(k)} \simeq Z_{i,n}^{(k)} + \sum_{j=1}^J \frac{\partial Z_{i,n}^{(k)}}{\partial P_j} \Delta P_j^{(k)} \quad (4)$$

となる. このとき式(3)の $Z_{i,n}$ に式(4)の $Z_{i,n}^{(k)} + \Delta Z_{i,n}^{(k)}$ を代入し, また式(3)の $\frac{\partial Z_{i,n}}{\partial P_{j'}}$ を $\frac{\partial Z_{i,n}^{(k)}}{\partial P_{j'}}$ で近似する. そのようにすると

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I \frac{1}{\sigma_i^2} \{ (\tilde{Z}_{i,n} - Z_{i,n}^{(k)}) \frac{\partial Z_{i,n}^{(k)}}{\partial P_{j'}} - \sum_{j=1}^J \frac{\partial Z_{i,n}^{(k)}}{\partial P_j} \cdot \frac{\partial Z_{i,n}^{(k)}}{\partial P_{j'}} \Delta P_j^{(k)} \} = 0 \quad (j' = 1, 2, \dots, J) \quad (5)$$

すなわち次式に示されるように

$$\left. \begin{aligned} A_{j'j}^{(k)} &= \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I \frac{1}{\sigma_i^2} \cdot \frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_j} \cdot \frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_{j'}} = A_{j'j}^{(k)} \\ B_j^{(k)} &= \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I \frac{1}{\sigma_i^2} (\tilde{Z}_{in} - Z_{in}^{(k)}) \frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_{j'}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

とおくと $\{ \Delta P_j^{(k)} \}$ に関する次の連立一次方程式を得る。

$$\sum_{j'=1}^J A_{j'j}^{(k)} \cdot \Delta P_{j'}^{(k)} = B_j^{(k)}, \quad (j' = 1, 2, \dots, J) \quad (7)$$

係数の行列式について $\det \{ A_{j'j}^{(k)} \} \neq 0$ ならば、式(7)は解けるので、その解 $\{ \Delta P_j^{(k)} \}$ を用いて

$$P_j^{(k+1)} = P_j^{(k)} + \Delta P_j^{(k)} \quad (8)$$

を作れば、 $\{ P_j^{(k+1)} \}$ は S の値を極値に近づく意味で $\{ P_j^{(k)} \}$ よりも良いパラメータとなる。したがって、最初の近似値 $\{ P_j^{(1)} \}$ が S を最小とするパラメータに充分近く、且つ S を最小とするパラメータ $\{ P_j \}$ の近傍で、 $\{ Z_{in} \}$ が線型化可能であれば、式(6), (7), (8)の過程の繰り返しによって逐次的に $\{ P_j \}$ を求める事が出来る。

2.2 偏微分係数 $\frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_j}$ を求める方法

問題は式(6)において必要な $\{ \frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_j} \}$ を求める方法如何である。一般に微分方程式で記述されやすい量は観測量 $\{ Z_{in} \}$ ではなくて、別の直接観測され難い $\{ x_{ln} \}$ であって、 $\{ Z_{in} \}$ は $\{ x_{ln} \}$, ($l = 1, 2, \dots, L$) 等の関数となっている場合が多い。すなわち

$$\frac{\partial x_l}{\partial t} = f_l(x_1, x_2, \dots, x_L, P_1, P_2, \dots, P_J; t) \quad (l = 1, 2, \dots, L) \quad (9)$$

$$x_{ln} = x_{ln}(P_1, P_2, \dots, P_J; t_n) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_{in}'(x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{Ln}; P_1, P_2, \dots, P_J; t_n) \\ &= Z_{in}(P_1, P_2, \dots, P_J; t_n) \end{aligned} \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (11)$$

したがって $\frac{\partial Z_{in}}{\partial P_j}$ を求める方法の一つは連立常微分方程式

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x_{l'}}{\partial P_j} = \sum_{l=1}^L \frac{\partial f_{l'}}{\partial x_l} \frac{\partial x_l}{\partial P_j} + \frac{\partial f_{l'}}{\partial P_j}, \quad (l' = 1, 2, \dots, L) \quad (12)$$

を解くことによって $\frac{\partial x_{ln}}{\partial P_j}$ を求め、これらの値を用いて、

$$\frac{\partial Z_{in}}{\partial P_j} = \sum_{l=1}^L \frac{\partial Z_{in}'}{\partial x_l} \cdot \frac{\partial x_{ln}}{\partial P_j} + \frac{\partial Z_{in}'}{\partial P_j}, \quad (j = 1, 2, \dots, J) \quad (13)$$

を計算する方法である。しかし、この式(12), (13)を用いる方法はやっかいな式の計算とそのプログラム化を必要とするので一般には容易でない。また、 $\{ P_j \}$ の一部または全

部が或る実験式のパラメータであるような時に、その実験式の形式を変更する場合には式(9) (11)における式の変更のみならず、やっかいな式(12), (13)の計算とプログラム化をやり直さなければならなくなる。

本文で試みた方法では、式(12), (13)を用いるのではなく式(9), (11)を $J+1$ 組並列して計算して数値的に $\left\{ \frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_j} \right\}$ を求める。すなわち、式(9)を解き式(11)によって $Z_{in}^{(k)}$ を求めると共に、 $\{P_j\}$ 中の一つのパラメータ $P_{j'}$ への微小変化 $D_{pj'}$ を加えて式(9), (11)によって $Z_{in}^{(k)}$ を求める。この計算をすべての j について実行し

$$\frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_{j'}} = \frac{1}{D_{pj'}} \left\{ Z_{in}^{(k)} (P_1, P_2, \dots, P_{j'-1}, P_{j'} + D_{pj'}, P_{j'+1}, \dots, P_J; t_n) - Z_{in}^{(k)} (P_1, P_2, \dots, P_{j'-1}, P_{j'}, P_{j'+1}, \dots, P_J; t_n) \right\} \quad (j' = 1, 2, \dots, J) \quad (14)$$

によって近似的に $\left\{ \frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_j} \right\}$ を求めて、式(6)に使用する。

また、式(14)では精度不足のときには、 $P_{j'}$ の替りに $P_{j'} - D_{pj'}$ を代入した組を加えて、総計 $2J+1$ 組の式(9), (11)を並列的に計算し

$$\frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_{j'}} = \frac{1}{2D_{pj'}} \left\{ Z_{in}^{(k)} (P_1, P_2, \dots, P_{j'-1}, P_{j'} + D_{pj'}, P_{j'+1}, \dots, P_J; t_n) - Z_{in}^{(k)} (P_1, P_2, \dots, P_{j'-1}, P_{j'} - D_{pj'}, P_{j'+1}, \dots, P_J; t_n) \right\} \quad (j' = 1, 2, \dots, J) \quad (14')$$

によって $\left\{ \frac{\partial Z_{in}^{(k)}}{\partial P_j} \right\}$ を求める。

この方法によれば前述の式(12), (13)に必要な繁雑な式の計算とそのプログラム化をさける事が出来るので、式(6), (7), (8)の最小自乗法によるパラメータ推定法を可成り複雑な系にまで容易に適用する事が出来る。式(12), (13)を用いる方法を比較して計算時間も節約されると考えられるが、 $\{D_{pj}\}$ の値の設定については、計算機の精度、観測誤差の程度と観測値の組数、パラメータの選択の良否等に依存するので、それらのかん案と若干の試行が必要である。

3. 精測レーダにおける観測量

東京大学鹿児島宇宙空間観測所内宮原レーダセンターにある精測レーダは昭和42年夏に設置されたが、これは我が国における最初の精密級自動追尾レーダである。

このレーダは序の項で述べたように現在、計算機と連動してリアルタイムで処理を行ないレーダの電波(Cバンド帯5.6GHz)を使用して電波誘導を行なっている。なおこのレーダ、計算機等の諸性能、精度は文献[4]、にゆだねるが、本文の問題における観測量は、時間 t (sec) を独立変数として0.1秒毎に記録された直距離 s (km)、方位角 a (deg)、仰

角 e (deg) であって, 前節の記法に従えば $Z_1 = s$, $Z_2 = a$, $Z_3 = e$, $I = 3$ である.

4. 対流圏における電波の屈折の補正 [5] [6]

前記3章におけるレーダの観測量は電波伝搬の性質の影響を受けて観測されている. 特にSHFの電波については電離層による電波の屈折は極めて小さいが対流圏における電波の屈折の影響は $10^2 \sim 10^1$ 度に達するので無視する事は出来ない. 図1においてレーダアンテナの輻射中心を S_t , 標的の飛翔体を

T_a , 電波の経路を C とする. S_t に接する平面と長さ s の線分 $\overline{S_t T_a}$ との成す角(真の仰角)を e , その平面と経路 C との成す角(見かけの仰角)を e' とする. また経路 C 上の一点 P における屈折率 n_r とし, 電波の経路に沿って S_t から T_a へ向って測った長さを s_r とする. 真の直距離は s であるが, 大気の影響を無視した測距装置で測られた見かけの直距離は $s' = \int_C n_r ds_r$ で与えられる. したがって, 仰角及び直距離の補正量, $\Delta e = e' - e$, $\Delta s = s' - s$ を求めなければならない. 簡単のため, 地球の形状は真球, 大気屈折率 $n_r = 1 + \Delta n_r$ の分布は球対称, $|\Delta n_r| \ll 1$ であるから Δn_r の一次の補正量に着目して補正量を求めよう. 図1の極座標 (r, θ) を用いて光線の方程式を積分すると [5] [6],

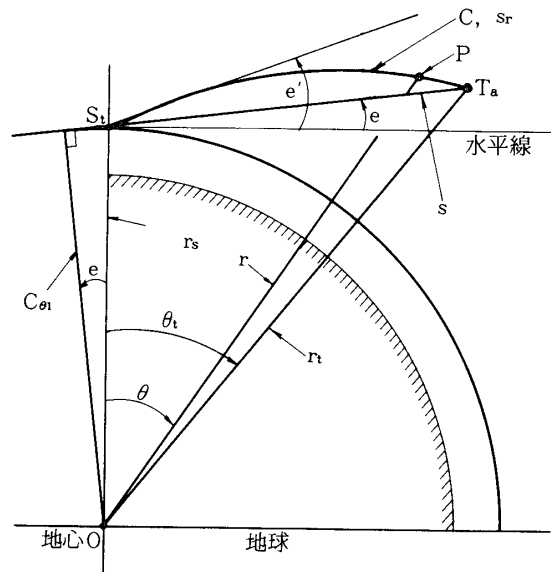


図1

$$r^2 n_r \frac{dr}{ds_r} = C_\theta \quad (\text{経路 } C \text{ 上では一定値}) \tag{15}$$

$$\theta_t = \int_{r_s}^{r_t} \frac{C_\theta}{r^2 n_r} \cdot \frac{dr}{\sqrt{1 - (C_\theta / r n_r)^2}} \tag{16}$$

仮に $\Delta n_r = 0$ とした場合の S_t, T_a を結ぶ直線経路については C_θ の値が C_{θ_1} であったとし, $\Delta n, \Delta C_\theta = C_\theta - C_{\theta_1}$ の一次の微小量に着目して補正量 $\Delta e, \Delta s$ を求めると

$$\Delta e = (\cos e / \sin e) \Delta n_s - (B / A) \tag{17}$$

$$\Delta s = D \tag{18}$$

ここに, S_t における大気の屈折率を n_s とすると $\Delta n_s = n_s - 1$, また $C_{\theta_1} = r_s \cos e$,

$$A = 1 - (r_s / r_t) \cdot \sin e \cdot \{ 1 - (C_{\theta_1} / r_t)^2 \}^{-1/2} \tag{19}$$

$$B = \int_{r_s}^{r_t} (C_{\theta_1} \Delta n_r / r^2) \cdot \{ 1 - (C_{\theta_1} / r)^2 \}^{-3/2} dr \quad (20)$$

$$D = \int_{r_s}^{r_t} \Delta n_r \cdot \{ 1 - (C_{\theta_1} / r)^2 \}^{-1/2} dr \quad (21)$$

である。大気屈折率分布として $\Delta n_r = N_s e^{-\alpha h_r}$, $h_r = r - r_s$ (N_s 及び α は気温、水蒸気分圧等によってきまる定数) と仮定し、式 (20) , (21) の数値積分の刻みの数を少くするため次の4次式近似による積分公式を使用する事が出来る。

$$\int_0^{x_1} y dx = \frac{x_1}{2} (y_0 + y_1) + \frac{x_1^2}{12} (y_0' - y_1')$$

$$y_0 = y_{x=0} , \quad y_1 = y_{x=x_1} \quad y_0' = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} \quad y_1' = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=x_1} \quad (22)$$

図2, 3には $N_s = 313 \times 10^6$, $\alpha = 0.14386/\text{km}$ [7] を用いた計算例を示し、これらの図表は文献[8]のもっと複雑な高精度計算の結果得られたと考えられる図表とよく一致している。積分の刻みの数を少くするための、仰角が小さい ($e < 12$ 度) 時には仰角に応じて Δr を小さく選び、仰角が大きい時には地表近くで $\Delta r = 6 \text{ km}$, 地表から遠くなるにしたがって Δr を大きく選んで $h_r > 65 \text{ km}$ では $\Delta n_r = 0$ と考えて積分を打切った。計算の結果によれば仰角が小さく直距離が大きい場合を除いては、積分の刻みの数は10以下であって、 Δe Δs の計算精度は 10^{-3} 度、 10^{-3} km より良い。

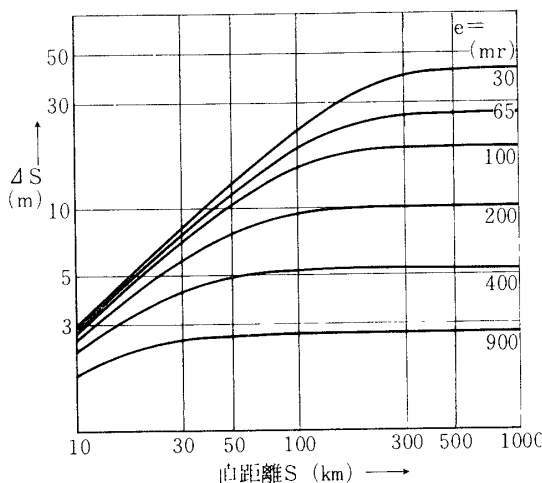


図2

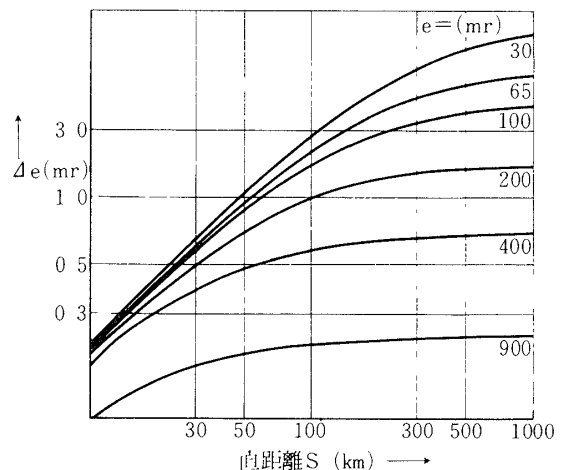


図3

上述の計算法では e , s より Δe , Δs を求めたが、逆に e' , s' から Δe , Δs を求めるには同じ計算法を1~3回繰り返して逐次近似を行えばよい。この方法は実時間計算処理に使用しており、良好な精度を示している。

切り口に沿ってRは測られる。T_aと地心Oとの距離をrとする時、この座標系におけるロケットの運動方程式は次のように表わされる。Wはロケットの質量、Dは空気の抵抗力、T

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v_x \\ \frac{dy}{dt} &= v_y \\ \frac{dz}{dt} &= v_z \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\mu \frac{x}{r^3} \left\{ 1 - J_2 r_0^2 \cdot \frac{5z^2 - r^2}{r^4} \right\} - \frac{1}{W} \cdot \frac{v_x + \Omega y}{v'} D + \frac{g'}{W} \cdot \alpha_x T \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\mu \frac{y}{r^3} \left\{ 1 - J_2 r_0^2 \cdot \frac{5z^2 - r^2}{r^4} \right\} - \frac{1}{W} \cdot \frac{v_y - \Omega x}{v'} D + \frac{g'}{W} \alpha_y T \\ \frac{dv_z}{dt} &= -\mu \frac{z}{r^3} \left\{ 1 - J_2 r_0^2 \cdot \frac{5z^2 - 3r^2}{r^4} \right\} - \frac{1}{W} \cdot \frac{v_z}{v'} D + \frac{g'}{W} \alpha_z T \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$r = \{ x^2 + y^2 + z^2 \}^{1/2} \quad (25)$$

$$\mu = 3.9860459812 \times 10^5 \text{ (km}^2/\text{sec}^2) \text{ 地球の引力定数}$$

$$J_2 = 1.08219 \times 10^{-3} \text{ 地球の偏平性の定数}$$

$$r_0 = 6.378388 \times 10^3 \text{ (km) 地球の赤道半径}$$

$$\Omega = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ (rad/sec) 地球の自転角速度}$$

$$v' = \{ (v_x + \Omega y)^2 + (v_y - \Omega x)^2 + v_z^2 \}^{1/2} \quad (26)$$

は重力単位で表わされたロケットの推力、 α_x 、 α_y 、 α_z は推力の方向余弦、 g' は重力単位の推力を絶対単位に換算するために用いる重力の加速度である。式(24)右辺の第一項は地球の引力による加速度を、第2項は空気の抵抗力による加速度を、第3項は推力による加速度を表わす。第2章の記法で表わすならば、 $x_1 = x$ 、 $x_2 = y$ 、 $x_3 = z$ 、 $x_4 = v_x$ 、 $x_5 = v_y$ 、 $x_6 = v_z$ (L=6)である。

5.2 空気の抵抗力を計算する式 [3]

大気圏をロケットが飛翔する時にはロケットは空気の抵抗力を受ける。この抵抗力は近似的に次式で計算する。

$$D = 1/2 \cdot \rho v'^2 C_D S_a \quad (27)$$

ここに v' は式(26)で与えられた地球に対する相対速度の大きさ、 ρ は空気密度でgeoidからの高さの関数、 S_a はロケットの断面積(空気を切る面積)である。 C_D は空気の抵抗係数であって v' とその高さの音速の比(マッハ数)の関数であるが、ロケットエンジンの燃焼中とそうでない時とでロケットの実効形状が異なるため、 C_D の値も異った値をとる。 ρ 、 C_D 、音速は数表で与えられている。

5.3 推力の方向を計算する式

ロケットの姿勢は、発射点における局地座標系を発射時刻において慣性座標系に固定して作られた慣性座標系の方位角、仰角で表わされる。本文の例では発射点とレーダ点は近いの

で、レーダ点の局地座標系を発射時刻に慣性系に固定し、この座標系の方位角 a_c 、傾角 e_c によってロケットの推力方向を表わし、時間に対して四次式で近似されると仮定した。すなわち

$$\left. \begin{aligned} a_c &= \sum_{k=0}^4 a_{ck} (t - t_{ig})^k \\ e_c &= \sum_{k=0}^4 e_{ck} (t - t_{ig})^k \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

ここに、 t_{ig} はロケットエンジンの点火時刻であり、 a_{ck} 、 e_{ck} ($k = 1, 2, 3, 4$) は定数とする。

また、テレメータ等によって、ロケットの搭載姿勢基準装置に対して相対的に測定されたロケットの姿勢角観測値 $\tilde{a}_c(t)$ 、 $\tilde{e}_c(t)$ が得られている場合には

$$\left. \begin{aligned} a_c &= \tilde{a}_c(t) + \sum_{k=0}^4 a_{ck} (t - t_{ig})^k \\ e_c &= \tilde{e}_c(t) + \sum_{k=0}^4 e_{ck} (t - t_{ig})^k \end{aligned} \right\} \quad (28')$$

とおく。この場合 Σ の中の値はレーダ観測値と前述のロケット側での観測値の差を示す。

推力の方向余弦は

$$\left. \begin{aligned} \alpha_x &= -\cos e_c \cdot \cos a_c \cdot \sin \Phi_s + \sin e_c \cdot \cos \Phi_s \\ \alpha_y &= \cos e_c \cdot \sin a_c \\ \alpha_z &= \cos e_c \cdot \cos a_c \cdot \cos \Phi_s + \sin e_c \cdot \sin \Phi_s \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

ここに Φ_s はレーダ点の(測地)緯度である。

5.4 推力の大きさとロケットの質量を求める式

ロケットの推力 (T) はエンジン点火時刻に始まり複雑な曲線を書いてエンジンの燃焼終了と共に終る。本文の例では、次のような関数表示を仮定した。

$$t < t_{ig} \text{ のとき } T = 0 \quad (30)$$

$$t_{ig} \leq t \leq t_b \text{ のとき}$$

$$\begin{aligned} T = T_0 \cdot \frac{\exp\left(\frac{t_b - t}{t_r}\right)}{1 + \exp\left(\frac{t_b - t}{t_r}\right)} + T_0 \sum_{m=1}^6 \left\{ A m \sin \frac{2 \pi m (t - t_{ig})}{t_b - t_{ig}} \right. \\ \left. + B m \cos \frac{2 \pi m (t - t_{ig})}{t_b - t_{ig}} \right\} \end{aligned} \quad (30')$$

$$t_b < t \text{ のとき}$$

$$T = T_0 \cdot \frac{\exp\left(\frac{t_b - t}{t_r}\right)}{1 + \exp\left(\frac{t_b - t}{t_r}\right)} \quad (30'')$$

ここに, T_0 , t_b , $t_{i,g}$, t_r , A_m , B_m ($m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) は定数である. T_0 , $t_b - t_{i,g}$ は推力の大きさとその継続時間を表わし, t_r は燃焼終了の頃の推力の緩和時間を表わす ($t_{i,g}$ はエンジンの着火時刻). 式 (30) の第 2 項は推力曲線の複雑な増減を近似するためのものである.

ロケットの質量はエンジンの燃焼と共に減少し, I_{sp} (Specific Impulse (sec)) を定数として

$$-I_{sp} \frac{dW}{dt} = T \quad (31)$$

によって近似的に表わされる. 式 (30) (30') (30'') を用いると I_{sp} は

$$\begin{aligned} I_{sp} &= \frac{T_0 t_r}{W_{b0} - W_{i,g}} \log \left\{ 1 + \exp\left(\frac{t_b - t_{i,g}}{t_r}\right) \right\} \\ &\simeq T_0 \cdot (t_b - t_{i,g}) / (W_{b0} - W_{i,g}) \\ &\quad \left((t_b - t_{i,g}) / t_r \gg 1 \text{ のとき} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

ここに $W_{i,g}$, W_{b0} はエンジンの着火前およびエンジンの燃焼終了後におけるロケットの質量である, これを用いると

$$\begin{aligned} t < t_{i,g} \text{ のとき } & W = W_{i,g} \\ t_{i,g} \leq t \leq t_b \text{ のとき} & \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} W = W_{i,g} - \frac{T_0 t_r}{I_{sp}} \log \left\{ \frac{1 + \exp\left(\frac{t_b - t_{i,g}}{t_r}\right)}{1 + \exp\left(\frac{t_b - t}{t_r}\right)} \right\} \\ - \frac{T_0}{I_{sp}} \sum_{m=1}^6 \frac{t_b - t_{i,g}}{2\pi m} \left\{ A_m \left(1 - \cos \frac{2\pi m (t - t_{i,g})}{t_b - t_{i,g}} \right) \right. \\ \left. + B_m \sin \frac{2\pi m (t - t_{i,g})}{t_b - t_{i,g}} \right\} \end{aligned} \quad (33')$$

$t_b < t$ のとき

$$W = W_{i,g} - \frac{T_0 t_r}{I_{sp}} \log \left\{ \frac{1 + \exp\left(\frac{t_b - t_{i,g}}{t_r}\right)}{1 + \exp\left(\frac{t_b - t}{t_r}\right)} \right\} \quad (33'')$$

式 (33) , (33)'' の右辺の第 2 項は $(t_b - t_{ig}) / t_r \gg 1$ のとき

$$-\frac{T_0 t_r}{I_{sp}} \left\{ \frac{t_b - t_{ig}}{t_r} - \log \left(1 + \exp \left(\frac{t_b - t}{t_r} \right) \right) \right\} \quad (34)$$

と近似され, 更に $(t_b - t) / t_r \gg 1$ の期間では,

$$-\frac{T_0}{I_{sp}} (t - t_{ig}) \quad (35)$$

と近似される. この期間では式 (30)' (30)'' の右近第 1 項は T_0 で近似される.

式 (30)' の第 2 項は三角関数を用いているが, 計算時間と精度から考えてルジャンドルの多項式近似の方が良いように考えられる. この時には式 (30)' 第 2 項は

$$T_0 \sum_{m=1}^{12} C_m P_m(\tau), \text{ 但し } \tau = 2 \cdot \frac{t - t_{ig}}{t_b - t_{ig}} - 1 \quad (36)$$

と成り

式 (33)' 第 3 項は

$$-\frac{T_0}{I_{sp}} \sum_{m=1}^{12} \frac{C_m}{m+1} \{ \tau P_m(\tau) - P_{m-1}(\tau) \} \quad (37)$$

となる. $P_m(\tau)$ はルジャンドルの多項式で

$$\left. \begin{aligned} m P_m(x) - (2m-1)x P_{m-1}(x) + (m-1)P_{m-2}(x) &= 0 \\ P_0(x) &= 1, \quad P_1(x) = x \\ \int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx &= \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ 2 / (2m+1) & (m = n) \end{cases} \\ \int_{-1}^1 P_m(x) dx &= \frac{1}{m+1} (x P_m(x) - P_{m-1}(x)) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

が成立する.

5.5 座標変換

慣性座標系で計算されたロケットの座標はレーダの観測量の座標に変換されなければならない.

発射時に慣性座標 (x, y, z) と一致するように地球に固定された直角座標系に平行で, 原点をレーダ点とするような直角座標系を (x', y', z') とすると (図 5 参照)

$$\left. \begin{aligned} x' &= x \cdot \cos \varrho t + y \cdot \sin \varrho t - x_{st} \\ y' &= -y \cdot \sin \varrho t + x \cdot \cos \varrho t \\ z' &= z - z_{st} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

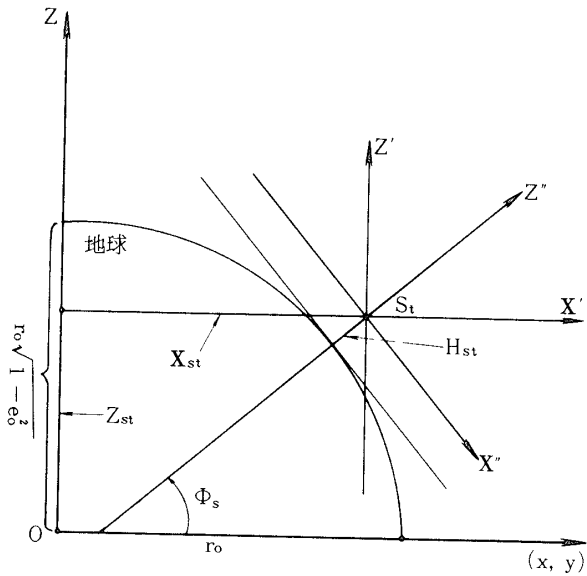


図5

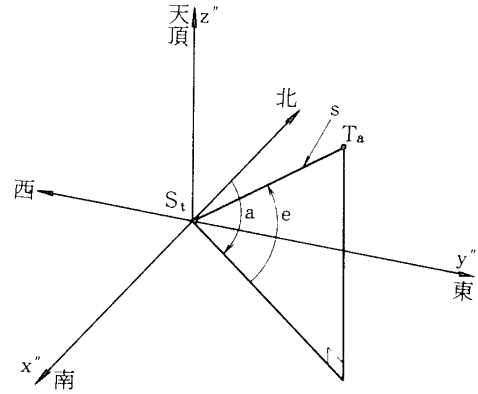


図6

ここに x_{st} , z_{st} は発射時におけるレーダ点の慣性座標系 (x, y, z) の座標値であって次の式で表わされる.

$$\left. \begin{aligned} x_{st} &= \{ r_0 (1 - e_0^2 \sin^2 \phi_s)^{-1/2} + H_{st} \} \cdot \cos \phi_s \\ z_{st} &= \{ r_0 (1 - e_0^2) (1 - e_0^2 \sin^2 \phi_s)^{-1/2} + H_{st} \} \cdot \sin \phi_s \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

ここに r_0 は地球の赤道半径

$$e_0 = 0.08199189$$

地球の離心率

また, H_{st} はレーダ点 (アンテナの輻射中心) の標高 (geoid からの高さ) である.

レーダ点を原点とし天頂方向に Z'' 軸を, 南の方向に x'' 軸を持つような右手系の直交座標系 (x'', y'', z'') の座標値 (この座標系は地球に固定) は (図6参照)

$$\left. \begin{aligned} x'' &= x' \cdot \sin \phi_s - z' \cdot \cos \phi_s \\ y'' &= y' \\ z'' &= x' \cdot \cos \phi_s + z' \cdot \sin \phi_s \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

となる. レーダの観測量 s, a, e の値は図6より

$$\left. \begin{aligned} s &= \sqrt{x''^2 + y''^2 + z''^2} \\ a &= \tan^{-1} (-y''/x'') \\ e &= \tan^{-1} (z''/\sqrt{x''^2 + y''^2}) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

6. 現用処理システム及びプログラムの概要

6.1 現用システム

現在衛星打上げ用大型ロケット (M3C型) のフライト後のデータの処理は鹿児島宇宙空間観測所内宮原レーダセンターにある, "NEAC (2200/400)" と宇宙研内大型計算機センターにある, "FACOM 230-60/75" の2台の計算機を使用して行っているが

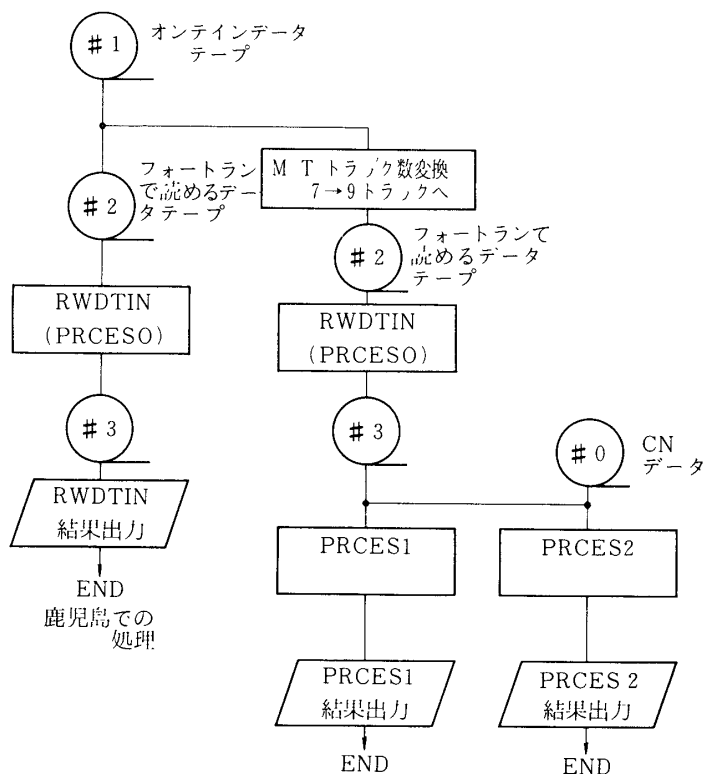


図7 精測レーダデータ処理の流れ

鹿児島にあるものは記憶容量と計算時間の問題のため、主要な推定部分は東京において行なわれている。処理プログラムのフローを図7に示す。この他に観測用ロケット（小型）のデータ処理ルーチンもあるがここでははぶく。図8においてまずリアルタイムデータは第3章にも述べた様に附属計算機を通り磁気テープ（#1）に送り込まれ記録されるそれには0.1秒毎のデータと実時間処理の結果得られた多数の数値が収納されている。記録にはBCDコード、計算機バイナリーコード、エンコーダバイナリーコード、A/D変換器バイナリーコードが使用され、1ワードの長さも1キャラクタ～8キャラクタの間のもものが混在して使用されている。その理由は実時間計算において記録の整理の為に計算時間と記憶容量の節約を必要としたためであった。このテープ（#1）が鹿児島と東京で平行して処理される。図7に示すように東京ではテープのトラック数が異なるため、まずテープコンバージョンプログラムを通して、7トラックより9トラックに変換される。ここより又、同じフローに入りまず、0.1秒毎の観測値とそれに関連した数値がフォートランプログラムで読めるようにした磁気テープ（#2）を作成し、次にこれを整理整頓してパラメータ推定の際のパラメータの初期値を得るための数値を付けた磁気テープ（#3）を作っておかねばならない。ここで各プログラムを説明すると。

○ OSDUMP（アセンブラ言語プログラム）

実時間データテープ（#1）の結果をラインプリンタに打出すプログラム中に含まれているものでセンススイッチによりテープ（#2）に0.1秒毎の時刻とモードと観測値を10進固定小数点データとして記録する。東京では同様の処理をするフォートラン言語でのプログラ

ムを有し、処理している。

○ RWDTIN (フォートラン言語プログラム)

このプログラムはまったく同じものが鹿児島、東京にそれぞれあり、鹿児島では、次に述べるプロセス0を含めて他のサブルーチンと共にここまでの処理を行ないプロッタを用い発射後数時間の内に粗処理結果速報として他の班に提出している。東京ではこの出力を用いて精処理(プロセス1,2)用の入力としている。機能としては下記に示す。

- i) エンコーダ出力値のオフセット補正を行う。
- ii) サーボ誤差のA/D変換値を対応した観測量の単位に直してエンコーダ出力値に加えて、サーボ誤差を補正した観測値を作る。
- iii) 観測状態を示すレーダのモードパラメータの数値を分解解析し、またサーボ誤差の絶対値とレーダの受信レベルをチェックして、0.1秒毎の観測値にその質(信憑性)の程度を示す指標0,1,2,3の何か一つを付ける。(数が大きい程質が高い)
- iv) 0.1秒毎の時刻をチェックして重なっている場合には重なっている時刻とそのデータを除去する。時刻に飛びがある時には、その時刻を作り出し、これに最低質を示す指標0を付けたダミーデータをそえて挿入しておく。
- v) 著しい誤データを除去する。

このように整理、整頓されたデータは2秒分(20組)が常にコア記憶装置上に蓄えられている形にする。このデータは次のサブルーチンプロセス0で使用されるとともに、1秒毎にプロセス0の計算結果と共に磁気テープ(#3)に記録又、プリンタに打出させられる。

○ PROCESO (プロセスゼロ)

このプログラムはRWDTINのサブルーチン形式で作られており、次ぎの機能を有する。

- i) 観測値の中 s , e について大気屈折の補正を行うこの補正はセンススイッチにより除くことが出来る。
- ii) 20組のデータのそれぞれを観測系の精度と比較して有意であるかどうかを判定する。有意性が低い場合にはデータの質を示す指標を付け換えて、以後のデータは質が悪いものとして扱う。判定には、その前の2秒間のデータを用いて下記のiii)の方法で得られた推定値 $(\bar{Z}_i)_t$, $(\dot{\bar{Z}}_i)_t$ を使い、次の方法による。

$$\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sigma_i^2} (\tilde{Z}_{i,n} - (\bar{Z}_i)_t - (\dot{\bar{Z}}_i)_t \cdot \Delta t) \lesssim 10, \text{ 有意性 } \begin{matrix} \text{高} \\ \text{低} \end{matrix}$$

Δt は観測値 $\tilde{Z}_{i,n}$ と推定値の時間差である。

- iii) 20組のデータの質の高いものについて、最小二乗法によって一次式を当てはめ2秒間の中心附近の区切りの良い時間について $(\bar{Z}_i)_t$, $(\dot{\bar{Z}}_i)_t$, と $\tilde{Z}_{i,n}$ の分散を求める。 $(\bar{Z}_i)_t, (\dot{\bar{Z}}_i)_t$ を座標変換して、慣性系における位置、速度の各座標成分、地球に固定された測地系における A, ϕ, R, H 等を求める。

($\dot{}$ は時間微分を表わす)

注; 実際には時間を0.1秒づつずらしながら20組のデータに最小二乗法を適用して

0.1 秒 毎の推定値 $(\bar{Z}_i)_{t'}$, $(\dot{\bar{Z}}_i)_{t'}$ と $\tilde{Z}_{i,n}$ の分散を求め, 更にこの $(\bar{Z}_i)_{t'}$ の 20組の中の有意なものについて最小二乗法を適用して $(\bar{Z}_i)_t$, $(\dot{\bar{Z}}_i)_t$ を求めている. $\tilde{Z}_{i,n}$ の分散は更に精密な処理を行なう時に, $\tilde{Z}_{i,n}$ の重み係数を定める要素として使用される.

- iv) 2秒間の平均値より求めた慣性系直角座標の速度成分の値を更に5組(10秒間分)蓄えておき, これらに最小二乗法によって一次式を当てはめて加速度成分の推定値を求める.
- v) 万有引力による加速度, 空気抵抗による加速度を差し引いて推力による加速度の推定値を求め, 座標変換によって姿勢制御系の基準座標に変換する. また, レーダの視線方向を基準とした座標系にも変換する.

このプログラムで求められた数値は R W D T I N に帰されて, ラインプリンタでプリントするとともに磁気テープ(#3)に収納される.

6.2 推力パラメータ推定プログラム (P R C E S 1, 2)

このプログラム (P R C E S 1) は当所鹿児島で作動させていたが, 時間的な問題(1回の推定にパラメータ数26個で約6時間を費した.)により現在は宇宙研大型計算機で行なっている. プログラムの概略を述べると次のようである.

観測時間が長い場合にはデータの数が著しく多くなるので, データは20組(2秒分)ずつ取り出すことにした. 計算方法は第2章, 第5章とこれから述べる第7章に記述したのでここでははぶく. カードより読み込む値は, π 等の恒数, 地球に関する定数, レーダの座標に関する定数, レーダの σ_s^2 , σ_a^2 , σ_e^2 の値, 使用データの始まり (t_o) と終り (t_f) の時間, 推定すべきロケット(ブースタ)のエンジン着火以前の質量 ($W_{i,g}$) と, エンジン燃焼終了後の質量 ($W_{b,o}$), $t_{i,g}$, t_b の近似値および $\{D_{pj}\}$ の値である. これらと次節のパラメータの初期値を定めておいて, 次ぎに $J+1$ 組の微分方程式をルンゲークッタージルの方法によって解いて $Z_{i,n}$, $\frac{\partial Z_{i,n}}{\partial P_j}$ を求め, 磁気テープ(#3)より読み込まれていた質の高い観測値 $\tilde{Z}_{i,n}$ を用いて式(6)の

$$\sum_{i=1}^I \frac{1}{\sigma_i^2} \frac{\partial Z_{i,n}}{\partial P_j} \frac{\partial Z_{i,n}}{\partial P_{j'}} , \quad \sum_{i=1}^I \frac{1}{\sigma_i^2} (\tilde{Z}_{i,n} - Z_{i,n}) \frac{\partial Z_{i,n}}{\partial P_{j'}} \quad (j, j' = 1, 2, \dots, J)$$

を計算し, それぞれを次ぎの n について加えて $\{A_j\}$, $\{B_j'\}$ を作って行く, その他に, 各々について

$$\sum_{i=1}^I \frac{1}{\sigma_i^2} (\tilde{Z}_{i,n} - Z_{i,n})^2$$

を計算して, この結果も次々に加え合わせ, また有効データの組数 N も数えておいて式(2)の S の値を求める. この方法は使用計算機のコア記憶容量を少なくするためのものである. また計算時間が著しく長くなるのを避けるため S の値による判定等を入れている. 実際には収束状況を見て判断している. そして終結の時, 推定されたパラメータの値, 推定されたロケットの軌道, 推力の大きさ等の主要な数値は記録される.

次ぎにプロセス2 (P R C E S 2) について述べるとこれは M 3 C - 3 号機推定時に新たに作られたプログラムであって, それまでデータとしてはレーダにより得られたもののみを使用していたが, この M 3 C - 3 号機より姿勢制御系の構成が新しく (S F A P 型) な

ったためテレメータを通してデジタル信号により機体角度がCN系データとして得られるようになった。プロセス2ではこのCNデータとレーダ観測値との違いを推定して機体軸方向を求めるものである。プログラムの処理機能及び方法としてはプロセス1と同じである。

7. パラメータの選定及び推定結果

7.1 パラメータの選定

パラメータを選定する場合に考慮すべき事は、パラメータ間の相関性があまり強くない事、観測値の分散と見合う程度の推定値を得るのに必要な数のパラメータを選定する事である。

パラメータ間の相関が強すぎると、式(7)の係数の行列 $\{A_{j'}\}$ の逆行列の計算が出来なくなって第2章の計算法が不可能となる。又パラメータの数が多過ぎると著しく長い計算時間を必要とし、また推定の精度も低下する。現在、東京の宇宙航空研究所大型計算機(FACOM 230-60/75)を使用することにより種々の推定が精度よく出来ている。

本文の例では、ロケットエンジンの推力の方向と推力の大きさ(推力曲線)を推定しようとしているので第1表のようにパラメータを定めた。第1表には偏微分係数 $\{\partial Z_{i,n}/\partial P_j\}$ を式(14)により計算する際に必要なパラメータの微小変化量 D_{pj} もあわせて示す。ここに x_0, y_0, z_0 はパラメータ推定を開始する観測値に対応した時刻 t_0 におけるロケットの座標成分(km) v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} は t_0 における速度成分(km/sec)であり、これらの6ケのパラメータは運動の初期条件を与える。 $a_{CN0} \sim a_{CN4}, e_{CN0} \sim e_{CN4}$ は式(14)の係数であり、これら10ケのパラメータは推力の方向とその変化を与える。 t_{ig} は推定すべきロケットエンジンの点火時刻を表わし、次の18番目から32番目までのパラメータは推力の大きさと時間変化を与えるもので、 t_{ig}, t_b, t_r の単位sec, T_0 の単位はkg重(重力加速度は $g' = 0.098000 \text{ km/sec}^2$ とする)次の21番目よりの $L_1 \sim L_{12}$ までは式(36)(37)のルジャンドルの係数であり無名数である。表1に示したパラメータ、又 D_{pj} 等の値は種々変化のあり得る値であってこれから述べるように各データで少しずつ変化させている。表1はその代表的推定結果をM3C-1, 2, 3のそれぞれ2段目(M22ブースタ)について示してある。又表2にはM3C-3号機1段目をパラメータの数を少なくして雑音と思われるデータをマスキングして推定した結果を示している。これらについては次の項でくわしく述べるが、計算の初期値のプロセスとしては、前回推定した結果を次ぎのロケットに使用する等の試みによりロケットの数が増すにしたがい計算精度も上がり、又計算のくり返し数は減少してきている。

7.2 推定結果 [11] [12] [13]

表1, 2には推定結果を示す、6章にも述べたようにM3C-1, 2号機の $a_{CN0} \sim a_{CN4}, e_{CN0} \sim e_{CN4}$ についてはレーダデータのみを使用して推定しているが、M3C-3についてはCNのデータも使用している[13]。次に結果のグラフの順にしたがい説明する。

図8にはM3C-2号機について第17番目のパラメータ(エンジン点火時間)を固定し、その値を0.1秒変えたときの推力曲線の推定結果と、地上燃焼試験結果を示している。80~86秒の間で二つの推定値は若干の差異を示しているが全体的な曲線にはあまり影響しない。

表1, 2等においてはこの値を固定して推定してある。さらに地上燃焼時に得られた結果と

表 1 M3C-1,2,3, パラメータ値及び推定結果

パラメータ		推 定 値				
j	P_j	単 位	DP_j	M3C-1	M3C-2	M3C-3
1	x_0	km	1.0×10^{-4}	5502.354788	5499.860595	5502.597203
2	y_0	km	1.0×10^{-4}	69.59714008	69.84895612	71.46542442
3	z_0	km	1.0×10^{-4}	3314.874747	3316.154109	3313.458460
4	v_{x0}	km/sec	1.0×10^{-5}	0.7661281694	0.7467390200	0.7898128287
5	v_{y0}	km/sec	1.0×10^{-5}	1.261112217	1.301041031	1.313780046
6	v_{z0}	km/sec	1.0×10^{-5}	0.4320518412	0.4890417632	0.3975784548
7	a_{CN0}	deg/sec	1.0×10^{-2}	93.38814258	91.71424078	-0.1435780934
8	e_{CN0}	deg/sec	1.0×10^{-2}	36.15793726	33.95793554	-0.4744034753
9	a_{CN1}	deg/sec	1.4×10^{-4}	-0.2341222813	0.2904223729	0.001259890886
10	e_{CN1}	deg/sec	1.4×10^{-4}	-0.7470578104	-0.4994858956	0.01712857162
11	a_{CN2}	deg/sec ²	2.0×10^{-6}	0.01390862150	-0.01488913835	0.0
12	e_{CN2}	deg/sec ²	2.0×10^{-6}	0.02797256268	0.007465560750	0.0
13	a_{CN3}	deg/sec ³	3.0×10^{-8}	-0.0003253454748	0.0003310905466	0.0
14	e_{CN3}	deg/sec ³	3.0×10^{-8}	-0.0005848760270	-0.0001608642473	0.0
15	a_{CN4}	deg/sec ⁴	5.0×10^{-10}	0.000002557214424	-0.000002490944547	0.0
16	e_{CN4}	deg/sec ⁴	5.0×10^{-10}	0.000004192624613	0.000001108225211	0.0
17	T_{ig}	sec	1.0×10^{-2}	(80.0 + 0.2FIX.)	(79.9 + 0.2FIX.)	(80.0+0.2FIX.)
18	$T_{b.o.}$	sec	1.0×10^{-2}	139.4525947 + 0.2	138.5955278 + 0.2	139.7121646
19	t_r	sec	1.0×10^{-2}	2.263484738	2.261997253	1.531513903
20	T	kg-g	1.0×10^{-1}	33408.18189	33996.96092	33313.66807
21	L_1		1.0×10^{-5}	0.04097830719	0.03491067728	0.3891536031
22	L_2		1.0×10^{-5}	0.09144798409	0.09646345020	0.02540924717
23	L_3		1.0×10^{-5}	-0.007697716835	-0.002971694659	-0.02482244367
24	L_4		1.0×10^{-5}	-0.04372098851	-0.03790715876	-0.1204813478
25	L_5		1.0×10^{-5}	0.04994074720	0.05733381703	0.1033087075
26	L_6		1.0×10^{-5}	0.02419186371	0.006146475229	0.008109669410
27	L_7		1.0×10^{-5}	-0.05486925286	-0.03703043987	0.03645868143
28	L_8		1.0×10^{-5}	0.01095062455	-0.01582843739	-0.05229405612
29	L_9		1.0×10^{-5}	-0.03904100640	-0.01694380805	0.03697210210
30	L_{10}		1.0×10^{-5}	-0.03785390563	-0.06918136871	-0.05921161018
31	L_{11}		1.0×10^{-5}	-0.02495650791	-0.01203656595	-0.05047595220
32	L_{12}		1.0×10^{-5}	0.004588140605	-0.02517227321	0.01805581985

表2 M3C-3 1段目パラメータ及び結果

パラメータ				推定値		パラメータ		推定値			
j	P_j	単位	Dp_j	M3C-3 1段目		j	P_j	単位	Dp_j	M3C-3 1段目	
1	x_0	km	1.0×10^{-4}	5461.639997		15	a_{CN4}	deg/sec ⁴	5.0×10^{-10}	0.0	
2	y_0	km	1.0×10^{-4}	10.25286206		16	e_{CN4}	deg/sec ⁴	5.0×10^{-10}	0.0	
3	z_0	km	1.0×10^{-4}	3291.640770		17	T_{ig}	sec	1.0×10^{-2}	(18.0+0.0FIX.)	
4	v_{x0}	km/sec	1.0×10^{-5}	0.3080491164		18	$T_{b.o.}$	sec	1.0×10^{-2}	53.21293307	
5	v_{y0}	km/sec	1.0×10^{-5}	0.6003103400		19	t_r	sec	1.0×10^{-2}	2.286367598	
6	v_{z0}	km/sec	1.0×10^{-5}	0.1897546660		20	T	kg-g	1.0×10^{-1}	100675.2618	
7	a_{CN0}	deg/sec	1.0×10^{-2}	-1.889955487		21	L_1		1.0×10^{-5}	-0.03295543245	
8	e_{CN0}	deg/sec	1.0×10^{-2}	-0.3490051643		22	L_2		1.0×10^{-5}	-0.05328777034	
9	a_{CN1}	deg/sec	1.4×10^{-4}	0.07033809277		23	L_3		1.0×10^{-5}	-0.07220355989	
10	e_{CN1}	deg/sec	1.4×10^{-4}	-0.01678118136		24	L_4		1.0×10^{-5}	0.009608518918	
11	a_{CN2}	deg/sec ²	2.0×10^{-6}	-0.0001468933614		25	L_5		1.0×10^{-5}	-0.005101074223	
12	e_{CN2}	deg/sec ²	2.0×10^{-6}	0.001133407447		26	L_6		1.0×10^{-5}	0.0822836654	
13	a_{CN3}	deg/sec ³	3.0×10^{-8}	0.0		27	L_7		1.0×10^{-5}	0.004482260349	
14	e_{CN3}	deg/sec ³	3.0×10^{-8}	0.0		28	L_8		1.0×10^{-5}	-0.002053693154	

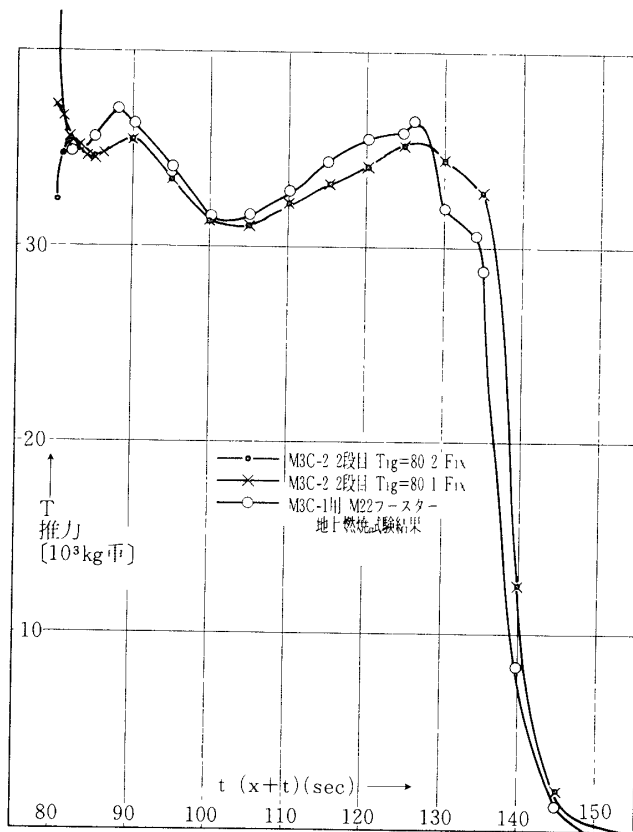


図8 点火時間を変化させたことによる推力の大きさの変化

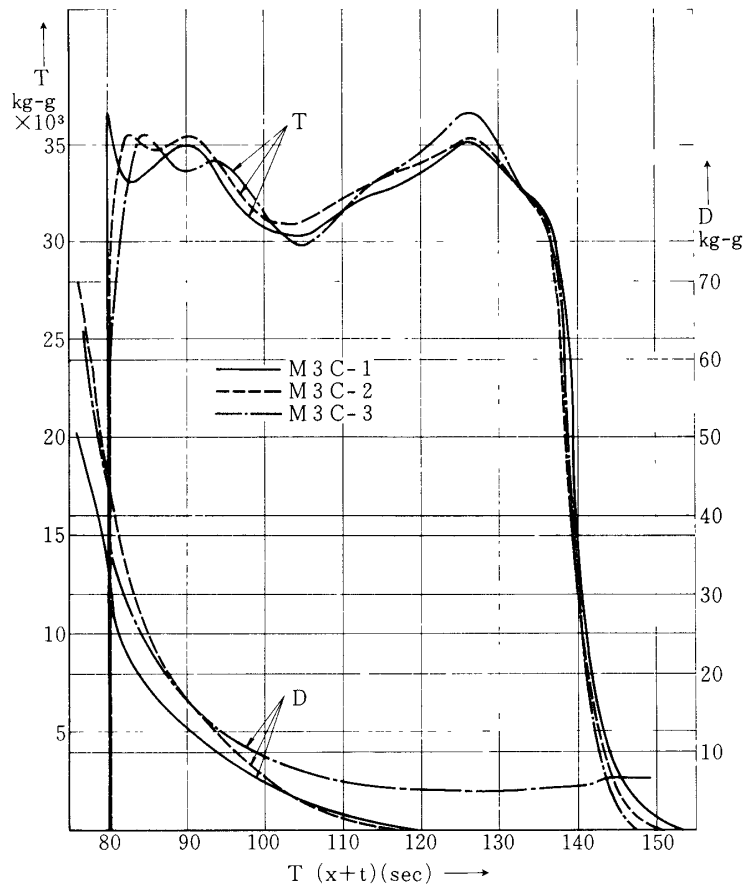


図9 推力の大きさ及び空気抵抗の大きさの変化

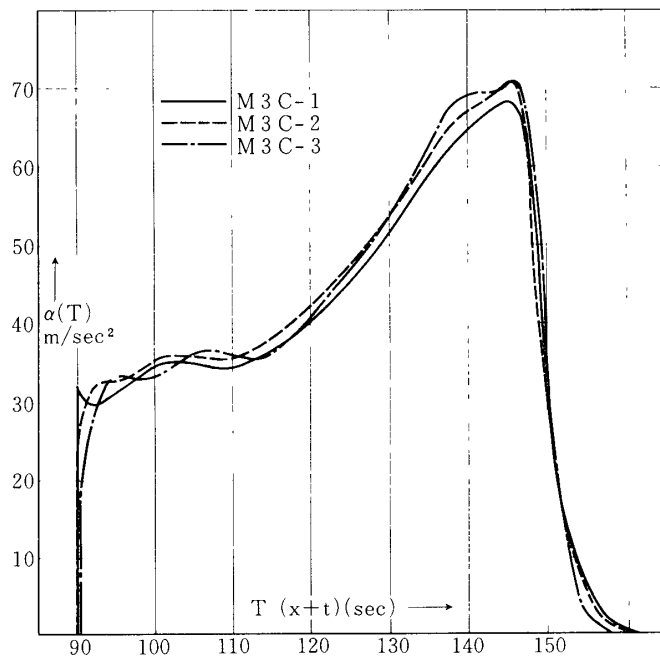


図10 推力による加速度の変化

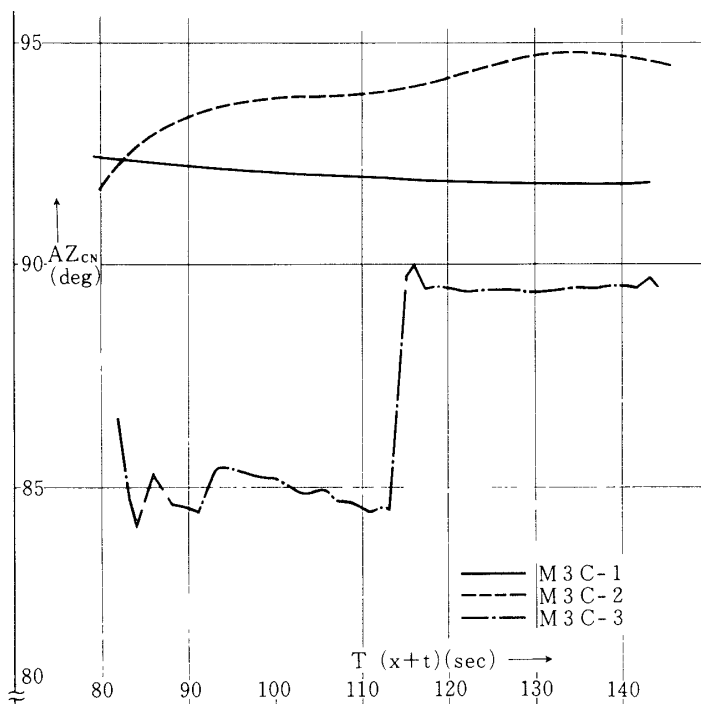


図11 推力による機体方位角の変化

比べると、本文による推定結果には着火時における鋭い衝げきは現われていないが、これは式(30)～(30'')のモデルに起因するものである[10]。又地上燃焼試験結果と比較してエンジンの燃焼時間が若干延びていた事は明らかである。

図9には表1に示した推定時に得られた3機の推力(スラスト)の曲線と、空気抵抗(ドラッグ)を示してある。これを見ると3機の推力曲線はよく一致しており、ただ軌道を大きくずれた3号機の空気抵抗だけがいつまでも残っている。

図10には推力による加速度の大きさを示す。これも表1により推定されたパラメータ値を用いて運動方程式を解く過程で得られたものである。

図11、図12には推力の方向が示してあるが、これもM3C-1,2号機についてはレーダデータをそのまま4次式で近似し推定結果を出しているが、M3C-3号機についてはCNデータをも使用しているため不連続的な動きをも表わし得ている。

図13、14にはM3C-3号機の1,2段目の推定結果において a_{CN} 、 e_{CN} についてそれぞれ1次、2次、3次と次数を変えた場合の観測値(CNデータ)－計算値の変化を示してある。これによると AZ_{CN} 、 L_{CN} の1,2段ともに次数にほとんど影響なく±1度程度に入っているので次数も3次程度まで推定しておけば十分であるように思われる。

さらに図15には表2より得られたM3C-3の1段目の結果を示す。M3C-1,2号機についてはCNのデータが得られなかった事とデータの質の劣ったものの処理が不充分であったことにより推定がされていない。

表3には以上用いたそれぞれの観測系の分散とSの値を示す。

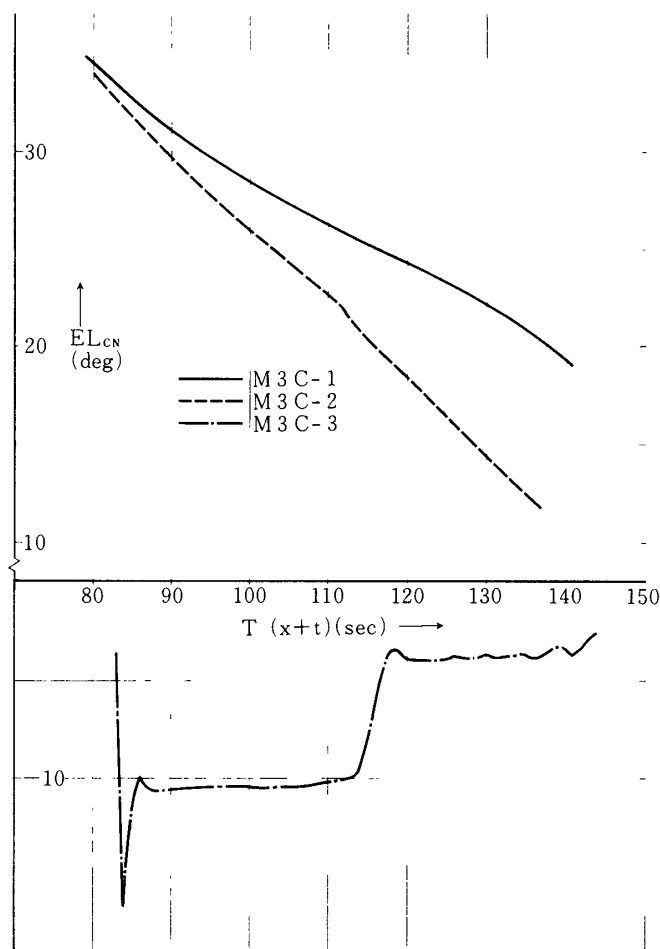


図12 推力による機体上下角の変化

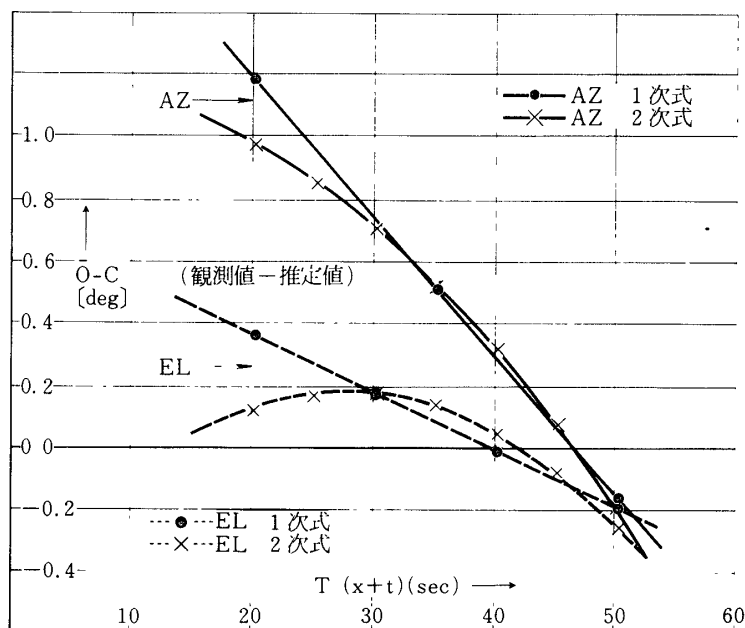


図13 M3C-3, 1段階 方位角と上下角の次数による観測値と計算の差の変化

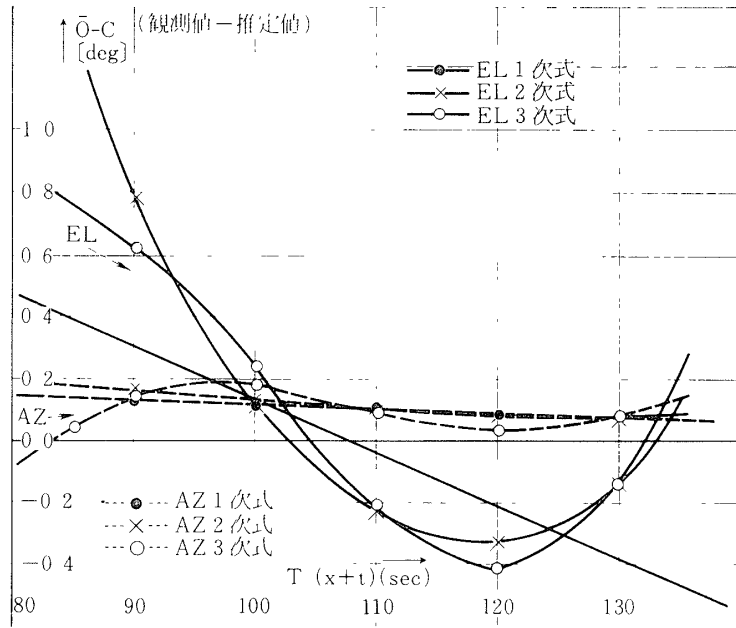


図14 M3C-3, 2段目方位角と上下角の次数による観測値と計算値の差の変化

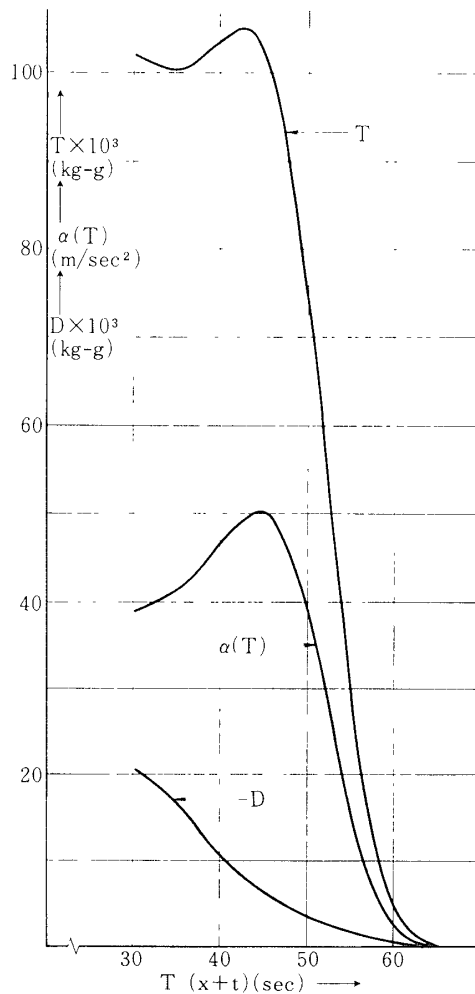


図15 M3C-3号機1段目推定による種々の曲線の変化

表 3 各ロケットの推定に使用した数値及び結果

		M3C-1	M3C-2	M3C-3(B2)	M3C-3(B1)
使用レーダデータ時間	sec	75.1~159.1	75.1~159.1	75.1~145	17.0~78.0
使用ロケット重量点火時 W_{1g}	kg	11,144	11,053	11,021.15	30,400.42
使用ロケット重量燃烧終了時 W_{bo}	kg	3,970	3,864	3,831.15	16,886.96
σ_{Range}	m	3,197	3,052	10.0	10.3
σ_{AZ}	deg	0.00822	0.00230	0.00393	0.00386
σ_{EL}	deg	0.00372	0.00475	0.00633	0.00350
T_{1g} (FIX)	sec	80.2	80.1	80.2	18.0
T (スラスト)	kg-重	33,408.18	33,996.96	33,313.67	100,675.26
B_1 or B_2 ISP (M3C-3号の み B_1, B_2)	sec	276,861	277,573	275,740	262.3
収束値 S		0.8148	0.7495	2,755	2.23
T_{bo}	sec	139,653	138,796	139,712	53,213

8. 結 言

本文では、多数のパラメータを含む連立微分方程式により近似的に記述される現象の多数の観測値から数値積分法によってパラメータを推定する手法を、レーダデータからロケットエンジンの推力の方向と推力の大きさ（時間変化を含む）を求める問題に適用し、良好な推定結果が得られる事を示した。

この手法は、電子計算機の使用が容易となった今日では応用範囲が極めて広いと考えられるので、実例を挙げて計算結果を示した。連立微分方程式を数値的に解いて観測値をパラメータで偏微分した係数を求めて行くこの手法は、原理的に単純であるためモデルの設定の変更等によるプログラムの変更が容易である事を特徴とする。

9. 謝 辞

本研究は、東京大学宇宙航空研究所の科学衛星打上げ計画の一環として行われたものである。同研究所 齊藤成文教授、野村民也教授、森 大吉郎教授、生産技術研究所 渡辺 勝教授、その他この計画に参加されている方々には一方ならぬ御指導、御援助をいただいた。特に東口 実教授、石谷 久助教授、松尾弘毅助教授にはロケットの運動、プログラムの両面で有益な御討論をいただいた。レーダデータの取得においては、日本電気KK、中島安敬氏、高田一美氏、布宮貞夫氏、畑 勝志氏、水口 亘氏、三菱電機KK、横山俊一氏の御協力に負う所が大きい。以上の方々に感謝の意を表明する。

1976年7月20日

参 考 文 献

- [1] R. Deusch: "Orbital Dynamics of Space Vehicles", Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., pp. 288-291, 1963.
- [2] P. R. Escobal: "Methods of Orbit Determination", John Willy & Sons, Inc., New York, London, Sydney, pp. 323-327, 1965.
- [3] 渡辺, 浜崎, 原, 池田, 山口 "精測レーダ用オンライン計算機ソフトウェア" 東京大学宇宙航空研究所報告, 第8巻2号(C) pp 594~640
- [4] 齊藤, 浜崎, 他 "電波誘導に関する電波系設備及び機器". 東京大学宇宙航空研究所報告 第12巻第1号(B) ロケット特集号 電波誘導 pp 321~357
- [5] 浜崎, 松井, 他, "精測レーダ観測値によるロケット推力曲線等の推定方法" "《連立常微分方程式のパラメータ推定の一方法》" 東京大学生産技術研究所電気談話会報告 vol. 24, No 27
- [6] 浜崎, 松井 "大気中における電波の屈折補正の簡略計算法" 昭和49年度電子通信学会全国大会予稿集 711
- [7] R. S. Berkowitz (Editor): "Modern Radar", John Willy & Sons, Inc., New York, London, Sydney, pp. 318-340, 1965.
- [8] Barton and Ward: "Handbook of Radar Measurement", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., pp. 366-370, 1969.
- [9] R. Deusch. I bid p. 351
- [10] 東京大学宇宙航空研究所秋葉研究室データ (M3 C-1用実時間プログラムに使用したもの)
- [11] 東京大学宇宙航空研究所SESデータセンター編 "M3 C-1 実験報告書 pp 93~104
- [12] 東京大学宇宙航空研究所SESデータセンター編 "M3 C-2 実験報告書 pp 27~64
- [13] 東京大学宇宙航空研究所SESデータセンター編 "M3 C-3 実験報告書 pp 15~55