

# F/W FRP の力学特性と測定法について (I)

——F/W 円筒での弾性係数の決定——

福井伸二・河田幸三  
小林昭橋・本彰三

Studies on the mechanical properties of filament-wound materials and their measuring methods (I)

The determination of elastic constants of filament-wound cylinders.

By

Shinji FUKUI, Kozo KAWATA, Akira KOBAYASHI,  
and Shozo HASHIMOTO

**Abstract:** Theoretical basis to determine 4 elastic constants, that is, Young's moduli  $E_1$ ,  $E_2$  and Poisson's ratios  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  of filament-wound cylindrical specimens (1: longitudinal direction, 2: hoop direction) is discussed. Strain measurements in longitudinal uniaxial loading and internal pressure loading are convenient for the purpose above mentioned. The variation of these elastic constants with winding pattern are obtained. The values of  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_1$  and  $\nu_2$  vary remarkably with the winding angle of glass filaments. The upper bounds of  $E_1$ ,  $E_2$  of F/W cylinder under internal pressure are discussed.

## 摘要

F/W 材の力学特性研究の一環として、F/W 円筒の直交異方性板としての、弾性係数 4 個、すなわちヤング係数  $E_1$   $E_2$ 、ポアソン比  $\nu_1$ 、 $\nu_2$ （ただし、主方向 1, 2 を軸方向および円周方向にとる）の測定法を検討し、実際にこれらの値と winding pattern の関係を求めた。真の  $E_1$ 、 $E_2$  と見掛けのそれとには著しい開きがある。また内圧をうける F/W 円筒の  $E_1$ 、 $E_2$  の可能な上限が検討された。

## 1. まえがき

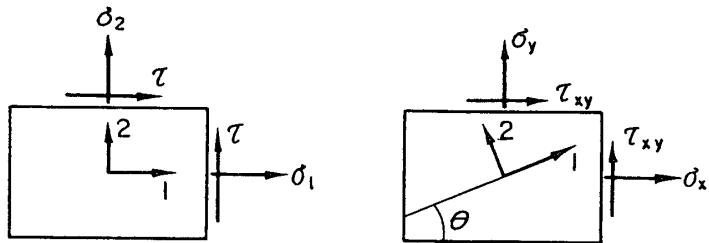
宇宙航空用材料の一つに、FRP の一種、フィラメント・ワインディング (filament winding, F/W と略記) 材がある。この材料は、たとえばロケット・チャンバーなどのように、内圧を受ける円筒またはそれに近い形で用いられることが多い。したがって、今後継続する一連の F/W 材研究の一環として、このような形状での力学特性とその測定法について若干の研究を行なった。

以下報告するのはその第 1 報で、F/W 円筒での弾性係数の決定に関するものである。ここでは端部で繊維の切れた小試片でなく、F/W 円筒をそのまま用いて、直交異方性板とし

ての弾性定数の4個：主方向を1, 2としてのヤング係数 $E_1, E_2$ およびポアソン比 $\nu_1, \nu_2$ を決定することを試みた。そして、winding patternによる変化の模様と、 $\nu_1, \nu_2$ を無視して、 $\sigma_1/\varepsilon_1$ より求める見掛けの $E_1, \sigma_2/\varepsilon_2$ より求める見掛けの $E_2$ と真の $E_1, E_2$ とは大きい差異のあることを明かにした。

## 2. 直交異方性板の平面応力、弾性定数の測定法

測定法を導くに当り、直交異方性板の平面応力での応力-ひずみ関係を概説する。F/W円筒はこれを展開すれば直交異方性板と考えてよい。直交異方性板には一般に二つの弾性対称軸（弾性主方向）1, 2があり、この方向に対する弾性法則は等方性板のそれと同形式の表現で表わされる。今、第1図において、次のようにおく。



第1図 弾性主方向および一般の方向についての弾性法則

1, 2: 弹性主方向

$\sigma_1, \sigma_2, \tau$ : 1, 2 方向の引張応力  $\sigma$  とその間の剪断応力  $\tau$

$E_1, E_2$ : 1, 2 方向のヤング係数

$\nu_1, \nu_2$ : 1, 2 方向に対するポアソン比

$G$ : 1, 2 間の剪断弾性係数

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma$ : 1, 2 方向の伸びひずみと、1, 2 の間の剪断ひずみ

$x, y$ : 弹性主方向 1, 2 と角  $\theta$  をなす直交軸

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ :  $x, y$  方向に対応する直応力および剪断応力成分

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ : 上の応力成分に対するひずみ成分

このとき、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E_1} - \nu_2 \frac{\sigma_2}{E_2} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E_2} - \nu_1 \frac{\sigma_1}{E_1} \\ \gamma &= \frac{\tau}{G} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

さらに次の相反関係が成立つ：

$$\frac{\nu_1}{E_1} = \frac{\nu_2}{E_2} \quad (2)$$

また一般の方向については、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= l^2 \varepsilon_1 + m^2 \varepsilon_2 - l m \gamma \\ \varepsilon_y &= m^2 \varepsilon_1 + l^2 \varepsilon_2 + l m \gamma \\ \gamma_{xy} &= 2 l m (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + (l^2 - m^2) \gamma \\ l &= \cos \theta, \quad m = \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = l^2\sigma_x + m^2\sigma_y + 2lm\tau_{xy} \\ \sigma_2 = m^2\sigma_x + l^2\sigma_y - 2lm \\ \tau = -lm(\sigma_x - \sigma_y) + (l^2 - m^2)\tau_{xy} \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} + \frac{\sigma_y}{F} + \frac{\tau_{xy}}{H} \\ \varepsilon_y = \frac{\sigma_x}{F} + \frac{\sigma_y}{E_y} + \frac{\tau_{xy}}{K} \\ \tau_{xy} = \frac{\sigma_x}{H} + \frac{\sigma_y}{K} + \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \end{array} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{E_x} = \frac{l^4}{E_1} + \frac{m^4}{E_2} + l^2m^2\left(\frac{1}{G} - \frac{2\nu_1}{E_1}\right) \\ \frac{1}{E_y} = \frac{m^4}{E_1} + \frac{l^4}{E_2} + l^2m^2\left(\frac{1}{G} - \frac{2\nu_1}{E_1}\right) \\ \frac{1}{G_{xy}} = \frac{1}{G} + 4l^2m^2\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_1}{E_1} - \frac{1}{G}\right) \\ \frac{1}{F} = -\frac{\nu_1}{E_1} + l^2m^2\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_1}{E_1} - \frac{1}{G}\right) \\ \frac{1}{H} = 2l^3m\left(\frac{1+\nu_1}{E_1}\right) - 2lm^3\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}\right) - lm(l^2 - m^2)\frac{1}{G} \\ \frac{1}{K} = 2l^3m\left(\frac{1+\nu_1}{E_1}\right) - 2lm^3\left(\frac{1+\nu_2}{E_2}\right) + lm(l^2 - m^2)\frac{1}{G} \end{array} \right\} \quad (6)$$

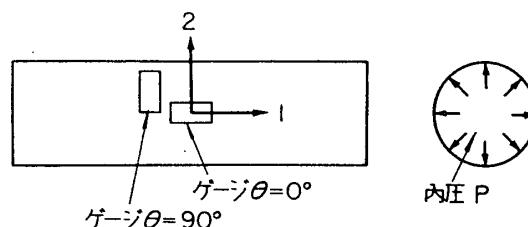
ここに現われる弾性定数は5個、すなわち  $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2, G$  であるが、相反関係(2)により独立の弾性定数は4個である。ゆえに、これらを定めるには4個の独立の関係式が必要である。

### 3. 測定法について

$G$  は円筒のねじり実験より得られるので、ここでは一応別に扱うこととして、 $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2$  を考える。これらを求めるには独立の関係式  $4-1=3$  個が得られればよい。

#### (1) 円筒内圧テスト

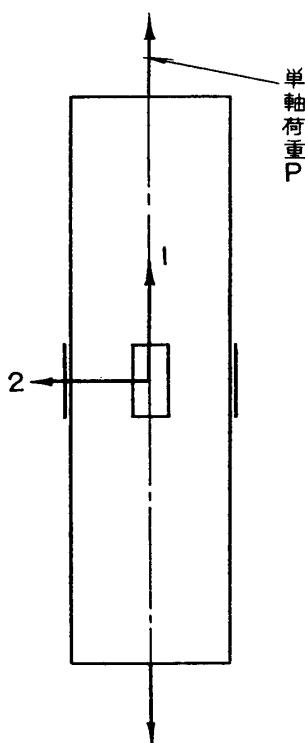
円筒の軸方向、円周方向をそれぞれ1、2とする。円筒表面にゲージ方向  $\theta$  を変えて多数のひずみゲージをはる場合を想定してみる。 $\theta$  には  $0^\circ$  および  $90^\circ$  方向を含むものとする。



第2図 内圧を受ける円筒での測定

$\theta=0$  および  $90^\circ$  方向について  $\sigma_1, \sigma_2$  は内圧  $P$  から計算し得るから、(1)より独立の関係2個：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E_1} - \nu_2 \frac{\sigma_2}{E_2} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E_2} - \nu_1 \frac{\sigma_1}{E_1} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$



第3図 単軸荷重を軸方向に受ける円筒での測定

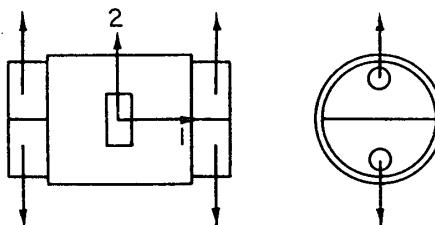
が得られ、他の一般の  $\theta$  での  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \sigma_x, \sigma_y$  などの関係は (3), (4) 式からわかるように、独立の関係を与える上データのチェックにしか用いられない。

### (2) 円簡単軸引張り

第3図のような単軸引張りを行なえば、

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} \quad \sigma_2 = 0 \quad (8)$$

以上の (7), (8) から所要の 3 個の独立の関係式が得られる。



第4図 ISAS リング・テストでの測定

### (3) ISAS リング・テスト

$E_2$  のチェックに用いられよう。

上記 (7), (8) 式の方法を使うとすれば、まず (8) より、

$$E_1 = \frac{\sigma_{1(2)}}{\varepsilon_{1(2)}} \quad (9)$$

を求め、次に、(7) より、

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1(1)} &= \frac{\sigma_{1(1)}}{E_1} - \nu_2 \frac{\sigma_{2(1)}}{E_2} = \frac{\sigma_{1(1)}}{E_1} - \nu_1 \frac{\sigma_{2(1)}}{E_1} \\ \nu_1 &= \frac{1}{\sigma_{2(1)}} (\sigma_{1(1)} - \varepsilon_{1(1)} E_1) \end{aligned} \quad (10)$$

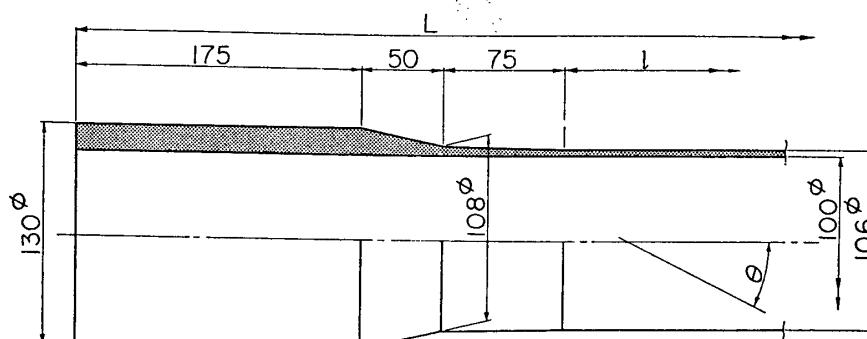
$$E_2 = \frac{\sigma_{2(1)}}{\varepsilon_{2(1)} + \nu_1 / E_1 \sigma_{1(1)}} \quad (11)$$

$$\nu_2 = \frac{E_2 \nu_1}{E_1} \quad (12)$$

ここで、添字 (1), (2) はそれぞれ円筒内圧テストおよび円簡単軸引張りテストでの値を示す。

#### 4. F/W 円筒試片について

試片の詳細を第1表と第5図に示す。



第5図 F/W 円筒試片寸度図

第1表 F/W 円筒試片

No.	全長 L (mm)	平行部 l (mm)	巻き角 $\theta$ (deg)	構成**
1	650	50	40	ラセン巻き +円周巻き
2	800	200	40	"
3	1000	400	40	"
4 103*	"	"	20	"
5 106*	"	"	50	"
6 107*	"	"	70	"
7 108*	"	"	40	ラセン巻きのみ

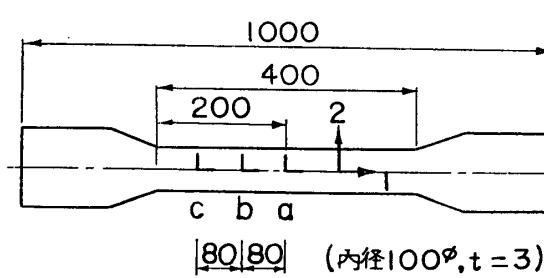
ガラス繊維 ロービング 20 エンド クロス ECE 20 230  
樹脂 エポキシ (エピコート 828) 硬化剤 HHPA  
ガラス含量約 75% (重量)

\*第7~10 図中番号

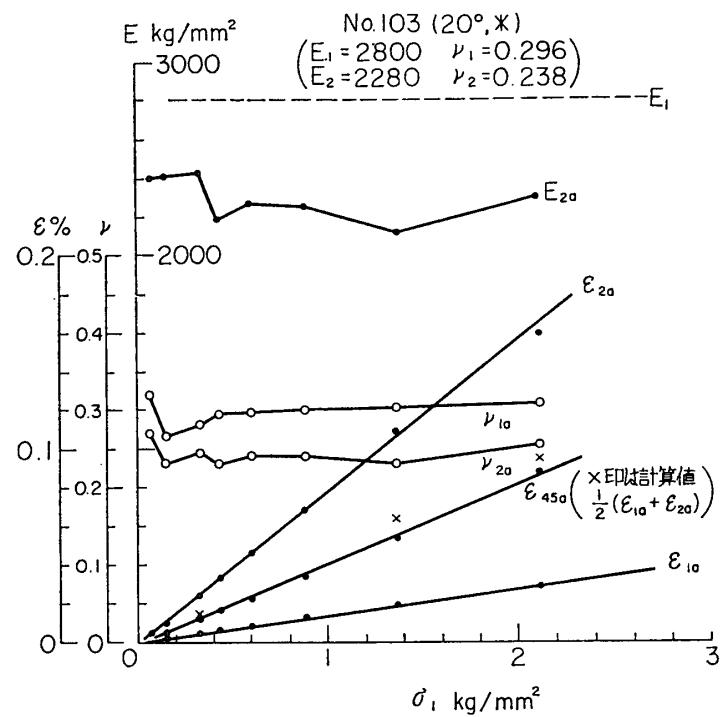
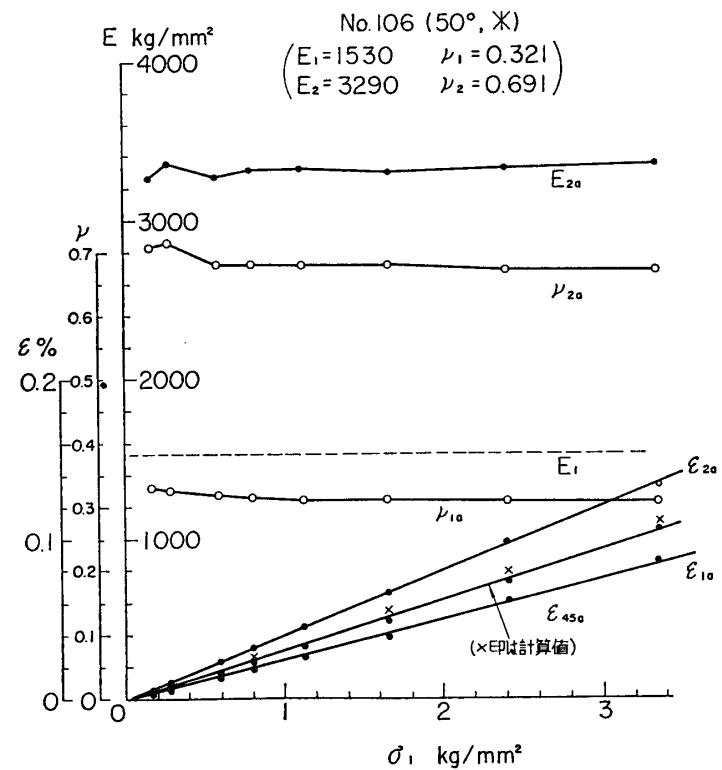
\*\*いづれも netting analysis で、軸方向 1, 円周方向 2 と等価の繊維配分にしてある。

#### 5. 実測結果とその検討, F/W 円筒の $E$ の上限

測定法としては、3にのべた円筒単軸引張によります  $E_1$  を求め、更に内圧実験のデータ

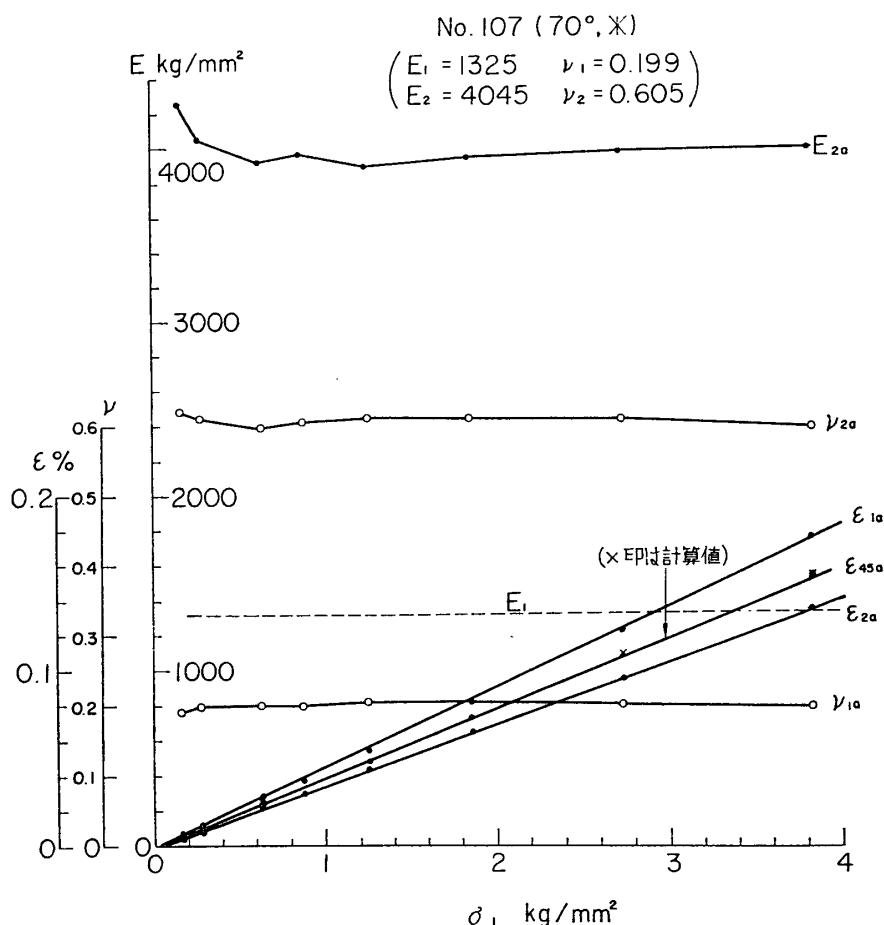


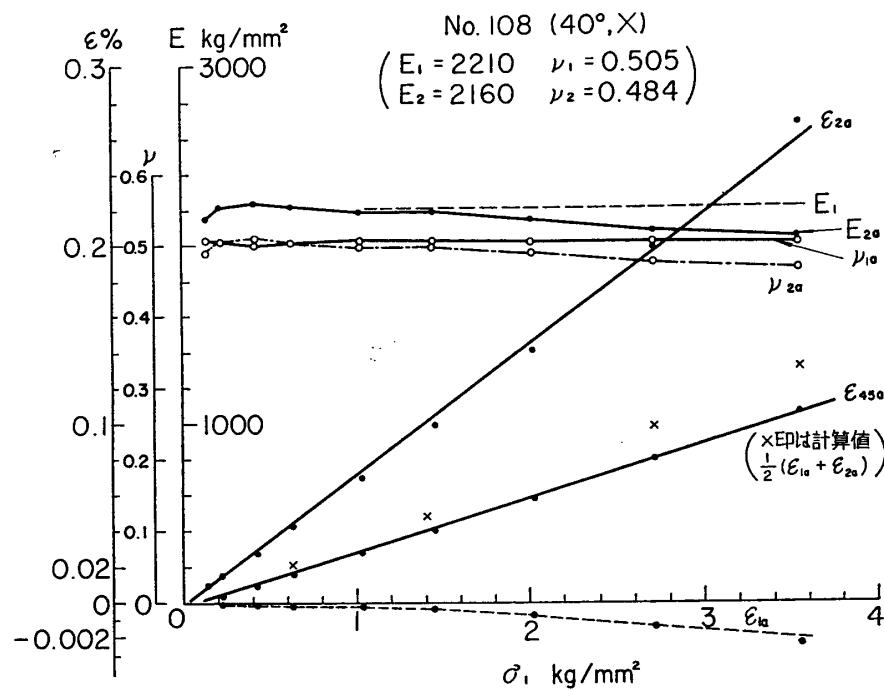
第6図 ひずみ測定の位置

第7図 卷き角  $20^\circ + 90^\circ$  円筒試片での弾性定数の測定第8図 卷き角  $50^\circ + 90^\circ$  円筒試片での弾性定数の測定

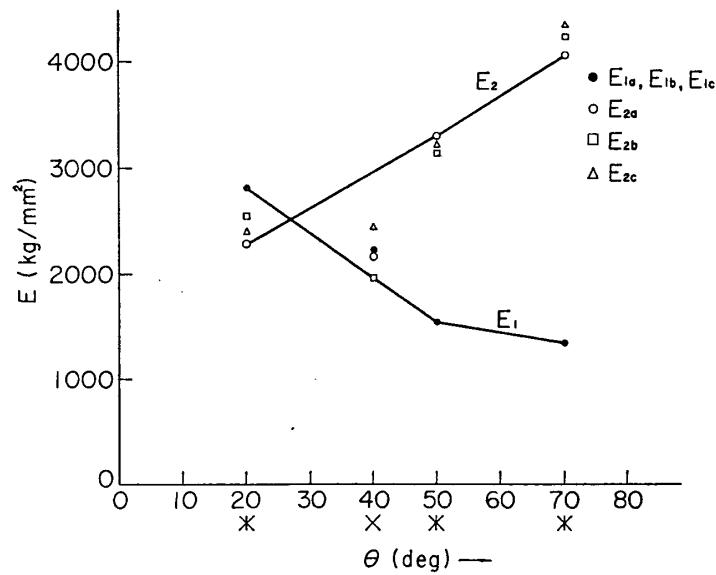
をとる方法を用い、8%ひずみゲージを第6図の箇所に接着して測定を行なった結果を、内圧実験の軸方向主応力  $\sigma_1$  に対してプロットしたものを第7～10図に示す。これをまとめた結果は第11, 12図のとおり。第7～10図で見られるように、ごく応力の小さいところで、これら定数の測定値が多少バラつくが、まず一致は良い。 $\theta=45^\circ$  方向のひずみ  $\varepsilon_{45}$  の実測値は  $\varepsilon_1$  および  $\varepsilon_2$  よりの計算値とよく一致し、測定の精度を側面より保証している。第11, 12図で巻き角  $40^\circ$  の試片のみ円周方向 ( $\theta=0^\circ$ ) の windingを入れてないので、他の3者の傾向よりはずれているが、これは当然である。なお、第2表での真の  $E_1$ ,  $E_2$  と見掛けの  $E_1$ ,  $E_2$  (つまり  $\sigma_{1(1)}/\varepsilon_{1(1)}$ ,  $\sigma_{2(1)}/\varepsilon_{2(1)}$ ) の差はかなり著しいことに注目しておく必要がある。

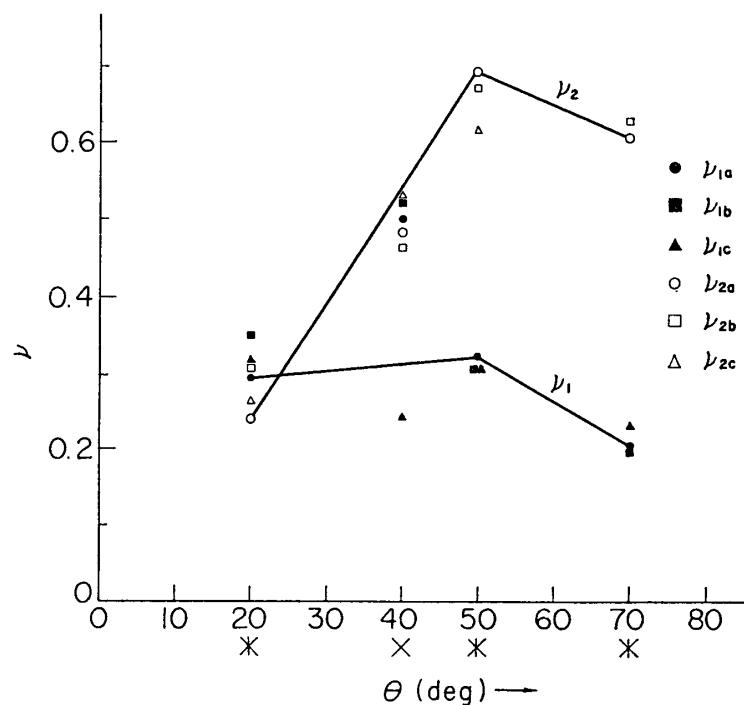
第2表の  $E_1$ ,  $E_2$  は  $1000 \text{ kg/mm}^2$  台から  $4000 \text{ kg/mm}^2$  台に渡っているが、最も合理的に纖維方向を配分した F/W 円筒でどの程度まで  $E_1$ ,  $E_2$  が到達し得るか可能な上限を検討してみよう。今、ロケット・チャンバーを想定すると、内圧をうける円筒として  $\sigma_2/\sigma_1 = 2$  だから、纖維方向の配分を円周方向 2, 軸方向 1, またはこれと等価の配分とするのが合理的であろう。したがって、 $E$  が纖維に比しきわめて低いポリマーを無視すれば、内圧 FRP

第9図 巻き角  $70^\circ + 90^\circ$  円筒試片での弾性定数の測定



第10図 巻き角 40° 円筒試片での弾性定数の測定

第11図  $E_1, E_2$  と巻き角との関係

第12図  $\nu_1, \nu_2$  と巻き角との関係第2表 F/W 円筒試片の真の  $E_1, E_2, \nu_1, \nu_2$  および見掛けの  $E_1, E_2$ 

巻き角 $\theta$ (deg)	20°+90° *	40° ×	50°+90° *	70°+90° *
$E_1$ (kg/mm <sup>2</sup> )	2800	2210	1530	1325
$\frac{\sigma_{1(1)}}{\varepsilon_{1(1)}}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	6790	— 290	4310	2880
$E_2$ (kg/mm <sup>2</sup> )	2280	2160	3290	4045
$\frac{\sigma_{2(1)}}{\varepsilon_{2(1)}}$ (kg/mm <sup>2</sup> )	2620	2880	5030	5830
$\nu_1$	0.296	0.505	0.321	0.199
$\nu_2$	0.238	0.484	0.691	0.605

F/W 円筒の  $E$  の可能な上限は、縦軸方向:  $1/3 E_f$ , 円周方向:  $2/3 E_f$  (ただし,  $E_f$ : 繊維のヤング係数) と考えられる。今,  $E$  ガラス ( $E=7000 \text{ kg/mm}^2$ ) を繊維としてとれば、それぞれ  $2300 \text{ kg/mm}^2$  および  $4600 \text{ kg/mm}^2$  程度となる。

## 6. 結 言

- (1) 直交異方性板としての F/W 円筒の弾性係数を測定する方法が検討され、ラセン巻きおよび円周巻きの併用された F/W 円筒について、winding pattern と弾性係数との関係が求められた。
- (2)  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  を無視した見掛けの値と真のヤング係数とは著しく異なる。
- (3) 内圧をうける F/W 円筒でのヤング係数の可能な上限が検討された。

実験に当り、熱心に協力された高田信宏、大谷信男、本堂明の諸君、F/W 円筒試料の製作に協力された日東紡プラスチック研究所に深甚の謝意を表する。

なお、本研究は V/STOL 総合研究の分担研究費および機関研究「FRP の宇宙工学および航空工学への応用」の分担研究費の支持をうけてなされた。ここにしるし謝意を表する。

昭和 41 年 4 月 19 日 材料部