

(II. 1. 2)

シングルステップロケットの空力弾性特性

富 田 文 治

On the Aeroelastic Characteristics of SSR Rocket

By

Bunji TOMITA

Abstract: In this report, the body divergence speed and the flutter speed of tail fins of rocket SSR under the actual flight conditions are analysed. The calculational results show that the flutter margin of tail fins is minimum at about $M=1.0$, which is about 70% of atmosphere value, and that the body divergence margin becomes to minimum at about 5 seconds after launching, not at the maximum flight speed, which is about 50% of atmosphere value. Both the aeroelastic instabilities did not occur in flight testing.

1. は し が き

SSR ロケットの飛しょう試験用機体 HT-110 型ロケットの空力弾性特性として検討すべき問題は、尾翼のフラッタとロケット全体のボディフラッタの二つが考えられる。特に後者については、HT-110 型は性能向上のための極端な構造重量の軽減の試みと、高い細長比 (L/D) が採用されて全長がかなり長くなっているために曲げ剛性の低下、曲げ振動数の低下が予想されるので、全飛しょう条件下においてこれらの特性の十分な検討が必要である。強度試験用機体 (0号機) についての振動試験から得られたデータに基づいて上記のボディフラッタおよび尾翼フラッタに関して行なった検討結果を記述する。

2. ボディフラッタ

HT-110 型ロケットの初期の計画では、飛しょう径路の安定化、分散の防止の目的でロケットに回転運動を適当な方法たとえば尾翼に小さな迎へ角を持たせる方法 (Fin canting) やエンジンのノズル壁に流れの方向に対して角度をもった突起壁を設けて推力の一部を回転運動を与えるトルクとして利用する方法 (Canting vane) などが検討されたが、種々の理由により、これらの方法は飛しょう実験機体には採用されなかった。また、意識的に回転運動を与えないロケットにおいても若干の回転を伴って飛しょうするのが通例であるが、その程度は空力弾性特性に影響をおよぼすほど速くないのが実情のようである。したがってここでは回転運動を伴わない場合のボディフラッタについて検討してみる。

軸対称弾性飛行体の上下運動 (Bouncing motion) ピッチング運動 (Pitching motion) および曲げ振動 (Bending vibration) の自由度の場合の運動方程式はつぎのように与えられる

[1].

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2v}{dT^2} + \mu \sum_i C_{Li} \frac{dv}{dT} + (1 + \mu \sum_i C_{mi}) \frac{d\gamma}{dT} + \mu \sum_i C_{Li} f_i \frac{d\sigma_0}{dT} - \mu \sum_i C_{Li} f_i' \sigma_0 &= 0 \\ \mu \sum_i \frac{C_{mi}}{k^2} \frac{dv}{dT} + \frac{d^2\gamma}{dT^2} + \mu \sum_i \frac{C_{mi} d_i}{k^2} \frac{d\gamma}{dT} + \mu \sum_i \frac{C_{mi} f_i}{k^2} \frac{d\sigma_0}{dT} - \mu \sum_i \frac{C_{mi} f_i'}{k^2} \sigma_0 &= 0 \\ \mu \sum_i C_{Li} f_i \frac{dv}{dT} + \mu \sum_i C_{mi} f_i \frac{d\gamma}{dT} + \frac{d^2\sigma_0}{dT^2} + \mu \sum_i C_{Li} f_i^2 \frac{d\sigma_0}{dT} + (\bar{\omega}_B^2 - \mu \sum_i C_{Li} f_i f_i') \sigma_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで, $m(x)$; 単位長さの質量, l ; ロケットの全長, M ; 全質量, d_i ; 重心と圧力中心の無次元距離, $EI(x)$; 曲げ剛性, C_{Li} ; i 番目の揚力作用点の揚力傾斜, 一段式ロケットで揚力作用点がノーズと尾翼に集中して作用すると考えてよい場合には $\sum_i C_{Li} = \{C_L\}_{\text{nose}} + \{C_L\}_{\text{tail}} = C_{LN} + C_{LT}$ となる. 添字 i については以下同様の使用法である, C_{mi} ; i におけるモーメント傾斜, $\sigma(x, t)$; 曲げ振幅 $= \sigma_0(t) f(x)$, $f(x)$; 曲げの規準関数, $\mu = \rho S l / 2M$; 密度比, ρ ; 空気密度, S ; 規準断面積, t ; 時間, U ; 飛行速度, ω_B ; 曲げ振動数, $T = Ut/l$; 無次元時間, $\bar{\omega}_B$; 無次元振動数, ' (prime); x に関する微分, $f_i' = \{df/dx\}_{x=x_i}$, v ; 上下運動の変位, γ ; ピッチング角度.

いま,

$$v = \bar{v} e^{\lambda T}, \quad \gamma = \bar{\gamma} e^{\lambda T}, \quad \sigma_0 = \bar{\sigma}_0 e^{\lambda T} \quad (2)$$

として, これらを (1) 式に代入すれば, λ に関する四次の特性方程式が導かれ, これを Routh の安定条件 [2] にしたがって吟味すれば動安定に関する限界条件が求められる. この場合, 不安定になるときの運動の様相により, 二つの限界条件に分類される. すなわち, 振動しつつ振幅が増大して, 不安定現象を呈するいわゆるフラッタ現象と, 振動を伴わずに変位が増大して不安定現象を呈するいわゆるダイバージェンスである. その限界の速度をそれぞれフラッタ速度 U_F およびダイバージェンス速度 U_D と呼ぶことにする. HT-110 型ロケットのように無誘導の尾翼安定方式のロケットでは, すべての飛しょう条件に対して, 剛体としての静安定の度合はかなり高い (たとえば圧力中心が重心より 10% もしくはそれ以上後方にある) のが通例のようであり, このような場合には U_F は U_D よりかなり大きいのが普通であるから [1], ここでは U_D のみの解析結果を示す.

(1) 式から導かれる特性方程式の常数項 A_0 は, 高次の微小量を見捨るとすぎのように計算される.

$$\begin{aligned} A_0 = & -\bar{\omega}_B^2 \cdot \mu \frac{C_{mN} + C_{mT}}{k^2} + \mu^2 \left\{ (C_{LN} f_N + C_{LT} f_T) \frac{C_{mN} f_N' + C_{mT} f_T'}{k^2} \right. \\ & \left. - (C_{LN} f_N f_N' + C_{LT} f_T f_T') \frac{(C_{mN} + C_{mT})}{k^2} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

したがって限界速度 U_D は,

$$U_D = \frac{\bar{\omega}_B l}{\sqrt{\mu} \left\{ (C_{LN} f_N f_N' + C_{LT} f_T f_T') - \frac{(C_{LN} f_N + C_{LT} f_T)(C_{mN} f_N' + C_{mT} f_T')}{(C_{mN} + C_{mT})} \right\}^{1/2}} \quad (4)$$

で与えられる. (4) 式において, C_{LN} , C_{LT} , C_{mN} , C_{mT} の空力特性は計算または風洞試験結

果からわかっており、 μ は飛行条件により決まり、 l は全長であるから、結局、曲げ振動数 ω_B 、振動形 f_N, f_T, f_N' および f_T' がわかればよい。 $\omega_B, f_N \sim f_T'$ は計算でも求まるがはん雑になるので、実物もしくは模型による振動実験から求める方法が便利である。HT-110 型ロケットに関しては強度試験用機体 (0号機) を製作したので、これについて振動試験を行なった。その結果によると、曲げ振動数 $f_B = \frac{\omega_B}{2\pi}$ は燃料の有無によってそれぞれ 14c.p.s. および 29c.p.s. であった。したがって、燃焼中は適当な時間関数で曲げ振動数が 14c.p.s. から 29c.p.s. の間を変化するわけであり、一般にロケットを梁と見なした場合には、曲げ振動数 f_B と重量 (時間的に変化する重量) W とは $f \propto 1/\sqrt{W}$ の関係にあるが、搭載計器の重量およびその位置、燃料の減少の仕方などによって異ってくるのは当然で、HT-110 型ロケットの場合にはほぼ $f_B \propto 1/W^{2/3}$ 程度の変化を示している。また燃焼に伴う重量減少は時間的にほぼ直線関係にあると考えられるから、振動数 f_B の時間的変化は大略

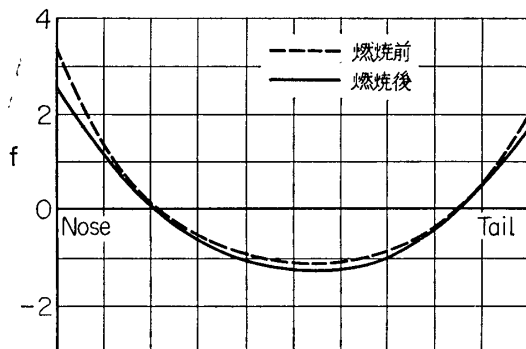
$$f_B = f_{B0} \left/ \left[1 - \frac{W_P}{W} \cdot \frac{t}{t_B} \right]^{2/3} \right. \quad (5)$$

と考えてよい。ここで、

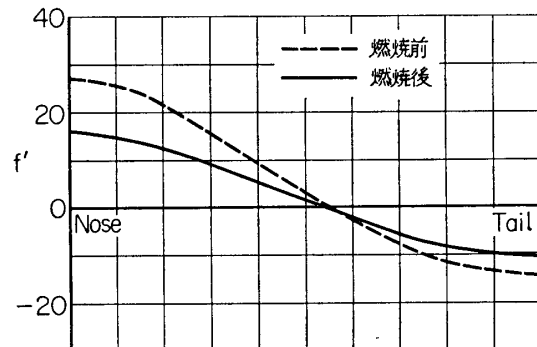
f_{B0} ; 燃焼前の振動数 (14c.p.s.), W_P ; 推進重量 (23kg), W ; 全重量 (39kg), t_B ; 燃焼時間 (9sec)

である。したがって燃焼中の (4) 式の値を計算するにあたって ω_B の値としては (5) 式の f_B を用いればよい (ただし f_B は振動数, ω_B は円振動数であるから $\omega_B = 2\pi f_B$)。

また振動形 f および f' の測定結果は第1図および第2図に示す。空気力の諸係数は模型による風洞試験結果を使用するが、これらはロケット全体としての値が測定されており、

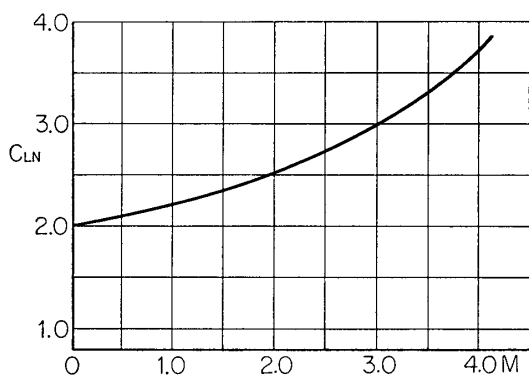


第1図 標準化した振動形 f

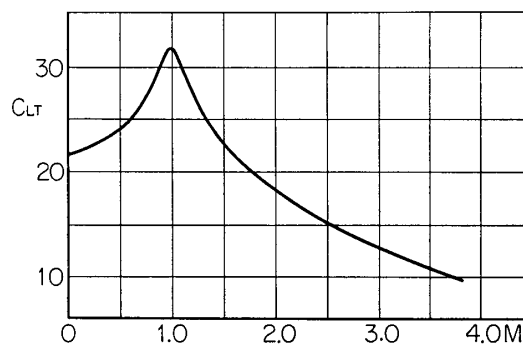


第2図 標準化した振動形 f'

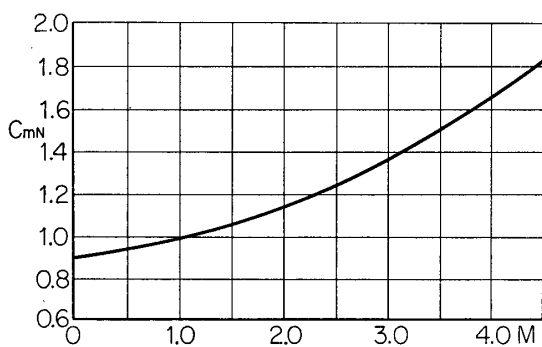
(4) 式の計算に必要な尾翼部分、ノーズ部分に分離されているので、それらの値を適当な方法で分離する必要がある。そのために、細長い胴体の影響を含んだオージャイブコーンの実験結果 [4] を利用して、これと風洞試験結果を取り合せてノーズおよび尾翼部分の揚力傾斜、モーメント傾斜に分離した。第3~6図は空力諸係数を示す図である。ただし、モーメント傾斜は重心回りの値で重心位置は先端より 57% とする。また、第7~10図は飛しょう条件を示す図で、第7図は時間と高度および速度の関係を示す。ただし、HT-110-3 (レーダ・トランスポンダ搭載の飛しょう性能テスト機体) を例にとっている (以下同じ)。



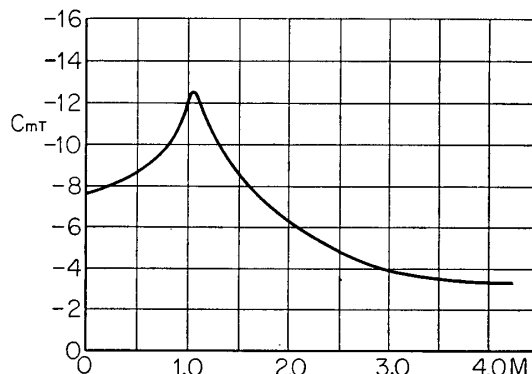
第3図 ノーズ部分の揚力傾斜



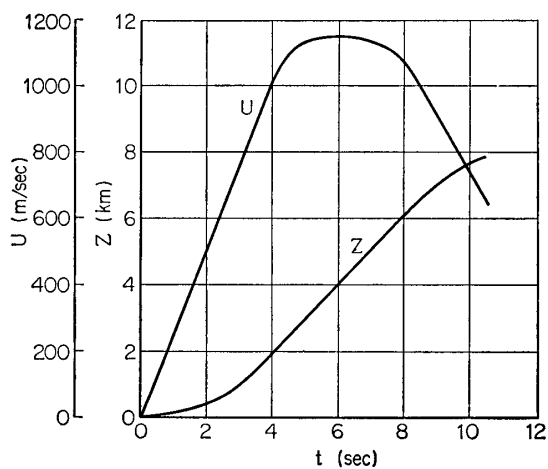
第4図 尾翼の揚力傾斜



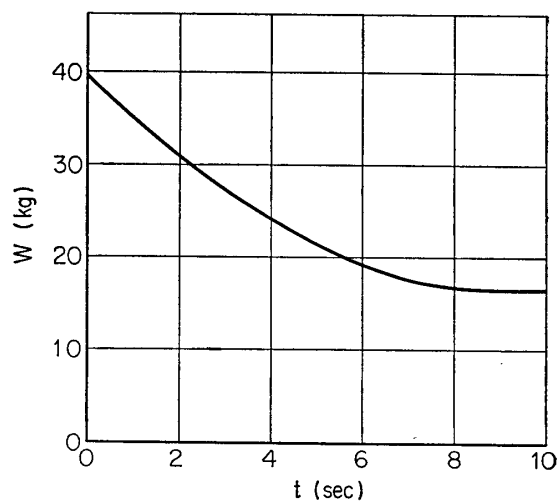
第5図 ノーズ部分のモーメント傾斜



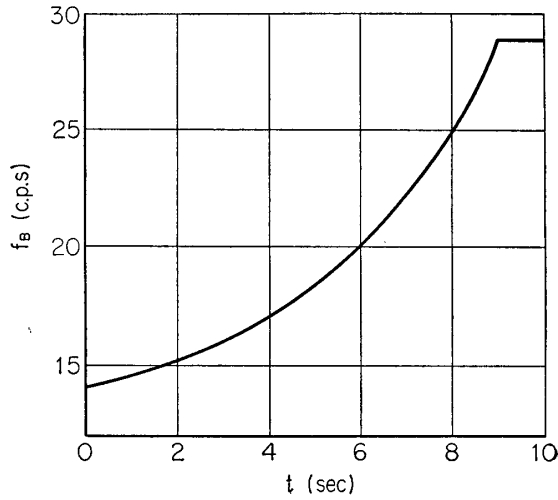
第6図 尾翼のモーメント傾斜



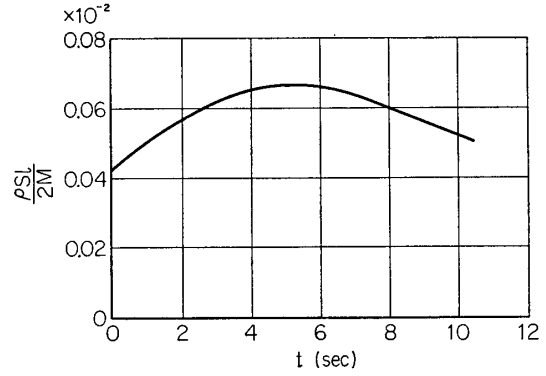
第7図 速度および高度と時間の関係



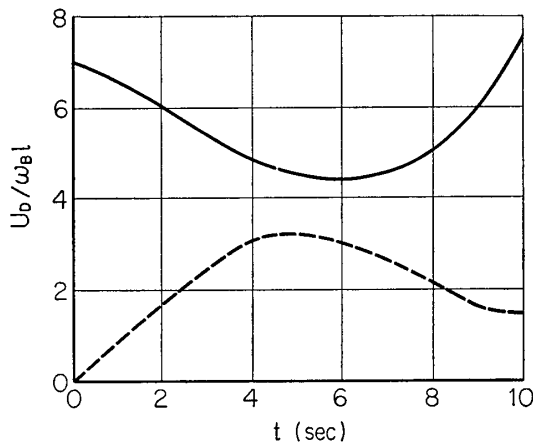
第8図 ロケット重量の時間的变化



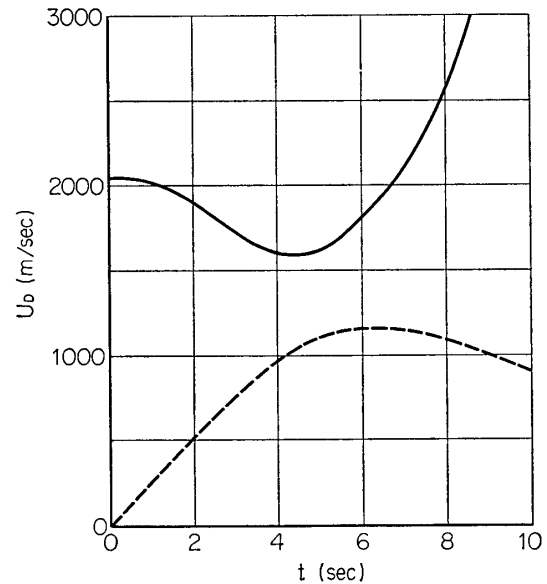
第 9 図 曲げ振動数の時間的変化



第 10 図 密度比の変化



第 11 図 無次元ダイバージェンス速度



第 12 図 ダイバージェンス速度

第 8 図は燃焼にともなうロケット重量の時間的変化を示す。第 9 図は燃焼にともなう曲げ振動数の時間的変化、第 10 図は飛しょう条件によって時間的に変化する $\mu = \rho Sl / 2M$ (Density ratio) を示す。

以上の図に示した値を使って (5) 式の U_D を計算した結果を第 11 図および第 12 図に示す。第 11 図は無次元ダイバージェンス速度 (Reduced velocity) と時間、第 12 図はダイバージェンス速度と時間の関係をあらわしている。両図において点線はいずれも、飛しょう条件にともなういわゆる Atmosphere line で、実線 (ダイバージェンス速度) との差がいわゆるダンバージェンスの安全度 (Divergence margin) と考えればよい。これらの結果からわかるように、発射直後 ($t=0 \sim 3$ sec) および燃焼終了末期以降 ($t=7$ sec \sim) はかなりの安全度が

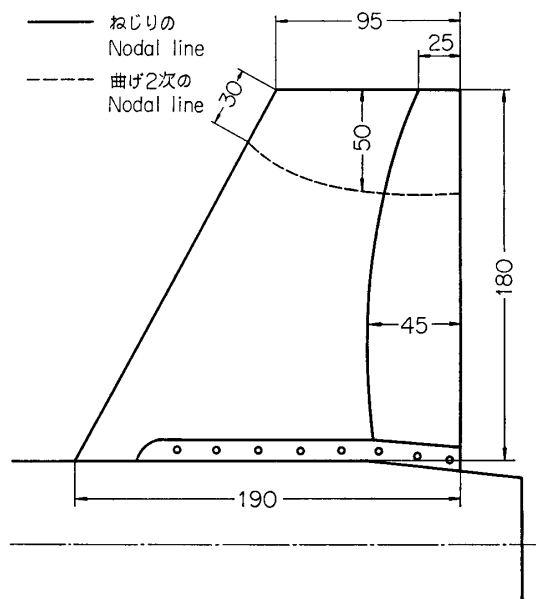
あるがロケットが最高速度になる 5 秒前後において安全度はあまり高くないことを示している。これは航空機の翼のフラッタのように、飛行条件、構造特性、弾性等性、空力特性の変化が比較的少ない場合と違ってロケットにおいては上記の諸特性の変化がはなはだしいために生じてくることであって、簡単な計算のみでダイバージェンス、フラッタの問題に対する検討を済ませてしまうと、飛しょうプログラムの一部でそれらの margin が極端に少なくなっているのを見落す可能性のあることの一例とも考えられ、したがって全飛しょう条件下にわたって空力弾性特性を検討しておくべきであろう*。

3. 尾翼フラッタ

低アスペクト比の三次元翼の圧縮性流体中におけるフラッタの厳密な解析は非常にはん雑であり、その上、実際の飛しょう中には空力加熱によって振動特性の変化（振動数および振動形の変化）がおこると想像される。したがって、熱の影響まで含めた厳密な解析はますますはん雑となる。ここでは限界速度の概略値を知ること、安全度の程度（いわゆる flutter margin の程度）を推算するにとどめた。強度試験用機体の尾翼についての振動試験結果を第 1 表および第 13 図に示す。

第 1 表 尾翼の振動試験結果

振 動 形	振動数(c.p.s.)
1 次 曲 げ 振 動	130
2 次 曲 げ 振 動	670
1 次 ね じ り 振 動	350



第 13 図 尾翼の Nodal Line (数字の単位は mm)

* 別項 II. 1. 1 および II. 1. 9 の報告（池田 健ほか）において HT-110 型ロケットのダイバージェンス速度の簡易解析法とその結果が記述されているが、その計算に使用した条件は燃焼終了時のものである。したがってダイバージェンス速度がかなりのマージンをもつような結果になっているが、本報告に記述したように全飛しょう条件のもとで詳細に検討すると燃焼中期にマージンの少ない時期がある場合も考えられるから、単純に最高速度時の条件のみの検討では不十分であろう。しかし最高速度時の条件で II. 1. 9 の結果の示すようにマージンがかなり大きければ、その途中においてダイバージェンス速度に達することは比較的少ないと思われるので、この意味では概略の目安をつける目的で最高速度時の条件で検討し、マージンがあまり大きくない場合には全飛しょう条件にわたって検討する方向に進むべきと考えられる。

振動試験によって得られた特性をもつような等価的二次元翼に置換して、まず亜音速領域におけるフラッタ速度を求め、これに遷音速および超音速領域におけるマッハ数の補正を行なう方法を試みた。亜音速領域における二次元翼のフラッタ速度 U_F は prandtl-Glauert の補正を入れたつぎの経験式を使用する[5].

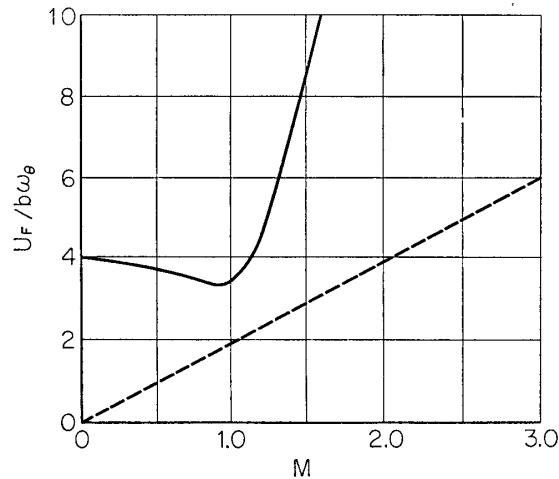
$$\frac{U_F}{b\omega_\alpha} \approx (1-M^2)^{1/4} \sqrt{\frac{m}{\pi\rho b^2} \cdot \frac{\gamma_\alpha^2}{1+2(a+x_\alpha)}} \quad (6)$$

ここで、 b ; 1/2翼弦長=0.07m, ω_α ; ねじり円振動数= $2\pi \times 350$ 1/sec, m ; 単位幅当りの翼の質量= $15.4 \times 10^{-3} gr \text{ sec}^2/cm$, $a+x_\alpha$; 弾性軸と重心距離(無次元量)=0.4, ρ ; 空気密度, γ_α ; 翼の無次元回転半径= $\sqrt{1/3}$

である。したがって $M=0$, 海面 ($\rho=1/8 \text{ kg sec}^2\text{m}^{-4}$) におけるフラッタ速度 (Reduced velocity) $U_F/b\omega_\alpha$ は,

$$\{U_F/b\omega_\alpha\}_{M=0, \rho=1/8} \doteq 3.9 \quad (7)$$

となる。文献[4]による超音速領域の二次元翼フラッタ速度のマッハ数による修正結果を利用して $M=0 \sim 3.0$ の間の $U_F/b\omega_\alpha$ を図示すると第14図のようになる。



第14図 尾翼のフラッタ速度

図中の点線はいわゆる Atmosphere line で a_∞ をその点の音速とすれば

$$\frac{U_F}{b\omega_\alpha} = \frac{a_\infty}{b\omega_\alpha} M$$

で与えられる。図の線は海面上の値を示してある。

したがって二つの曲線の差がフラッタに対する安全度 (Flutter margin) を考えてよい量で、第14図は海面上の値であるから、このロケットが海面上を水平飛行するときには $M \doteq 1.0$ 付近で Flutter margin が最少になる。しかしながら、HT-110型ロケットは $60^\circ \sim 80^\circ$ 程度 (実際には 75° であった) の発射角で飛しょう実験が行なわれるから、上記の二つの曲線も飛行条件によって変化する。Atmosphere line は a_∞ が高度によって変化する影響が入ってくるが HT-110型ロケットの燃焼終了時の高度は数 km (実際には $7 \sim 8 \text{ km}$) であるから、この影響は大略 10% 程度の傾斜の変化を与えることになる (音速は小さくなる方向で

あるから安全側に変化することになる)。これに対して翼のフラッタ速度におよぼす高度の影響は密度比 $\mu = m/\pi\rho b^2$ の形で入ってきて、その大きさは大略 $1/\sqrt{\mu}$ すなわち $1/\sqrt{\rho}$ に比例してフラッタ速度が増大すると考えてよい。したがって HT-110 型の場合には上記の高度範囲では 10~20% 程度安全側に移動することになる。結局 HT-110 型ロケットの尾翼のフラッタ速度は飛しょう条件を想定すれば、最も苦しい $M=1.0$ 付近においても 80~100% 程度の Flutter margin があり、この程度の margin があれば、空力加熱による振動数低下が若干あってもフラッタ現象はおきる心配はないと考えられる。

4. む す び

HT-110 型ロケットの空力弾性特性として尾翼フラッタおよびボディダイバージェンスの解析、検討を行なった。それらの結果によると、尾翼については $M=1.0$ 付近の最も苦しくなる速度でなお 80~100° 程度の flutter margin があり、空力加熱等の影響で弾性特性が若干低下しても十分安全であると考えられる。空力加熱による温度上昇の最高点は燃焼末期であるから $M=1.0$ になる 1~2 秒の頃には温度はほとんど上昇しておらず、したがって空力加熱は実際的には尾翼フラッタにおよぼす影響は非常に少ないと見てよいであろう。ボディフラッタについては、初期の頃、燃焼終了時(最高速度)の条件で簡単な推定を試みていたが、飛行条件、空力特性、構造特性、弾性特性等のくわしい数値を用いて飛しょう径路に沿って検討してみた結果、エンジンの燃焼中期で Divergence margin が最も少なくなり、この程度もあまり大きいことは言えない値であることがわかった。しかしながら飛しょう試験結果によるともちろんダイバージェンス現象はおきなかったし、飛しょう径路も非常に安定していて、その軌道もあらかじめ計算した推定値とよく合っていたから空力弾性的な不安は全然なかったと言い得よう。しかし、性能向上のためにさらに、構造重量の軽減、 L/D の増加などの試みをする場合には空力弾性の立場からもくわしい検討をする必要があると考えられる。

1966年4月27日 航空力学部

参 考 文 献

- [1] B. Tomita, On the Dynamic Stability of Rockets, Aeronautical Res. Inst. Univ. of Tokyo, No. 385, 1964.
- [2] Routh, E. J., On the Stability of a Given State of Motion, Adams Price Essay, 1877.
- [3] I. E. Garrick, S. I. Rubinow, Flutter and Oscillating Air Force Calculations for an Airfoil in a Two-dimensional Supersonic Flow, NACA Report 846.
- [4] W. E. Buford, The Effects of Afterbody Length and Mach Number on the Normal Force and Center of Pressure of Conical and Ogival Nose Bodies, JAS, Feb., 1958.
- [5] たとえば, R. L. Bisplinghoff, H. Ashley & R. L. Halfman, Aeroelasticity, Addison-Wesley, 1955.