

{II. 3. 9}

固体推薬グレーンの応力，ひずみ分布 とその光弾性解析

河 田 幸 三・小 林 昭
橋 本 彰 三・本 堂 明

On The Photoelastic Analysis of The Stress and
Strain in Case-Bonded Grains.

By

Kozo KAWATA, Akira KOBAYASHI, Shozo HASHIMOTO and Akira HONDO

Abstract: For the photoelastic analysis of stress and strain distributions of case-bonded grains under internal pressure and thermal loadings, special considerations are necessary on the realization or simulation of the boundary condition. Stress and strain at the bottom of notches of the case-bonded grains are derived from the results of above mentioned photoelastic analysis, and the internal pressure for the fracture of the grains, P_{if} , are calculated from the above mentioned strain at the bottom of notches, assuming Wise's fracture criterion of grain materials. The variations of P_{if} with the mechanical properties of grain materials, such as Poisson's ratio and uniaxial tensile fracture strain.

概 要

内圧および熱負荷をうける case-bonded グレーンが一般の複雑な断面形状をもつ場合の光弾性解析法を検討し，特殊の考察を要することを示した。この解析結果にもとづき，切欠底の応力，ひずみを求め，Wise の推薬破壊基準“最大引張り主ひずみが単軸引張りでの引張り破断ひずみに等しくなるとき破壊する”を仮定し，破壊内圧を推算し，二，三の実例を示した。破壊内圧 P_{if} の推薬力学特性による変化の模様をも示した。

1. ま え が き

固体推薬グレーンが安定な燃焼をするためには，製造，運搬，貯蔵，燃焼の各段階において，き裂などの欠陥が生じてはならない。このため，固体推薬グレーンはこれらの各段階に適切な強度をもつよう，材質，設計が定められなくてはならない。固体推薬は厳密には粘弾性体であるが，近似的に弾性体と仮定すれば，中空円筒グレーンでは弾性計算により直ちに応力，ひずみの分布が求められる。しかし，一般の複雑な断面形状をもつグレーンでは，その応力，ひずみ分布の解析は光弾性解析にまつ必要がある。光弾性解析の立場から見ると，グレーンへの応用は試片の外側の境界条件が外側ケースによる変形の拘束で与えられた特殊

の場合となり、やや特殊の考察を要する[17]。本報告ではこの観点から、グレーンの応力、ひずみ分布と強度、およびその光弾性解析法、二、三の実験結果などについて検討する。

2. 負荷, 境界, その他の諸条件

グレーンの受ける負荷としては、1 に述べた各段階でのものが考えられる。これは次のように分類できよう。

- (i) 燃焼時内圧, (ii) 温度サイクルや燃焼による熱応力, (iii) 軸方向自重, 慣性力, (iv) 側方自重, 慣性力, (v) 注型過程の応力

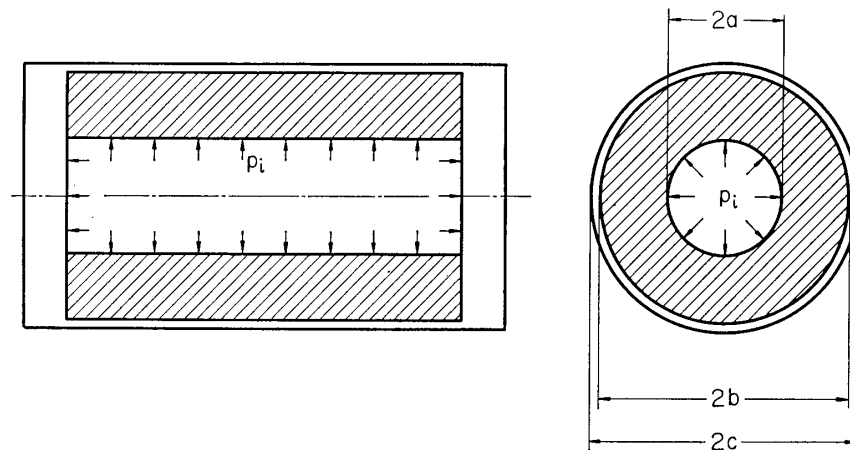
グレーンのモータ・ケースに対する条件としては、free-standing と case-bonded* とがある。

ポリウレタン, ポリブタジエン系などの固体推進は一般に若干の粘弾性を示すが、この効果は後に考えることとして、本報告では弾性体としての解析を行なう。

上記諸条件の中、case-bonded のグレーンが主として圧力負荷を受ける場合について解析を進める。

3. case-bonded の中空円筒グレーンの内圧時応力, ひずみ分布

グレーン内面に複雑な切欠のある一般の場合を取扱う準備としての必要上、まず case-bonded の中空円筒グレーンの内圧時応力, ひずみ分布を述べておく。第1図に示すような case-bonded の中空円筒グレーンの一般化された平面ひずみ条件下での応力分布を考えれば



第1図 Case-bonded の中空円筒グレーン

よい[1]。この要点を摘録する。用いる記号は次のとおり。

- a : グレーン内面の切欠底までの半径
- b, c : それぞれグレーンおよびケースの外半径
- P_i : 定常内圧 (そと向き正)
- P_c : 推進とケース内面との接触圧力 (内向き正)

* これはさらに loaded grain, direct casting とにわけられよう。

r : 任意半径

u_r, u_r' : それぞれ内圧および熱負荷による半径方向変位

A, B : 定数

E, μ : ヤング係数, ポアソン比

$K_{\sigma p}, K_{\sigma T}$: それぞれ内圧および熱負荷による内面応力集中係数

$M=b/a, N=c/b$

T_0 : 無応力, ひずみ状態に対応するグレーンのキュア温度

T : 環境温度

α : 線膨張係数

$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z; \varepsilon_r', \varepsilon_\theta', \varepsilon_z'$: それぞれ内圧負荷および熱負荷によるそれぞれ半径, 円周, および軸方向ひずみ

ε_f : 固体推葉の単軸引張り試験での破断ひずみ

$\bar{\varepsilon}_\theta, \bar{\varepsilon}_\theta'$: 内圧負荷および熱負荷によるグレーン切欠底の ε_θ

$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z; \sigma_r', \sigma_\theta', \sigma_z'$: それぞれ内圧負荷および熱負荷によるそれぞれ半径, 円周, および軸方向応力

添字 c, p : それぞれケース, 推葉を示す.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rp} &= \frac{B_p}{a^2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - P_i \\
 \sigma_{\theta p} &= \frac{B_p}{a^2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - P_i \\
 \sigma_{zp} &= 2 \mu_p \left(\frac{B_p}{a^2} - P_i \right) + E_p \varepsilon_z \\
 \varepsilon_z &= \frac{2 \left\{ P_i \left[\left(\frac{M^2 - 1}{M^2} \right) \mu_p - \mu_c \right] - \frac{B_p}{b^2} (M^2 - 1) (\mu_p - \mu_c) \right\}}{E_p \left(\frac{M^2 - 1}{M^2} \right) + E_c (N^2 - 1)} \\
 B_p &= \frac{b^2 \left\{ (1 - 2 \mu_p) + \left(\frac{E_p}{E_c} \right) \left(\frac{1 + \mu_c}{1 + \mu_p} \right) \left(\frac{1 - 2 \mu_c + N^2}{N^2 - 1} \right) + \frac{2 \left(\frac{E_p}{E_c} \right) (\mu_p - \mu_c) [M^2 (\mu_p - \mu_c) - \mu_p]}{(1 + \mu_p) (N^2 - 1)} \right\}}{\left[M^2 (1 - 2 \mu_p) + 1 \right] + \left(\frac{E_p}{E_c} \right) \left(\frac{1 + \mu_c}{1 + \mu_p} \right) \left(\frac{M^2 - 1}{N^2 - 1} \right) (1 - 2 \mu_c + N^2) + \frac{2 \left(\frac{E_p}{E_c} \right) \left(\frac{M^2 - 1}{N^2 - 1} \right) (\mu_p - \mu_c)^2}{1 + \left(\frac{E_p}{E_c} \right) \left(\frac{M^2 - 1}{N^2 - 1} \right) \left(\frac{1}{M^2} \right)} P_i}
 \end{aligned} \tag{1}$$

モータ・ケースが推葉の半径方向変位を拘束することにより生じる接触応力 P_c は,

$$P_c = -\sigma_{rp}|_{r=b} = P_i - \frac{B_p}{b^2} (M^2 - 1)$$

$$=P_i \left[1 - \frac{(M^2-1) \left\{ (1-2\mu_p) + \frac{E_p}{E_c} \frac{(1+\mu_c)}{(1+\mu_p)} \left(\frac{1-2\mu_c+N^2}{N^2-1} \right) + \frac{2 \left(\frac{E_p}{E_c} \right) (\mu_p-\mu_c) [M^2(\mu_p-\mu_c) - \mu_p]}{(1+\mu_p)(N^2-1)} \right\}}{[M^2(1-2\mu_p)+1] + \frac{E_p}{E_c} \frac{(1+\mu_c)}{(1+\mu_p)} \left(\frac{M^2-1}{N^2-1} \right) (1-2\mu_c+N^2) + \frac{2 \left(\frac{E_p}{E_c} \right) \left(\frac{M^2-1}{N^2-1} \right) (\mu_p-\mu_c)^2}{1 + \left(\frac{E_p}{E_c} \right) \left(\frac{M^2-1}{N^2-1} \right) \left(\frac{1}{M^2} \right)}} \right] \quad (2)$$

また

$$u_{rp} = r \varepsilon_{\theta p} \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\theta p} = \left(\frac{1+\mu_p}{E_p} \right) \left[\frac{B_p}{a^2} \left(1-2\mu_p + \frac{a^2}{r^2} \right) - P_i (1-2\mu_p) \right] - \mu_p \varepsilon_z \quad (4)$$

グレーンの強度を討議する上で最も必要なのは、内縁 $r=a$ での $\varepsilon_{\theta p}$, $\sigma_{\theta p}$ である。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta p}|_{r=a} &= \frac{2B_p}{a^2} - P_i \\ \varepsilon_{\theta p}|_{r=a} &= \left(\frac{1+\mu_p}{E_p} \right) \left[\frac{2B_p}{a^2} (1-\mu_p) - P_i (1-2\mu_p) \right] - \mu_p \varepsilon_z \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

特に、多くの場合がそうであるように、 $E_c \gg E_p$ ならば

$$\left. \begin{aligned} B_p &\cong \frac{b^2(1-2\mu_p)}{M^2(1-2\mu_p)+1} P_i \\ \varepsilon_z &\cong \frac{2P_i [\mu_p(M^2-1) - 2\mu_c(1-\mu_p)M^2]}{E_c M^2(N^2-1) [M^2(1-2\mu_p)+1]} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rp} &\cong - \left[\frac{1+M^2(1-2\mu_p) \frac{a^2}{r^2}}{M^2(1-2\mu_p)+1} \right] P_i \\ \sigma_{\theta p} &\cong \left[\frac{M^2(1-2\mu_p) \frac{a^2}{r^2} - 1}{M^2(1-2\mu_p)+1} \right] P_i \\ \sigma_{zp} &\cong - \frac{2\mu_p \cdot P_i}{M^2(1-2\mu_p)+1} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$P_c \cong \frac{2(1-\mu_p)P_i}{M^2(1-2\mu_p)+1} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta p}|_{r=a} &\cong \left[\frac{M^2(1-2\mu_p)-1}{M^2(1-2\mu_p)+1} \right] P_i \\ \varepsilon_{\theta p}|_{r=a} &\cong \frac{(1+\mu_p)(1-2\mu_p)}{E_p} \left[\frac{M^2-1}{M^2(1-2\mu_p)+1} \right] P_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(9) 式からグレーン内縁の周方向応力の符号は M によって変り、

$$M^2 \cong \frac{1}{1-2\mu_p}$$

のとき、それぞれ正、0、負となるのに対し、グレーン内縁の周方向ひずみは常に ≥ 0 、か

つ、 $\mu_p \rightarrow 0.5$ で $\varepsilon_{\theta p}|_{r=a} \rightarrow 0$ となることが知られる。

また特に $\varepsilon_z = 0$ の平面ひずみ条件下では、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta q}|_{r=a} &= \frac{P_i}{M^2-1} \left\{ (M^2+1) - \frac{4M^2(1-\mu_p)}{[M^2(1-2\mu_p)+1] + \left(\frac{E_p}{E_c}\right)\left(\frac{M^2-1}{N^2-1}\right)\left(\frac{1+\mu_c}{1+\mu_p}\right)(1-2\mu_c+N^2)} \right\} \\ \varepsilon_{\theta p}|_{r=a} &= \frac{P_i(1+\mu_p)}{E_p(M^2-2)} \left\{ (1-2\mu_p+M^2) - \frac{4M^2(1-\mu_p)^2}{[M^2(1-2\mu_p)+1] + \left(\frac{E_p}{E_c}\right)\left(\frac{M^2-1}{N^2-1}\right)\left(\frac{1+\mu_c}{1+\mu_p}\right)(1-2\mu_c+N^2)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$P_c = \frac{2(1-\mu_p)P_i}{[M^2(1-2\mu_p)+1] + \left(\frac{E_p}{E_c}\right)\left(\frac{M^2-1}{N^2-1}\right)\left(\frac{1+\mu_c}{1+\mu_p}\right)(1-2\mu_c+N^2)} \quad (11)$$

4. case-bonded の中空円筒グレーンの温度サイクルによる応力、ひずみ分布

$T=T_0$ でグレーンが無応力、ひずみの状態にあるとし、温度 T_c となったときの応力、ひずみは、 $E_c \gg E_p$ のとき、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_z' &\cong \alpha_c(T_c - T_0) \\ \sigma_{rp}' &\cong \left[\frac{E_p(\alpha_c - \alpha_p)(T_c - T_0)M^2}{M^2(1-2\mu_p)+1} \right] \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \\ \sigma_{\theta p}' &\cong \left[\frac{E_p(\alpha_c - \alpha_p)(T_c - T_0)M^2}{M^2(1-2\mu_p)+1} \right] \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \\ \sigma_{zp}' &\cong \left[\frac{E_p(\alpha_c - \alpha_p)(T_c - T_0)}{M^2(1-2\mu_p)+1} \right] (1+M^2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$r=a$ での値は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta p}'|_{r=a} &\cong \frac{2E_p(\alpha_c - \alpha_p)(T_c - T_0)M^2}{M^2(1-2\mu_p)+1} \\ \varepsilon_{\theta p}'|_{r=a} &\cong (T_c - T_0) \left\{ \frac{\alpha_c - \alpha_p}{M^2(1-2\mu_p)+1} [2M^2 - \mu_p(1+M^2)] + \alpha_p \right\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ケースとグレーンを接着している応力 σ_b' は、

$$\sigma_b' \cong \frac{E_p(M^2-1)(\alpha_c - \alpha_p)(T_c - T_0)}{M^2(1-2\mu_p)+1} \quad (14)$$

これらの式の適用に当たって次の注意を払う必要がある。一般に固体推葉において、温度がガラス転移域の下に下ると、 E_p は 2 桁程度上り、 μ_p は 0.3 程度に下り、 α_p は 1 桁近く下る。したがって、たとえば極地観測に使用するロケットの場合には、使用温度が推葉転移域の下になることは十分考えられるので、低温域での E_p 、 μ_p 、 α_p などを求めて、それによる必要がある。

なお、過渡的熱応力の問題は、後報で熱光弾性の結果と共に述べたい。

5. 一般のグレーンの光弾性解析と切欠底応力、ひずみ、破壊内圧の誘導

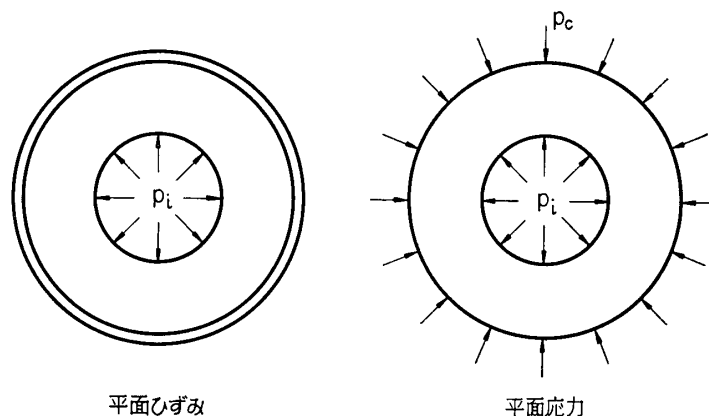
5.1. グレーンの光弾性解析法の検討 [17]

複雑な形状をもつ一般のグレーンの場合には応力集中係数を考慮に入れる必要がある。この解析には光弾性解析が適している。3の中空円筒グレーンの一般化された平面ひずみの解でわかるように、厳密には三次元問題として取扱う必要があるが、これは二次元化できる場合である。一般に二次元光弾性解析では(物体力一定の条件下で)外力および境界の形が等しければ、平面応力、平面ひずみの両者で応力分布は等しいし、材料の弾性係数は関係して来ない。これが通常の場合の二次元光弾性解析の基礎原理であるが、case-bondedのグレーンはケースによりそと側の変位の拘束された特殊な境界条件であるから、この場合に適した考察を行なう必要がある。

今、問題をやや簡単化して、 $\varepsilon_z=0$ としてみると、ケースとの接触応力 P_c は、

$$P_c = \frac{2(1-\mu_p)P_i}{[M^2(1-2\mu_p)+1] + \left(\frac{E_p}{E_c}\right)\left(\frac{M^2-1}{N^2-1}\right)\left(\frac{1+\mu_c}{1+\mu_p}\right)(1-2\mu_c+N^2)} \quad (11)$$

で与えられる。したがって、平面ひずみ状態で内圧 P_i をうける、そと側がケースで拘束された中空円筒グレーンは、そと側の変位についての境界条件を P_c なる外圧でおきかえれば、平面応力で実験した結果を平面ひずみの場合にそのまま適用してよい。即ち、内圧 P_i および外圧 P_c に相似の負荷で、グレーン断面と相似形状の光弾性平板モデル(平面応力)で応力集中係数を求めれば、その値を平面ひずみでのグレーンのそれとして採用してよいことになる(第2図)。この際、光弾性モデル材料は弾性体であれば、 E 、 μ は任意でよい。つま



第2図 内圧をうける case-bonded グレーン(平面ひずみ)の光弾性解析での平面応力による simulation

り、任意の E 、 μ をもつ光弾性モデル材料の平面応力光弾性解析(内圧 P_i 、外圧 P_c 、またはこれらと相似内外圧)により、ケースおよび推薬の E 、 μ がそれぞれ E_c 、 μ_c および E_p 、 μ_p で、内圧 P_i のときの case-bonded グレーンの応力集中係数が得られる。したがって、 E_c 、 μ_c ； E_p 、 μ_p の値がいろいろの値をとっても、それに対し(11)で与えられる P_c と P_i に相似の荷重を与えることにより、一つのモデルですべての場合を取扱うことができること

は注意してよからう。

複雑な形状をしたグレーン断面の場合には、 P_c の $r=b$ での分布は θ 方向に必ずしも均一ではない。したがって、均等外圧 P_c でケースによる変位拘束を置換えるのは近似的であるというべきだが、web fraction がきわめて小さくない限りは均等分布として大きい誤りはなからう。このことは後述の実測でも明らかである。

次に、光弾性解析の実行に当り、技術的に内圧負荷が面倒なため外圧のみで代用することがある*。切欠底 $r=a$ 、外半径 b の切欠グレーン形状の、内半径 a 、外半径 b の中空円筒を基準としての応力集中係数 $K_{\sigma p}$ は、

$$K_{\sigma p} = \frac{\bar{\sigma}_{\theta p} - \bar{\sigma}_{r p}}{\sigma_{\theta p} - \sigma_{r p}} \Big|_{r=a} = \frac{\bar{\sigma}_{\theta p}|_{r=a} + P_i}{\sigma_{\theta p}|_{r=a} + P_i} \quad (15)$$

ここで、 $K_{\sigma p}$: 切欠底 $r=a$ での内圧による応力集中係数、

$\bar{\sigma}_{\theta p}|_{r=a}$, $\bar{\sigma}_{r p}|_{r=a}$: 切欠底での切線方向および半径方向応力

5. 2. 切欠底での応力とひずみの誘導

強度を考える上で最も関心のある切欠底での切線方向応力は、

$$\bar{\sigma}_{\theta p}|_{r=a} = K_{\sigma p} \cdot \sigma_{\theta p}|_{r=a} + (K_{\sigma p} - 1) P_i \quad (16)$$

次にひずみについて考える。一般化された平面ひずみで、中空円筒について、

$$\varepsilon_{\theta p} = \frac{1 + \mu_p}{E_p} [(1 - \mu_p) \sigma_{\theta p} - \mu_p \sigma_{r p}] - \mu_p \varepsilon_z \quad (17)$$

$r=a$ で、 $\sigma_{r p} = -P_i$ で、

$$\varepsilon_{\theta p}|_{r=a} = \frac{1 + \mu_p}{E_p} [(1 - \mu_p) \sigma_{\theta p}|_{r=a} + \mu_p P_i] - \mu_p \varepsilon_z \quad (18)$$

切欠のある一般のグレーン形では、

$$\bar{\varepsilon}_{\theta p}|_{r=a} = \frac{1 + \mu_p}{E_p} \{ (1 - \mu_p) [K_{\sigma p} \sigma_{\theta p}|_{r=a} + P_i (K_{\sigma p} - 1)] + \mu_p P_i \} - \mu_p \varepsilon_z \quad (19)$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}_z \cong \varepsilon_z$ とする。 $\varepsilon_z \cong 0$ としてよいことが多い。

5. 3. 推葉の破壊内圧の推算

推葉の三軸応力下での破壊の法則は現在確定されていないので、推葉破壊内圧の計算には多くの仮定を伴うことは勿論である。材料の破壊に適用し得る法則としては、最大主応力説、最大主ひずみ説、最大剪断応力説、最大エネルギー説、八面体剪断応力説など、周知の多くの説が考えられ得るが、ここでは J. S. Wise[2] の最大主ひずみ説「最大引張りひずみが単軸引張りでの破断ひずみに等しくなるとき破壊する」を採ってみるとき、5. 2 の $\bar{\varepsilon}_{\theta p}|_{r=a}$ から破壊内圧を推算し得る。

弾性的に厚いケース ($E_c \gg E_p$) について考えれば、

$$\varepsilon_f = \frac{P_i}{E_p} (1 + \mu_p) \left\{ (1 - \mu_p) \left[\frac{M^2(1 - 2\mu_p) - 1}{M^2(1 - 2\mu_p) + 1} K_{\sigma p} + (K_{\sigma p} - 1) \right] + \mu_p \right\} + (\text{熱応力項}) \quad (20)$$

ここで、 ε_f : 推葉の単軸引張り試験での破断ひずみ

* これはつまり、等色線次数は内圧、外圧の差のみによって定まると仮定することに当るが、これは厳密にはまだ証明されていない。

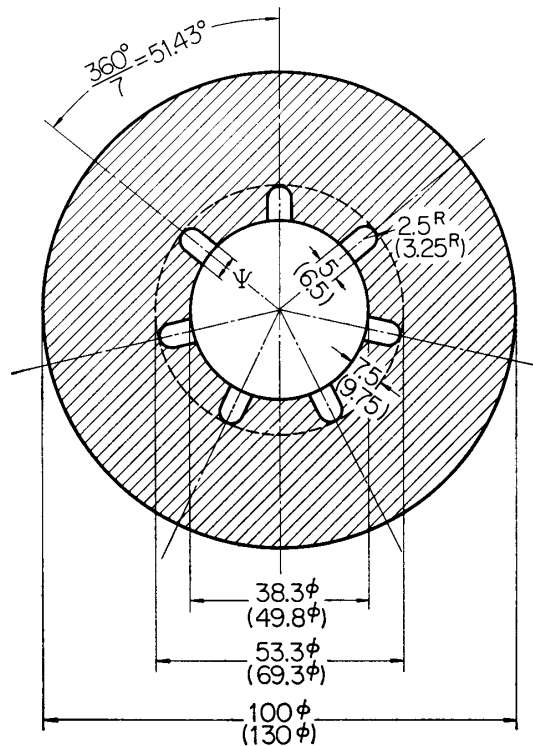
熱応力項を除外して考えれば，破壊内圧 P_{if} は，

$$P_{if} = \frac{E_p \varepsilon_f}{(1 + \mu_p) \left\{ (1 - \mu_p) \left[\frac{M^2(1 - 2\mu_p) - 1}{M^2(1 - 2\mu_p) + 1} K_{\sigma p} + (K_{\sigma p} - 1) \right] + \mu_p \right\}} \quad (21)$$

で与えられる．

6. 実験と検討，推奨の力学特性による P_{if} の変化の傾向

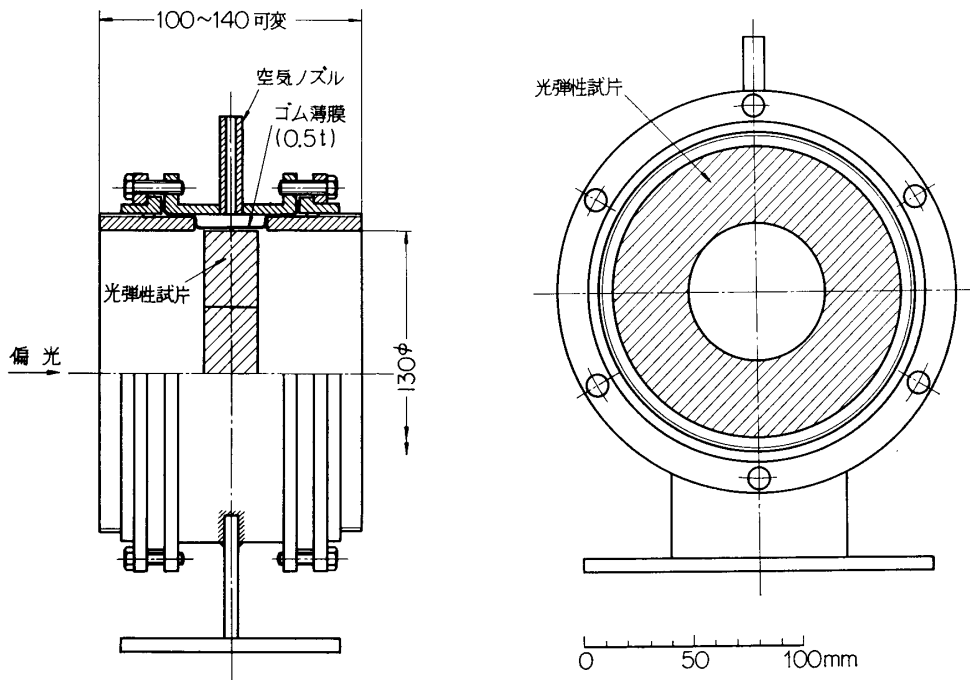
第3図に示すような modified 7 star 型のグレーン断面その他について，応力集中係数 $K_{\sigma p}$ の実測を行ない，Wise の最大主ひずみ破壊基準を仮定して，破壊内圧の推算を行なった．光弾性材料としては 25mm 厚のポリウレタン・ゴム板[8, 15~17] を用いた．外圧負荷のためには，第4図に示す外圧負荷装置を製作した．外圧は，この装置のノズルから空気圧縮機により空気圧を加え，薄いゴム板を介して試片に伝達された．得られた等色線図の例を第5~6図に，等色線次数のプロットを第7図に示す．第3図のグレーンについて，



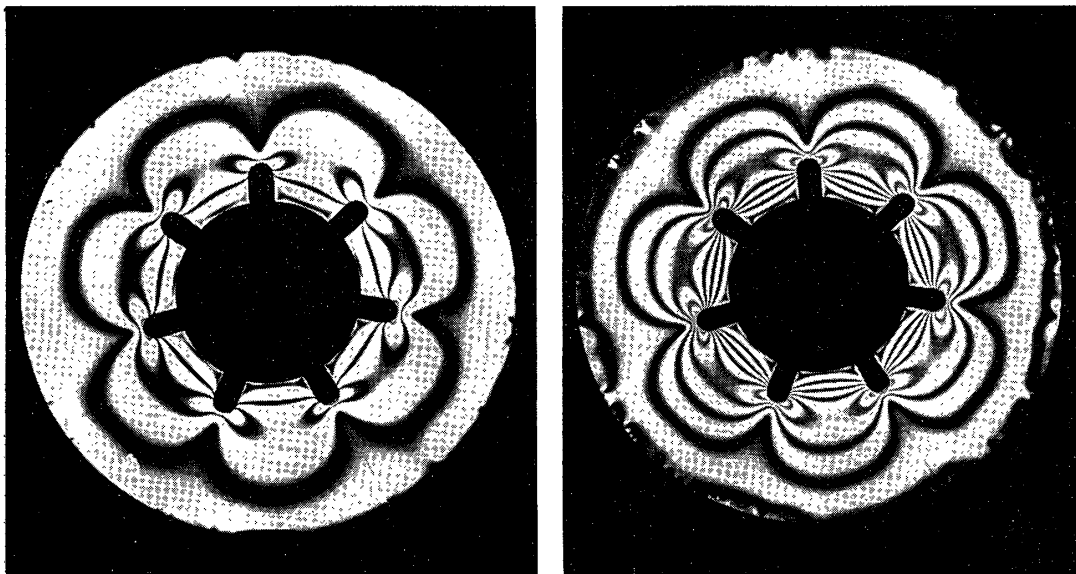
$$\begin{aligned} a &= 26.65\text{mm} \\ b &= 50\text{mm} \\ \rho &= 2.5\text{mm} \\ \psi &= 0^\circ \\ w &= b - a = 23.35\text{mm} \end{aligned}$$

() 内数字は光弾性試片の寸度を示す．

第3図 変形七光芒星型 (modified 7 star) グレーン寸度



第 4 図 外圧負荷装置

第 5 図 変型七光芒星型グレーンの外圧による等色線図, (外圧=0.25 及び 0.5 kg/cm²)

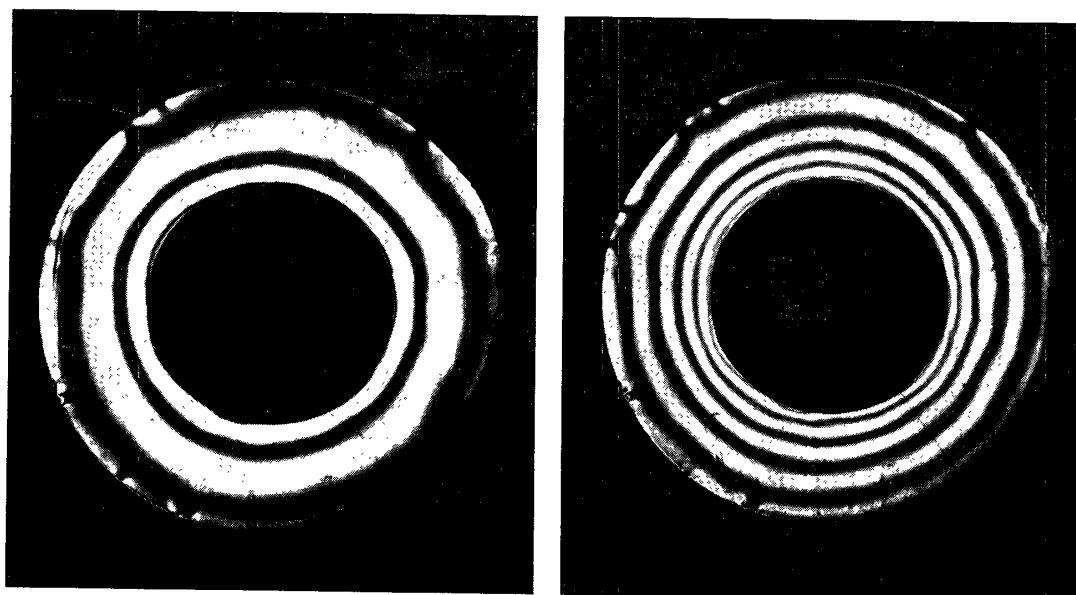
$$K_{\sigma p} \cong 2.0 \quad (22)$$

である. これを用いて, P_{if} を推算してみよう.

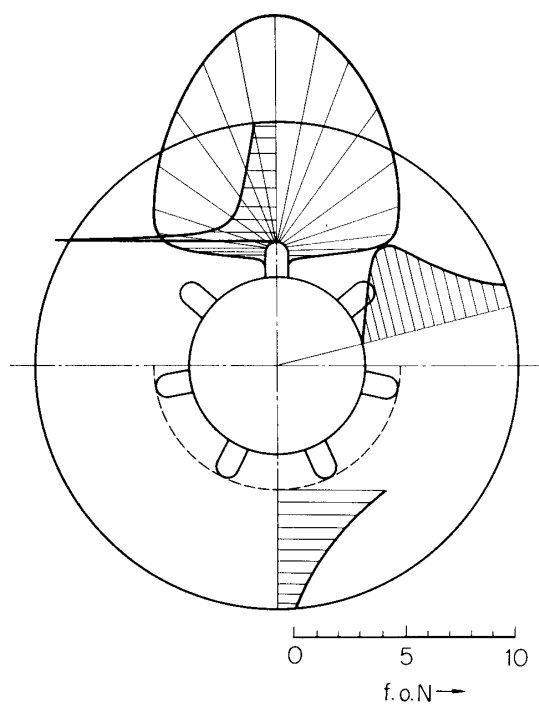
$$M=1.876, \quad M^2=3.519$$

推葉の力学特性をたとえば,

$$E_p=100 \text{ kg/cm}^2, \quad \mu_p=0.45, \quad \varepsilon_f=100\%$$



第 6 図 中空円筒グレーンの外圧による等色線図 (外圧は 0.25 及び 0.5 kg/cm²)



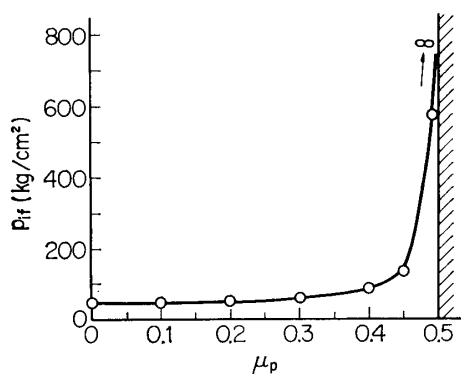
第 7 図 変型七光芒星型グレーン及び対応する中空円筒グレーンの外圧による等色線次数のプロット (星型は上半部に、中空円筒は下半部に示す.)

と仮定してみると,

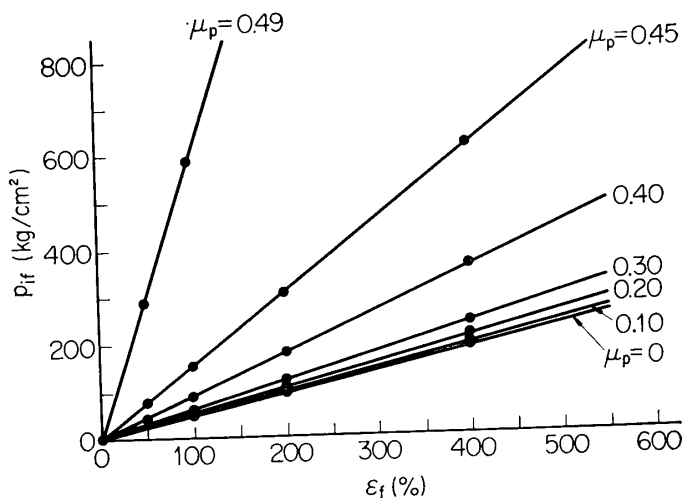
$$P_{if} = 154 \text{ kg/cm}^2 \tag{23}$$

他の数値は同じとして, $\mu_p = 0.40$ とすると,

$$P_{if} = 90.3 \text{ kg/cm}^2 \tag{24}$$



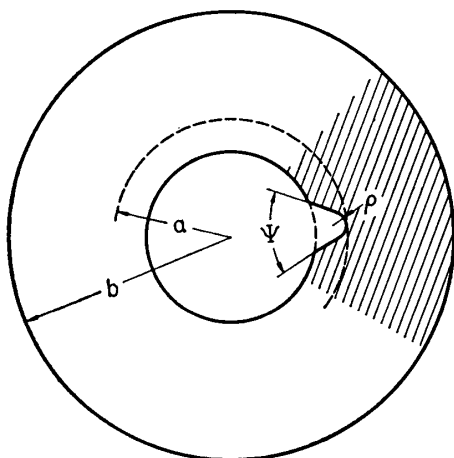
第 8 図 μ_p の変化による破壊内圧 P_{if} の変化の例
 $E_p=100 \text{ kg/cm}^2$, $\varepsilon_f=100\%$
 $M=1.876$, $K_{\sigma p}=2.0$



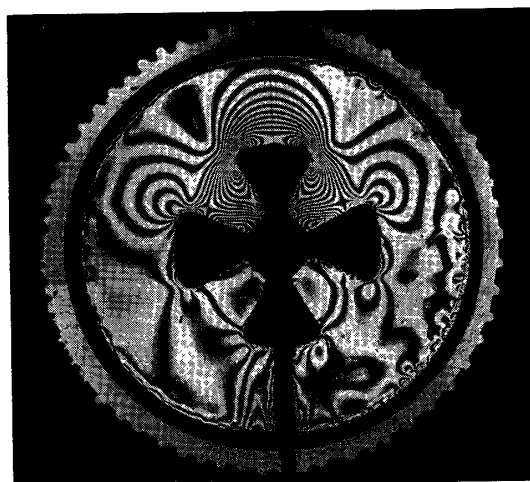
第 9 図 ε_f の変化による破壊内圧 P_{if} の変化の例
 $E_p=100 \text{ kg/cm}^2$
 $M=1.876$
 $K_{\sigma p}=2.0$

第 1 表 μ_p , ε_f の変化による破壊内圧 P_{if} の変化 (kg/cm^2)
 $(E_p=100 \text{ kg/cm}^2, M=1.876, k_{\sigma p}=2.0)$

$\mu_p \backslash \varepsilon_f(\%)$	0.50	0.49	0.45	0.40	0.30	0.20	0.10	0
50	∞	294	77	45.2	30.4	26.5	24.5	23.7
100	∞	588	154	90.3	60.8	53.0	49.0	47.3
200	∞	1176	308	180.6	122	106	98	94.6
400	∞	2352	616	361	243	212	196	189



第 10 図 星型切欠の開き角 Ψ



第 11 図 不均等内圧に敏感なグレン断面での等色線図

と著しく下る. μ_p, ε_f の変化の P_{if} に対する効果を見るため,

$$E_p=100\text{kg/cm}^2, \quad M=1.876, \quad K_{\sigma p}=2.0$$

$$\mu_p=0.5, 0.49, 0.45, 0.40, 0.30, 0.20, 0.10, 0$$

$$\varepsilon_f=50, 100, 200, 400\%$$

について計算した結果を第 1 表と第 8, 9 図に示す.

(21) 式で熱応力項を無視したが, これはたとえば,

$$\alpha_p=1.0 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}, \quad E_p=100\text{kg/cm}^2, \quad \mu_p=0.45, \quad \alpha_c=0.2 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}, \quad E_c=7 \times 10^5\text{kg/cm}^2,$$

$$M=1.876, \quad T_c=20^\circ\text{C}, \quad T_0=50^\circ\text{C}$$

について, 中空円筒の内縁周方向ひずみを計算すると,

$$\varepsilon_{\theta p}'|_{r=a}=5.88 \times 10^{-3}$$

$$\varepsilon_{\theta p}|_{r=a}=270 \times 10^{-3} \quad (P_i=100\text{kg/cm}^2)$$

となり, 前者は後者の約 1/46 となるので, まず妥当と見てよからう.

(21) 式, 第 1 表, 第 8, 9 図から, $P_{if} \rightarrow$ 大 とするには, $E_p \cdot \varepsilon_f (= \sigma_f: \text{推薬単軸引張り強さ}) \rightarrow$ 大, $\mu_p \rightarrow 0.5$, $K_{\sigma p} \rightarrow$ 小 とするのがよいこと, 殊に μ_p を 0.5 に近づけることが著しくきくことがわかる.

$E_p \rightarrow$ 大 とすることは一般に $\mu_p \rightarrow$ 小 の傾向を伴うので総計において不利なことが多く, E_p が下っても, $\mu_p \rightarrow 0.5$, $\varepsilon_f \rightarrow$ 大 の推薬特性とし, グレーン断面の設計に当っては $K_{\sigma p} \rightarrow$ 小に留意するのが, 実際的な方針であろう.

グレーンの断面での応力集中については, M. L. Williams ら [3~6] の系統的な仕事があり, $K_{\sigma p}$ を下げるには, 切欠底半径 $\rho \rightarrow$ 大, web fraction $(b-a)/b \rightarrow$ 大, 星型切欠の光芒数 \rightarrow 大, 星型切欠の開き角 Ψ (第 10 図) \rightarrow 大 がきくことが知られている. 以上は均等内圧を受ける場合についてであるが, さらに不均等内圧による集中に鈍感にする必要がある [8, 17]. たとえば, 第 11 図のようなグレーン断面は第 3 図の形に比し, 均等内圧では応力集中係数が小さいが, 不均等内圧の場合には, 逆に著しく不利になる.

7. 結 言

一般の複雑な断面形状をもつグレーンの応力, ひずみ分布の解析に必要な光弾性解析法を検討し, case-bonded のグレーンでは外側の境界が変位の拘束で与えられるので光弾性解析法としては特殊な考察を要することを示し, 実際の解析の手順を導き, 二, 三のグレーン断面について, 応力分布を求め, 内圧応力集中係数 $K_{\sigma p}$ を求めた. これよりさらに, 切欠底の応力, ひずみを求め, 推薬の破壊基準として最大引張り主ひずみが単軸での引張り破断ひずみに等しくなるときの破断するとの説を仮定して, 破壊内圧を各種の推薬力学特性について推算し, 破壊内圧を大きくするための方策を示した.

上記光弾性解析では, 一つのモデルで推薬やケースの異なる力学特性の時の $K_{\sigma p}$ が求められる点に興味がある. 今後, 熱サイクル, casting 過程の解析も続いて発表の予定である.

1966 年 5 月 20 日 材料部

参 考 文 献

- [1] N. N. Au : Paper presented at the Solid Propellant Rocket Research Conference, Princeton, N. J., Jan. 1960.
- [2] J. S. Wise : Bull. of the 13 th Meeting of the Joint Army-Navy-Air Force Solid Propellant Group, Vol. 3, 1957, pp. 707-753.
- [3] M. L. Williams : IAS Paper No. 59-110, presented at the IAS National Summer Meeting, Los Angeles, Calif., June, 1959.
- [4] D. D. Ordahl, M. L. Williams : Jet Propulsion. Vol. 27, June 1957, pp. 657-662.
- [5] M. L. Williams : ARS Journal, Vol. 29, No. 4 (1959), pp. 260-267.
- [6] M. L. Williams : Bull. of the 17 th Meeting of the Joint Army-Navy-Air Force Panel on Physical Properties of Solid Propellants, May 1958.
- [7] 河田幸三 : ロケット研究ノート, 第 31 号 (1959, 12 月).
- [8] 河田幸三, 橋本 剛, 橋本彰三, 本堂 明 : 宇宙科学技術シンポジウム前刷集 (1964-1).
- [9] A. J. Durelli : Exp/Mech., 2, No. 4 (1962), pp. 102-109.
- [10] I. M. Daniell, A. J. Durelli : ibid. 1, No. 3 (1961), pp. 97-104.
- [11] S. A. Zwick : Jet Propulsion, Vol. 27 (Aug. 1957), pp. 872-876.
- [12] R. D. Geckler : Jet Propulsion, Vol. 26 (Feb. 1956), pp. 93-97.
- [13] J. A. Vandenkerckhove : ARS Journal. Vol. 29, No. 7 (July, 1959), pp. 483-491.
- [14] T. L. Smith : Jet Propulsion Laboratory, Memorandum, No. 20-178 (Jan., 1959)
- [15] 河田幸三, 橋本彰三 : 東大宇宙研報告, 1, 2(1965-4)69.
- [16] K. Kawata, S. Hashimoto : Proc. 2 nd International Congress on Experimental Mechanis (Washington, D. C. 1965) in Printing.
- [17] K. Kawata, A. Kobayashi, S. Hashimoto, and A. Hondo : Proc. 6 th International Symposiun on Space Technology and Scieene (Tokyo, 1965).