

超音速および極超音速における円柱列の研究

第 4 報 極超音速流における円柱列の熱伝達*

河 村 龍 馬
沢 田 孝 士**
関 和 市

Study on Row of Circular Cylinders in Supersonic and Hypersonic Flow

IV. Heat Transfer on Row of Parallel Circular Cylinders in Hypersonic Flow

By

Ryuma KAWAMURA, Takashi SAWADA and Kazuichi SEKI

Abstract: We studied the heat transfer on the row of several parallel cylinders at a Mach number of 8. The diameter of each cylinder is 1.00 mm and its Reynolds number behind normal shock wave, nearly 10^3 . The relative distance between cylinders is expressed as H/D , where H is the shortest distance between them and D the diameter. The cylinder itself is made of thermo-junction of iron and nickel. The mean heat transfer coefficient of cylinder is obtained as follows: the initial time rate of change of temperature of cylinder is divided by the difference between the stagnation- and the wall-temperatures of cylinder at the initial time, and then multiplied by some dimensional and material factors. This is expressed by ${}_n h_i$, where n is the number of cylinders in row and i the ordinal number of each cylinder counted from the central cylinder to the left and the right, respectively.

In the three-cylinder row, the value of ${}_3 h_1/{}_3 h_0$ is smaller than unity at $H/D=0.8$, and decreases with the decreasing value of H/D and approximately to $3/4$ in case of $H/D=0.1$.

In several cylinder rows the relation ${}_n h_0 > {}_{n+2} h_0$ holds generally. Furthermore, in case of $H/D=0.1$, for $n > 7$, ${}_n h_0 \leq {}_n h_1 \leq {}_n h_2, \dots$, but ${}_n h \frac{n-1}{2} < {}_n h \frac{n-1}{2} - 1$ for every n . These relations have been ascertained for $n=3, 5, 7$ and 9 .

Lastly, we considered the meaning of these results. The thickness δ of the boundary

* 昭和 41 年 4 月 8 日第 14 回日本航空学会年会にて発表.

** 北海道教育大学旭川分校, 昭和 37 年 4 月より昭和 38 年 10 月まで旧航空研究所に流動研究員として在籍.

layer of a single cylinder apart from the apex by 90° is estimated as 0.03mm by approximate formula $\delta \approx DRe^{-1/2}$. Hence the above results can not be explained by the interaction of these boundary layers. The form effect of the row seems to be predominant in the phenomena considered. Namely, we can say that the shape of the row as a whole is the most important factor determining the boundary layer of each cylinder in the row.

1. 研究の目的

人工衛星の大気突入に際し、従来は融除防熱法を利用していることは周知のとおりである。このほかに熱放射冷却法も考えられるが、今までのところでは理論的および実験的研究の段階にあるにすぎない。

熱放射冷却法に基づく大気突入の研究としては、Kantrowitz et al[1], Schuerch[2] などが見られる。特に[2]には最近におけるこの方面の研究論文が多数紹介されている。これらはいずれも skin または wire mesh の巨大な抵抗傘を用いる点に共通性がある。

われわれの円柱列の研究は、同じような宇宙工学的目的をもって数年前より始められた。実用的な wire mesh の代りに円柱列を選んだ理由は、空気力学的現象が単純化され、現象の本質を理解するのに有利であると考えたからである。

われわれの研究は上記のような宇宙工学的意義を持っているばかりでなく、理論的な立場からも興味ある問題を含んでいる。われわれは円柱列が全体としてあたかも1個の物体を形成しているかのごとく考察しようと思う。すなわち円柱列は広義の多孔性物体の1部に包含されるものである。多孔性媒質については既に多くの研究が行われているが、これと多孔性物体とを同じように考えることはできない。

たとえば熱交換器として利用される円管群 (bank of tubes) の熱伝達の研究は多数行なわれている。この場合は適当に定義された Reynolds 数と円管の配列法、相対的間隙、流れの方向の列の数などと Nusselt 数との間に一定の関係が見いだされる[3]。しかしこの場合には円管群全体を1個の物体としてながめているのではないから、広い意味の多孔性媒質の一次元流の解と見ることができる。

円柱列を全体として1個の物体として観察してゆくわれわれの立場では、主流の速度と円柱列を貫流する流体の速度とは別のものである。また円柱列を貫流する流体の流れの pattern は、円管群のそれとはかなり異なっていることも予想される。物体としてながめられた円柱列の場合には、貫流しないで表面を流れる流体がどのような寄与を行なうかということが問題となる。特に相対的空隙が小さい場合には個々の円柱の熱伝達が、円柱列全体の形状によって支配されることが予想される。すなわち全体 (円柱列) と部分 (円柱) との相互作用がどのように行なわれるか、ということをも明らかにするのがこの研究の目的である。

2. 研究の方法

われわれの研究の目的は円柱列の個々の円柱の熱伝達を知ることであるが、円柱の数が多いため、なるべく簡単な方法が望ましい。そこで過渡現象を利用することにした。

はじめ模型を protector の中に納めておき急速に開放すると円柱の温度は上昇し始める。第3節で述べるような関係を用いて、温度の上昇速度を測定することによって円柱の熱伝達係数を求めることができる。

実験は 1965 年 4 月中旬から 5 月上旬にかけて東京大学宇宙航空研究所・超音速気流総合実験室における極超音速風洞を用いて行なわれた。この風洞の特性については河村・辛島・関によって発表されている[4]。それによると $M=8$ の nozzle を用いた場合、 $p_1^0=50\text{kg/cm}^2$ として直径 40mm の円形断面積 (1260mm^2) の模型のそう入が可能である。

また定圧加熱筒の温度を 600°C にした場合、途中における熱損失のため、測定部におけるよどみ点温度は運転開始後の平衡に到達した状態において 520°C (室温 10°C) である。

われわれの実験に用いた sting は Fig. 1 に示すように $40\times 30\text{mm}^2$ なる長形断面積をも

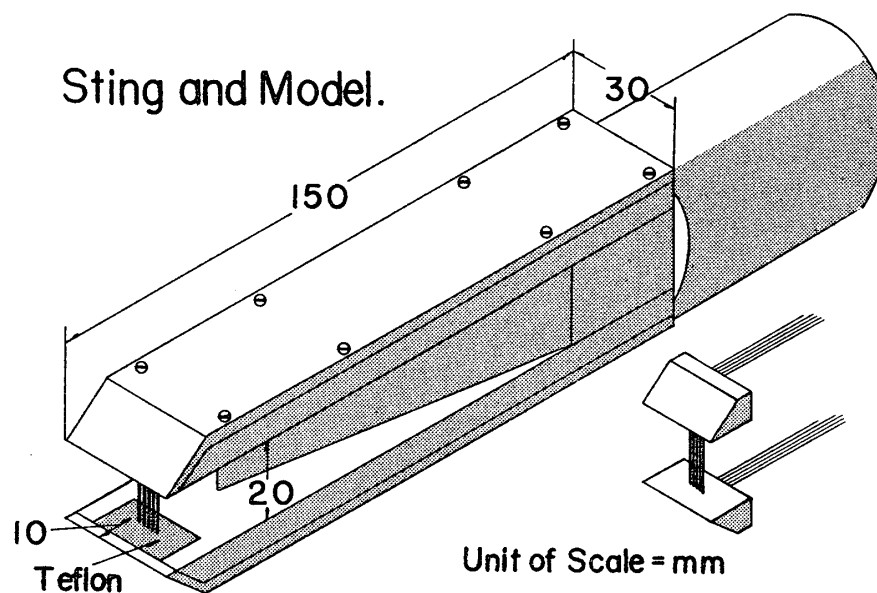


Fig. 1.

っている。材質は stainless steel である。Sting の中央部には断面積 $30\times 20\text{mm}^2$ なる空隙があり、先端に model を固定することができる。

Fig. 1 に示すように model の円柱の両端は teflon の支持台によって固定してある。円柱の直径は 1.00mm, 実長は 28mm である。その両端を 4mm ずつ teflon の中に埋込んであるので、気流にさらされる部分の長さは 20mm である。円柱の両端には細い lead 線がついていて、sting の内部を通して測定器回路に導かれる。

過渡現象、すなわち円柱の温度-時間曲線より熱伝達係数を求めるため、円柱自体を熱電対にすることにした。(Fig. 3 を参照) 熱電対を構成する 2 種の金属は、比熱、温度拡散率などはなるべく互いに等しい値をもっていることが望ましい。また温度上昇速度があまりに大きいと測定が困難になるから、熱容量は比較的大きい方がよい。このような点を考慮して鉄と nickel を選んだ。Fig. 2 はこの二つの金属の物理的定数と温度との関係を示したも

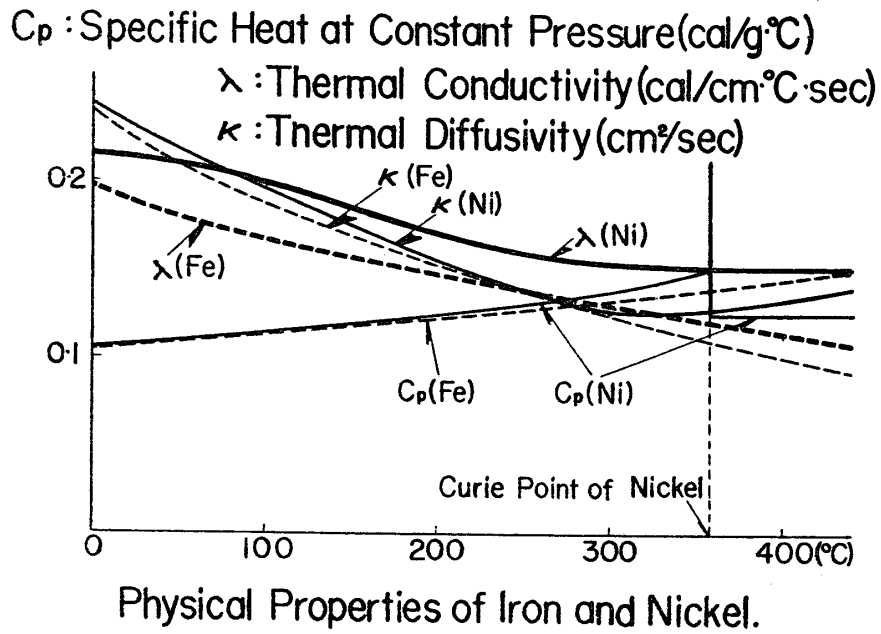


Fig. 2.

のであって[5], 上記の条件をかなり良く満足していることがわかる。

単独円柱の熱伝達率の測定値は Laufer & McClellan[6] によって報告されているので, その結果を用いて, 前記の風洞運転の条件のもとで, protector を開いた瞬間における円柱の温度上昇速度を概算するとおよそ 400°C/sec となることが予想された. この程度の上昇速

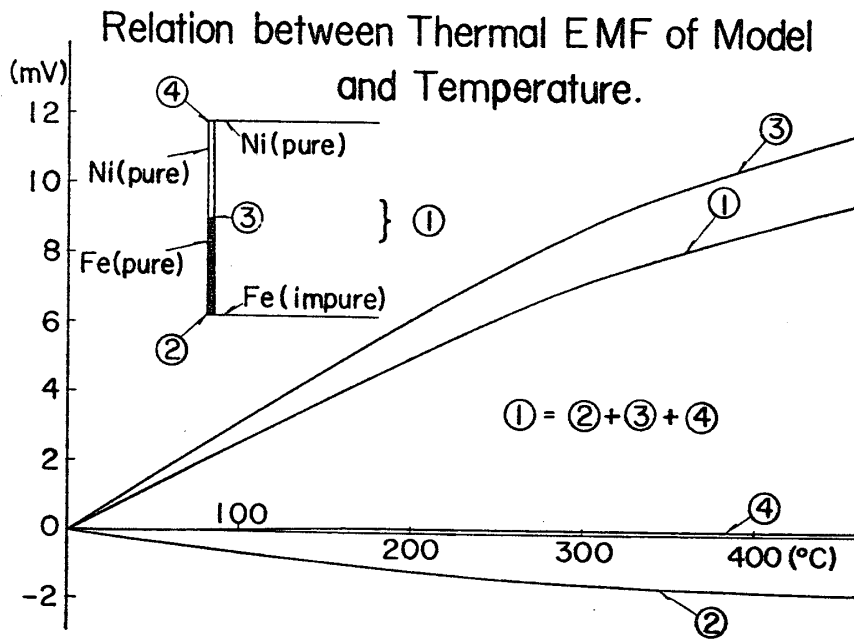


Fig. 3.

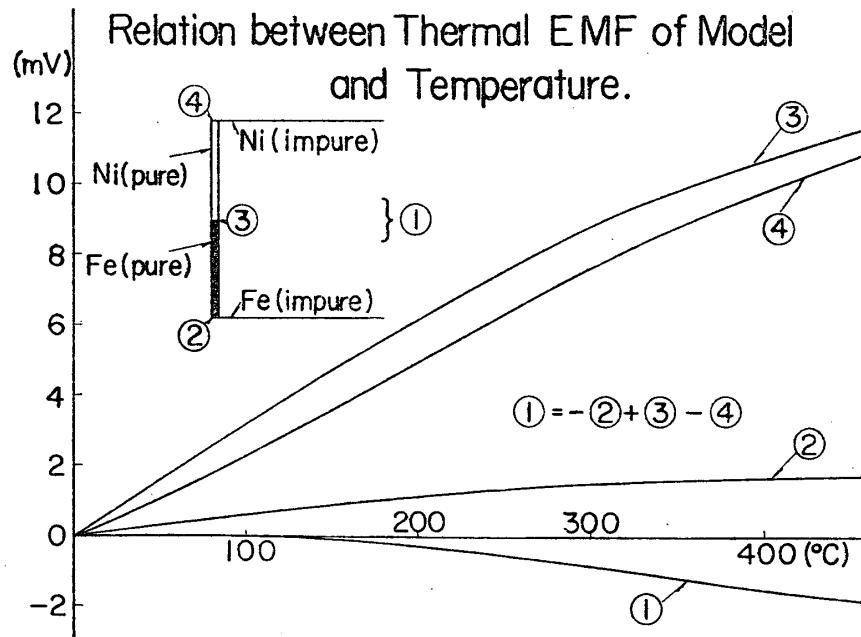


Fig. 4.

度なら pen 書き oscillograph を用いて十分に観測可能であるといえる。

実際に作られた model の熱電的特性は Fig. 3 & 4 に示してある。鉄の円柱の材料はドイツ製の熱電対用である。しかし鉄の lead 線の材質は、円柱と異ってやや不純物の多い材料を用いてあるため、図で②という記号で示した接合点における熱起電力を補正しなくてはならなかった。Nickel の円柱の材質は Ni=99.7%, Mn=0.3% である。Fig. 3 に示す model においては、nickel の lead 線の材質は円柱と全く同一である。したがって図で④なる記号で示す接合点には熱起電力は発生しないはずであるが、実測によると図に示すようにきわめてわずかの起電力が認められた。②および④における起電力の影響を除く方法についてはあとで説明する。

なお lead 線の直径は、鉄は 0.25mm, nickel は 0.20mm である。また接合点はすべて商品名 King Solder と称する融点 600°C の銀鉛を用いて接着してある。

Fig. 4 に示した model においては、nickel の lead 線の材質は不純物をかなり含んでおり、④なる接合点の熱起電力は図に示したとおり、著しいものがあった。これは model 作成上のミスであって、本来なら不合格品として除外すべきであったが、新しく model を作り直すだけの時間的余裕がなかったので、止むをえず実験に使用することにした。なお、この lead 線の直径も 0.20mm である。

Fig. 3 & 4 における①～④なる各曲線は、すべて実測値である。特に①は model 全体を電気炉の中においたとき lead 線の両端に現われる熱起電力である。したがって図に示すように $① = ② + ③ + ④$ または $① = -② + ③ - ④$ なる関係が厳密に成立するはずである。しかし図からわかるように温度の高いところでは、この関係は少し乱されている。これは種々な原因に基づく測定誤差と解釈される。

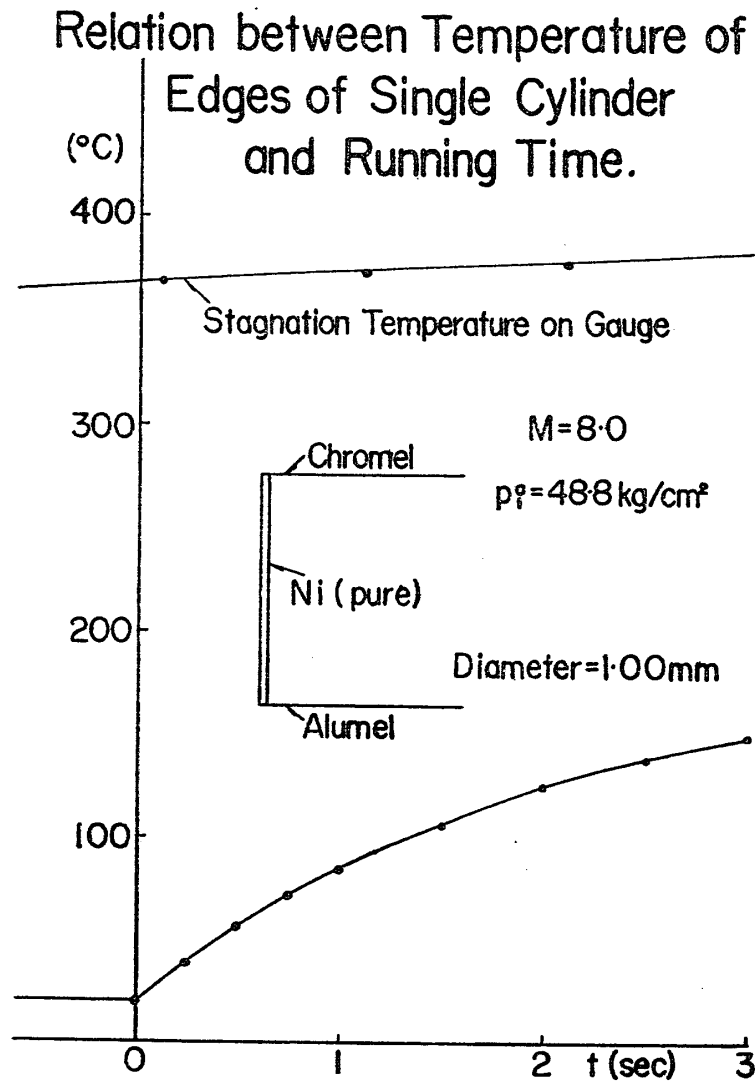


Fig. 5.

最後に model の円柱の両端の熱起電力の影響を除く方法をのべる。そのため Fig. 5 に示すような model を作った。円柱は前にのべたのと同じ材質の nickel で作ってある。そして両端に直径 0.3mm の chromel と alumel を lead 線として接着してある。このような model の熱起電力と運転時間との関係を観測し、これを温度との関係に換算すると図に示す曲線がえられる。これは model の両端の温度が運転時間と共に、どのように上昇してゆくかを示すものである。実際の model は鉄と nickel を組合せたものであって、nickel だけで円柱を構成している場合と少しく異なるはずであるが、鉄と nickel の密度、比熱、温度拡散率などがほとんど等しいことから、実際の model の両端の温度-時間曲線とみても差つかえないと思われる。

そこで Fig. 5 の曲線と Fig. 3 & 4 における②および④の曲線を結び付けることによって Fig. 6 のような曲線がえられる。

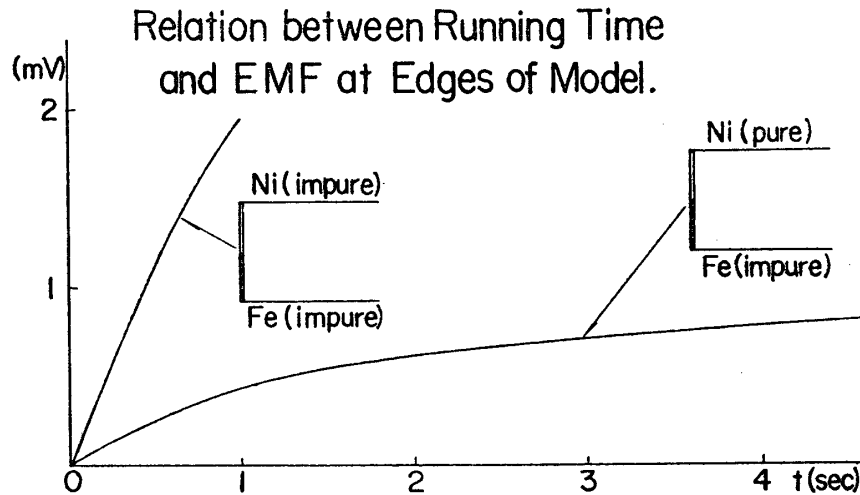


Fig. 6.

風洞実験によって model の lead 線の両端に現われる熱起電力と運転時間との関係がえられたなら, Fig. 6 の曲線の熱起電力をそれぞれ加えてやると, model の円柱の両端の熱起電力が除かれることになる。

熱伝達率を知るためには, 流れのよどみ点温度を同時観測する必要がある。そのため nozzle の前方に chromel-alumel 熱電対を置き, その熱起電力を pen 書き oscillograph の記録紙上に同時記録させた。

3. 実験の方法の理論的考察

最初に model の円柱の軸に垂直な断面上の温度分布に関しては, これが一樣であることを仮定する。この仮定がどの程度の誤差の範囲内で正しいものであるかを検討する。

川下研介 “熱伝導論”[7] によれば, 無限円柱の最初の温度分布が $\theta=f(r)$ で与えられ, 表面 $r=a$ において温度 0°C の媒質に熱放散が行なわれる場合の解が示されている。われわれの場合は熱吸収であるが, これは単に符号の相違にすぎないから, この解を利用することができる。

この問題における微分方程式は次のごとく与えられる:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right), \quad 0 < r < a, \quad (1)$$

ここで κ は温度拡散率である。境界条件は

$$r=a \text{ において} \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = -g\theta, \quad (2)$$

$$t=0 \text{ において} \quad \theta = f(r) \quad (3)$$

である。ここで

$$g = \frac{h}{\lambda} \quad (4)$$

であって, h は円柱の熱伝達係数, λ は円柱の熱伝導率である。われわれの場合は $f(r) = \theta_c$

=一定の場合の解を考えれば十分である. 円柱の中心軸の温度を θ_m とすると, その解は

$$\theta_m = \theta_c \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\lambda_n} \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n) + J_1^2(\lambda_n)} e^{-\lambda_n^2 \frac{\kappa t}{a^2}} \quad (5)$$

で与えられる. また円柱の表面 $r=a$ における温度を θ_o とすれば, その解は

$$\theta_o = \theta_c \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\lambda_n} \frac{J_0(\lambda_n) J_1(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n) + J_1^2(\lambda_n)} e^{-\lambda_n^2 \frac{\kappa t}{a^2}} \quad (6)$$

で与えられる. ここで J_0, J_1 はそれぞれ第 1 種 0 および 1 階の Bessel 関数である. そして λ_n は

$$x J_1(x) - ga J_0(x) = 0 \quad (7)$$

の n 番目の正根である. いま ga を parameter として, θ_m/θ_c および θ_o/θ_c の値を $g^2 \kappa t$ の関数として図示すると Fig. 7 のごとくなる.

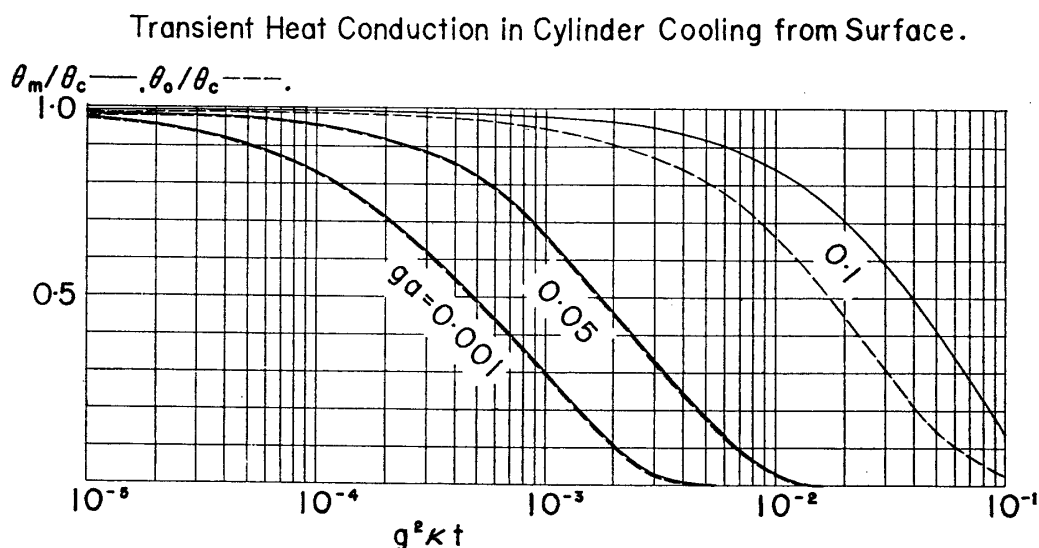


Fig. 7. Transient heat conduction in cylinder cooling from surface. θ_m : axis temperature, θ_o : surface temperature, θ_c : initial temperature, $g=h/\lambda$, where h : heat-transfer coefficient, λ : thermal conductivity, κ : thermal diffusivity, t : time. (From Kawashita[7]).

単独円柱の熱伝達については[6]に報告されているような測定値が知られている. 特に Reynolds 数と Nusselt 数との関係は Fig. 8 のごとく示されている. この関係は temperature loading τ , すなわち

$$\tau = (T_e - T_w)/T_e \quad (8)$$

によってわずかばかり影響される. ここで T_e, T_w は絶対温度 ($^{\circ}\text{K}$) で示された平衡および壁面温度である. 原著には $\tau=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$ の場合が示されているが, われわれの過渡現象においては $\tau=0.6$ の値を用いれば十分である.

Fig. 8 における Re_2, Nu_2 などは, normal shock wave の後方の流れに関する量である. われわれの model の個々の円柱に対して, これらの値を概算してみよう. 定圧加熱筒の圧力を 50kg/cm^2 , 温度を 600°C とし, 測定部に至るまで熱損失はないものと仮定しよう. (実

Relation between Nusselt Number and Reynolds Number of Cylinder at Temperature Loading 0.6.

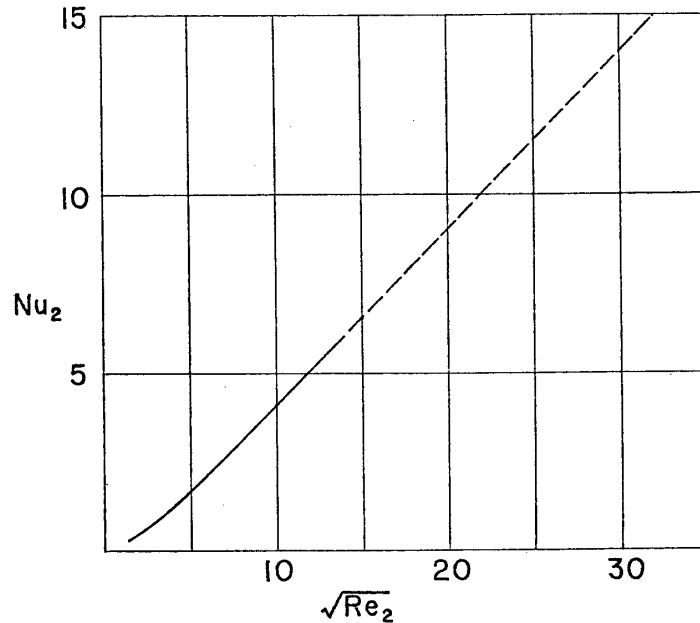


Fig. 8. Relation between Nusselt number and Reynolds number of cylinder at temperature loading 0.6. (From Laufer and McClellan[6]).

際は若干の熱損失があるが、それを考慮して計算しても最後の結果は大体同じである.)

$T_1^0 = 873^{\circ}\text{K}$, $(T_1/T_1^0) \cdot (T_2/T_1) = 0.970$ から $T_2 = 847^{\circ}\text{K}$, $\rho_2 = 1.59 \times 10^{-4} \text{g/cm}^3$, $v_2 = 2.28 \times 10^4 \text{cm/sec}$, $\mu_2 = 3.81 \times 10^{-4} \text{poise}$, よって円柱の直径を d として

$$Re_2 = d\rho_2 v_2 / \mu_2 \quad (9)$$

は 950, したがって $\sqrt{Re_2} = 30.8$ となる. [6] によると

$$\sqrt{Re_2} \propto Nu_2 \quad (10)$$

なる関係が認められるので, 実験結果を外挿し $Nu_2 = 14.4$ をうる. したがって熱伝達係数 h は

$$h = Nu_2 \lambda_2 / d \quad (11)$$

を用いて求められる. $\lambda_2 = 1.46 \cdot 10^{-4} \text{cal/cm} \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{sec}$ とすると $h = 2.1 \cdot 10^{-2} \text{cal/cm}^2 \cdot ^{\circ}\text{C} \cdot \text{sec}$ をうる. この値から, protector を開いた瞬間における温度上昇速度が 400°C/sec 程度であることが予想される.

次に (4) の g を求める. λ として鉄, nickel の常温の値の平均値を考え, 0.2 とおく. すると $g \approx 0.1$ となる. したがって $ga \approx 0.005$ (a は半径であるから 0.05cm) となる. Fig. 7 において, $ga = 0.005$ に対する θ_m/θ_c & θ_0/θ_c vs $g^2 \kappa t$ の曲線はほとんど相異がみとめられない. よって表面温度も軸上温度も等しく, 軸に垂直な断面上の温度分布は一様であると仮定してもほとんど誤差を生じない.

以上の考察によって model の円柱の熱伝導を軸にそう一次元の問題として扱うことができる。その微分方程式は次のように書ける：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + b(\theta_e - \theta) \quad (12)$$

ここで θ_e は[5] の定義にしたがって平衡温度とする。比例因子 b は

$$b = \frac{2\pi ah}{\pi a^2 c \rho} = \frac{2h}{\pi a^2 c \rho} \quad (13)$$

という関係がある。前と同じように h は熱伝達係数、 a, c, ρ はそれぞれ円柱の半径、比熱、密度である。(12) を解くにあたり、簡単のため κ, b は一定であると仮定する。初期条件は

$$\theta_{t=0} = f(x) = \theta_i, \quad (14)$$

すなわち円柱の全長にわたり温度は一様であると仮定すると、 $t=0$ においては(12)の右辺の第1項を無視できるから

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_{t=0} = b(\theta_e - \theta_i) \quad (15)$$

という簡単な式がえられる。したがって最初の温度上昇速度がわかれば、容易に比例因子 b が求められ、(13)から熱伝達係数 h が求められる。

任意の時刻 t における解を求めるには、円柱の両端の温度が変わらないという条件を設けないと、著しく複雑になる。そこで円柱の長さを l とおき、

$$\theta_{x=0} = \theta_{x=l} = \theta_i \quad (16)$$

という境界条件を仮定する。このときの解は小平吉男[8]によって知ることができる。(12)の解を

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_e \quad (17)$$

とかくと、 θ_1, θ_2 はそれぞれ次の式であたえられる：

$$\theta_1 = \frac{\theta_i}{\sinh\{(b/\kappa)^{1/2}l\}} [\sinh\{(b/\kappa)^{1/2}(l-x)\} + \sinh\{(b/\kappa)^{1/2}x\}], \quad (18)$$

$$\theta_2 = \frac{2bl^2}{\pi} (\theta_i - \theta_e) \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \frac{1 - (-1)^s}{s(bl^2 + s^2\pi^2\kappa)} \right\} e^{-\frac{bl^2 + S^2\pi^2\kappa}{l^2}t} \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (19)$$

θ_1 は時間に無関係であるから、過渡現象には θ_2 だけがきいて

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{2b}{\pi} (\theta_e - \theta_i) \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \frac{1 - (-1)^s}{s} \right\} e^{-\frac{bl^2 + S^2\pi^2\kappa}{l^2}t} \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (20)$$

となる。 $t=0$ の瞬間を考えると

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_{t=0} = \frac{2b}{\pi} (\theta_e - \theta_i) \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \frac{1 - (-1)^s}{s} \right\} \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (21)$$

となる。この式の中の無限級数の和は

$$\sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \frac{1 - (-1)^s}{s} \right\} \sin \frac{s\pi x}{l} = \frac{\pi}{2}, \quad 0 < x < l \quad (22)$$

であるから[9]、再び(15)がえられる。

4. 実験の結果

円柱列の実験を行なうまえに、まず単独円柱について調べてみた。その結果は Fig. 9 に示してある。この図において特に注目すべき点は、少なくとも計器上に現われたよどみ点温

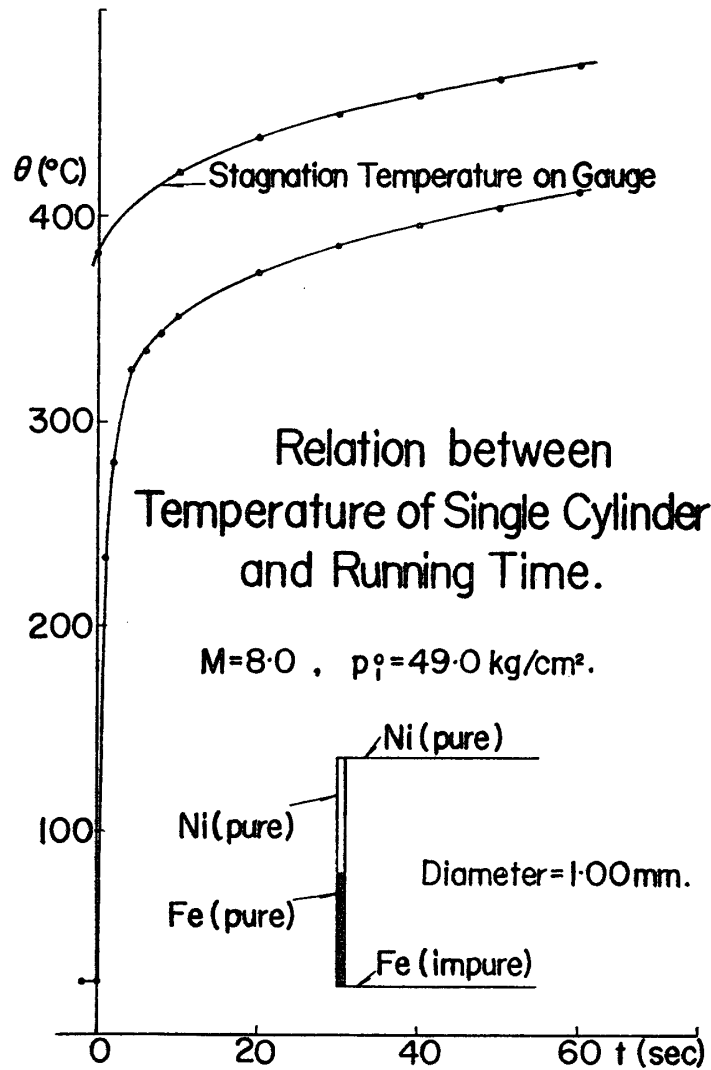


Fig. 9.

度は、全運転時間である約 60sec を通じて、決して一定にならなかったということである。このことはよどみ点温度が現実に変っていることを意味するのか、それとも単に gauge 上に現われた見かけの現象であるのか、という点については議論の余地があるが、本稿ではこのことに深く立入らないことにする。

よどみ点温度がゆるやかに常に上昇し続けることから、円柱の温度も平衡温度に到達しないという結果がえられた。したがってわれわれは前節でのべた平衡温度 θ_e を実験的に知る

ことは不可能となった。そこで便宜上 θ_e の代わりに $t=0$ において記録されたよどみ点温度 θ_e^* を用いることにした。よって (15) は次のように書き直される：

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_{t=0} = b^*(\theta_e^* - \theta_i) \quad (23)$$

b^* は b とは一致しないが、円柱列の場合は b の絶対値より、むしろ円柱相互間の相対値が重要であるから、(23) によって十分目的を果すことができるのである。

Fig. 10 は Fig. 9 の最初の部分の時間軸を拡大して示したものである。この図の温度-時間曲線を見ると、 $t=0$ における温度上昇速度を求めることは必ずしも容易ではないことがわかる。

$\partial\theta/\partial t$ の経過を見ると、 $t=0$ のときは比較的ゆるやかで、0.3~0.4sec のあたりで最大値をとり、その後は急にゆるやかとなる。最初の温度上昇速度が小さい理由は明らかに pro-tector の開放速度に関係している。

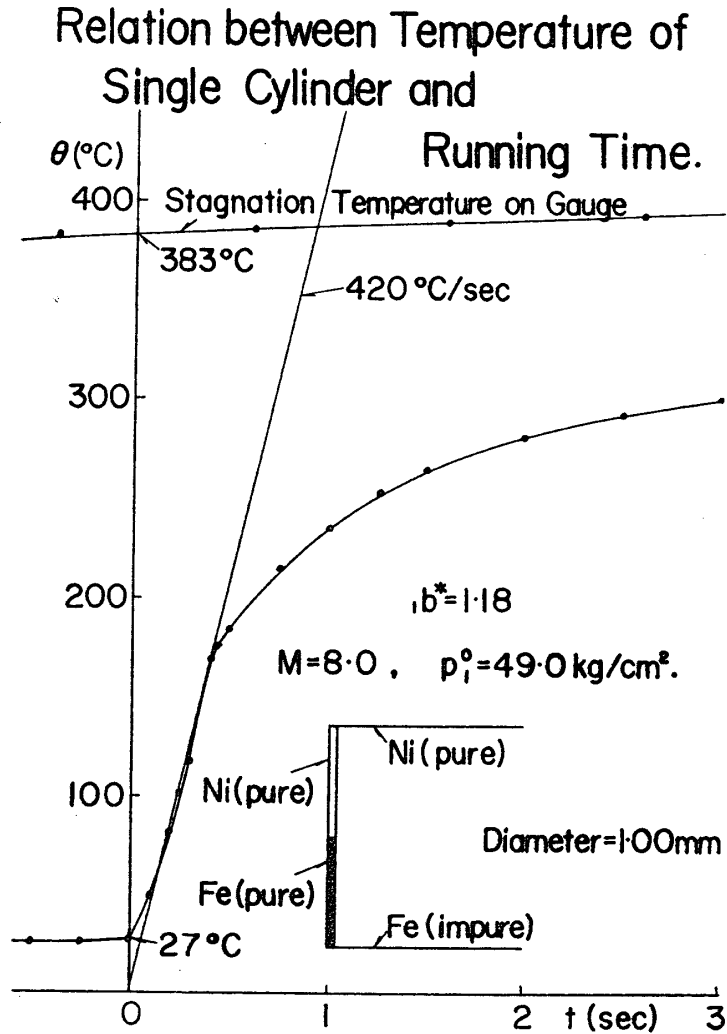


Fig. 10.

8mm 映画によって protector の開放中の状態を調べた結果、円柱の長さ 2cm だけ開くのに 0.15sec かかっていることがわかった。したがって $t=0.15\text{sec}$ のとき初めて model に対する流れが定常状態になると見てよい。

次に Fig. 10 において $t=0.3\sim 0.4\text{sec}$ あたりに温度上昇速度の大きな領域が現われる理由を考えてみる。(20) によると、 b , κ , などが一定であるなら温度上昇速度は指数関数的に減少してゆくはずである。Fig. 2 によると比熱は温度とともに増加する傾向がある。密度は変わらないと考えてよいから、(13) によって b は温度と共に減少するはずである。また温度拡散率も温度と共に減少してゆく。したがって b , κ を一定と考えた (20) より若干ゆるやかではあるが、円柱の温度上昇速度はやはり単調に減少してゆくはずであって、実験結果を説明することはできない。しかし (20) は円柱の両端の温度が変わらないということを仮定して求めた式であるが、実際は Fig. 5 に示すような温度上昇が認められた。この点を考慮に入れると円柱の温度上昇速度は (20) より若干大きくなる可能性がある。

上記の二つの互いに逆向きの効果を総合的に考えても円柱の温度上昇速度が $t=0.3\sim 0.4\text{sec}$ のあたりで急に大きくなる現象を説明することは困難であろう。また空気力学的現象として、熱伝達係数が急に大きくなるということも考えられない。この現象について確定的判断はもてないが、恐らく model の物理的特性が正常でなかったのではないかと思われる。後で述べるように円柱列の円柱の数の多い場合は、このような異常は全く認められなかった。

結局 $t=0$ における温度上昇速度を正確に知ることは不可能であった。そこで便宜上 $t=0.15\text{sec}$ における温度と、温度上昇速度が急に小さくなる点とを直線で結び、この直線の傾きを求め、記号* をつけておく。これを用いて (23) を次のように書きなおすことにする：

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_{t=0}^* = b^*(\theta_e^* - \theta_i). \quad (24)$$

このようにして求めた単独円柱の b^* は、Fig. 10 の場合に 1.18 である。前にのべたように (11) より求めた h の予想値は $2.1 \cdot 10^{-2} \text{cal/cm}^2 \cdot \text{C} \cdot \text{sec}$ である。 $a=0.05\text{cm}$, $c \doteq 0.1 \text{cal/g} \cdot \text{C}$, $\rho \doteq 9\text{g/cm}^3$ であるから、これらの値を (13) に代入すると、 $b=0.93$ となる。(24) を導く過程には多くの不確定要素があったから、 b と b^* がこの程度に一致すれば、むしろ満足すべきである。よって近似的に

$$b^* \doteq b \quad (25)$$

という関係がなりたつ。われわれは円柱列の円柱相互間の熱伝達係数の相対値を考えるのであるから、この近似関係はさらに良くなるはずである。

今後、 b の左下に円柱列の円柱の数をしるす。また中央の円柱を 0 とし、左右に 1, 2, ... と番号をつけ、 b の右下にしるす。すると (25) から

$$mb_i^*/nb_j^* \doteq mb_i/nb_j \quad (26)$$

であることがわかる。円柱の材質が等しいことから

$$mb_i/nb_j = mh_i/nh_j \quad (27)$$

であるから

$$mb_i^*/nb_j^* \doteq mh_i/nh_j \quad (28)$$

という関係がえられる。特に $m=n$ の場合、すなわち同一円柱列については、この近似はかなり良いものと思われる。

1) 3本の円柱列

3本の円柱列において、円柱間の相対的距離 H/D を

$$H/D = 1.0, 0.8, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$$

のごとく変えてみた。Model の数は、0.1 が2個で、そのほかは1個である。風洞 test は各 model について1回ずつおこなった。 sb_1^* は左右の平均値から求めた。

$H/D=0.1$ の model 1 個を除いて、ほかは全部 lead 線として Ni(impure) が用いられている。そのため測定精度は良くなかった。特に 0.5 と 0.1 の場合は測定回路にも欠陥があったようで、非常に飛びはなれた値となったので除外してある。しかし 0.1 の場合は Ni(pure) を用いた別の model があったので、その結果を採用した。Fig. 11 に測定値の1例

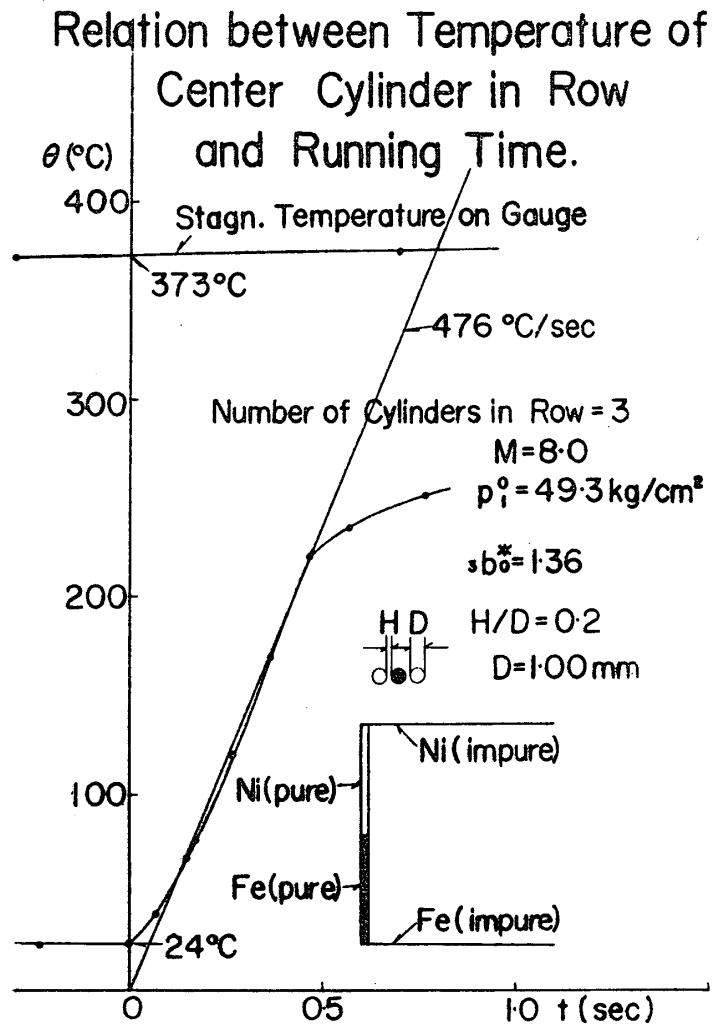
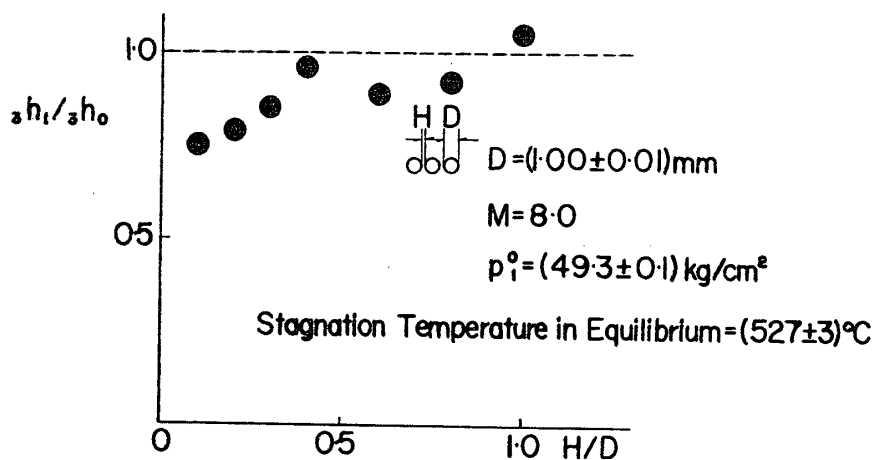


Fig. 11.



Relative Heat Transfer Coefficient of Cylinder in Three Cylinder Row.

Fig. 12.

を示し、全部の結果は Fig. 12 に示してある。

Fig. 12 からわかるように、 $H/D=1.0$ の場合は 3 本の円柱の熱伝達係数は全く等しいといえる。しかし H/D の値を小さくすると、中央に比して左右の円柱の熱伝達係数は次第に小さくなり、 $H/D=0.1$ において $sh_1/sh_0 \approx 3/4$ となる。このような現象は第 1 節で予想したところであって、円柱列の形状効果を示すものである。

円柱のよどみ点より 90° はなれた点の境界層の厚さを δ とすると

$$\delta \approx D(Re_2)^{-1/2} \tag{29}$$

であるから、 $Re_2 \approx 10^3$ を用いて $\delta \approx 0.03\text{mm}$ であることがわかる。

これから、単独円柱の境界層が干渉すると予想されるよりはるかに離れた位置で、円柱間の干渉が始まっていることがわかる。

2) 多数本の円柱列

円柱列の円柱の数が奇数と偶数の場合では、流れの特性が異なるので、ここでは奇数の場合だけ扱うことにした。すなわち 3, 5, 7, および 9 本の円柱列 model を作った。また H/D はすべて 0.1 とした。

円柱はすべて Fig. 3 に示したような Ni(pure) を lead 線に使用してある。円柱の数が多いため、全部について data をとるわけにはいかなかった。下の表で黒丸で示した円柱に対してだけ、1 回ずつ data が求められている。

Table 1.

円柱の数 = 3 本	
5	● ● ●
7	○ ● ● ● ●
9	○ ● ● ● ● ● ●

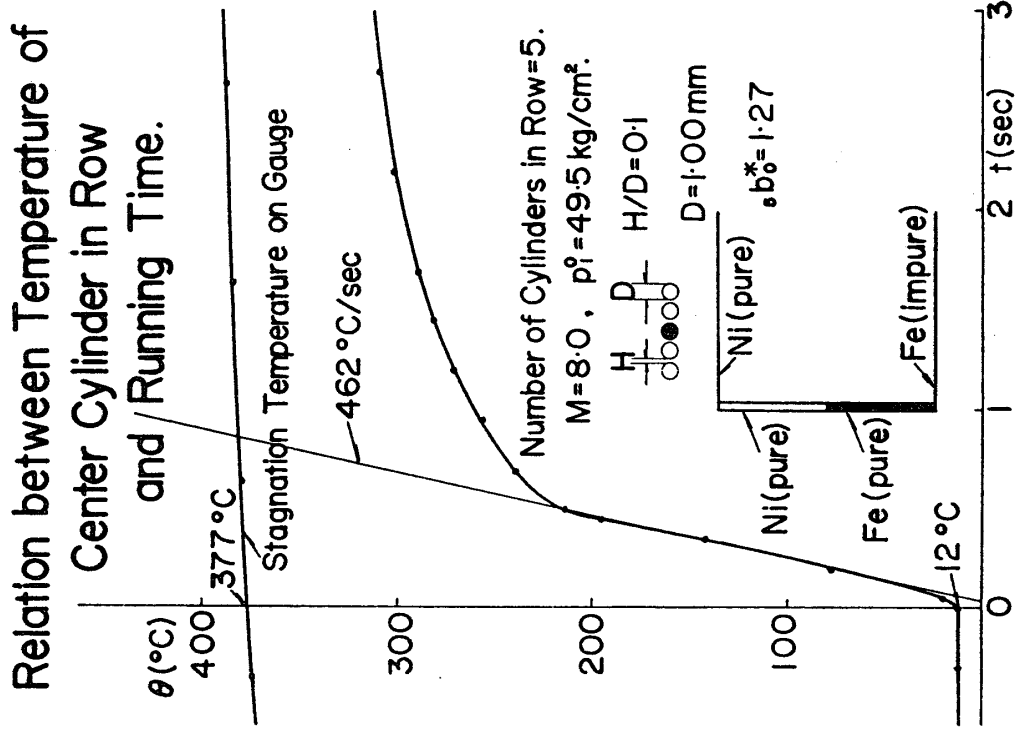


Fig. 14.

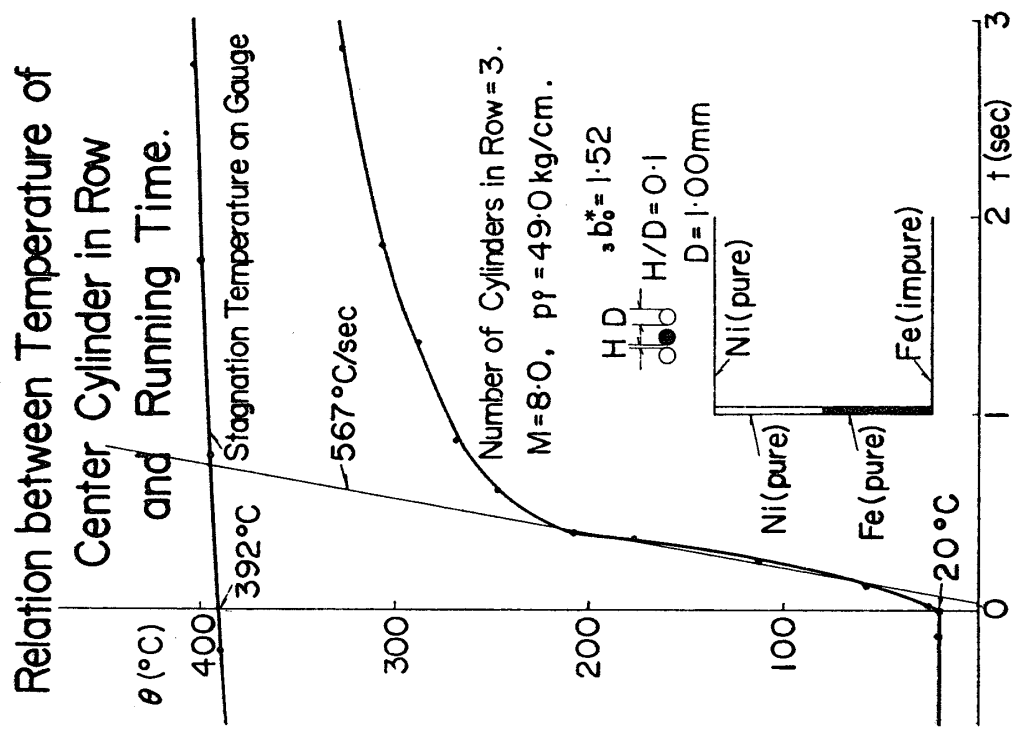


Fig. 13.

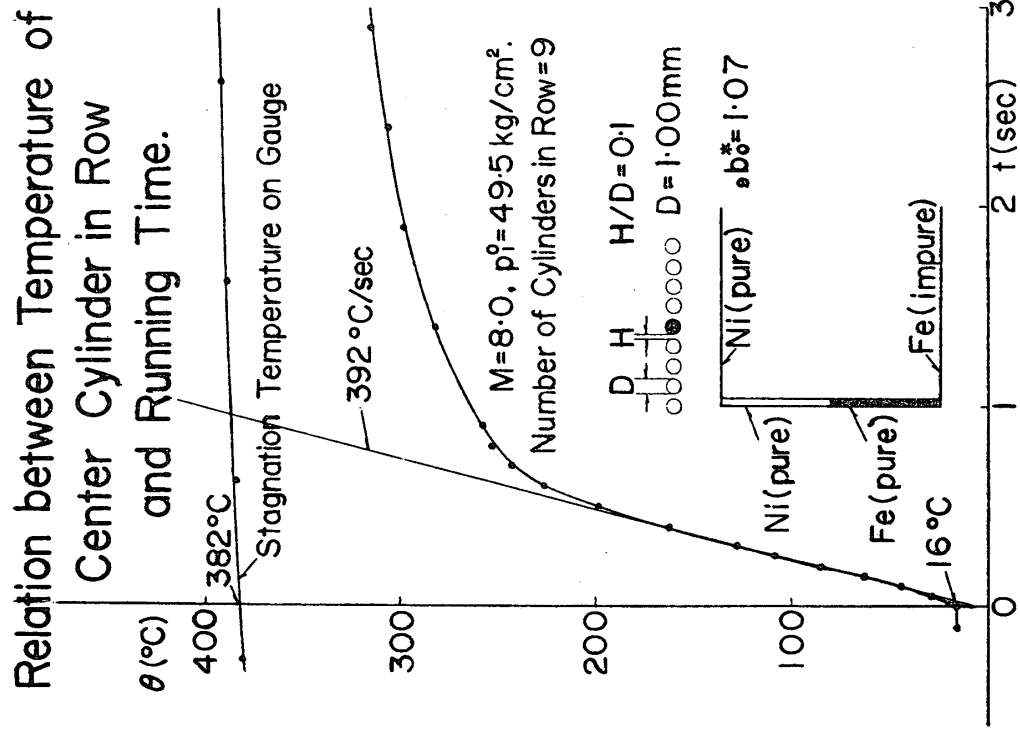


Fig. 16.

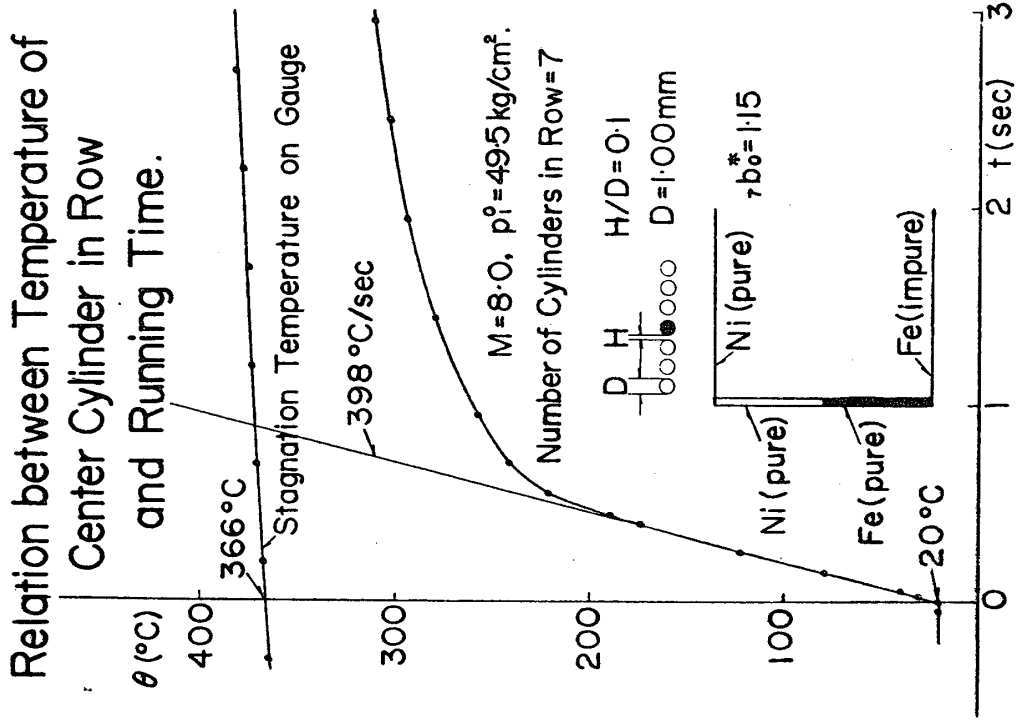


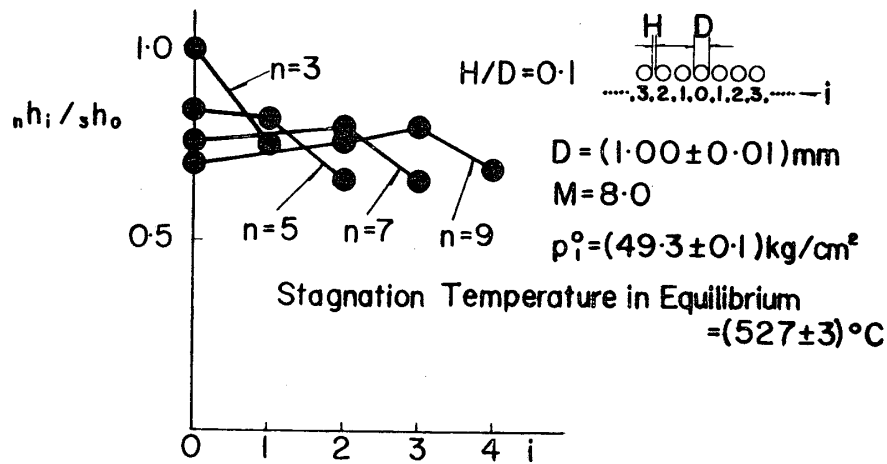
Fig. 15.

表からわかるように 3 本および 7 本の場合は左右両端における現象の対称性を調べることができ、何れも満足しうる結果がえられた。

実験の結果の 1 部を Fig. 13~16 に示してある。ただちに気付くことは本数を増してゆくと曲線はなめらかな形になって、理論的考察から予想された形に近づいていく。特に 7 本の場合は $(\partial\theta/\partial t)_{t=0}$ を正確に知ることができたように思われる。

このように温度-時間曲線が次第に改善されることと、円柱の本数との間に一定の関係があるのかどうかはわからない。実際は同じ円柱を 5 本, 7 本, 9 本の場合に繰返し使用しているのであって、それと共に円柱の熱電気的特性が改善されてゆく、ということも考えられる。

結果をまとめると Fig. 17 のごとくなる。縦軸は sh_0 に対する相対値が示されている。



Relative Heat Transfer Coefficient of Cylinder in Several Cylinder Rows.

Fig. 17.

図からわかるように

$$3h_0 > 5h_0 > 7h_0 > 9h_0$$

という関係がある。したがって奇数の n に対し

$$nh_0 >_{n+2} h_0 \tag{30}$$

という一般的関係が予想される。

つぎに $n=7, 9$ に対し

$$nh_0 \leq nh_1 \leq nh_2 \leq \dots \tag{31}$$

であることから、奇数の任意の n に対しても、このような関係があるものと思われる。しかし両端では急に小さくなる。これを一般式で示すと

$$nh \frac{(n-1)}{2} - 1 > nh \frac{(n-1)}{2} \tag{32}$$

となる。

Stoney および Markley[10] は Mach 2 において、円柱の平らな底面を流れに直角において熱伝達を測定しており、その結果を Fig. 18 に示してある。この図と Fig. 17 とをく

Typical Wall-Temperature History of Flat-Faced Cylinder at a Mach Number of 2.

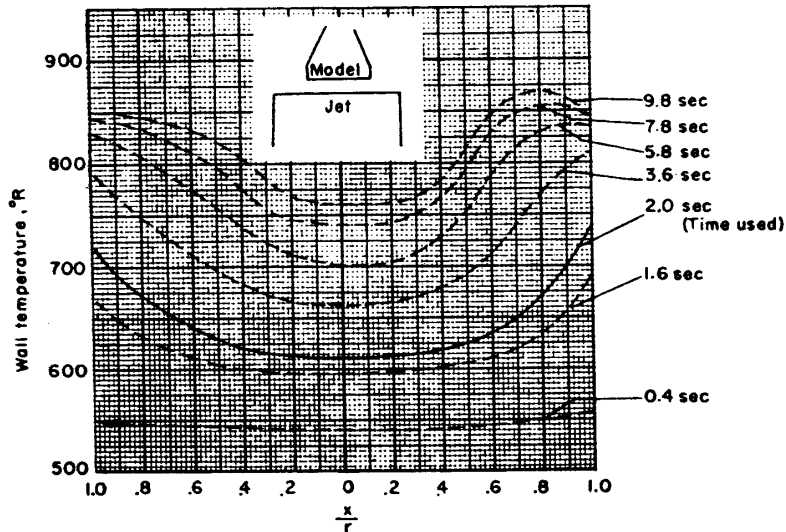
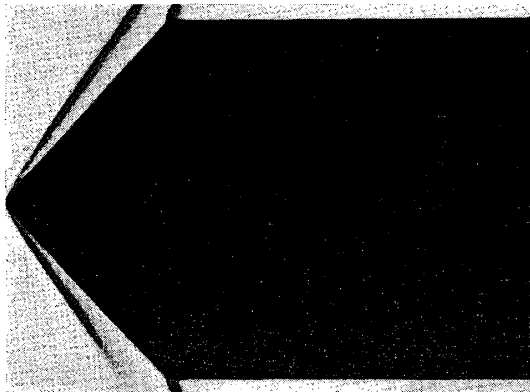


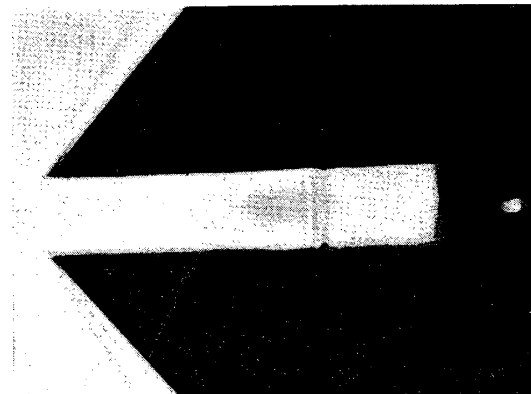
Fig. 18. Typical wall-Temperature history of flat-faced cylinder at a Mach number of 2. x : distance along front surface from center line of model, r : radius of model, $^{\circ}R$: Réaumur temperature. (From Stoney and Markley[10]).

らべて見ると、特に円柱の本数の多い場合は非常に似ていることがわかる。これは円柱列の円柱の本数が増えると、空気力学的立場からは平板に似た性質を示すことを意味しており、第1節でのべた形状効果の存在を示すものと言えよう。

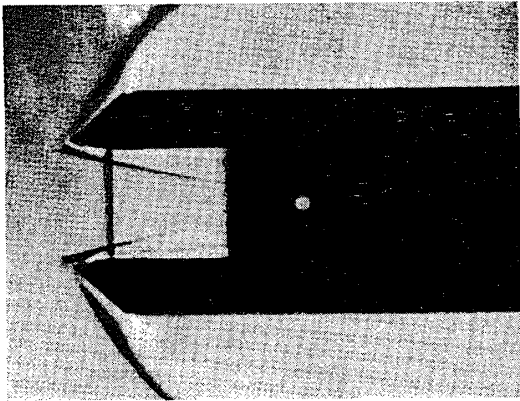
Phot. (1)~(8).



(1) Protector in closed state.



(2) Protector in opening state.



(3) Single cylinder.

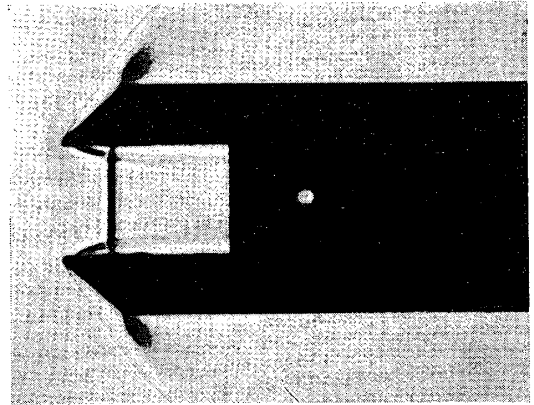
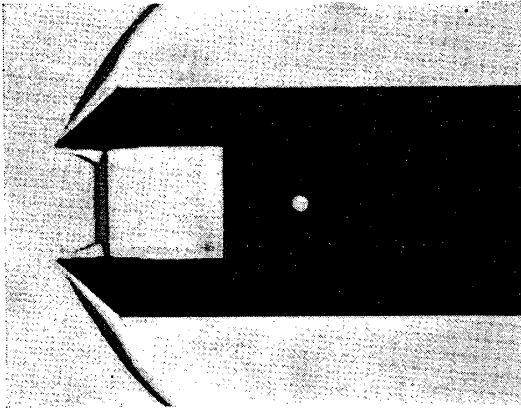
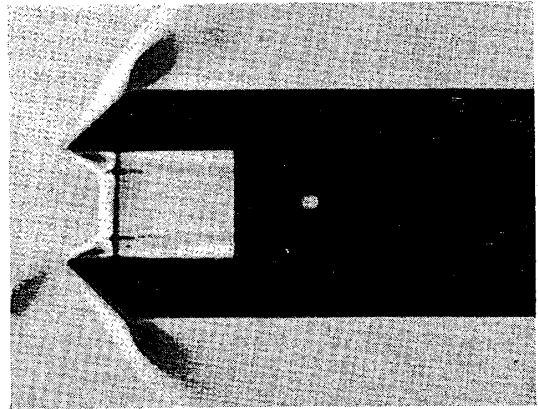
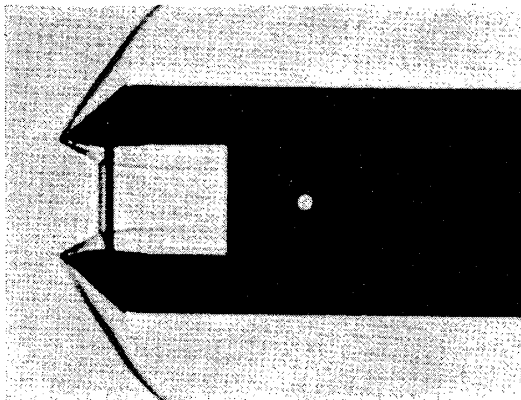
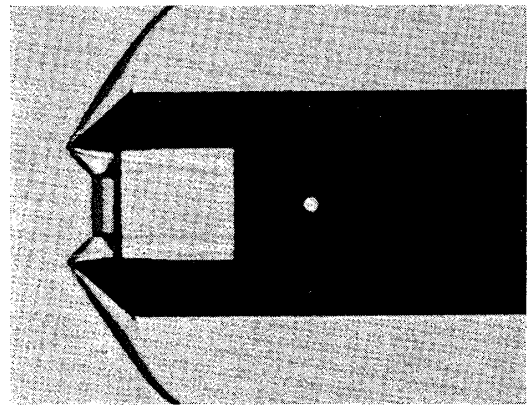
(4) $n=3$, $H/D=0.6$.

PLATE 2

(5) $n=3$, $H/D=0.3$.(6) $n=5$, $H/D=0.1$.(7) $n=3$, $H/D=0.1$.(8) $n=9$, $H/D=0.1$.

3) Schlieren 法による流れの観察

流れが正常であったか否かを確認するために Schlieren 法によって流れを観察した結果の一部を Phrt. (1)~(8) に示してある。(1) は閉じた状態の protector を示したものである。(2) は protector を開きつつある状態であって、わずかに sting の振動がみられる。

(3) は単独円柱の場合であるが, sting の前方で流れが choke するような不都合な現象が起っていないことが確認される. 以下のおのおの写真についての説明は省略するが, いずれも流れが正常であることを示している.

5. 結論と将来の課題

円柱列の円柱の熱伝達係数は単独円柱のそれとは異なることが実験的に確認された. 円柱列の場合は, 円柱相互間の相対距離ばかりでなく, 円柱列全体の形状によって影響されることがわかった. これをわれわれは形状効果と名づけた. 相対距離による効果, および形状効果を定量的に示すこと, ひいては理論的立場からこれらの効果を説明することがわれわれに残された将来の課題である.

6. 謝 辞

この研究を行なうにあたり昭和 39 年度文部省科学研究費 (各個研究) を受けたことに對し感謝します. また東京大学宇宙航空研究所谷 一郎教授, 今井 功教授 (研究担当), 佐藤 浩教授, 小口伯郎教授, 橋本英典教授, 辛島桂一助教授のご指導とご協力を受けたことに對し感謝します. また純度の高い nickel 線の入手にあたりご好意を受けた東京大学前学長茅 誠司氏, 金属材料技術研究所金属物理研究部長田岡忠義氏, 同室長能勢 宏氏, 三菱電機 K. K. 相模製作所菊地秀利氏, model を製作したイトウ光研 K. K., sting を製作した佐野屋製作所, 実験に協力してもらった久保田英夫氏, 飯田茂夫氏, および円柱の熱起電力を検定してもらった北海道教育大学助手山形積治氏の方々に厚くお礼申し上げます.

1966年5月31日 航空力学部

参 考 文 献

- [1] R. W. Detra, A. R. Kantrowitz, F. R. Riddell and P. H. Rose: The Drag Brake Manned Satellite System, AVCO Research Laboratory, Research Report 64 (1959), pp. 24.
- [2] H. Schuerch: Low-Density, Autorotating Wings for Manned Re-Entry, Journal of Spacecraft & Rocket, Vol. 2, No. 4 (1965), pp. 523-530.
- [3] Gröber, Erk und Grigull: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung (Springer-Verlag, 1961); 邦訳, 熱伝達の基礎 (朝倉書店, 1963), p. 267.
- [4] 河村龍馬, 辛島桂一, 関 和市: 東大宇宙航空研究所極超音速風洞の特性, 日本航空学会誌, Vol. 13, No. 139 (1965), pp. 251-257.
- [5] American Institute of Physics Handbook (1963), pp. 4-48 & 4-90.
- [6] J. Laufer and R. McClellan: Measurements of Heat Transfer from Fine Wires in Supersonic Flows, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 1, Part 3 (1956), pp. 276-289.
- [7] 川下研介: 熱伝導論 (河出書房, 1941), pp. 197-204.
- [8] 小平吉男: 物理数学, 第2巻 (岩波書店, 1933), pp. 297-301.
- [9] 森口繁一, 宇田川銚久, 一松 信: 数学公式, II (岩波書店, 1957), p. 72.
- [10] W. E. Stoney and J. T. Markley: Heat-Transfer Measurements on Flat-Faced Cylinders at a Mach Number of 2, NACA, Technical Note 4300 (1958), pp. 38.