

# 円筒曲面板の有効幅 (II) —実験—

平野陽一・林 毅\*

## Effective Width of Curved Plates (II)—Experiments—

By

Yoichi HIRANO and Tsuyoshi HAYASHI

**Abstract:** The experimental results on curved plates under axial compression are presented. The object of this experiment is to prove the formula for the buckling and post-buckling behavior of curved plates derived in the 1st. part of this paper.

The curved plates used in this experiments can be considered clamped in all edges. The analytical results obtained in the 1st. part of this paper, Eq. (25)~(27), are compared with these experimental results. The agreement between the analytical results and the experiments is good. The interesting phenomena for the stress distribution in the post-buckling region are obtained in this experiment and the theoretical explanation is given.

### 概 要

本論文で軸圧縮荷重を受ける円筒曲面板の座屈実験結果を報告する。この実験の目的は、前報告「円筒曲面板の有効幅 (I)」で導いた座屈および座屈後の特性を実証することである。

実験に供した曲面板の支持条件は、固定支持と考え得るものである。前報告の解析結果、(25)~(27)式を実験結果と比較する。実験値と理論曲線はよく一致している。また、座屈後の応力分布に関して興味ある現象を見出し、これに理論的説明を加えることができた。

### 〔記 号〕

$b$ : 曲板の円弧長および直線辺長

$r$ : 曲率半径

$t$ : 板 厚

$\epsilon_x$ :  $x$  方向 (軸方向) のひずみ成分

$\epsilon_1$ :  $y \pm b/2$  での  $x$  方向の圧縮ひずみ

$\epsilon_{cr}$ : 座屈ひずみ

$p_1$ :  $x$  方向の平均圧縮応力

$p_e$ :  $y = \pm b/2$  での  $x$  方向の圧縮応力

$P_{total}$ : 全荷重

$b_m$ : 有効幅

\* 東京大学工学部 航空学科

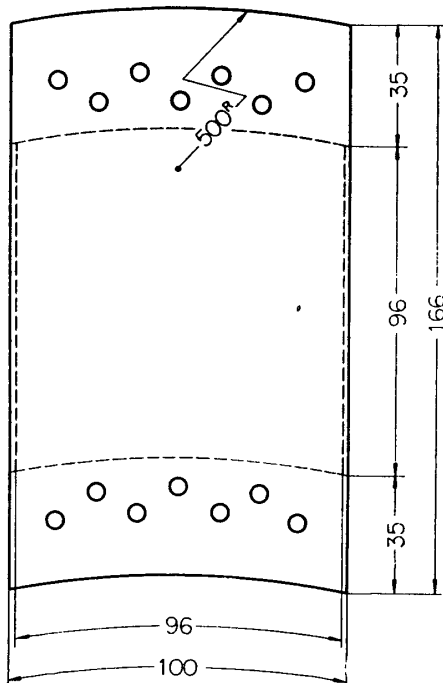
## 1. 序 論

曲面板の圧縮座屈および座屈後の実験に関しては、いくつかの報告が出されている。Wenzek [2] は3個の曲面板を型材で結合して圧縮し、実験結果から曲板の有効幅の実験式を求めている。また、Ebner [3] は軸方向に補強された曲面板の圧縮実験を行なっている。さらに、Cox と Clenshaw [4] は曲面板の直線辺を断続的に支持する方法で圧縮座屈および座屈後の実験を行なった。この実験では座屈時の飛び移り現象をとらえている。また、Ramberg, Levy および Fienup [5] は軸方向の補強材を有する曲面板の圧縮実験を行ない、有効幅を求めている。これらの各実験はそれぞれ特徴があるが、いずれもこれまでの解析との直接比較が困難なようである。第1報で述べた解析 [1] との比較を目的として著者の行なった座屈実験の成果を本論文で報告する。

実験にあたっては、著者の行なった解析〔円筒曲面板の有効幅(I)〕と比較するため、解析で使った周辺条件をできるだけ満足するようにした。すなわち、円弧辺は固定し直線辺は半径方向の変位は拘束されるが周方向には自由に動ける様に支持した。また、実験に供した円筒曲面板は周方向と軸方向の辺長が同じである。この様に著者の行なった実験は第1報の解析と比較するにあたって、あまり不明確な要素が入ってこないのが特徴であると言える。

## 2. 試験片, 実験装置および測定値

円筒曲面板9個を圧縮して、座屈および座屈後の特性をしらべた。試験片材料はジュラル



第1図 試験片寸法

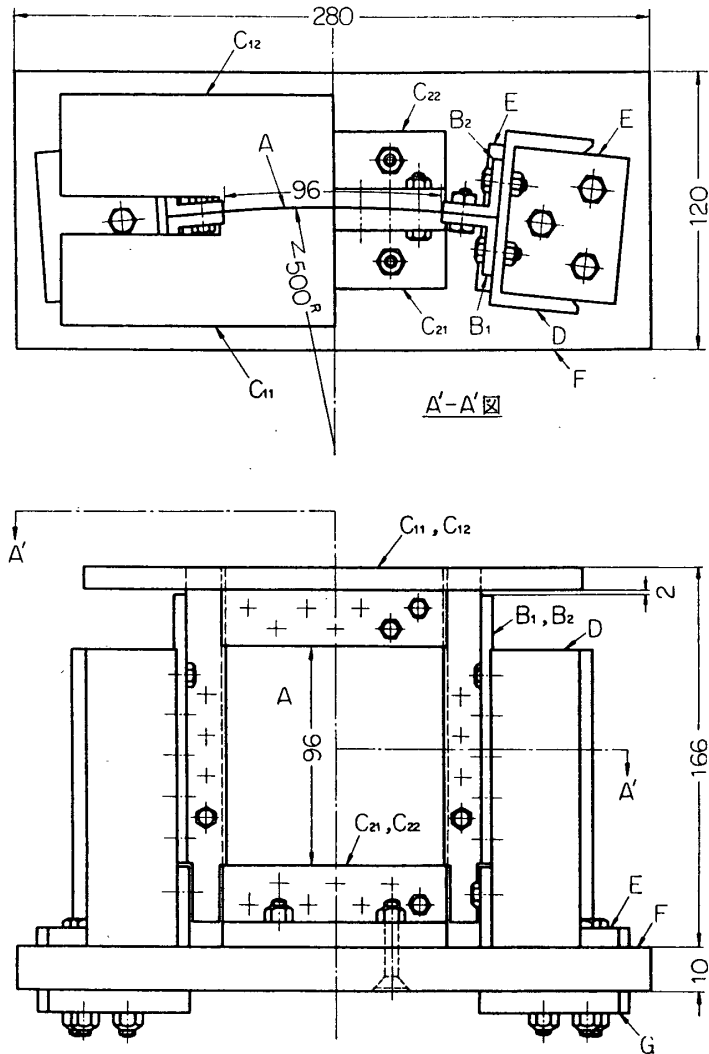
ミンで、500 kg 万能試験機を使用して圧縮試験を行なった。その際、荷重中心が板の断面の重心を通る様にした。以下では、板の曲面が凸の側を表、凹の側を裏と呼ぶことにする。

### 2.1 試験片

ジュラルミン 24S-T3 Alclad ( $E=7,350\text{kg/mm}^2$ ) の平板をロールして曲率半径 500 mm をつけた円筒曲面板を使った。曲面板の寸法は、直線辺長 166 mm, 弧長 100 mm, 板厚 0.4~0.5 mm 前後である。この円筒曲面板は上下を 35 mm ずつ 500R をつけた支持わくにボルト締めされており、左右は 2 mm ずつガイドの中にはさみこまれている。したがって、直線辺長 96 mm, 弧長 96 mm の円筒曲面板の座屈実験である。第1図および第1表に試験片の寸法を示してある。

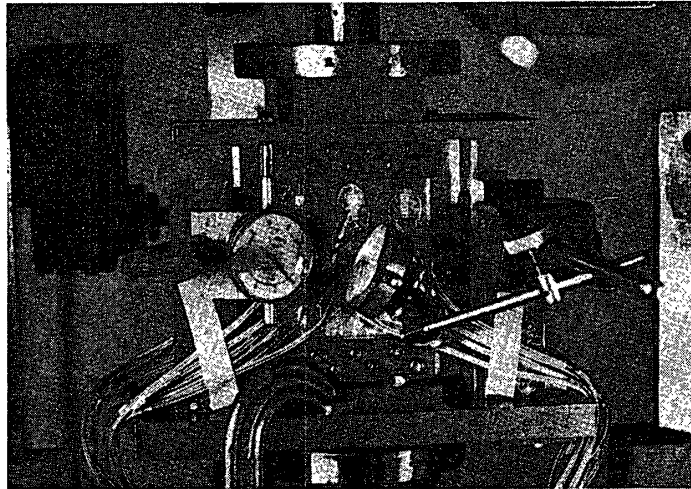
### 2.2 実験装置

実験装置を第2図に示す。また、装置の写真を第3図に示す。装置の主要部分は上部支持わく ( $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ) と下部支持わく ( $C_{21}$ ,  $C_{22}$ ) ならびに左右の支持わく ( $B_1$ ,  $B_2$ ) よりなっている。荷重がかかった際の可動部分は上部支持わくである。下部支持わくは定盤 F にボルトで固着されて

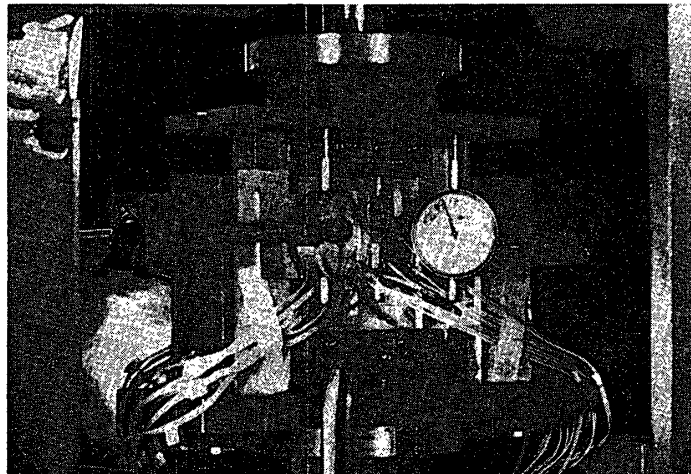


第2図 実験装置

いる。Dは部品EとGにより定盤に固着されている。この定盤Fを試験機の荷重盤にのせて実験を行なった。上下の支持わくの試験片をはさむ面には500Rがつけられており、曲面板を固くボルト締めするようになっている。左右の支持わく(B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>)はアンゲル材であり、試験片と同厚の板と0.02mmの錫はくをかさねたスペーサーをはさんで平溝を作る様になっている。この溝の中を圧縮された試験片が軸方向にすべることができる。また、周方向に板が変位するのを拘束しないようにスペーサーと曲面板の端辺の間に約2mmの間げきがある。この曲面板のガイド部分の詳細を第4図に示してある。この様にして実現された曲面板の支持条件は  $x = \pm b/2$  で  $w = 0, \partial w / \partial x = 0$  並びに  $y = \pm b/2$  で  $w = 0, \partial w / \partial y = 0$  を満足していると考えられ、さらに周方向の変位を拘束していない。したがって、この曲面板の支持条件は第1報の4辺固定支持としての解析における条件と同等なものと言える。このような支持条件を以後 clamped support とよび脚符 c. s. をつけて表わすことにする。圧縮荷重は試験機より上下の支持わくを通してかかるが、その際板が曲げにより横方向に屈服するの



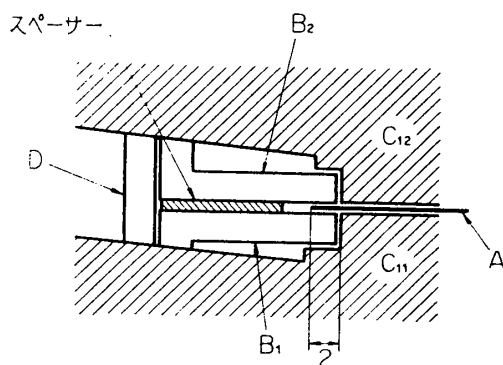
表側



裏側

第 3 図 実験装置の写真

を防ぐために上部支持わくは左右の支持わくをガイドとして上下に動くようになっている。この詳細は第 4 図に示してある。



第 4 図 ガイド部分の詳細図

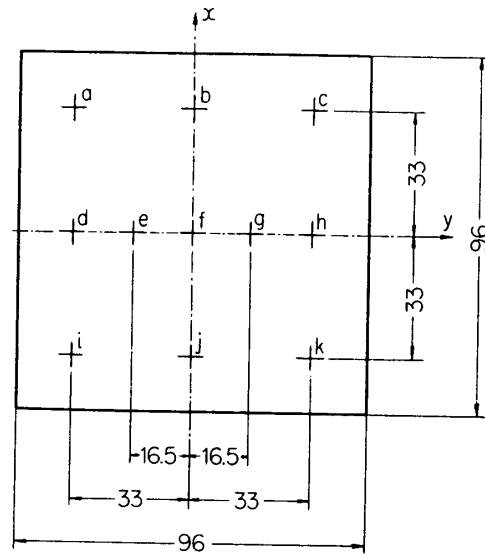
### 2.3 測定値

測定値は全荷重  $P_{total}$ 、曲面板の軸方向縮み  $\epsilon_1 b$ 、曲面板の中央部たわみ  $\delta$ 、板面の軸方向ひずみ  $\epsilon_x$  の周方向 ( $y$  方向) 分布である。全荷重は試験機の荷重指針を読みとったものである。縮みは上下支持わく間の縮みを 2 個または 3 個のダイヤルゲージにより測定し、その平均値として求めた。たわみは曲面板の中央にダイヤルゲージをあてて求めた。ひずみ分布は板面にはったひずみゲージより求めた。ひずみゲ-

ジ貼付位置は第5図のa~kの各点の表裏計22か所またはd~hの各点の表裏計10か所である。

### 3. 実験結果

使用した試験片は No. 1~No. 9 まで9個である。No. 1~No. 5 までの5個はロール後あまり日時を経ずに実験したものであり、No. 6~No. 9 の個はロール後かなり放置しておいたものである。No. 6~No. 9 の曲率半径はロール時の500 mm より大きく、簡単な測定によれば550~600 mm 程度であり、同一板面でも曲率に不均一性がみられた。したがって、No. 6~No. 9 の実験結果は参考としてかかげたもので、以下の議論は No. 1~No. 5 に限ることとする。



第5図 ひずみゲージ貼付位置

#### 3.1 座屈荷重

試験片の寸法、座屈荷重ならびに第1報(25)式(周辺固定支持の場合)による理論座屈荷重を比較して第1表に示した。ここで  $P_{cr}$  は実験で得た座屈荷重でガイド内にある板のもつ荷重をも含んでいる。 $P_{c.s.}$  は96 mm x 96 mm の曲面板の座屈荷重にガイド部分4 mm

第1表 試験片寸法および座屈荷重

No.	試験片寸法			座屈荷重		
	$b$ (mm)	$r$ (mm)	$t$ (mm)	$\frac{b^2}{rt}$	実験値 $P_{cr}$ (kg)	理論値 $P_{c.s.}$ (kg)
1	96	500	.534	34.5	366	351
2	96	500	.493	37.5	275	311
3	96	500	.491	37.6	282	309
4	96	500	.488	37.8	263	306
5	96	500	.487	37.9	255	306
6	96	(500)	.390	47.3	163	221
7	96	(500)	.390	47.3	156	221
8	96	(500)	.393	46.9	145	222
9	96	(500)	.388	47.5	131	219

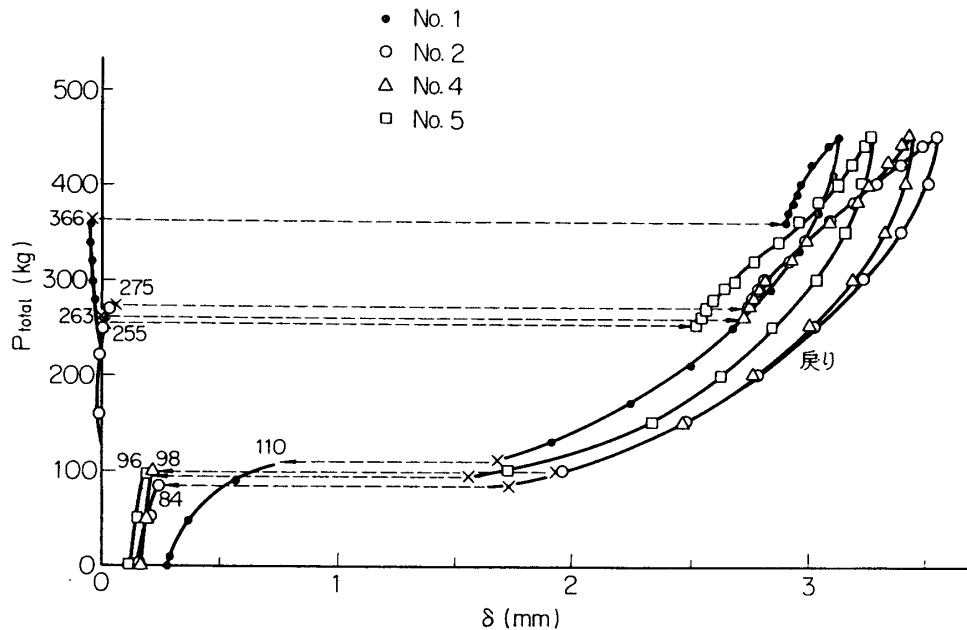
の荷重を加えた理論座屈荷重である。座屈荷重の実験値は次の様にして求めた。試験機の荷重の指針は座屈近辺においていちど極大値をとり、その直後にわずかに低下する。この座屈近辺における極大値を読みとって座屈荷重の実験値とした。

第1表の  $P_{cr}$  と  $P_{c.s.}$  を比較してみると、No. 1 は4.3% 理論値より高いが、No. 2~No. 5 は最低で理論値の83%、一般には85%以上にてた。しかし、4辺固定支持の場合の第1報の理論座屈値は近似解であり、より精度の高い理論座屈値を必要とする。単純支持の場合、本章の近似解(18)式による値は  $b^2/rt=40$  の場合 Stowell の理論値の64% であ

り、この割合が固定支持でも成立するとすると、理論座屈値は大幅に高くなり実験値は理論値の50~70%ほどの範囲に入る。この様に実験値が理論値より低くなる現象は円筒殻の軸圧縮座屈の場合にもおこり、曲率の不均一性を含む初期不整、荷重の偏心等に起因すると考えられる。

### 3.2 中央部のたわみ $\delta$

曲面の中央部のたわみ  $\delta$  を  $P_{total}$  に対して描いたのが第6図である。どの試験片においても座屈は飛び移り現象となっていることがわかる。座屈波形は  $x, y$  方向にそれぞれ半波ずつであり、曲面の内方向にたわんでいる。第7図に波形の表裏の写真を示した。荷重を戻していったときのたわみも第6図に示したが、荷重0で若干のたわみが残留している。



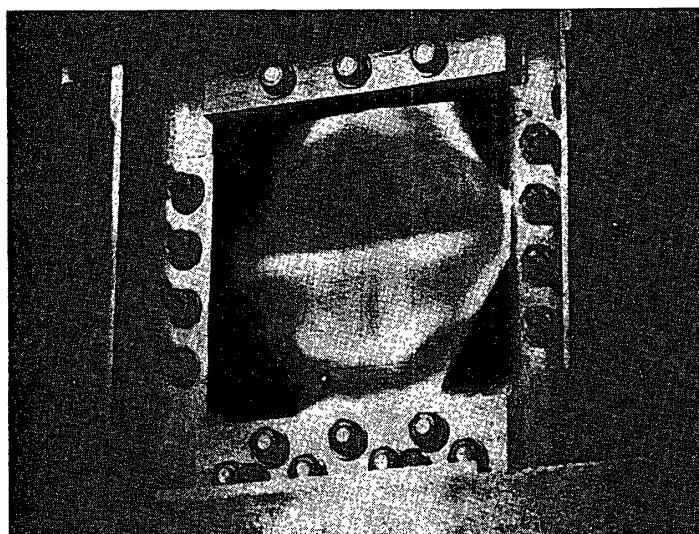
第6図 中央部のたわみ  $\delta$

### 3.3 上下両端間の縮み $\epsilon_1 b$

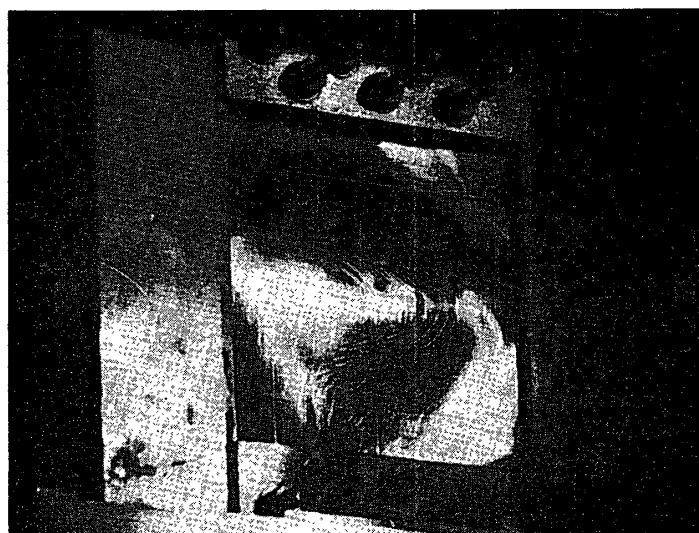
上下両端間の縮み  $\epsilon_1 b$  と  $P_{total}$  とを描いたのが第8図~第12図である。ここでも座屈荷重に達すると急激な縮みの変化が生じており、平板の座屈とあきらかに違う現象である。戻りの縮みも描いてあるが、荷重0に帰った時1/100 mmのオーダーの縮みが残る。これは装置全体のがたと試験片にいくらかの残留変形が生じたためと考えられる。この第8図~第12図に示した実験値を基礎として次節において理論との比較を行なうが、座屈前の荷重と縮みの関係が直線ではあるが0点を通らないものがあるのでこれに対する補正を行なう。つまり、これは装置のがたや荷重の偏心等に起因するものと考えられるので、座屈前の直線が0点を通るように全体の点を移動させることにした。この0点を通らないことの影響は縮みの小さい座屈前では問題となるが、縮みの大きい座屈後ではあまり問題にならない。

### 3.4 座屈後の挙動

第13図に各試験片の座屈後の特性を一緒に描いてある。縦軸に  $(p_1/E) \times (b^2/t^2)$  を横軸に

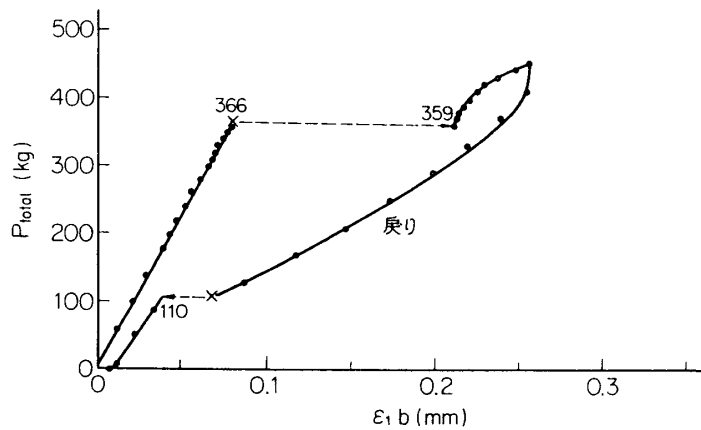


表側

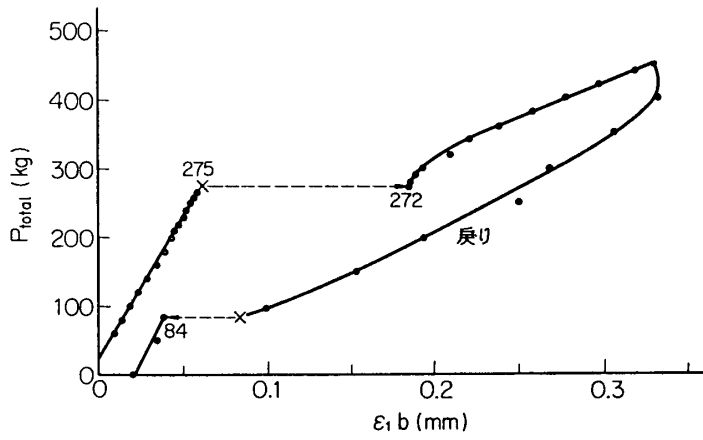


裏側

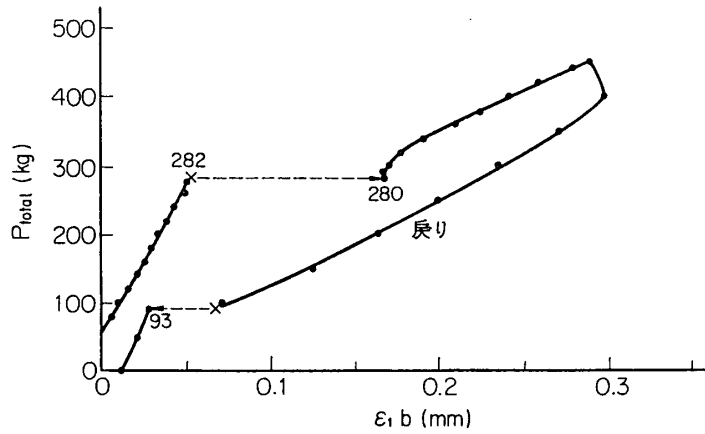
第7図 No.5の座屈波形



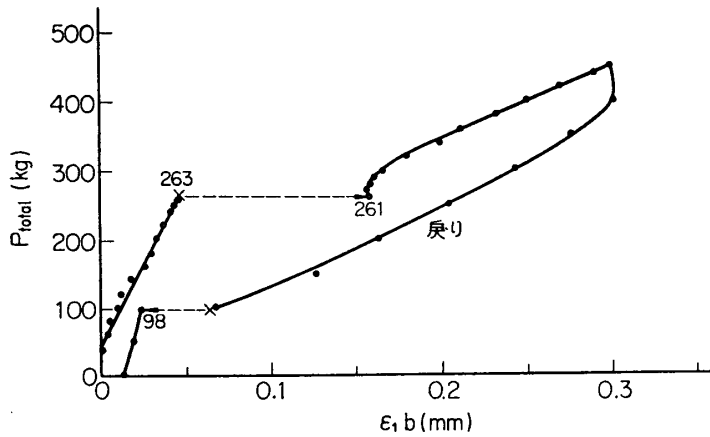
第8図 No.1の縮み  $\epsilon_1 b$



第9図 No.2の縮み  $\epsilon_1 b$



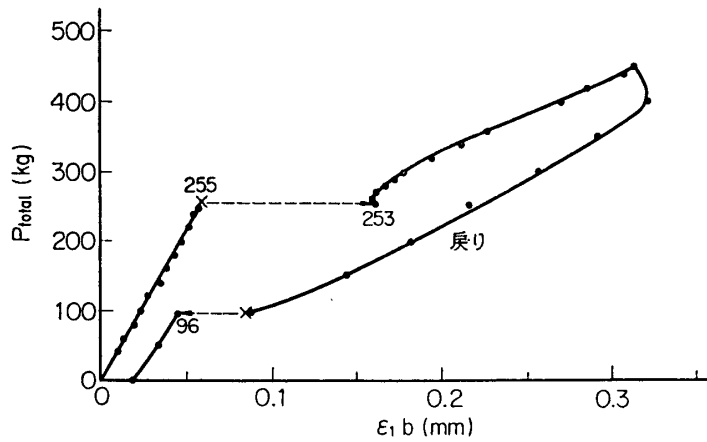
第10図 No.3の縮み  $\epsilon_1 b$



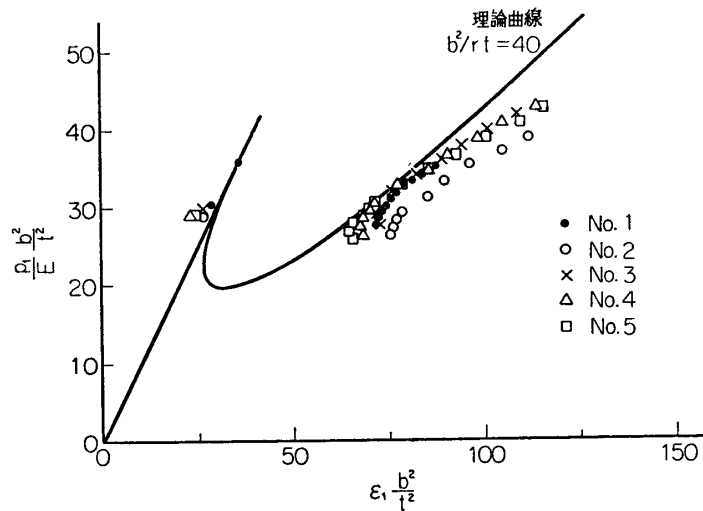
第11図 No.4の縮み  $\epsilon_1 b$

$\epsilon_1 \times (b^2/t^2)$  をとって実験点をプロットした。実線は第1報(26), (27)式の  $b^2/rt=40$  の時のものである。実験点の平均応力  $p_1$  は,  $P_{total}$  からガイド部分の荷重, すなわち, 両側辺のガイド部分各2mm計4mm幅に, 縮み  $\epsilon_1 b$  から求められる辺での応力  $p_e$  をかけて得た荷重を差引いたものから計算した。式で書くと,  $(P_{total} - p_e \cdot 4t) \times (1/bt) = p_1$  である。 $\epsilon_1$  は





第12図 No.5の縮み  $\epsilon_1 b$

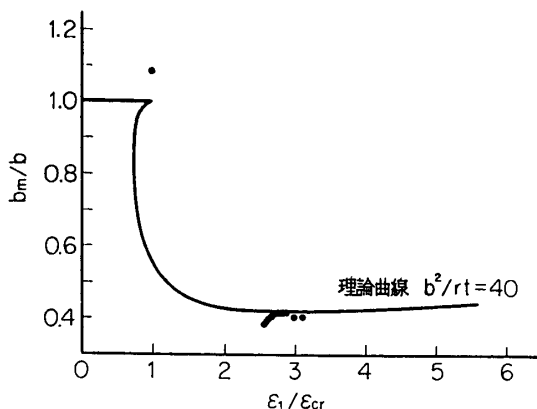
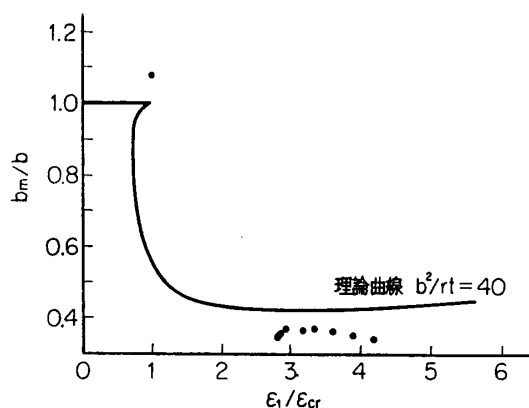
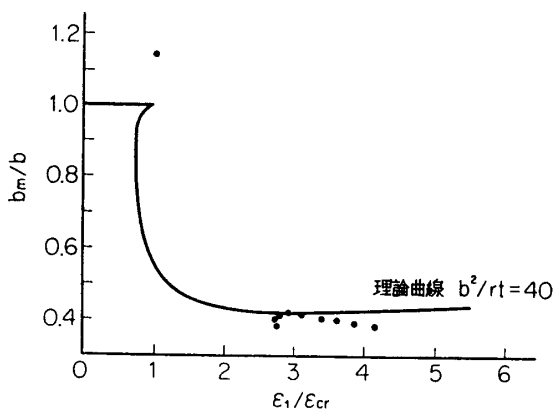
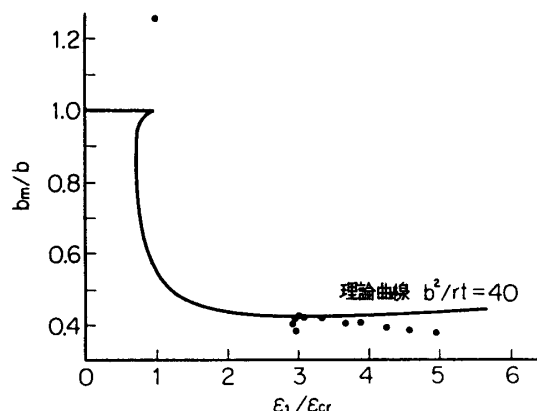
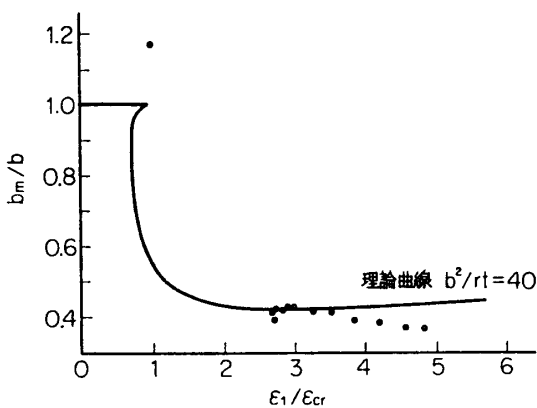


第13図 座屈後の挙動 (平均応力  $p_1$  ~ 縮みひずみ  $\epsilon_1$ )

縮み  $\epsilon_1 b$  を長さで割ったもの  $\epsilon_1 b/b$  より求めた。座屈時の実験値が座屈前の直線部の左にプロットされているが、座屈前の実験値から推定したものである。図でわかる様に、座屈して飛び移った位置は理論による  $\epsilon_1 \cdot (b^2/t^2)$  より若干大であるが、よくあっているといえる。座屈後の剛性に関しては飛び移り後に立ちあがりがあるが、これは試験片が正しい平衡位置になじむためのものと考えられる、この立ちあがり後の剛性は理論より低くなっている。

### 3.5 有効幅

測定値より有効幅を計算して、固定支持の場合の理論曲線 ( $b^2/rt=40$ ) と比較したのが第14図~第18図である。有効幅の実験値は  $p_1/p_e$  より計算した。  $\epsilon_1/\epsilon_{cr}=1$  にある点は座屈時の有効幅でこれは1とはなっていない。これはかけた荷重のわりには縮んでいないということを示しているもので、上部の支持わくのがたと考えて差支えないだろう。座屈後の  $b_m/b$  は0.3~0.4の範囲におさまっている。剛性の立ちあがりに対応して、ここでも有効幅の増大があるが、この部分は前と同様に試験片がなじむまでの過程と考えればよい。  $b_m/b$  は少し増大した後、しだいに低下していくが理論曲線は漸増していく。しかし、全体としてみれば

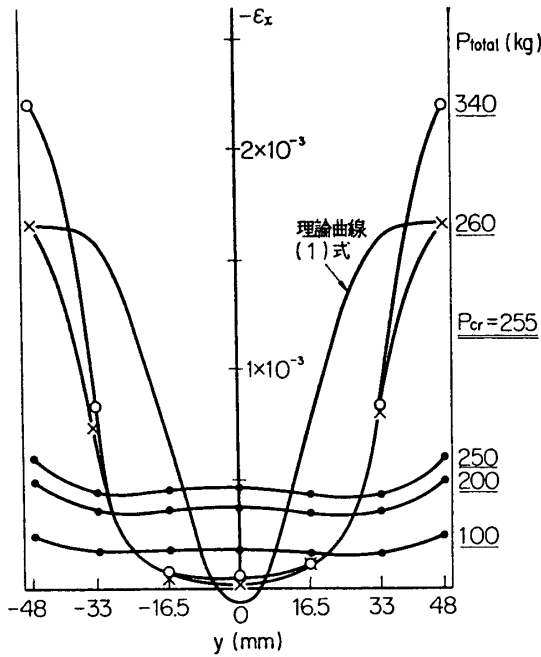
第14図 No.1の有効幅  $b_m$ 第15図 No.2の有効幅  $b_m$ 第16図 No.3の有効幅  $b_m$ 第17図 No.4の有効幅  $b_m$ 第18図 No.5の有効幅  $b_m$ 

ば実験値は解析結果とよく一致していると言える。

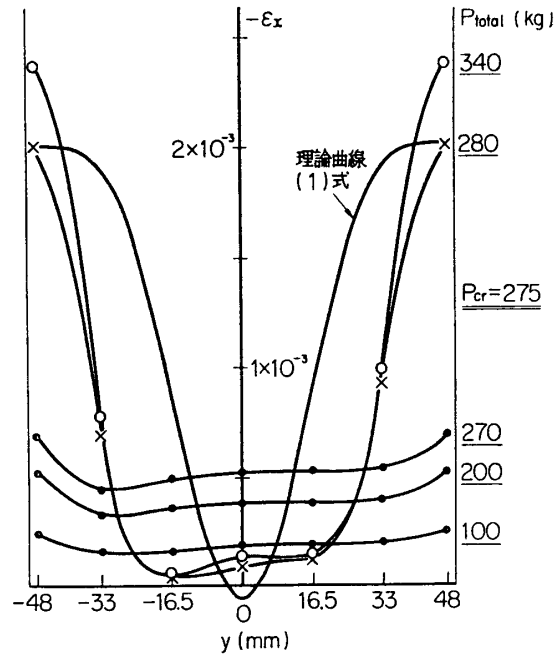
### 3.6 軸方向面内ひずみ $\epsilon_x$ の周方向分布

軸方向の面内ひずみ  $\epsilon_x$  の周方向分布の一例を第19図, 第20図に示した。この  $\epsilon_x$  の分布は d, e, f, g, h 点の各々の表裏のひずみの代数平均値として求めたものである。左右両辺での2点は測定した  $\epsilon_1 b$  から算出したひずみ  $\epsilon_1$  である。座屈前すでに辺でのひずみが内部より少し大きい, 内部のひずみ分布は大体一様であり, また左右対称となっている。

座屈後, 応力の再分配がおり, 中央部の面内ひずみが激減し, 両端部に集中していく様子がよくわかる。中央部のひずみが座屈ひずみより大きく低下する現象は平板にはみられないことである。また, 座屈後中央部での面内ひずみは激減した後, ほとんど変動がなく, 荷重の増加は両端部で受け持っていることがわかる。ところで, 解析的に求められる座屈後の軸方向ひずみの周方向分布は第1報(4)式にたわみ形を代入して求められる。4辺固定支持の場合は



第19図 No.2の軸方向ひずみ  $\epsilon_x$  の周方向分布



第20図 No.5の軸方向ひずみ  $\epsilon_x$  の周方向分布

$$-\epsilon_x \frac{b^2}{t^2} = \epsilon_1 \frac{b^2}{t^2} - \frac{\pi^2}{32} f'^2 \left( 3 + 4 \cos \frac{2\pi y}{b} + \cos \frac{4\pi y}{b} \right) \quad (1)$$

上式に実験で得た同じ  $P_{total}$  に対する  $\epsilon_1$  と  $f'$  を代入してひずみ分布を求めてみた。それを、第19図、第20図に実験結果と比較して示した。実験値と比較してみると、中央部でひずみがほとんど0になることは同じであるが、ひずみ分布の形には差異がみられる。中央部でひずみがほとんど0になるのは、平板に対して曲面板においては座屈後の変形が大きく、このため(1)式の第2項がきいてくるからと言える。分布形が相違するのは解析で使ったたわみ形によるものと考えられる。解析にあたって仮定するたわみ形として、実験でみられる様に端部近傍から急増して中央部で平坦となる形を考えればこの相違はなくなるものと考えられる。

なお、ひずみ 0.003 を弾性限として、 $\epsilon_1$  がこれを越えた点は第13図～第20図にはプロットしていない。ただ、プロットした点の中にもひずみゲージで検出されるひずみが部分的に 0.003 を越えている場合がある。

#### 4. 結 論

ジュラルミンの円筒曲面板を使って圧縮座屈実験をおこなった。実験にあたっては板の周辺の条件が4辺固定支持の解析における条件と同じになる様に注意した。座屈荷重の実験値は第1報(25)式より求まる理論値とよく一致しているし、実験で求められた座屈後の挙動および有効幅も解析結果と非常によく一致している。また、第6図に示されるたわみ  $\delta$  の動向よりわかる様に、曲面板の軸圧縮による座屈は飛び移り現象であることが確認された。し

かも、過去の実験報告に見られないほどはっきりと飛び移り現象をとらえることができた  
と考える。軸方向ひずみ  $\epsilon_x$  の周方向の分布を調べたが、その結果中央部のひずみは座屈後座  
屈ひずみ以下に大きく低下することを初めて見出した。これはいままで知られていなかった  
現象である。

本実験は  $b^2/rt=34.5\sim 47.5$  の範囲であるが、少なくともこの範囲のものに関しては解析結  
果と実験結果はよく一致していると言える。しかし、 $b^2/rt$  のもっと広い範囲にわたる実験  
を今後行なう必要があると考える。

最後に、この実験を行なうに際し格別のご協力を得た東京大学工学部航空学科紀平正知助  
手に厚く謝意を表する次第である。

1967年3月31日 航空力学部

### 参 考 文 献

- [1] 平野陽一, 林 毅: 円筒曲面の有効幅(I), 東京大学宇宙航空研究所報告, 3巻, 3号(昭.42)
- [2] Wenzek, W. A.: Die mittragende Breite nach dem Ausknicken bei Krümmen Blechen, Lufo.,  
Bd. 15 (1938) p. 340
- [3] Ebner, H.: Theorie und Versuche zur Festigkeit von Schalenrumpfen, Lufo., Bd. 14 (1937)  
p. 93
- [4] Cox, H. L. and Clenshaw, W. J.: Compression Tests on Curved Plates of Thin Sheet Duralu-  
min, ARC R. & M., No. 1894 (1941)
- [5] Ramberg, W., Levy, S. and Fienup, K. L.: Effect of Curvature on Strength of Axially Load-  
ed Sheet-Stringer Panels, NACA TN, No. 944 (1944)