

ロケット軌道予測

田宮 潤・水町守志・本山澄夫

概 要

科学衛星打ち上げに対してレーダ系に特に要求される現時 (real time) の軌道予測を行なう際の、軌道計算も含めたレーダ・データの処理についてその基本的考え方を述べる。ロケットの位置すなわち実際の軌道の決定については、統計的判定理論に基づいて選択されたデータに最小二乗法により折線近似を行なう。軌道の計算および予測については Kepler の法則が成立するものと仮定し、一定となるべきパラメータを計算し平滑し一定値に十分収斂したところで軌道を決定し予測を行なう。これらの計算およびデータ処理は計算機を用いて現時に実行される。

1. 序

レーダ系はターゲットの運動に関する情報、すなわち、位置、速度、加速度、またある場合には予測される運動などの情報を得なくてはならない。通常のレーダではある瞬間に測定されるのはターゲットの位置であるから、これから運動に関する情報を得るにはこの位置情報を時間の関数として処理し計算しなくてはならない。ロケットの軌道予測を行なうには次の二つの基本的な情報処理の過程がある。すなわち、雑音によりふらつかされたレーダ信号からロケットの位置を正確に決定すること、および、現在までに得られた位置情報から予測計算を行なうことである。これらの情報処理は計算機を用いなければ行なえないが、これが通常の科学計算と異なる最大の点は現時に計算すなわち情報処理を行なわなくてはならないことである。特に衛星の軌道突入を本研究所で計画している方式で行なうためには、ロケット飛しょう中しかも発射からコマンド時刻を決定する操作に入るまでの短時間に軌道予測、殊に制御に必要な情報として遠地点の位置および時刻の情報を得る必要がある。これには情報処理が可及的に迅速にかつ十分な精度をもって行なわれる必要がある。

ここでは軌道予測のための情報処理の方法を考察し、記録された L-3-3 ロケットのレーダ・データの標本値を用いて計算実験を行なった結果について報告する。計算の結果によれば以下にのべる情報処理の方法は十分にその要求を充たすものといえる。

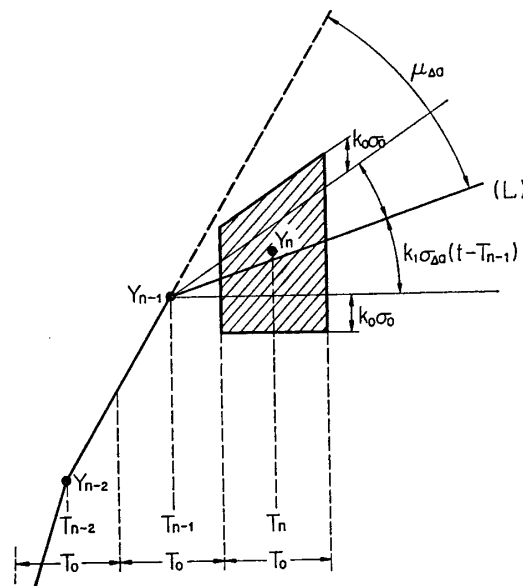
2. ロケット位置の決定

追尾レーダから得られる直距離、方位角および仰角の位置情報は、レーダ系に不可避な雑音により常に誤差を含んでいる。したがってこの真値のまわりにばらついているデータを平滑し、でき得る限り誤差を少なくすることが必要である。

レーダのターゲットとしてロケットを見た場合、推力のある場合 (power flight) と、推力なしに空間を飛しょうしている場合 (free flight) とにより、レーダ信号の性質は著しく異

なる。すなわち power flight においては、データの変動が free flight に比して著しく大である。power flight のような加速度のある場合のデータの平滑、さらにレーダの追尾が何らかの原因によって失敗した場合も考えれば、この power flight 時における軌道の予測も必要である [1]。しかしMロケットにおいては制御のために情報を必要とするのは最終段点火時刻を決定するに必要な遠地点の位置および時刻である。したがってレーダ・データとして変動の少ない free flight 時におけるデータを用いて軌道の予測を行なう方が有効である。

レーダ・データを一定時間平滑して、その期間に対する一点を決定する（もちろんこの期間は全軌道時間に対して十分小である）のは次の方法による。時間の関数としてレーダの送信時間々隔ごとに得られる位置情報に対して、第1図に示すごとき台形をもうけこの台形内の



第1図 レーダ・データを選択

データは有意なものとして取り、台形の外に出るものは有意でないものとして捨てる。これは通常行なわれる単なる算術平均では平均時間が有限なる場合偶発する大なる誤差が平均値に大なる影響を与えるからである。第1図の台形は、データの有意性に関する仮説検定に対する Bayse の判定基準によるものであり [2]、以下に述べる要素によって決定される。

- (i) 時刻 T_{n-2} および T_{n-1} に対する既知の（すでに平滑された）値 Y_{n-2} および Y_{n-1} 。この場合平滑は T_0 時間のデータに対して行なわれ、この期間の中央の時刻に対する点を決定するものとする。
- (ii) Y_{n-2} および Y_{n-1} から外そうされた直線 L

$$L: y = \left(\frac{Y_{n-1} - Y_{n-2}}{T_0} - \mu_{\Delta\alpha} \right) (t - T_{n-1}) + Y_{n-1} \quad (1)$$

- (iii) レーダ通信系固有の雑音によるデータ変動の標準偏差 σ_0 。これは動かないターゲットにレーダを追尾させた場合にも生じるデータ変動の標準偏差に相当する。

(iv) 直線 L との傾斜の差分 $\mu_{\Delta a}$. $\mu_{\Delta a}$ は軌道により, また T_0 の選び方により異なるが, free flight すなわちレーダ点からかなり遠く, しかも T_0 が小であれば定数と見なせる. ロケットが予定された軌道から大いにはづれた軌道をとらない限りこの $\mu_{\Delta a}$ は発射前に前もって与えられる.

(v) $\mu_{\Delta a}$ の標準偏差 $\sigma_{\Delta a}$. これはレーダの追尾系の性質により決定される.

上記 (i) から (v) までに述べた定数を用いて, データを有意と見なす領域は次の2式により与えられる*. ここで y は前述の (1) 式であり, k_0 および k_1 はパラメータである. こ

$$y \pm \{k_0\sigma_0 + k_1\sigma_{\Delta a}(t - T_{n-1})\} \quad (2)$$

$$T_n - \frac{T_0}{2} \leq t \leq T_n + \frac{T_0}{2} \quad (3)$$

の期間 T_0 内に得られた有意のデータから, 最小二乗法によってこの期間に対して軌道を近似する線分が決定され, その中心の点として T_n 時刻に対する y の値 Y_n が決定される.

第1表 平滑方法とデータのふらつき

	方位角 (deg)	仰角 (deg)	直距離 (km)
なまデータ	0.03408	0.03404	1.17368
算術平均	0.01359	0.01060	0.07271
選択されたデータ	0.00936	0.00980	0.04213

このデータの選択, したがって平滑の過程は, σ_0 および $\sigma_{\Delta a}$ の制御パラメータ k_0 および k_1 によってアダプティブに制御される. 本節で述べた方法で平滑し位置を決定した場合の平滑の効果の一例を, $\sigma_{\Delta a}$ で表わされる変動について表1に示す. 第1行は本節で述べた方法で軌道を決定し, それを真なるものと考えた場合のなまの入力データのふらつきを示す. 第2行は T_0 時間の単なる算術平均により T_0 の中心点を決定し, その点を結んだ折線で軌道を決定した場合のデータのふらつきである. 第3行は本節で述べたデータ選択を行なった時に有意として用いられたデータのふらつきを示す. ここで k_0 および k_1 はデータが有意と判定される数が T_0 の間で 50% を越えるように選んだ. なお T_0 は 10 秒であり, 用いたレーダ・データ標本は 0.5 秒毎のものである. 表から明らかに本節で述べた平滑方法がいかに変動を抑圧しているかがわかる. パラメータ k_0 および k_1 の選定によってデータの変動はいかほどにも抑圧し得るが, あまり多くのデータを捨てることはレーダによる測定自体の意味を失うおそれがある. k_0 および k_1 は実際に実験を行ない最適なものを選定す

* 厳密に理論的に考えて, σ_0 および $\sigma_{\Delta a}$ で表わされる変動の独立性を仮定すれば, データの有意の判定の上限および下限は下の式で表わされる二つの曲線であるべきである.

$$y \pm \sqrt{(k_0\sigma_0)^2 + (k_1\sigma_{\Delta a}\sqrt{t - T_{n-1}})^2} \quad (4)$$

しかし (2) 式を用いてもデータの選択の基本方針にそむくわけではなく, 計算の簡単さ, ことに現時で行なわれるべきことを考えて (2) 式を用いた. (2) と (4) との相異は, ここで行なった計算においてはさほど大でなく, k_0 および k_1 によるアダプティブな性質により十分補なわれる.

る工夫が必要である。

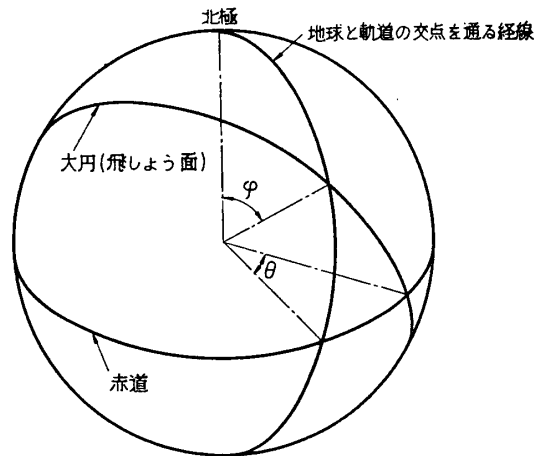
3. 軌道の予測

予測されるべき軌道のうち遠地点付近の情報が最も重要なものであるので、free flight に入った後の安定したデータを用いて軌道の計算を行なう。現時で計算が行なわれ得るためにはでき得る限り計算式さらにプログラムが簡単なことが望ましい。free flight ではロケットは Kepler の法則に従うと仮定し得るので次のことが言える。

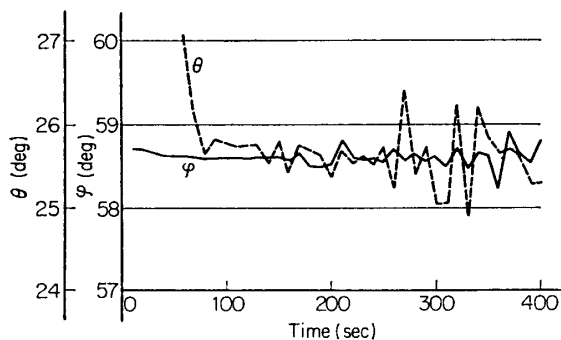
- (i) 飛しょう平面は一定である。
- (ii) 面積速度は一定である。
- (iii) 軌道は二次曲線であり、地球の中心に焦点をもつ。

実際に軌道の予測を行なうには、軌道を決定する一定となるべきパラメータを求め、しかる後に時間の関数としての軌道を決定するのが合理的である。この計算の過程の妥当性を確かめるために前節で用いたと同一の L-3-3 ロケットのレーダ・データ記録により計算を行なった。

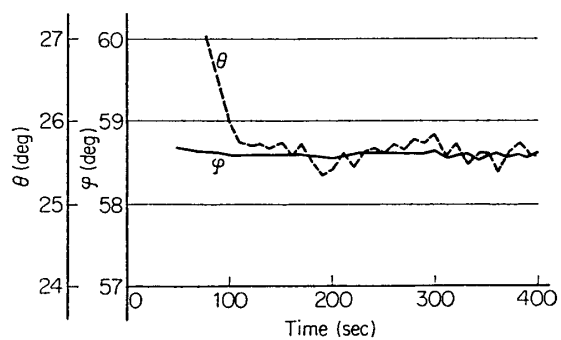
まずレーダ・データを地心を原点とする慣性座標系に変換する。しかる後に地心と T_0 (この計算では 10 秒) 毎に平滑し決定される軌道上の 2 点とにより飛しょう面を求める。飛しょう面は地球と交わる大円で表わすことができ、この大円は第 2 図に示すような二つの



第 2 図 飛しょう面の表示

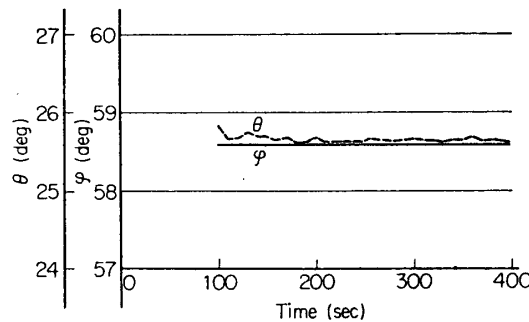


第 3 図 飛しょう面のふらつき(I)



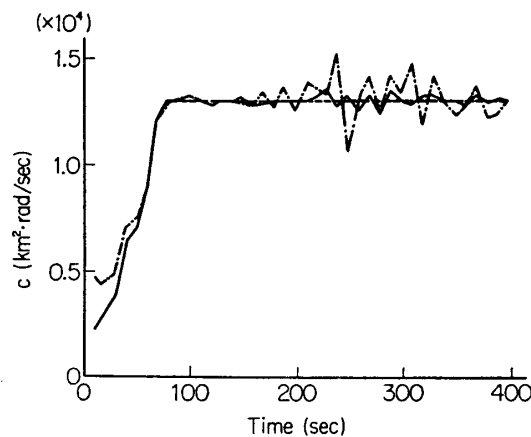
第 4 図 飛しょう面のふらつき(II)

角 θ および φ により記述される。順次軌道上の2点を用いて決定される θ および φ は変動を含むが、これは Kepler の法則によれば一定であるべきものである。第3図～第5図に、軌道上の点を決定するに用いた平滑方法、および、 θ と φ に施した平滑方法の各種の組合せの場合の計算結果を示す。第3図は T_0 時間の算術平均として位置を求め、 θ および φ には平滑を施さなかった場合である。第4図は第3図に示した θ および φ に5データごとの平均 (running average) をとることにより平滑を行なった場合である。第5図は前節で述べたデータを選択を行なって得た位置情報から θ および φ を求め、さらに θ および φ に集積平均 (cumulative average) を用いて平滑を行なった場合である。第3図から第5図の結果か



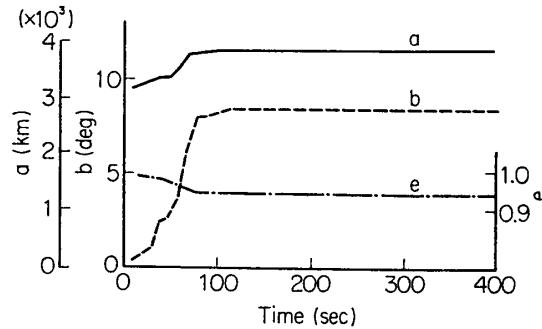
第5図 飛しょう面のふらつき(Ⅲ)

ら、第5図で用いた平滑方法の組合せが最良の結果を与えることがわかる。第3～5図と同様の方法で求めた面積速度“C”を第6図に示す。第6図で漸近線のごとく見える点線が第5図の場合と同一の方法(最良の方法)で平滑された面積速度であり、一点鎖線が第3図、実線が第4図と同様の方法で平滑した場合である。



第6図 面積速度

上記の計算結果から飛しょう面も面積速度も一定と見なし得ることが明らかであるから、軌道の2次曲線——この場合は楕円を求める。これには楕円の形および位置を決定するパラメータを求める。free flight の前述の最良の方法で平滑されたデータから求められたこれら



第7図 楕円を決定するパラメータ

パラメータを第7図に示す. 第7図で“ a ”は長半径, “ e ”は離心率, “ b ”は主軸と地球のある半径(軌道が地球と交る点を通る半径)とのなす角である. この計算においては, 飛しょう面, 面積速度は各 T_n 時刻に対して上記の最良な平滑により得られた値を用いた. 各時刻に対して上記パラメータが求められており, 時刻は正確に知り得るものと考えられるから, 軌道は時刻の関数として表わされる**.

計算結果から明らかなようにパラメータ “ θ ”, “ φ ”, “ C ”, “ a ”, “ e ” および “ b ” が定数と見なせること. また一定値への収斂が速やかで変動も少ないことは, 本論文で述べた計算方法が正確かつ有効であるばかりでなく現時の軌道予測に用い得ることを示すといえる.

4. 結 論

前節までの結果から次の結論が言える.

- (i) Bayse の判定基準と最小二乗法による折線近似は軌道上のある時刻の位置を決定する最適の方法といえる.
- (ii) 軌道計算を現時に効果的に行なうには, 軌道の式を決定する一定値となるパラメータを求めるのがよい. (この場合には Kepler の法則を応用するとよい.)
- (iii) 一定値となるパラメータに対しては集積平均による平滑が望ましい.
- (iv) 現時の軌道予測には (i) から (iii) までの結論で述べた過程をあわせ行なうべきである. この方法によって L-3-3 ロケットの遠地点の予測計算を行なったところ, 遠地点の時刻の予測誤差は1秒以下, 位置について角度誤差 0.2° 以下距離誤差 5 km 以下であった.
- (v) 本論文で述べた軌道予測の方法は非常に簡単であり, あまり大型でない計算機で現

**

$$R = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(\beta+F)}$$

$$dT = \frac{a^2(1-e^2)d\beta}{C(1+e \cos(\beta+F))^2}$$

ただし R : 地心からロケットまでの直距離

C : 面積速度

$\beta+F$: 地心からみた近地点とロケットとのなす角

F : 地心からみた近地点と $t=0$ の時にも free flight であったとした仮想上の点とのなす角

時に実行し得る。

なお本論文で計算に用いたレーダ・データは0.5秒ごとの標本値の記録であるので、現実に現時予測を行なうには実際のレーダ系に適した平滑時間 T_0 や平滑に必要な定数を実験により求める必要がある。

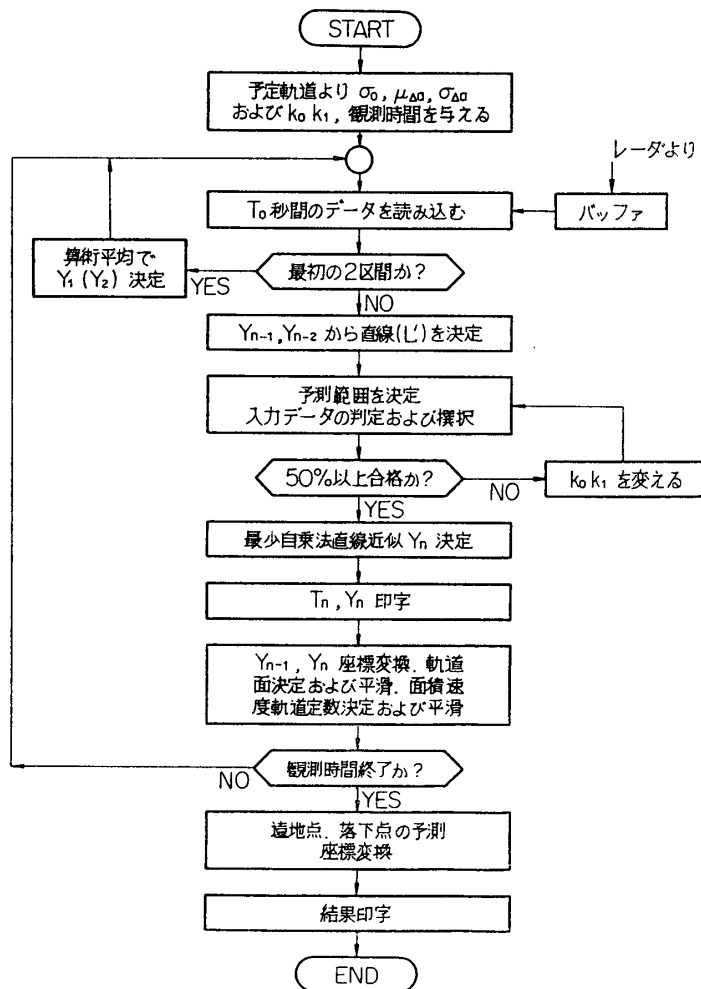
1967年1月26日 計測部

参 考 文 献

- [1] 浜崎襄二：“レーダのデータ平滑と不慮の加速度を観測した場合における計算予測値の修正の方法について” 未発表論文
- [2] Helstrom C. W.: Statistical Theory of Signal Detection, Pergamon Press (1960)

付 録

本文で行なった情報処理の過程のフロー・チャートを付図に示す。



付図 情報処理のフロー・チャート