

# エネルギーためをもたない太陽熱ロケットの 軌道について

長友 信人・松尾 弘毅

## The Shadow Effects on Trajectories of the Solar-Powered Spacecraft with no Energy-Storing Device

By

Makoto NAGATOMO and Hiroki MATSUO

**Abstract:** The shadow effects on the trajectories of the solar powered spacecraft was studied for the low-thrust transfer mission from 500 km orbit to the synchronous orbit, using the simplified, two dimensional model. Trajectory computations were carried out and the results were compared in the typical three cases; (1) the shadow-absent case, (2) the case with an energy storing device, and (3) the case without an energy storing device, in which thrust is not produced in the shadow. In every case, the spacecraft was assumed to be accelerated by constant thrust in the transversal direction and the specific impulse was about 800 seconds, which was obtained in the preliminary analysis.

The shadow effects appear significantly in the increase of the mission times which is, at the worst case, 25% higher than the shadow-absent case, regardless of the variation of specific impulse and the initial acceleration. In the case of no energy storing device, the trajectories gradually become elliptic, so that some correction is required finally to obtain a circular orbit.

The solar powered spacecraft without energy-storage has no substantial disadvantage, compared with the one which has an energy storing device.

### 概 要

太陽熱を動力源とした低推カロケットを、地球の近傍のミッションに用いる場合は、地球の日かげの部分でエネルギーの供給が停止する。とくに低高度の人工衛星として打ち上げられた太陽熱ロケットが、その速度方向に加速することによって、その軌道を拡大する場合は、日かげに入っている時間が長く、その飛行軌道に日かげの影響があらわれる。

ここでは、この影響がもっともよくあらわれるようなケースについて軌道計算し、日かげなしの場合と比較した。すなわち、地球の公転によるかげの位置の移動はなく、太陽熱ロケットは太陽と地球を含む面内を飛行し、しかも太陽ロケットの作動は、日かげでは停止し加速されないとする。ミッションとしては、500 km 高度円軌道から同期円軌道への遷移とし、太陽熱ロケットの諸元としてこのミッションに適した値とし考えられるものを

用いた。

解析結果を比較すると、日かげのある場合は、ない場合に比べてミッションに要する時間は25%多く、この値はロケットの比推力その他のパラメータの変化の影響をほとんどうけない。日かげなしのとき準円軌道で拡大してくる飛行経路は日かげありの場合、出発直後は比例的に長円となる傾向があるが、ミッション最終段階では、この傾向は鈍化し、そのときの離心率に相当する値はそれほど大きくなり、ここでの軌道修正は容易である。したがってエネルギー的損失も、ほとんど問題にならないくらい小さい。

## 1. 序 論

エネルギー源と運動量担体としての推進剤をわけてもち、化学反応エネルギーによるよりも高速の噴出を行ない、高い比推力の出せるロケットエンジンは一般に非化学推進系 (non-chemical propulsion system) あるいは「進んだ推進系」(advanced propulsion system) と呼ばれ、化学推進系によって達することのできない、より高度なミッションに対して用いて有効であることはすでによく知られている。

この種のロケットのエネルギー源としては、目下のところ原子力または太陽熱が考えられる。とくにここでは後者の場合について考え、太陽熱ロケットとよぶ。太陽熱ロケットでは一般に「進んだ推進系」のロケットが、そうであるように、加速度が小さく、 $10^{-3} \sim 10^{-5} g_0$  ( $g_0$ : 地表での重力加速度) であり、その作動は軌道に打ち上げられたあとで長時間にわたって行なわれる。本来この種の推進系は惑星空間のミッションに対してその真価を発揮するが、比較的低い比推力を用いた場合は、地球の近傍のミッションに対しても有効であり、化学推進系のみによる場合より大きいペイロード搭載能力を有することがわかっている。太陽熱ロケットをこのような地球近傍のミッションに用いたとき、地球のまわりをまわる円軌道から徐々に軌道を大きくしていく過程をたどるが、この間に地球のかげに入っている部分ではエネルギーが得られないという特殊な状態が生ずる。この状態に対処する方法としては二つある。一つは日照部分で得たエネルギーを一部たくわえておいて、1周中平均してパワーが出せるようにする、もう一つは、日かげの部分では、推進剤の供給を停止し、エンジンの作動を完全に中断する方式である。はじめの方法について言えば、エンジンとくに推進器 (Thruster) の定常的な運転と軌道の一定加速度による拡大の観点からはこのまじいが、実際にエネルギーをためるとすると、熱の形でこれをたくわえたり、バッテリーに電気エネルギーとして充電したりするから、推進系全体としては重量的に不利になる。一方後者の場合、これをエネルギーだめをもたない太陽熱ロケットということにするが、反対に重量的に有利であるが、日かげに入るたびに加速が行なわれなくなるために軌道が円形を保ったまま拡大できず長円になる傾向がでてくる。したがって最終軌道を静止衛星軌道にする場合などでは前者のような簡単な推力ベクトル方式では都合が悪く、特別な推力ベクトル制御をしなければならぬかも知れない。

ここでは以上のような状況を考えて、これまであまり取り扱われなかった。エネルギーだめのない太陽熱ロケットの飛しょう軌道について検討した。地球近傍のミッションとしては500 km 高度円軌道から同期軌道にいくものと考え、次の点について日かげなしおよびパワ

一平均化の場合と比較した。

1. 所要時間
2. らせん状軌道からのゆがみ
3. エネルギー的な得失

## 2. 理論的モデル

### 2.1 太陽熱ロケットの性格

太陽熱エネルギーは、太陽電池によって電気エネルギーに変換して用いる。この変換効率はいろいろの原因から時間と共に低下するが、ここでは一定とし、すなわち日照部分では一定電力が得られ、日かげではゼロとなることとする。

推進器 (Thruster) は日照時間のみ推進剤が流れて、定常的に作動するものとし、比推力は800秒にした。この値は今考えるようなミッションに対しては最適値に近い値であり、実現性もあるものである。

「進んだ推進系」においてもっとも重要な点は、エネルギー源の重量がどのくらいになるかということで、電力パワーに対する重量 (kg/kW) というパラメータであらわすが、ここでは次の式の  $\alpha$  のように定義する。このときはふつう使われる電源についての同種の定義より広い意味をもっているので注意が必要である。ここではこの値を100前後にとっている。

$\alpha$  とビームパワー  $P$  を与えるとこのパワー源関係の質量 ( $M_{pp}$ ) が決まるので、あとはペイロード ( $M_e$ ) と推進剤質量 ( $M_{pr}$ ) によって、このロケットシステムの重量配分はすべて決定される。これらの関係とその他、のちの計算に役立つと思われるロケットエンジン関係の式をまとめて次にあげておく。

$$M_0 : M_L + M_{pp} + M_{pr} \tag{1}$$

ただし、 $M_0$ : 初期質量,  $M_L$ : ペイロード,  $M_{pp}$ : 太陽熱発電装置,  $M_{pr}$ : 推進剤

$$F = \dot{M}_{pr} g_0 I_{sp} \tag{2}$$

$$P = \frac{1}{2} \dot{M}_{pr} (g_0 I_{sp})^2 \tag{3}$$

ただし、 $F$ : 推力,  $P$ : 噴射ガスパワー (kW)

$$M_{pp}/P = \alpha \tag{4}$$

$$\dot{M}_{pr} : M_{pr}/t_p \tag{5}$$

$t_p$ : ミッションに要する時間

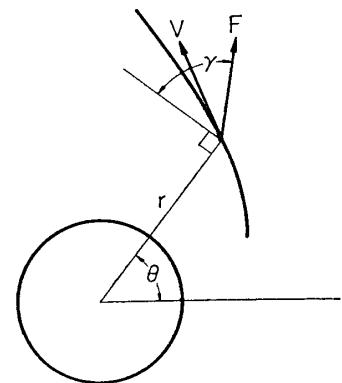
### 2.2 低推力ロケットの軌道

ここでは、続節のための準備として低推力ロケットの軌道に関する予備的な考察を行なう。まず問題を簡単化するために、

- i) 平面運動
- ii) 一定推力

と言う二つの条件を設けると、中心力場でのロケットの運動方程式は次のように書ける。

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{\mu}{r^2} = \frac{\beta g_0}{\lambda} \sin \gamma \tag{6}$$



第1図 軌道図

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{\beta g_0}{\lambda} r \cos \gamma \quad (7)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\beta}{I_{sp}} \quad (8)$$

$r$ : 地球中心からの距離,  $\theta$ : 基準方向とのなす角,  $\lambda := M/M_0$ ,  $\beta g_0$ : 初期加速度,  
 $\gamma$ : 推力ベクトルと局所水平線のなす角,  $\mu$ : 重力常数

上式は, ロケットの平面運動一般を記述する式であって, 必ずしも低推力ロケットに限られたものではないが, 低推力であるために軌道要素の変化がゆるやかであることを考えると, 次の摂動の式を用いるのが有効なことがある. すなわち

$$\frac{da}{dt} = \frac{\beta g_0}{\lambda} \frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} \left( e \sin v \sin \gamma + \frac{p}{r} \cos \gamma \right) \quad (9)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\beta g_0}{\lambda} \sqrt{\frac{p}{\mu}} r \cos \gamma \quad (10)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{\beta g_0}{\lambda} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[ \sin v \sin \gamma + \left( e \frac{r}{p} + \frac{r+p}{p} \cos v \right) \cos \gamma \right] \quad (11)$$

$a$ : 軌道半長軸,  $p$ : 径数,  $e$ : 離心率,  $v$ : 近点離角,  $r := p/(1+e \cos v)$

ただし,  $a$ ,  $p$ ,  $e$ の間には  $p = (1-e^2)a$  という関係があるから, (9)~(11) 式のうちの適当な二式と(8)式を使うことによって解を求めることができる.

特別な場合として, 円軌道から出発して常に円周方向に加速が行なわれる場合を考えると (8)~(11)式で  $e_0=0$ ,  $\gamma=0^\circ$  とおくとことよって

$$g_0 I_{sp} \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right)_f = g_0 I_{sp} \ln\frac{M_0}{M_f} = \int_{t_0}^f \frac{\beta g_0}{\lambda} dt = \sqrt{\frac{\mu}{a_0}} - \sqrt{\frac{\mu}{a_f}} \quad (12)$$

を得る. 上式からこの場合には  $e=0$  すなわち円形を保ちながら軌道は次第に拡大して行き, そのために必要な加速量は出発軌道における速度と最終軌道における速度との差になることがわかる ( $\sqrt{\mu/a}$  は円周速度  $V_c$  に等しい).

一方, 必要な速度増分  $\Delta V$  が与えられたとき, (1)~(5)式で定義された諸量を用いると, ペイロード比は

$$\frac{M_L}{M_0} = 1 - \left(1 + \frac{c}{x^2}\right)(1 - e^{-x}) \quad (13)$$

ここで

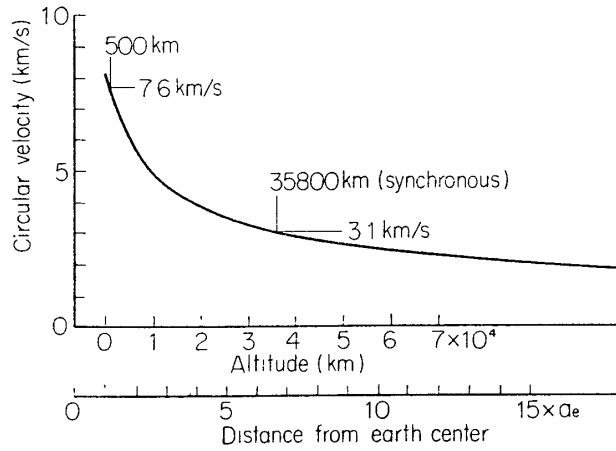
$$c = \frac{\alpha \Delta V^2}{2t_p} \quad (14)$$

$$x = \frac{\Delta V}{v_e} \quad (15)$$

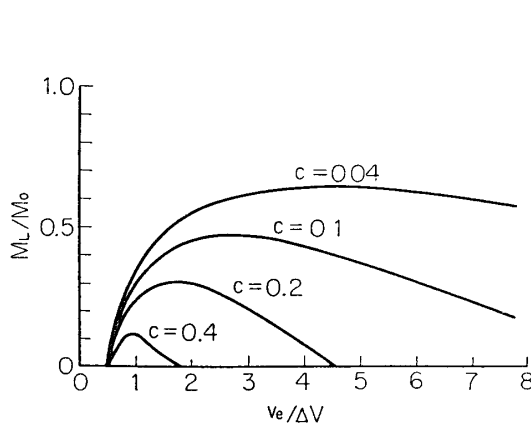
となる.  $c$  をパラメータとした  $M_L/M_0 \sim x$  の関係を第3図に示す.  $v_e = g_0 I_{sp}$  でこれは推進剤の噴射速度である. 次に第4図に

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{M_L}{M_0} \right) = 0 \quad (16)$$

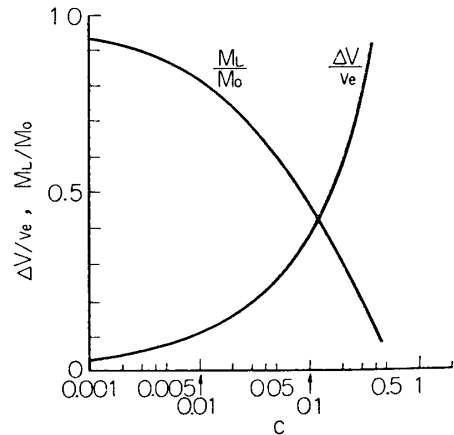
を満たす  $x \sim c$  の関係を示す. これは第3図の各曲線の頂点を結んだものに対応し, ミッシ



第2図 円軌道高度  $a$  と円周速度  $V_e$  の関係



第3図 所要速度  $\Delta V$ , 噴射速度  $v_e$  とペイロード比  $M_L/M_0$  との関係



第4図 所要速度  $\Delta V$  が与えられたときの所要時間  $t_p$  と最適噴射速度  $v_e$  およびペイロード比  $M_L/M_0$  との関係

よすなわち  $\Delta V$  と所要時間  $t_p$  が与えられたときペイロード比を最大にするような  $I_{sp}$  を与えるものである。たとえば 500 km の円軌道から静止高度の円軌道へ移る場合に必要な  $\Delta V$  は第2図から 4.55 km/sec,  $\alpha = 100 \text{ kg/kW}$  として  $t_p = 60 \text{ days}$  とすると  $c = 0.2$ , したがって第4図を用いると  $x = 0.58$  すなわち  $I_{sp} = 800 \text{ sec}$  が最大の  $M_L/M_0$  を与えることがわかる。

### 3. 日かげの問題の定式化

この節では序論でふれた問題点に関して日かげの及ぼす影響を円軌道間遷移の場合に限って解析することにする。この場合、地球のかげの及ぼす影響の程度はロケットの軌道面と黄道面とのなす角によって異なるが、ここでは影響が最も顕著な場合として飛しょう軌道面が黄道面内に含まれているような場合について考える。また推力は常に動径ベクトルに直角な方向に加えられるものとする。

#### 3.1 所要時間

日かげが存在すると一周毎の軌道のエネルギー増加率が低下するので、当然ミッションを達成するのに要する時間は増大する。したがって、2.2 で求めた  $t_p \sim I_{sp}$  の最適関係もこの点を考慮して修正されねばならない。ここで円軌道間遷移とは出発軌道と目的軌道が共に円軌道であることを言うのであって、必ずしも中間の軌道が円であることを意味しないが、ここでは中間軌道もほぼ円であるとして解析する。まず日かげが存在しない場合の軌道半径  $a$  の変化率は(9)式から  $e=0, \gamma=0, r=p=a$  として、

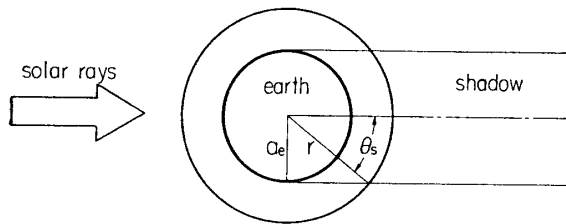
$$\frac{da}{dt} = 2 \frac{\beta g_0}{\lambda} a^{3/2} \tag{17}$$

これと(8)式から  $\lambda = M/M_0$  と  $a$  の関係は

$$\lambda(a, a_0) = \exp \left[ \left( \sqrt{\frac{\mu}{a}} - \sqrt{\frac{\mu}{a_0}} \right) / g_0 I_{sp} \right] \tag{18}$$

また時間  $t$  と  $a$  の関係は

$$t = \frac{I_{sp}}{\beta} \left[ 1 - \exp \left[ \left( \sqrt{\frac{\mu}{a}} - \sqrt{\frac{\mu}{a_0}} \right) / g_0 I_{sp} \right] \right] \tag{19}$$



第5図 日かげの幾何学的モデル

として求まる。次に日かげがある場合には第5図から明らかとなり、一周中の日照率は

$$S(a) = \frac{\pi - \theta_s}{\pi} = \left( \pi - \sin^{-1} \frac{a_e}{a} \right) / \pi \tag{20}$$

$a_e$ : 地球半径

で示されるので、(17)式は次のように変更される。すなわち

$$\frac{da}{dt^*} = 2 \frac{\beta g_0}{\lambda} a^{3/2} \cdot S(a) \tag{21}$$

ここで  $\lambda$  はエンジン実働時間の関数であるから、(18)式の関係がなり立つ、すなわち  $\lambda$  は  $a$  の関数であると考え、(21)式から  $a_0$  から出発して  $a$  に至るに要する時間は

$$t^* = \int_{a_0}^a \frac{\sqrt{\mu}}{2\beta g_0} a^{-3/2} \exp \left[ \left( \frac{\mu}{a} - \sqrt{\frac{\mu}{a_0}} \right) / g_0 I_{sp} \right] \times \frac{\pi}{\pi - \sin^{-1} a_e/a} da \tag{22}$$

で与えられる。

### 3.2 軌道のゆがみ

日かげが存在する場合の軌道の厳密解は、(6)~(8)式を日かげでは推力が働かないという条件、すなわち

$$-\sin^{-1} \frac{a_e}{r} \leq \theta \leq \sin^{-1} \frac{a_e}{r} \text{ では } \beta = 0 \tag{23}$$

という条件下で積分すれば求まるが、計算時間を節減するために、(8)~(11)式を用いることができる。すなわち、軌道要素として  $p, e$  を選び、(10), (11) 式に

$$\begin{aligned} \gamma &= 0 \\ r &= p / (1 + e \cos v) \\ dt &= r^2 / \sqrt{up} dv \end{aligned}$$

を代入、更に  $e \ll 1$  として  $e$  に関する一次の項のみをとると、(10), (11)式は

$$\frac{dp}{dv} = \frac{\beta g_0}{\lambda} \frac{2p^3}{\mu} (1 - 3e \cos v) \quad (24)$$

$$\frac{de}{dv} = \frac{\beta g_0}{\lambda} \frac{p^2}{\mu} \left( -\frac{3}{2}e + 2 \cos v - \frac{5}{2}e \cos 2v \right) \quad (25)$$

となる。また

$$v^* = \pi - \sin^{-1} \frac{re}{\sqrt{p^2 + e^2 r e^2}} + \tan^{-1} \frac{ere}{p} \quad (26)$$

とするとき、(23)式に対応する日かげの条件は

$$v^* \leq v \leq 2\pi - v^* \quad (27)$$

で示されるので、一周中の軌道要素の変化は

$$\frac{dp}{dN} = \int_{-v^*}^{v^*} \frac{dp}{dv} dv \quad (28)$$

$$\frac{de}{dN} = \int_{-v^*}^{v^*} \frac{de}{dv} dv \quad (29)$$

被積分関数中の  $p$ ,  $e$ ,  $\lambda$  は一定と考えると結局

$$\frac{dp}{dN} = \frac{\beta g_0}{\lambda} \frac{4p^3}{\mu} (v^* - 3e \sin v^*) \quad (30)$$

$$\frac{de}{dN} = \frac{\beta g_0}{\lambda} \frac{p^2}{\mu} \left( -3ev^* + 4 \sin v^* - \frac{5}{2}e \sin 2v^* \right) \quad (31)$$

で与えられる。 $\lambda$  の変化に関しては、一周中の日照時間  $\Delta t$  がケプラーの方程式から

$$\Delta t = \frac{2}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{p}{1-e^2} \right)^{3/2} \left( \pi - \sin^{-1} \frac{\sqrt{1-e^2} \sin v^*}{1+e \cos v^*} - \frac{e\sqrt{1-e^2} \sin v^*}{1+e \cos v^*} \right) \quad (32)$$

で与えられるので

$$\frac{d\lambda}{dN} = -\frac{\beta}{I_{sp}} \Delta t \quad (33)$$

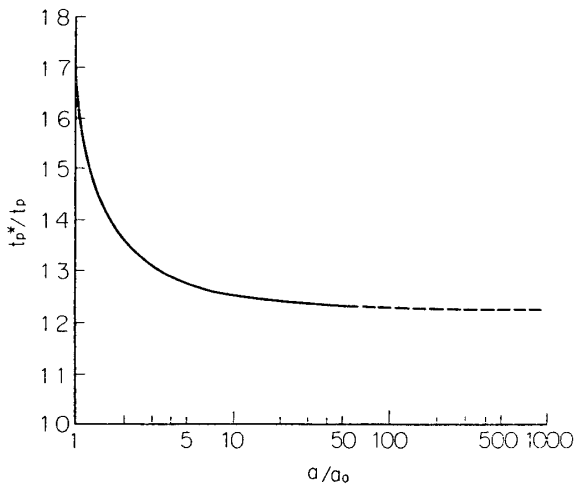
となり、(30)~(32)式を同時に積分することによって軌道の変化の様子を追跡することができる。また必要とあらば

$$\frac{dt}{dN} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} \left( \frac{p}{1-e^2} \right)^{3/2} \quad (34)$$

の関係を用いて、 $p$ ,  $e$ ,  $\lambda \sim t$  の関係を求めることができる。

#### 4. 計算結果

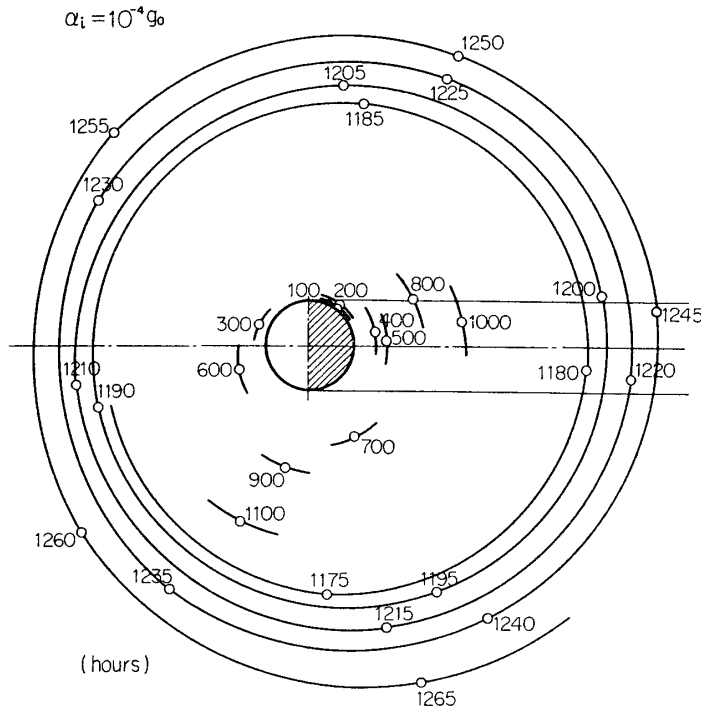
前節の方法を用いて計算した結果、所要時間の増加に関して、(22)式から第6図を得る。第6図は日かげがある場合に 500 km の円軌道から出発して半径  $a$  の円軌道に到達するのに必要な時間  $t_p^*$  と、日かげがない場合のそれ  $t_p$  との比を表わす図である。(日かげがある場合に関しては半長軸  $a$  の等価的な円軌道を考える)。この  $t_p^*/t_p$  の値は初期加速度  $\beta$  には関係せず、また計算結果によれば、 $I_{sp}$  の値にもほとんど影響されない。これによれば、同期軌道に達するのに要する時間は、日かげがある場合にはない場合の 25% 増になることがわかる。また低高度のミッションに関しては特に日かげの影響が著しく、このことは所要



第6図 500 km の円軌道から出発して任意の高度の円軌道に至るのに必要な時間を日かげがある場合、 $t_p^*$  とない場合  $t_p$  との比で示す。

時間に制限がある場合には出発軌道の高度を高くすることが非常に有効であることを示している。

次に遷移軌道の形状については、実現性のある値として  $\beta=10^{-4}$ ,  $I_{sp}=800\text{sec}$  を用いて計算した結果をまず第7図に位置と時間、第8図に質量比、半長軸長さと時間、第9図に離心率、日照率と時間の関係として示す。厳密解と摂動による解の両方を求めたが、 $\beta=10^{-4}$  程度であれば同期高度までの範囲では一致は良好である。同期高度をこすと一周中の軌道要素の変化が大きくなり、(30)~(34)を導いた仮定が成り立たなくなる。さて第

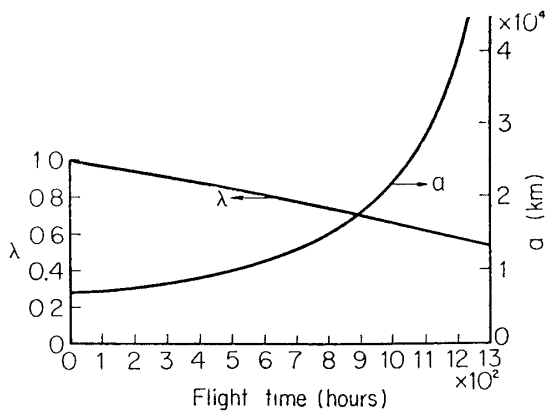


第7図  $I_{sp}=800\text{sec}$  初期加速度  $10^{-4}g_0$  の場合の実際の軌道

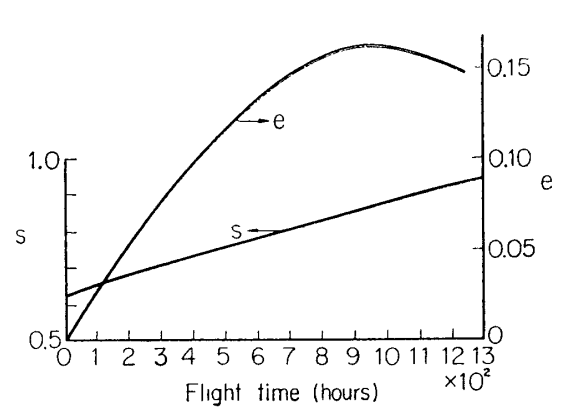
8図によれば、同期半長軸  $a=42,200\text{km}$  に達するのに要する時間は  $t_p^*=4.44 \times 10^6\text{sec}$ 、一方(19)式から  $t_p=3.53 \times 10^6\text{sec}$  となるので  $t_p^*/t_p=1.26$  となり、これは第6図の結果と一致する。

重量的には、第8図から  $a=42,200\text{km}$  に対する  $\lambda$  は 0.568、一方、(18)式からは  $\lambda=0.559$  を得るので、同期軌道を考えた場合には軌道が離心率をもった結果、日かげがある場





第8図 第7図に関して質量比  $M/M_0$ , 半長軸長さ  $a$  と時間との関係



第9図 第7図に関して離心率  $e$ , 日照率  $s$  と時間との関係

合の方が2%程度得になることがわかる。軌道の円軌道からのずれは、同期軌道すなわち  $a=42,200\text{ km}$  が実現した状態で  $e=0.15$ , 遠地点, 近地点の高度差にすると約  $12,000\text{ km}$  である。したがって、同期円軌道を目的とする場合には、なんらかの方法で離心率をなくさねばならない。このためにはたとえば遠地点側でのみ推力を加えることが考えられる。遠地点高度が同期高度  $42,200\text{ km}$  に達した状態で(25)式を  $\pi/2$  から  $3/2\pi$  まで積分すると  $\Delta e \doteq -0.025$  となるので、遠地点高度が  $42,200\text{ km}$  に達する前の数周について上記の操作を加えることによって円軌道を実現することができる。

## 5. 結 論

太陽熱を動力源とした低推力ロケットを地球近傍、とくに  $500\text{ km}$  高度軌道から同期円軌道に遷移するミッションに用いた場合、次の場合について軌道の特性を比較した。すなわち

- (i) 日かげのない場合
- (ii) 日かげの部分 considering power averaging.
- (iii) 日かげの部分では動力停止で推力でないとき。

所要時間 (mission time) についていえば(ii)と(iii)ではほとんど差はない。(i)と(iii)を比較すると太陽熱ロケットの比推力の変化によらずほぼ25%だけ(i)より(iii)の方が時間が長くなる。

軌道の形からいえば、(i)と(ii)は準円軌道という点で共通であるが、(iii)では一定位置で推力がなくなるために、この効果が蓄積されて長円になってくる。最終同期軌道では離心率が  $0.15$  (初期加速度  $10^{-4}g_0$ ) 遠地点, 近地点の高度差にして  $12,000\text{ km}$  くらいになる。しかしこれを目的の円軌道とするためには主推力を適当に操作することによっておこなうことができる。

エネルギー的観点からみると、つまり推進剤の消費量の得失からみると、(ii)と(iii)で所要時間がのびた分はエンジン停止時間に相当するもので、(i)に比べてほとんど差はなく、(ii)についていえば全く等しい。(iii)では最後の期間で推力制御をしなければならないので若干損失があるが、軌道は十分大きいのであまり大きなエネルギーはいらない。

実際には、太陽熱エネルギーをたくわえておくための重量を考えに入れなければならない。現時点でこの重量はかなり大きなものとなるので、以上の結果からいって(ii)より(iii)のエネルギーためをもたないシステムの方がペイロード搭載能力はすぐれている。

#### 謝 辞

秋葉助教授から啓発的な意見をさせていただき、大変有意義であった。ここに謝意を表しておきたい。

1968年3月7日 宇宙工学