

放射線源を用いた低周波不規則信号発生器

上 野 敏 行

A Low Frequency Random Signal Generator

With Radioactive Source

By

Toshiyuki UENO

Abstract: This paper describes a simple noise generator using a radioactive source as the primary noise source and gives a brief survey of generating low frequency random signals.

A flip-flop symmetrically triggered by a Geiger-Mueller counter actuated with a radioactive source yields a random telegraph signal with Poisson-distributed zero crossings. The random telegraph signal has a frequency spectrum extending from, say, 10 Hz to zero frequency. The output power spectrum may be altered to meet a given requirement by linear shaping filters.

The device provides random signals for statistical investigation of control systems and for studies of correlation and power spectral analysis.

概 要

低周波不規則信号発生器に関する簡単な展望と、放射線源を用いた不規則信号発生器の試作結果について述べた。

放射線源を前に置いたガイガー計数管からのパルスにより、フリップフロップを反転させて2進不規則信号を作る。この2進不規則信号が零をよぎる点の分布はポアソン分布に従い、パワースペクトルは直流から、たとえば、10 Hz までの成分を一様に含んでいる。必要があればフィルタを用いて希望する形のスペクトルを持つ不規則信号を作ることができる。

この装置は、制御系の統計的解析、相関関数やパワースペクトル解析の実験に用いられ、有効なことが示された。

1. ま え が き

最近の電子計算機の普及により、膨大な量の計算も容易になり、不規則信号の統計的解析法が実用化されて、いろいろの分野に応用されている。制御工学の分野では、いわゆる統計的手法による制御系の解析として、制御対象の系（化学プラントなどから航空機などまでを含む非常に広い対象を考えている）に不規則な外乱が入るときの最適な制御方法を求めたり、系に自然に存在する信号を利用して制御系の特性を測定する方法が主要な問題といえよ

う。また、たとえば、人間の制御特性、波浪に対する船の応答、道路の凹凸に対する自動車の振動、軌道の水準狂いによる車両のゆれ、航空機の突風応答、地震と建物の振動、音響振動系の解析など、統計的解析法の応用範囲はきわめて広い。

これらの研究で実験を行なう際には不規則信号発生器が必要になることがある。不規則信号発生器は、その扱う周波数範囲により問題点が異なってくるが、実験の計画を立てる上で、あらかじめ不規則信号の性質（スペクトル、信号の振幅分布など）が統計的にわかっていることと、不規則信号が定常で、その性質が一定であることが要求される。ここに報告する不規則信号発生器は、一般の自動制御系、人間工学、あるいは低速度型アナログ計算機での実験などに向くように、数 10 Hz 以下の任意のスペクトルを持つ不規則信号を発生するものである。

2. 低周波不規則信号発生器の種々の方式

不規則信号発生器の雑音源となるものには、抵抗の熱雑音、ダイオード雑音、電子管のショット雑音、サイラトロンやネオン管の雑音、放射性物質の崩壊などがある。いずれの雑音も広い周波数帯域を持っているが、全体のパワーはごくわずかであり、そのまま増幅して低周波部分を取りだすことは不可能である。そこで、低周波不規則信号を発生させる方法がいろいろ考えられている。次に簡単な展望を試みよう。

2.1 交流増幅方式 [1][2]

雑音源の低周波成分を直接増幅する直流増幅器を作るのは、増幅器自身がハムのような周期成分や、フリッカー雑音のような非定常な雑音を含み困難であるが、交流増幅器であれば安定なものが作りやすい。中心周波数が f_0 Hz で、バンド幅 B Hz の帯域増幅器を用いて雑音を増幅すると、出力はほぼ f_0 Hz であるが、振幅および位相が B Hz 程度で不規則に変化する。これを検波して包絡線を取りだせば、0~B/2 Hz までの周波数成分を含み、振幅がレイリー分布をする不規則信号が得られる。この信号は直流分を持っているが、互に独立なレイリー雑音を直流分が打ち消されるように加え合わせると、平均値零のガウス分布に近い分布を持つ信号になる。必要であれば適当な低域フィルタを用いて、希望する周波数成分を持つ信号を作ることができる。

2.2 サンプルホールド方式 [3][4][5]

ある不規則信号を T_0 sec ごとにサンプルして T_0 sec ホールドする。各サンプル値が互に独立であれば、サンプルホールドした階段状の信号 $x(t)$ の自己相関関数 $\phi_x(\tau)$ 、パワースペクトル $\Phi_x(f)$ は、

$$\phi_x(\tau) = \begin{cases} \sigma^2 \left(1 - \frac{|\tau|}{T_0}\right) & |\tau| \leq T_0 \\ 0 & |\tau| > T_0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Phi_x(f) = (T_0 \sigma)^2 \left(\frac{\sin(\pi T_0 f)}{\pi T_0 f} \right)^2 \quad (2)$$

となる。(ただし σ^2 は $x(t)$ の 2 乗平均)。低域フィルタを用いて低周波成分を取りだせば、望みの低周波不規則信号が得られる。この方式では各サンプル値が独立なことが保証され

ばよいので、雑音源の増幅は交流増幅器を用いて、 $1/T_0$ より高い周波数成分を増幅すればよい。サンプル周期 T_0 により $x(t)$ のパワースペクトルが決められるのが特徴である。

2.1, 2.2 の方式により、比較的安定な交流増幅器を用いて低周波不規則信号を発生することができるが、雑音源そのものが多い場合不安定であるので、増幅器は安定であってもその出力信号は非定常な変動をもっている。そこで多くの不規則信号発生器は、出力信号の 2 乗平均値が一定になるように、増幅器の利得を変化させるフィードバックループを持っている。そのときには増幅器の出力信号に含まれる最低周波数成分は、フィードバックループの時定数によって決められてしまうことに注意する必要がある。

2.3 2進不規則信号方式 [6][7][8][9]

$+E$, $-E$ の値をとる時刻がまったく不規則な 2 進信号を用いる方式である。詳しくは 3 章で述べるが、この方式ではパワーの増幅は 2 進信号の値 E を大きくすることで簡単に行なえるのが特徴である。

2.4 周期関数の合成 [10]

不規則信号は振幅および位相が不規則に変化する正弦関数の合成として表わすことができる。周波数が互に素の正弦波をいくつか発生させ、合成すると、非常に長い周期は持つが、ほとんど不規則とも言える信号を作ることができる。

2.5 その他

不規則に発生する一定の波高のインパルス列をフィルタに通して低周波不規則信号を得る方法がある [11]。これは自然界に発生する電流のゆらぎは、電子が不規則に到着することによっている現象を模したものとえよう。

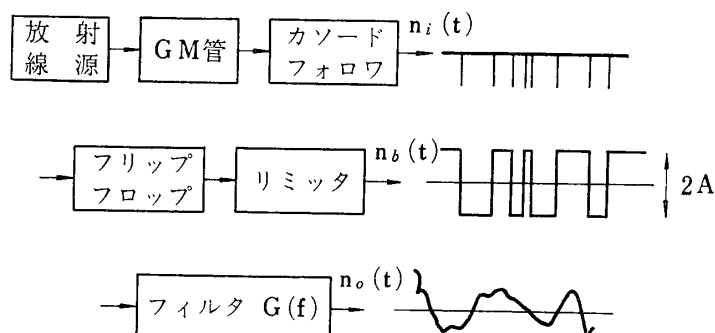
帯域増幅器を用いて増幅した雑音を飽和要素を含む非線形素子に通し、低周波部分に高調波を発生させて、低域フィルタに通し低周波不規則信号を作ることができる [12]。

2 乗、3 乗などの非線形な回路を用いることにより、一つの信号源から互に相関のない信号をいくつでも作り出すことができる [13][14]。計算機を使って実験を行なう場合にこれを利用すると便利な場合がある。

3. 放射線源を用いた低周波不規則信号発生器

3.1 原理 [6]

第 1 図に示すように衝撃性雑音 $n_i(t)$ でフリップフロップを反転させて、2 進不規則信号



第 1 図 原理図

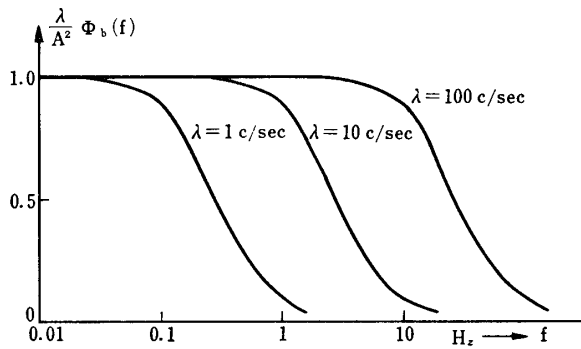
$n_b(t)$ を作る. パルス $n_i(t)$ がまったく不規則に起るとすれば, $n_b(t)$ が零レベルをよぎる点の分布はポアソン分布に従う. $n_b(t)$ の自己相関関数 $\phi_b(\tau)$, パワースペクトル $\Phi_b(f)$ は次のように表わされる.

$$\phi_b(\tau) = A^2 e^{-2\lambda|\tau|} \quad (3)$$

$$\Phi_b(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_b(\tau) e^{-2\pi j f \tau} d\tau = \frac{A^2}{\lambda} \frac{1}{1 + (\pi f / \lambda)^2} \quad (4)$$

(A : $n_b(t)$ の振幅, λ : 平均パルス数/単位時間) この2進不規則信号を周波数特性 $G(f)$ を持つ低域フィルタに入れば, 出力 $n_0(t)$ のパワースペクトル $\Phi_0(f)$ は (5) 式で表わされる.

$$\Phi_0(f) = |G(f)|^2 \Phi_b(f) \quad (5)$$



第2図 2進不規則信号 $n_b(t)$ のパワースペクトル

第2図には λ をパラメータとして2進不規則信号のパワースペクトル $\Phi_b(f)$ を示してある. 周波数の小さい範囲では $\Phi_b(f)$ が一定 (白色雑音) であるとみなせば.

$$\Phi_0(f) = \frac{A^2}{\lambda} |G(f)|^2 \quad (6)$$

したがって $G(f)$ を選ぶことによって任意の形のパワースペクトル $\Phi_0(f)$ を持つ不規則信号 $n_0(t)$ を作る事ができる.

平均パルス数 λ を知れば2進不規則信号の性質は明らかとなる. したがって理論的にも, 実験を行なう場合にも取扱いが容易になり, 振幅 A を大きくすれば簡単に $n_0(t)$ のパワーを大きくできるのが, この方式の特色である.

3.2 雑音源

ランダムな衝撃性雑音を作るのに GM 管 (ガイガーミュラ計数管) を用いている. GM 管の管内に, あるレベル以上のエネルギーを持つ粒子が入射すると, イオンペアができて, それが種になってなだれ放電がおこり, 陽極全体が飽和するまで増幅される. このガス増幅の作用により, 得られるインパルスの波高が一定になるのが GM 管の特徴である. 放射性物質から GM 管に入射する粒子は不規則であるから, 定常で (計数率が一定) 不規則なインパルス列を得ることができる. GM 管の動作電圧の範囲では, 印加電圧が変化しても計数率への影響はわずかであるのも (100 V 当り数%の変化) 装置の製作上有利である. 放電の持続を防ぐため, ハロゲンガス, アルコールガスなどが封入されているが, 一度粒子が入り放電すると, 元の状態に戻るのに 10^{-4} sec 程度かかるので, その間に入った粒子はインパルスを作らず, 計数落しを生じ, 得られたインパルス列はポアソン分布からずれるのであまり計数率を大きくすることはできない.

磯部らの不規則信号発生器 [6] は衝撃性雑音 $n_i(t)$ を作るのにサイラトロン雑音を用い, あるレベルより大きくなったときパルスを生じさせているが, サイラトロン雑音は不安定で, 平均パルス数 λ が変動しやすい.

Manelis [7] は放射線源とシンチレーションカウンタを用いている. シンチレーションカ

ウンタを用いれば、平均パルス数 λ を数 10 kc/sec 程度まで大きくすることが可能になるが、シンチレーションカウンタは入射粒子のエネルギーに比例した波高のパルスを出すので、ある一定レベル以上のパルスだけをとり出して、 $n_i(t)$ としている。平均パルス数が一定になるようにレベルを調節するフィードバック機構をとり入れている。

山田ら [15] はフィラメントから放出される電子を簡単な二次電子増倍管で増幅し、不規則に発生するインパルス列を得ている。計数率 λ はフィラメントの温度を変えて、数 10c/sec から数 10 kc/sec に変化させることができる。

GM 管はいわば管内ガスの性質がパルス発生レベルをきめているため、きわめて安定な動作をすると言えよう。

3.3 不規則信号の振幅分布

線形系の解析を行なう場合には、不規則信号の相関関数またはパワースペクトルが知ればよいが、人間工学あるいは非線形系などでは振幅分布を知っておく必要がある。 $n_b(t)$ の振幅分布は $-A$ と $+A$ に $1/2$ の確率を持つ離散的分布であるが、これを低域フィルタに通せば、中心極限定理によって、フィルタの出力信号の振幅分布はガウス分布に近づく。フィルタの平均化時間を長くすれば、振幅は小さくなるがいくらかでもガウス分布に近づけることができる。2 進不規則信号を入力とする低域フィルタの出力に関しては幾つかの研究があり [16]、その振幅分布が求められている。低域フィルタの平均化時間（時定数）をどれほどに選べば、振幅がガウス分布に十分近くなるかを調べると次のようになる。

1) インパルス応答、周波数特性が [6]

$$g_1(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t < 0, t > T \end{cases} \quad (7)$$

$$G_1(f) = \frac{\sin(\pi T f)}{\pi T f} \quad (8)$$

で与えられるフィルターに、3.1 節で述べた $n_b(t)$ が入力に加えられたとき、その出力信号の振幅密度分布 $p_1(x)$ およびその分散 σ_1^2 は $|A|=1$ として、(9)、(10) 式となる。

$$p_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} T \lambda e^{-T\lambda} \{ I_0(T\lambda\sqrt{1-x^2}) + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} I_1(T\lambda\sqrt{1-x^2}) \} \\ \quad + \frac{1}{2} e^{-T\lambda} \delta(1+x) + \frac{1}{2} e^{-T\lambda} \delta(1-x) & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases} \quad (9)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{2(T\lambda)^2} (2T\lambda - 1 + e^{-2T\lambda}) \quad (10)$$

(I_0, I_1 は 0, 1 次の変形ベッセル関数)

$T\lambda=8$ とすれば同じ分散を持つガウス分布とのずれは、 $p_1(0)$ の 5% 以下になる。

2) インパルス応答、周波数特性が [17]

$$g_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_0} e^{-\frac{t}{\tau_0}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$G_2(f) = \frac{1}{1 + \tau_0 \cdot 2\pi j f} \tag{12}$$

で与えられるフィルタの場合は、出力信号の振幅密度分布 $p_2(x)$, 分散 σ_2^2 は次のようになる。

$$p_2(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(\lambda\tau_0 + 1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\lambda\tau_0)} (1 - x^2)^{\lambda\tau_0 - 1} & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \tag{13}$$

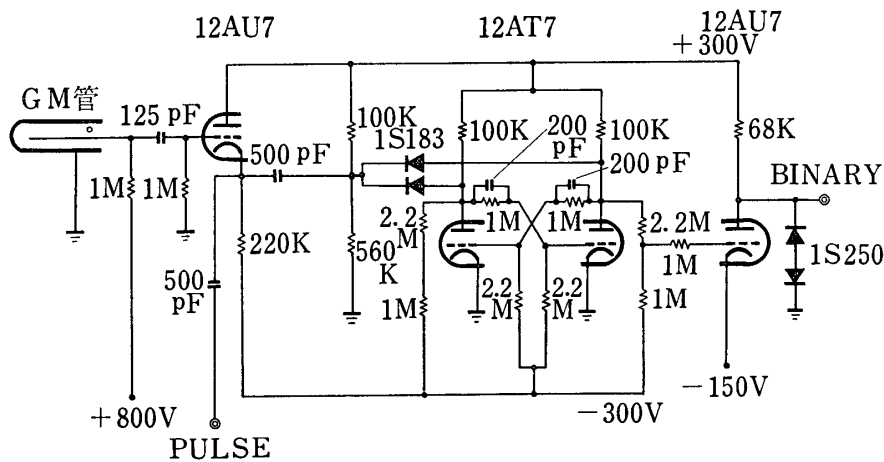
$$\sigma_2^2 = \frac{1}{1 + 2\lambda\tau_0} \tag{14}$$

$\lambda\tau_0 = 5, 20$ とすれば、ガウス分布とのずれは、ガウス分布の最大値の約 8%, 2% 以下となる。特に $\lambda\tau_0 = 1, 3/2, 2$ とすると、分布の形が、矩形、楕円形、放物形となることは興味深い。

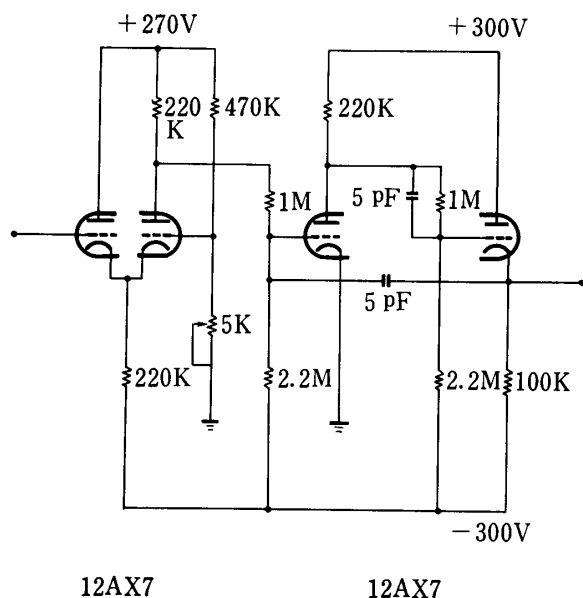
これらのことから、入力の 2 進不規則信号のパワースペクトルの平らな部分 (第 2 図参照) をとり出すような周波数特性を持つ低域フィルタを用いると、その出力信号の振幅分布はほとんどガウス分布に近くなると言える。しかし、振幅がガウス分布をすることは、ガウス性雑音の必要条件ではあるが、上のようにして作られた信号をガウス性雑音とするには問題がある。すなわち、ガウス性雑音であるためには、 n 次の結合確率密度分布がガウス分布をしなければならないが、ここで調べたのは振幅分布についてだけである。二次以上の結合確率密度分布については、なお研究されねばならない。

3.4 装置

2 進不規則信号発生器の回路を第 3 図に示す。GM 管から得られるパルスは $-9V$ の波高値にそろっている。このパルスをカソードフォロワに通して、フリップフロップを動作させる。フリップフロップの出力で終段の真空管をオンオフさせ、そのプレートをツェナーダイオードでクランプして、 $\pm 64V$ の 2 進信号を作る。高压電源にはコロナ放電管を用いて安定化している。単位時間当りの平均パルス数 λ を変えるのには、GM 管と線源の間にしゃへい板をそう入する。試作した装置では夜光時計の文字板に塗ってある程度の放射線源を用



第 3 図 2 進不規則信号発生器回路図



第4図 演算増幅器回路図

フィルタを用いた場合

- 4) 演算増幅器のドリフト
- 5) 演算インピーダンスの変化

などが考えられる。定常性に大きく影響するのは計数率 λ の変化であるが、GM管のプラトー特性により、陽極電圧をある範囲におさえておけば λ は一定になるので、定常な不規則インパルス列が容易に得られる。演算増幅器のドリフトについては注意する必要があるが、2進信号の振幅は $\pm 64V$ であり、フィルタの出力には数V程度の信号が得られるので比較的その影響は少ない。この装置の欠点としては、GM管の計数率を大きくとれないので、フィルタを用いた場合には、約 10Hz 以上までもスペクトルの一定な信号は発生できない。これより高い周波数成分を含む不規則信号が必要な場合には、可変速度型のデータレコーダを用い、低速で録音し、高速で再生することにより周波数範囲を広げることが可能である。

3.5 不規則信号の記録例

この装置を用いて発生させた不規則信号の例を示す。低域フィルタとして一次フィルタ $G_1(s)$ 、二次フィルタ $G_2(s)$ を例にとった。

$$G_1(s) = \frac{1}{1 + T_0 s} \quad (15)$$

$$G_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (16)$$

したがって、各フィルタの入力信号が白色とみなせるとき、フィルタの出力信号のパワースペクトルは、それぞれ

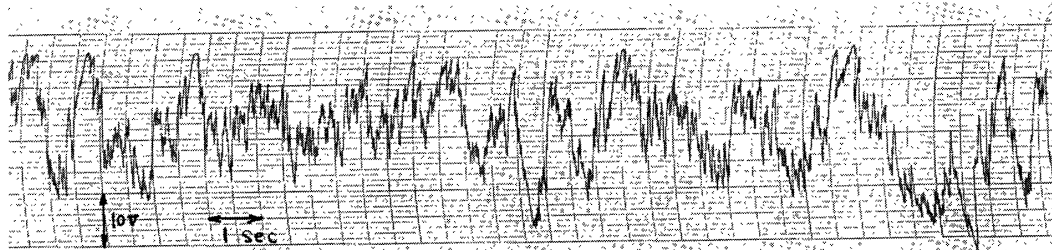
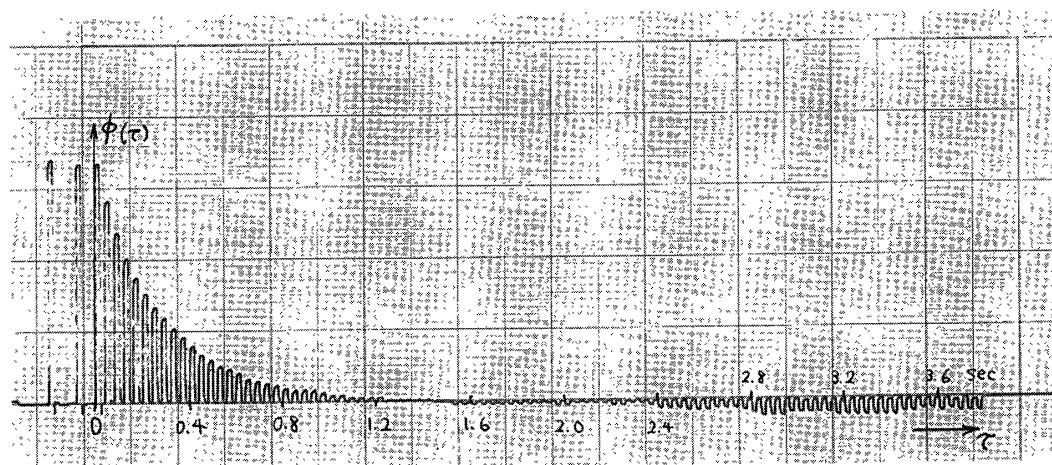
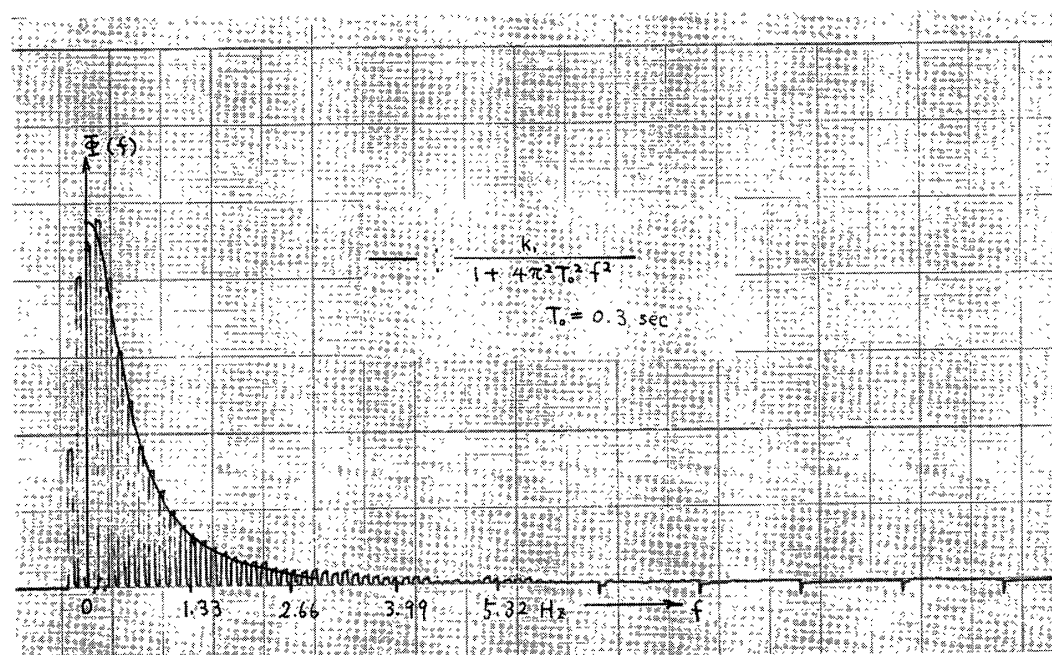
$$\Phi_1(f) = K_1 |G_1(s)|^2 = K_1 \cdot \frac{1}{1 + 4\pi^2 T_0^2 f^2} \quad (17)$$

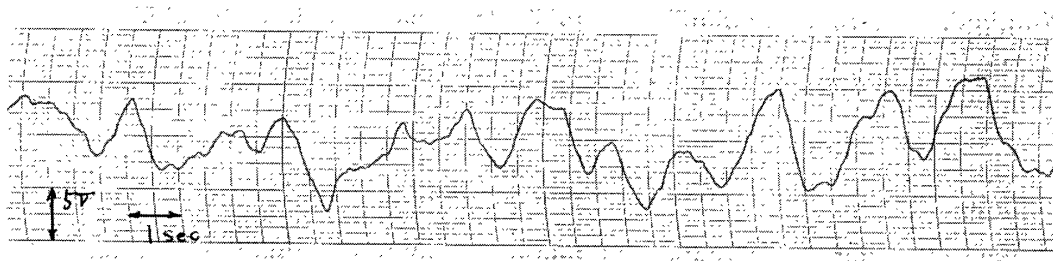
い、 $\lambda \doteq 200 \text{ c/sec}$ から $\lambda \doteq 0.5 \text{ c/sec}$ (自然計数率) まで変化させることができた。

フィルタを作るのに便利のように、加算積分器2台、符号変換器1台を装置の中に組み込んである。第4図に演算増幅器の回路を示した。

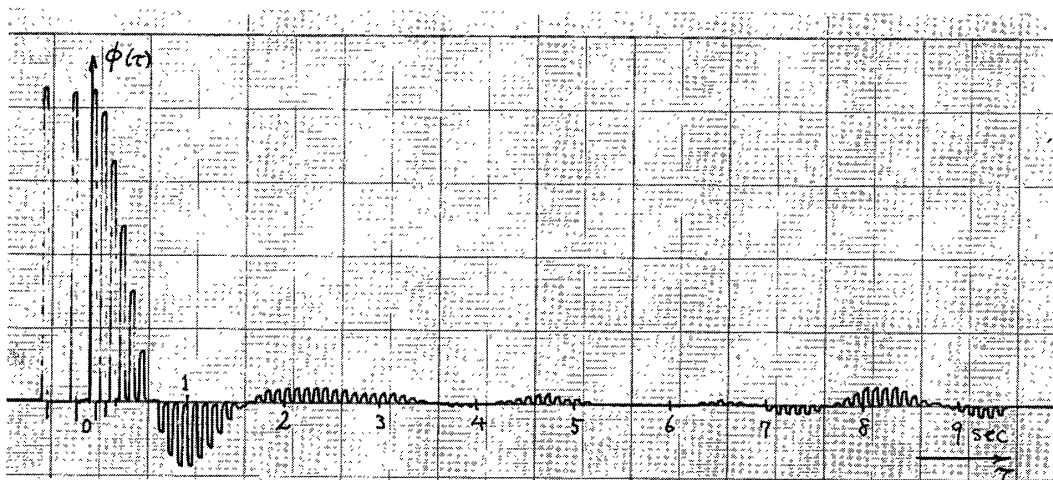
この不規則信号発生器が定常性に反する要因をあげると、

- 1) GM管の陽極電圧. 温度などの変化による計数率の変化.
- 2) 2進信号の電圧の変化 (チューナー電圧の変化)
- 3) 線源の decay (まず問題にならない)

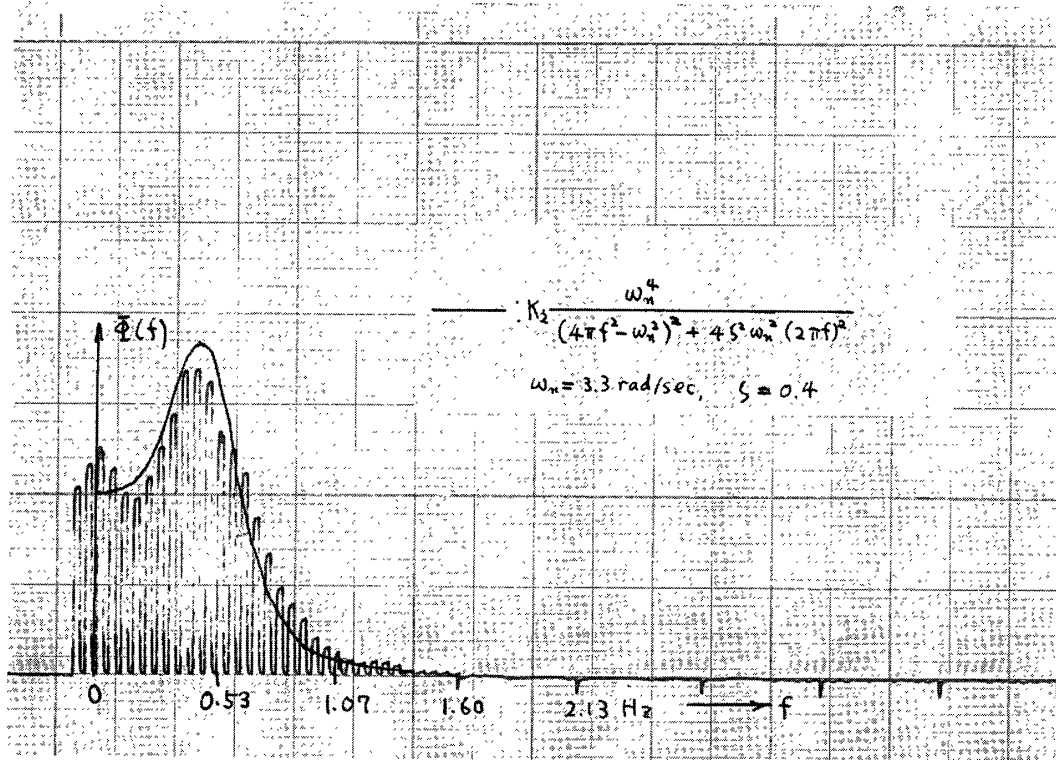
第 5 図 2 進不規則信号を $G_1(s)$ に通した出力信号 $n_1(t)$ 第 6 図 $n_1(t)$ の自己相関関数 (AVG. CONST. 4096)第 7 図 $n_1(t)$ のパワースペクトル



第 8 図 2 進不規則信号を $G_2(s)$ に通した出力信号 $n_2(t)$



第 9 図 $n_2(t)$ の自己相関関数 (AVG. CONST. 4096)



第 10 図 $n_2(t)$ のパワースペクトル

$$\Phi_2(f) = K_2 |G_2(s)|^2 = K_2 \cdot \frac{\omega_n^2}{((2\pi f)^2 - \omega_n^2)^2 + 4\zeta^2 \omega_n^2 (2\pi f)^2} \quad (18)$$

となる. $\lambda = 100$ c/sec に設定されていることを考慮して, $G_1(s)$ の $T_0 = 0.3$ sec, $G_2(s)$ の $\omega_n = 3.3$ rad/sec, $\zeta = 0.4$ として発生させた不規則信号の一部が第 5 図, 第 8 図である. 実時間相関器 [18] およびそれと組み合わせたパワースペクトル解析器によるスペクトルの測定結果を同時に示した. パワースペクトルのグラフの上には, (17), (18) 式で計算される理論値を実線で示したが, 実際に発生させた不規則信号が希望とおりのものであることがわかる.

4. む す び

本稿では, まず低周波数不規則信号発生器に関する簡単な展望を述べた. 放射線源と GM 管を用いた装置を試作し, 他の方法に比べ簡単な装置で定常な不規則信号を発生しうること示した. この不規則信号発生器は, 相関関数およびパワースペクトル計算の実験, 統計的手法による動特性測定, 人間の制御特性の測定などの実験にたびたび使用され, 十分その責を果している.

終りに, 日頃ご指導いただく本研究所, 五十嵐寿一教授, 石井 泰助教授に感謝の意を表します.

1969 年 1 月 27 日 計測部

参 考 文 献

- [1] J. C. West & G. T. Roberts: A Low Frequency Random Signal Generator, J. Sci. Instrum., Vol. 34, No. 34, 447~450 (1957).
- [2] 森 政弘: 自動制御用不規則信号発生器, 自動制御, Vol. 5, No. 4, 94~96 (1958).
- [3] D. F. Winter: A Gaussian Noise Generator for Frequencies Down to 0.001 c/s, IRE Conv. Rec., Vol. 2, Pt. 4, 23~29 (1954).
- [4] A. J. Rainal: Sampling Technique for Generating Gaussian Noise, Rev. Sci. Instrum., Vol. 32, No. 3, 327~331 (1961).
- [5] N. D. Diamantides & C. E. McCray: Generating Random Forcing Functions for Control System Simulation, Electronics, Vol. 34, No. 33, 60~63 (1961, 8, 18).
- [6] 磯部 孝, 福本晶而, 石井 泰: フリップフロップを用いた低周波不規則信号発生器, 自動制御, Vol. 6, No. 4, 196~201 (1959).
- [7] J. B. Manelis: Generating Random Noise with Radioactive Sources, Electronics, Vol. 34, No. 36, 66~69 (1961, 9, 8).
- [8] 上野敏行: 放射線源を用いた低周波不規則信号発生器, 自動制御, Vol. 3, No. 7, 217~222 (1964).
- [9] 磯部 孝編: 相関関数およびスペクトル, 東京大学出版会, 435~445 (1968).
- [10] N. D. Diamantides: White Noise Signals Aid System Analysis, Electronics, Vol. 35, No. 1, 86~88 (1962, 1, 5).
- [11] 畑 四郎, 柴田 浩, 高井辰明: 超低周波白色雑音発生器, 第 9 回自動制御連合会講演会前刷, 215~216 (1966).

- [12] 杉山 暁：超低周波雑音発生器，計測自動制御学会論文集，Vol. 3, No. 1, 66~72 (1967).
- [13] P. I. Boulton & R. J. Kavanagh: A Method of Producing Multiple Noncorrelated Random Signals from a Single Gaussian Noise Source, IEEE Trans., Appl. & Ind., Vol. 82, No. 65, 46~52 (1963).
- [14] J. L. Brown Jr.: Generating Uncorrelated Random Outputs by Nonlinear Processing of a Single Noise Source, IEEE Trans., Appl. & Ind., Vol. 83, No. 75, 408~410 (1964).
- [15] 山田 隼，新村 界，山本暎正，小林 寛：平行平板チャネル型 2 次電子増倍管を用いた Random 信号発生管，第 7 回計測自動制御学会学術講演会予稿集，501~502 (1968).
- [16] D. G. Lampard & S. J. Redman: Statistical Properties of the Integral of a Binary Random Process, IEEE Trans., Vol. CT-10, No. 3, 413~427 (1963).
- [17] W. M. Wonham & A. T. Fuller: Probability Densities of the Smoothed Random Telegraph Signal, J. Electronics & Control, Vol. 4, No. 6, 567~576 (1958).
- [18] 石井 泰，上野敏行，平井文男，金原源泰，安藤亮一：実時間相関器の試作，日本音響学会研究発表会講演論文集，323~324 (1967, 5).