

空気シャワーの電波発生機構について

西 村 純・藤 井 正 美

Radio Wave Emission from Extensive Air Showers

By

Jun NISHIMURA and Masami FUJII

Abstract: Many mechanisms on the radio wave emission from an extensive air shower have been proposed. Among them the mechanisms due to Cerenkov radiation seem to be most promising, and effects due to annihilation of positron, Compton electron, knock on electron and geomagnetic deflection are critically examined on the bases of three dimensional cascade shower theory.

The interference effect of the radio wave due to the spatial distribution of each process as well as the curvature of the shower front are found to be important to the emissivity of radio wave and the effect depends on the frequency of the radio wave. Therefore the degree of polarization of radio waves are essentially depends on the frequency of observed radio waves.

Experimental results for the relation of polarization vs. radio frequency seem to be understandable by referring to this theory.

概 要

空気シャワーから発生する電波が観測されたのは近々数年のことであるが、その発生原因についてはいろいろな可能性が検討されている段階である。実験と理論とのこまかい比較は、実験、理論ともにまだ不完全でよい一致は得られていない。

ここでは、空気シャワー中の陰電子過剰にもとづくセレンコフふく射、地磁気により生起するダイポールモーメントおよびダイポールカレントからのセレンコフふく射について、一次元および三次元シャワー理論にもとづいて計算を行なった。

計算の結果、上に述べた各過程による電波発生効率には干渉効果がきわめて重要な役割をもっており、また干渉効果は周波数の関数であるので、観測される周波数によって各過程の寄与が異なることを示すことができる。

ダイポール型ふく射による電波は東西に偏極しているため、実験的にこの寄与を分離することは可能であり、現在までに得られた実験結果と理論の結果とはよく一致している。

周波数と電波強度との関係についても考察を行なったが、実験結果との一致はよく、三次元シャワー理論にもとづく電波発生の考察により、現在まで不明確であった空気シャワーの電波発生の基本を理解することができると考えられる。

は じ め に

エネルギーのきわめて高い、一次宇宙線 (10^{16} eV $\sim 10^{20}$ eV) が大気中に入射すると、空気核と衝突して数多くの中間子が発生し、さらに電磁的相互作用を通して粒子はネズミ算的に増殖する。たとえば 10^{16} eV 程度の一次宇宙線が入射すると地上ではほぼ 10^6 個の粒子が約 100 m の範囲に広がって一時に降ってくるのが観測される。この現象が空気シャワーと呼ばれるものである。その構成粒子の大部分は空気中の電磁相互作用で作られた電子および陽電子である。

さてこのような壮大な粒子の集団の入射に対して、電波を使つての観測可能性 [1] またシャワー自身から電波が発生する可能性についての考察はかなり古くから行なわれてきた。

しかし、実際に空気シャワーから電波が発生する確証をとらえたのは近々数年のことである [2]。このような観測事実にもとづいて電波を通しての空気シャワーの観測可能性は新しい分野をひらくものとして注目されている。すなわち、従来はシンチレーター等の同時放電方式等で空気シャワーが観測されていたが、もし電波を通して観測することができるならば、きわめて広範囲に入射するひん度の少ない空気シャワーをとらえ得ることを意味している。

電波の発生機構の理論的考察については目下のところ定説はないが、シャワー中の陽電子消滅にともなうシャワー全体の負電荷過剰によるセレンコフふく射とする理論 [3] 以外数多くの可能性が検討されてきた。理論として比較的定量的にとりあつた Kahn-Lerche 理論 (K-L 理論) [4] は地磁気による陽電子および電子の分離にともなうダイポールカレントおよびダイポールモーメントの寄与の大きいことを指摘した。

これらの理論では、シャワー中の電子のふるまいについて半定量的な取扱いしか行なわれていない。より正確を期するためにシャワー理論として近似 B [5] をとり、考えられる過程の寄与を計算する必要がある。その結果は 1 に簡単にまとめて記述することにし、詳細は付録にまわした。

空気シャワーの電波の発生機構を論じ、またその実験での観測可能性を議論するには以上の計算だけでは十分ではない。果して理論で考えているような過程がおもな発生原因であるかどうか実験データをもとに検討する必要がある。このような観点から、一次元シャワーでの取扱いの後、三次元シャワー [6] についての考察を進めてきた。

2 以後に述べることは、その考察の結果の一部であり、理論的取扱いを完全にするにはより複雑な計算を必要とする。しかし基本となる考え方、および結果にあらわれる特徴的な性質については、一応の結論を述べるができると思われる。すなわち、考えられるいろいろな発生機構に対して、その原因となる電子および陽電子の空間分布が各過程に対して異なる形をとる。その結果シャワーの大気頂上から地上に至るまでの電波発生に対して、このような空間分布は干渉効果をもたらす観測される電波強度が一次元的取扱いから期待される値にくらべて著しく異なる結果を与えることになる。干渉効果は発生電波の波長に依存するので、観測される電波の波長に応じて発生機構として主要な過程が決まることが重要な点である。

具体的にはダイポールカレントおよびダイポールモーメントは数 10 MHz 以下の比較的
低周波側で主要な発生機構であり、より高い周波数では、コンプトン効果およびノックオン
電子による負電荷過剰の発生機構がおもな過程となっていることを示すことができる。

この結果は現在までに得られた実験事実をよく説明でき、現在まで不明確な点のあった空
気シャワーからの電波発生機構について基本的な点を明らかにしたものと考えられる。

1. 空気シャワーにともなう電波のおもな発生機構

(一次元シャワー理論での取扱い)

空気シャワーにともなう電波の発生機構として現在までに考えられてきたおもな過程とし
ては

- (i) 地磁気によるシャワー中の粒子軌道の曲り [4]
- (ii) シャワー粒子としては陽電子にくらべると電子が多いこと [3]
(陽電子消滅, コンプトン効果, ノックオン電子)
- (iii) δ ray によるふく射 [7]
- (iv) 大気電場による影響 [8]

を上げることができる。

ここでとりあげる過程は (i) および (ii) であり、(iii) (iv) について触れないのは、
前者に比較して寄与が小さいことが知られているためである。

1.1 地磁気によるシャワー粒子軌道の曲り

シャワー中の粒子は地磁気により、その電荷の正負に応じて東西方向に分離される。いわ
ばシャワー面内に電流が流れたことに対応する。これがダイポールカレント J である。分離
したことによってダイポールモーメント M を生ずる。

ダイポールカレント J およびダイポールモーメント M が光速で地上に降ってくるため、セ
レンコフふく射を生じ電波となって観測される。 J についてはいわば八木アンテナから放射
される電波というモデルをとって考えることができる。

付録に示すように近似 A, シャワー極大 ($s=1$) [5] ではエネルギー E 以上のシャワー粒
子に対して

$$J = \frac{e^2 H}{E} \times 0.320 \quad \left(\frac{e^2 H}{E} \times 1, H \approx 1.8 \text{ MeV} \right) \quad (1)$$

$$M = \frac{e^2 H}{E} \times 0.207 \quad \left(\frac{e^2 H}{E} \times 1, H \approx 1.8 \text{ MeV} \right) \quad (2)$$

という結果が得られた。括弧の中に示した数値は K - L 理論で使われた対応する値である。

1.2 負電荷過剰について

シャワー粒子のうち陽電子は空気中の電子と衝突して消滅する。この結果シャワー全体と
しては負の電荷となり、波長の長いセレンコフふく射は大きな負電荷をもつ 1 個の荷電粒子
からのふく射と考えることができる。シャワー粒子の総数を N とし、負電荷の割合を Δ と
すれば全負電荷は

$$\Delta N$$

となり、発生電波のパワーは

$$(\Delta N)^2$$

に比例する。個々の粒子が電波を発生する場合には ΔN に比例するので、コヒーレンスが重要であることを Ashkalyan [3] は指摘した。

陽電子消滅は過程としては面白い。しかしその他に負電子の数をふやすものとしては

コンプトン効果による電子

ノックオン電子

を考えることができる。比較のためにおのおの過程の断面積をあげると

$$\sigma_{\text{annih}} = \frac{\pi r_0^2 \mu_e c^2}{E} \left[\ln \frac{2E}{\mu_e c^2} - 1 \right] \quad (3)$$

$$\sigma_{\text{Comp}} = \frac{\pi r_0^2 \mu_e c^2}{W} \left[\ln \frac{2W}{\mu_e c^2} + \frac{1}{2} \right] \quad (4)$$

$$\sigma_{\text{knock}} = \frac{2\pi r_0^2 \mu_e c^2}{E} \quad (5)$$

であり、ほぼ等しい値をもっている。ここで r_0 は電子古典半径、 μ_e は電子質量、 E , W は二次粒子のエネルギーを示している。

このような各過程に対して Δ がいかなる値をもつかは付録に詳しいが、ここでは代表的な値として $s=1$, 近似 A [5] での値を書きとどめることにしよう。

当然のことながら、我々の結果はカルガリーの宇宙線国際学会で発表された Guzhavin [9] らの結果とよく一致している。

Δ_{Comp} が Δ_{annih} に比して大きいのは親のガンマ線が陽電子と比較して多いことにもとづいている。更にこの傾向は低エネルギー領域では著しくなるので 近似 B では Δ_{Comp} の寄与は他に比して更に大きいことが期待され、実際の結果は付録に示すようにこの期待と一致している。

第 1 表 $s=1$, 近似 A での負電荷過剰の割合
(エネルギー E 以上の粒子について)

	ours	Kahn-Lerche	Guzhavin <i>et al</i> [9]
Δ_{annih}	$\frac{D}{2E} \times 0.322$	$\frac{D}{2E} \times 1.0$	$\frac{D}{2E} \times 0.355$
Δ_{Comp}	$\frac{D}{2E} \times 0.775$	—	$\frac{D}{2E} \times 0.660$
Δ_{knock}	$\frac{D}{2E} \times 0.177$	—	$\frac{D}{2E} \times 0.178$

$$D=7.85 \text{ MeV}$$

1.3 各過程の電波発生に対する寄与

電波発生についての各過程の寄与について総括を行なうと次のようになる。

まず空気の屈折率として $n=1.0004$ をとり、シャワー粒子としてはセレンコフふく射を出す $\beta \geq 1/n$ のものをとることにする。このような取扱いにはいくぶん疑問もあるが、結局

エネルギーとして $E_{th}=18\text{ MeV}$ 以上に着目すると

$$J=\frac{e^2 H}{\epsilon} \times 0.21 \Pi(0)=\left[\frac{e^2 H}{\epsilon} \Pi(0)\right] \quad (6)$$

$$M=\frac{e^2 H}{\epsilon} \times 0.078 \Pi(0)=\left[\frac{e^2 H}{\epsilon} \Pi(0)\right] \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_{\text{annih}} + \Delta_{\text{comp}} + \Delta_{\text{knock}} \\ &= 0.066 \Pi(0) = [0.05 \Pi(0)] \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここで $\Pi(0)$ は全シャワー粒子数、 ϵ は臨界エネルギー [6] であり、括弧内に示したのは K-L 理論で取扱われた電波発生に寄与する各要素の値である。このような数値のもとに、電波がどれほど発生するかを求めるには彼らの結果を参照すればよい。

K-L 理論では発生した電波の電界強度比は $r \geq 100\text{ m}$ の領域で

$$\text{K-L} \quad \epsilon_J : \epsilon_M : \epsilon_A = 16 : 3 : 1 \quad (9)$$

となっており、(6), (7), (8) 各式の対応から我々の結果より期待される電界強度の比は

$$\text{Ours} \quad \epsilon_J : \epsilon_M : \epsilon_A = 3.4 : 0.21 : 1.3 \quad (10)$$

となっている。

ϵ_A の寄与が比較的に大きいのは K-L 理論で無視された、コンプトン効果の寄与がきいているためである。

大切なことは地磁気にもとづく ϵ_J , ϵ_M は東西に偏極しており、一方 ϵ_M はラジアルに偏極している点である。K-L 理論では観測される電波はおおむね東西に偏極しているべきであり、我々の理論では偏極の度合いがすくないはずである。一次元シャワー理論から導かれる以上の考察は、三次元的な観点からは修正される必要があり、この点については 2 以降で議論を行なうことにする。

2. 発生過程の三次元分布

1 では一次元的な取扱いを行なったが、このような電波発生過程の空間分布を調べることにする。発生過程の三次元分布を組合わせて、観測される電波の三次元的分布を知ることができる。以下各過程について調べることにする。

2.1 J および M の分布

地磁気による軌道の曲りは eH/E に比例する。したがって低エネルギーのものほど大きい J および M を与える。

エネルギー E の粒子は平均として、シャワー軸からカスケード単位 [6] で計って

$$r \sim \frac{K}{E} \quad (K \approx 20\text{ MeV})$$

の位置に存在するので [6], J と M の分布はシャワー粒子数の分布つまり $N-K$ 関数 [6] と比較して r 倍だけ中心付近でゆるやかになっている。具体的に述べると [6]

$$\text{シャワー粒子数分布 } (N-K) \sim \frac{1}{r^{2-s}} \quad (11)$$

$$J \text{ および } M \sim \frac{1}{r^{1-s}} \quad (12)$$

の形をとっている [6]. $s=1$ にとれば J と M は近似的に

$$J \text{ および } M \sim e^{-ar} \quad (13)$$

という形をとることになる.

2.2 Δ の空間分布について

(i) 陽電子消滅

陽電子消滅確率は $1/E$ に比例するので, J , M の場合と同じような空間分布をもっている.

(ii) コンプトン電子

シャワー中のガンマ線の分布は電子と比較して一層中心付近に集中している. これは電子がクーロン散乱をうけるのに対して, ガンマ線が直進すること, また低エネルギーガンマ線は制動ふく射の過程でそれ以上のエネルギーをもつ電子から均等に発生されるためである. やや詳しい計算を行なってみると, コンプトン効果による電子の分布は N - K 関数 [6] とほぼ同じ空間分布をもっていることがわかる.

(iii) ノックオン電子

ノックオンによる電子もコンプトン電子と同じように N - K 関数と同じ形をもっている.

2.3 空間分布のまとめ

以上述べた各過程の近似的な空間分布をまとめて表にすると, 第 2 表のようになる.

第 2 表

過 程	空間分布	備 考
J	e^{-ar}/r^{1-s}	$s=1$ で近似的に e^{-ar}
M	e^{-ar}/r^{1-s}	
Δ_{annih}	e^{-ar}/r^{1-s}	
Δ_{Comp}	e^{-ar}/r^{2-s}	$s=1$ で近似的に e^{-ar}/r
Δ_{knock}	e^{-ar}/r^{2-s}	

3. 電荷が空間分布をもつときのセレンコフふく射

電波発生機構の空間分布は前節に述べたが, このような空間分布のもとに電波がどのように発生するであろうか.

問題を単純化するために電荷分布を $f(r)2\pi r dr$ とおきシャワーフロントの厚さは零で, 光速で動いている場合を考えてみることにする. この電荷のために生起するスカラーポテンシャル ϕ は, マックスウェルの方程式から

$$\left(\nabla^2 - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \phi = -4\pi f(r) \delta(z-ct) \quad (14)$$

で与えられる. ここで z はシャワーの進行方向である.

(14) 式に $e^{ik(z-ct)}$ を掛け $(z-ct)$ について積分してフーリエ変換を行なうと上式は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + k^2 \tan^2 \alpha\right) \Phi = -2f(r) \quad (15)$$

となる。ここで

$$\Phi(k, r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik(z-ct)} \phi(r, z-ct) d(z-ct) , \quad (16)$$

$$\tan^2 \alpha = n^2 - 1, \quad \text{つまり} \quad \cos \alpha = 1/n \quad (17)$$

であり, α はセレンコフふく射の放射角となっている。

(15) 式の解を求めるには, 空間についての二重のフーリエ変換を行なえばよいが, 軸対称であるので $J_0(\zeta r)$ を式の両辺に掛け r について積分すると

$$(\zeta^2 - k^2 \tan^2 \alpha) J_\Phi = 2 J_f \quad (18)$$

となり,

$$J_\Phi = \frac{2 J_f}{\zeta^2 - k^2 \tan^2 \alpha} , \quad (19)$$

$$\Phi = 2\pi \int_0^\infty J_0(\zeta r) \zeta d\zeta J_\Phi \quad (20)$$

となる。ただしここで

$$J_f = 2\pi \int_0^\infty J_0(\zeta r) f(r) r dr \quad (21)$$

である。

(19) 式を整理して中心軸から R の距離での波数 k のポテンシャルは結局

$$\begin{aligned} \Phi &= 8\pi^2 \int_0^\infty \frac{J_0(\zeta R) \zeta d\zeta}{\zeta^2 - k^2 \tan^2 \alpha} \int_0^\infty J_0(\zeta r) f(r) r dr \\ &= 8\pi^2 \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{J_0(\zeta R) \zeta d\zeta J_0(\zeta r) r dr}{\zeta^2 - k^2 \tan^2 \alpha} f(r) \end{aligned} \quad (22)$$

となる。ここで積分

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{J_0(\zeta R) \zeta d\zeta J_0(\zeta r)}{\zeta^2 - k^2 \tan^2 \alpha} \quad (23)$$

は $R \geq r$ に対応して [10]

$$\frac{1}{2} \pi i J_0(k \tan \alpha \cdot r) H_0^{(1)}(k \tan \alpha \cdot R) \quad R \geq r , \quad (24 a)$$

$$\frac{1}{2} \pi i J_0(k \tan \alpha \cdot R) H_0^{(1)}(k \tan \alpha \cdot r) \quad R \leq r \quad (24 b)$$

となっている。 $H_0^{(1)}(x)$ の漸近形はよく知られているように

$$H_0^{(1)}(x) \sim \frac{e^{ix}}{x^{1/2}}$$

であるので, $R > r$ の場合はフーリエ変換係数と組合わせて, 波数 k の進行波

$$\phi \sim \frac{e^{ik(\tan \alpha \cdot R - z + ct)}}{k^{1/2}}$$

となり進行方向はシャワー軸に対して α の角度をとっており, いわゆるセレンコフふく射となっている。

$R \leq r$ の場合は進行波とならず、通常の電場となっており、ふく射という形にはなっていない。物理的にはシャワー軸から R の距離で観測するときには、 R 以内にあるシャワー粒子は、セレンコフふく射に寄与するが、 R 以上の距離にある粒子はふく射の寄与がないことを示している。

以上は電荷分布が軸対称である場合について述べたが、ダイポール型の分布の場合にも同じような考察から答を導き出すことができる。

4. 電波発生についての干渉効果

単純化された電波発生機構については 3 に述べたが、ここでは實際上問題となる発生電波の干渉効果について述べることにしよう。干渉効果を議論する場合には電波の波長が問題となるで、観測される電波強度の波長依存性が物理的に重要となってくる。

4.1 シャワーフロントの厚さ

3 での取扱いはシャワーフロントの厚さを零とおいたが、実際のシャワーでは、フロントの厚さが存在しシャワー粒子の到達時間差として観測されている。

到達時間分布を

$$e^{-t/\tau} \frac{dt}{\tau}$$

とおけば、実験データから $\tau \approx 10^{-8}$ sec とおくことができる。干渉効果としては、各部分からの発生電波を重ね合わせ

$$g = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t/\tau} \frac{dt}{\tau} e^{-ikt} = \frac{1}{\sqrt{1+k^2 c^2 \tau^2}}$$

を得る。いろいろな波長の電波に対して干渉効果の数値は、次の表に示した。

第 3 表 シャワーフロントの厚さによる干渉効果

ν (MHz)	10	30	60	100	300	600
$k = \frac{2\pi\nu}{c} (\text{cm}^{-1})$	$2 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$1.2 \cdot 10^{-1}$
干渉効果* (g)	0.79	0.6	0.47	0.38	0.24	0.16

* 電波の電界強度低下率

4.2 空間干渉効果

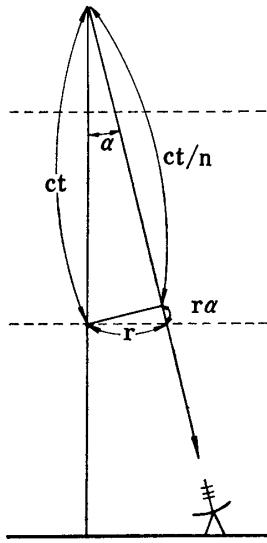
3 に述べたように、中心軸から R の距離で観測される電波の電界強度は、電荷分布を $2\pi f(r)rdr$ とすると

$$\int_0^R J_0(k \tan \alpha \cdot r) f(r) r dr \quad (25)$$

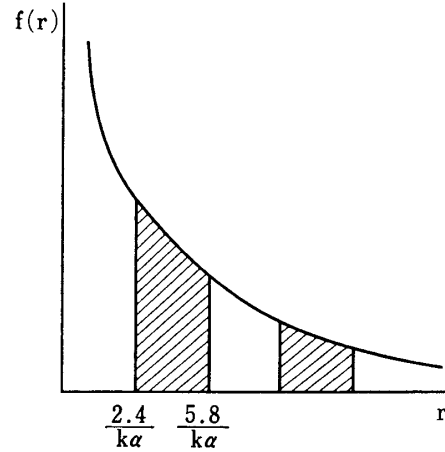
に比例している。

ベッセル関数は正負の値をもつので、 $f(r)$ の形によって異なる数値を与えることになる。

物理的な考察を行なうため、第 1 図に示すような電波発生の様子を考えてみる。観測される電波は各高度での発生の重ね合わせであり、シャワー自身は光速で進行し、電波は角度 α



第 1 図 電波発生の様子



第 2 図 斜線は干渉で打消す領域

だけ傾いて速度 c/n で進行する。したがって各高度での発生電波の位相が少しずつずれることになる。

シャワー発生後 t 秒たつと

- (i) シャワーフロントは ct 進行し
- (ii) $t=0$ で発生した電波は $r=ct\alpha$ に達する
- (iii) 距離 r で発生する電波は $t=0$ で発生した電波と位相がおよそ

$$\frac{2\pi\alpha r}{\lambda} = k\alpha r$$

だけずれる。

干渉がコンストラクティブ、デストラクティブの領域の境界 r_n は

$$k\alpha r_n = n\pi$$

で与えられるが、より正確な三次元的な考察では右辺は $J_0(k\alpha r)$ の零点で、 $n\pi$ に対応して

$$2.4, 5.5, 8.6, \dots$$

の値をもっている。その様子は第 2 図に示した。

4.2.1 発生機構の空間分布が $a^2 e^{-ar} 2\pi r dr$ の場合

前節で述べたように、地磁気の原因をもつダイポール型、および陽電子消滅型では、 $a^2 e^{-ar} 2\pi r dr$ の型の空間分布をもっている。単純化のために (25) 式の積分の上限として ∞ をとれば干渉効果は

$$a^2 \int_0^\infty e^{-ar} J_0(k\alpha r) r dr = \frac{a^3}{(k^2 \alpha^2 + a^2)^{3/2}} \quad (26)$$

であらわされる。

高周波の極限ではこの結果

$$1/(k\alpha)^3 \quad (27)$$

の形で減衰がおきる.

地磁気の原因をもつ東西偏極電波は周波数の増加にともない寄与が下がることになる.

4.2.2 発生機構の空間分布が ae^{-ar}/r $2\pi r dr$ の場合

コンプトン効果, ノックオン電子の場合に相当する.

シャワー軸付近に原因が集中するので, 干渉効果も少なく, 波長依存性も少ないことが期待される.

実際干渉効果は

$$a \int_0^\infty \frac{e^{-ar}}{r} J_0(k\alpha r) r dr = \frac{a}{(k^2\alpha^2 + a^2)^{1/2}} \quad (28)$$

となり高周波側で

$$1/k\alpha$$

の依存性をもっている.

4.2.3 干渉効果のまとめ

上述した干渉効果について数値を入れてまとめると, 次の表のようになる.

第 4 表 空間干渉効果の係数

$$a^{-1} = 100 \text{ m}$$

$n = 1,0004$ に対応して $\alpha = 0.024$ とおいた.

ν (MHz)	10	30	60	100	300	600
$k\alpha(\text{m}^{-1})$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$1.5 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$
$a^2 e^{-ar}$ の場合	0.72	0.17	0.029	$7.5 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	
$\frac{ae^{-ar}}{r}$ の場合	0.89	0.55	0.31	0.185	0.067	0.033

以上をまとめると次のようになる.

- (i) 東西偏極電波の電界強度は, ラジアルなものに比較して約 2 倍であるが, 空間干渉効果のために, 30 MHz 付近をこえると急速にその寄与は少なくなる.

より正確には e^{-ar} と近似的においた空間分布関数を三次元シャワー理論から求める必要がある.

- (ii) 数 10 MHz をこえると東西偏極電波の寄与はほとんどなく, ラジアルな偏極電波のみである.

周波数によって偏極の度合いがかわり, かつ 30 MHz 付近を境としてその様相がかわることは, 後に触れるように実験との一致はきわめてよい.

4.3 その他の効果について

4.3.1 シャワーフロントの曲率

これまではシャワーフロントを平面として扱ってきた. 実際のシャワーは曲率をもっているため, 次の様な効果があらわれる.

(i) シャワーが発達するにつれて大気圧がふえ、曲率がますので、一定距離の位置におけるシャワーフロントの速度は光速を下まわることになる。実際曲率半径を 100m 程度にとると、 $r \geq 100\text{m}$ ではセレンコフふく射を行なえないことになる。

(ii) 4.2.3 で述べた位相関係が曲率のためにくずれてくる。空間干渉効果の結果について修正を要することになるが、大筋はかわらないものと考えられる。

4.3.2 シャワーの発達

これまでの議論は、シャワー粒子数を一定として取扱ってきた。シャワー粒子数が発達とともに変動する場合には、若干の修正を必要とする。

特に電界強度の空間分布はこれまではおおむね

$$H_1^{(0)}(k\alpha r)$$

の形で表わされてきた。しかし距離 r における電界強度は高度

$$h \simeq \frac{r}{\alpha}$$

のシャワー粒子にもとづくものであって、対応する高度でのシャワー粒子の数が電界強度の空間分布に反映する。

電波発生の消長を近似的に [6]

$$e^{\lambda_1(s)t}$$

で表わせば、電界強度の空間分布は近似的に、深さ T の場所では

$$e^{\lambda_1(s)(T-r/\alpha)} H_0^{(1)}(k\alpha r)$$

の形をとることになる。

5. 実験との比較

5.1 偏極の度合いについて

空気シャワーの電波発生機構については K-L 理論の出現以来、ダイポール型ふく射が最有力候補と考えられてきた。ダイポール型の電波は東西方向に偏極しているので、実験も東西偏極の検出に目が向けられてきた [11]。

3 に述べた空間干渉効果の結果、東西偏極型とラジアル型偏極の寄与の割合は、発生電波の波長に依存している。

(10) 式および第 4 表に述べた数値を一応とり、各々の寄与を図示すれば第 3 図のようになる。この図から明らかなように約 30 MHz を境として偏極の割合が変わることがわかる。

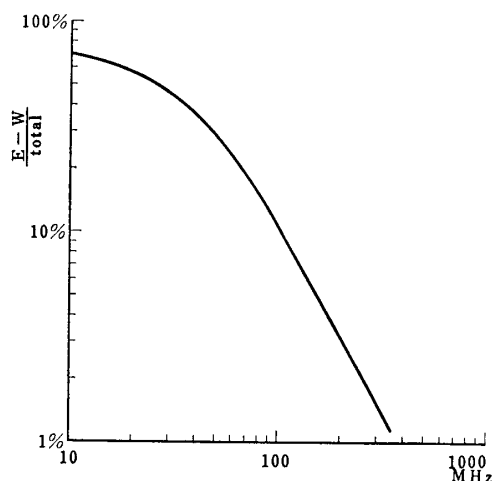
さて、実験結果はどの様になっているであろうか、最近の Haverah Park の観測によれば [11]

33 MHz では 東西偏極成分約 50%

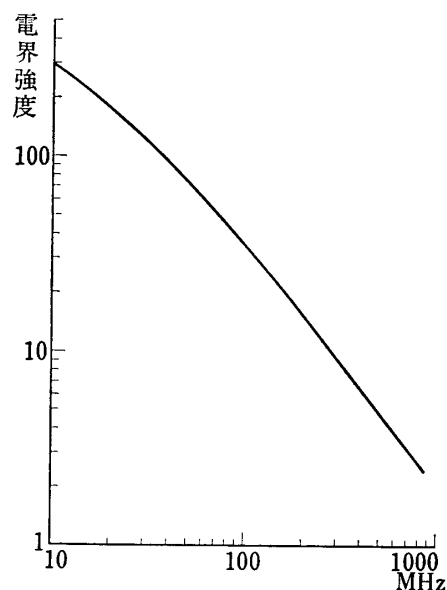
45 MHz では 特定な偏極なし

となっている。

実験と理論との一致は大体よいといえる。



第 3 図 東西偏極成分の割合



第 4 図 周波数依存性

5.2 周波数分布

電界強度の周波数依存性については、一般のセレンコフ管放射では $k^{1/2}$ に比例している。これは 3 で述べたようにスカラーポテンシャル ϕ は

$$\phi \sim H_0^{(1)}(kar)$$

で与えられ、電界強度は

$$\frac{\partial H_0^{(1)}(kar)}{\partial r} \sim \frac{(ka)^{1/2} e^{ikar}}{r^{1/2}}$$

となっているためである。

空気シャワーの電波では空間干渉効果のために周波数依存性は異なってくる。理論から期待される周波数依存性はやや複雑であるが、シャワーフロントの厚さ、空間干渉効果の影響を考慮に入れた結果を第 4 図に示した。

Haverah Park の実験結果 [11] によれば 30 MHz 付近でその依存性は

$$1/k$$

であり、一致はかなりよいといえる。

6. む す び

一次元シャワーの理論にもとづく電波発生機構を取扱い、ついで三次元シャワー理論にもとづく空間干渉効果を考察した。理論と実験とが偏極の問題についてよい一致が得られたのは、この方向の考察が大筋からはずれていないことを示しているものと考えられる。

今後の問題として残っているのは、シャワーの発達にともなう気圧の変化およびシャワーフロントの曲率の影響を詳細にとりあつかうことである。これらの結論にもとづき理論的考察から実験として観測すべきポイントを示唆することが大切であると考えている。

1969 年 6 月 27 日 宇宙工学

参 考 文 献

- [1] 新しいところでは, たとえば T. Matano, N. Nagano, K. Suga and G. Tanahashi: Can. Jour. Phys. **46** (1968) 225
- [2] J. V. Jelley, J. H. Fruin, N. A. Porter, T. C. Weekes, F. G. Smith and R. A. Porter: Nature **205** (1965) 327
- [3] G. E. Askaryan: Soviet Phys. (JETP) **14** (1962) 441
- [4] F. D. Kahn and I. Lerche: Proc. Roy. Soc. **A 289** (1966) 206
- [5] B. Rossi and K. Greisen: Rev. Mod. Phys. **13** (1941) 240
- [6] J. Nishimura: Handbuch der Physik **46 II** (1967)
- [7] J. L. Rozenthal and M. L. Filchenkov: Izv. Akad. Nauk **30** (1966) 1703
- [8] W. N. Charmann and J. V. Jelley: Can. Jour. Phys. **46** (1968) 216
- [9] V. V. Guzhavin, I. P. Ivanenko and A. E. Levitin: Can. Jour. Phys. **46** (1968) 209
- [10] G. N. Watson: Bessel Functions, Cambridge University Press (1952)
- [11] たとえば
F. G. Smith A. D. Bray, R. A. Porter, W. S. Torbitt and J. V. Jelley: Can. Jour. Phys. **46** (1968) 230
J. V. Jelley: ibid **46** (1968) 225
H. R. Allan, J. K. Jones, K. P. Neat and R. W. Clay: (Private communication)
S. N. Vernov, A. T. Abrosimov, V. D. Volovik, I. I. Zalyubovskii and G. B. Khristiansen: ZHETF Pisma **5** (1967) 157

付録 一次元カスケードによる各過程の取扱い

A-1 陽電子消滅

エネルギー E の陽電子が物質を通過する際, 電子と衝突して消滅する断面積 σ_{annih} は

$$\sigma_{\text{annih}} = \frac{\pi r_0^2 \mu_e c^2}{E} \left[\ln \frac{2E}{\mu_e c^2} - 1 \right] \quad (\text{A. 1})$$

で与えられる. 物質をカスケード単位 [6] ではかり, エネルギー E の粒子に対する 1 カスケードあたりの消滅確率を D/E とすれば

$$D = \frac{137 \pi \mu_e c^2}{4} \frac{\ln \left(\frac{2E}{\mu_e c^2} - 1 \right)}{z \ln 191 z^{-1/3}} \approx \frac{55 \text{ MeV}}{z} \frac{\ln \left(\frac{2E}{\mu_e c^2} - 1 \right)}{\ln 191 z^{-1/3}} \quad (\text{A. 2})$$

となる. ここで z は通過物質の原子番号である. いろいろな物質についての D の値は A-1 表に示した.

問題としている空気の場合には $D = 7.85 \text{ MeV}$ であり, 臨界エネルギー ϵ の約 10 分の 1 になっている.

次にこのような消滅確率があった場合, シャワー中の陽電子と電子の数にどのような差が生れるかを考えてみる.

陽電子および電子のエネルギー Spektrum をそれぞれ, $\pi^+(E) dE$, $\pi^-(E) dE$ とすれば, 一次元のシャワーでの基礎方程式は

表 A-1 いろいろな物質のカスケード単位に対する陽電子消滅確率: (D/E)
 ϵ は臨界エネルギー [6]

物 質	z	D (MeV)	D/ϵ
H	1	65	0.186
C	6	9.15	0.116
N	7	8.3	0.098
O	8	7.1	0.095
Fe	26	1.76	0.085
Cu	29	1.50	0.080
Pb	82	0.41	0.055
Air	N 75.52% O 23.14 Ar 1.3	7.85	0.097

$$\frac{\partial \pi^+}{\partial t} = -A' \pi^+ + \frac{B'C'}{2\sigma} (\pi^+ + \pi^-) - \frac{D}{E} \pi^+ + \epsilon \frac{\partial \pi^+}{\partial E}, \quad (\text{A. 3})$$

$$\frac{\partial \pi^-}{\partial t} = -A' \pi^- + \frac{B'C'}{2\sigma} (\pi^+ + \pi^-) + \epsilon \frac{\partial \pi^-}{\partial E}. \quad (\text{A. 4})$$

ここで $\sigma = \sigma_0 + \partial/\partial t$ であり, A' はふく射過程による電子スペクトラムの変動, B' , C' , σ_0 は電子対生成による粒子数変動を表わすオペレーターである.

上の式を一般に解くことはややむずかしいが, $D/\epsilon \sim 0.1$ であることから D/ϵ の級数に展開して第一項をとることにする.

$$\Delta = \pi^- - \pi^+$$

とおけば

(i) 近似 A [5] で, シャワーエイジ s [6] のところでは

$$\frac{\Delta}{\pi} = \frac{\pi^- - \pi^+}{\pi^+ + \pi^-} = \frac{D}{2E} \frac{1}{\lambda_1(s) + A(s+1)}, \quad (\text{A. 5})$$

積分形では

$$\frac{\Delta}{\Pi} = \frac{s}{s+1} \cdot \frac{\Delta}{\Pi},$$

となり, $s=1$ で

$$\Pi = \frac{D}{2E} \times 0.320$$

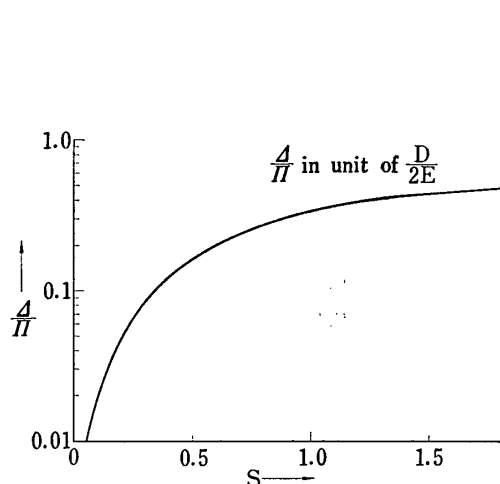
を得る. 一般の s の値については A-1 図に示した.

(ii) 近似 B での計算結果は

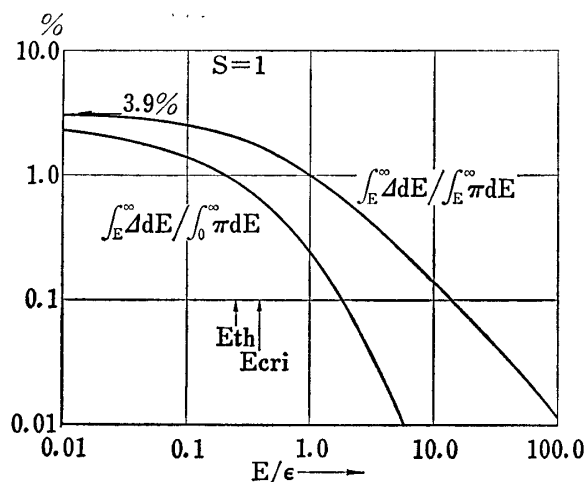
$$\Delta = -\frac{1}{4\pi^2} \frac{D}{2E} \iint_{-i\infty}^{+i\infty} ds dq \left(\frac{E_0}{E} \right)^s \frac{1}{E} \left(\frac{\epsilon}{E} \right)^q \Gamma(-q) \Re(s, q) e^{\lambda_1(s)t}, \quad (\text{A. 6})$$

$$\pi = -\frac{1}{4\pi^2} \iint_{-i\infty}^{+i\infty} ds dq \left(\frac{E_0}{E} \right)^s \frac{1}{E} \left(\frac{\epsilon}{E} \right)^q \Gamma(-q) \Im(s, q) e^{\lambda_1(s)t} \quad (\text{A. 7})$$

であり, ここで n , \Re は次の定差方程式



A-1 図 陽電子消滅による電子過剰



A-2 図 陽電子消滅による電子過剰

$$\begin{aligned} & [\lambda_1(s) - \lambda_1(s+q)] [\lambda_1(s) - \lambda_2(s+q)] \mathfrak{M}(s, q) \\ & = [\lambda_1(s) + \sigma_0] (s+q) q \mathfrak{M}(s, q-1), \end{aligned} \quad (\text{A. 8})$$

$$\begin{aligned} & [\lambda_1(s) + A(s+q+1)] n(s, q) \\ & = \mathfrak{M}(s, q) + (s+q+1) q n(s, q-1) \end{aligned} \quad (\text{A. 9})$$

の解となっている。

$s=1$ での数値計算の結果は A-2 図に示した。

A-2 コンプトン電子

(A. 3) および (A. 4) 式中の $B'C'/\sigma$ の項を分解すると、

$$\begin{aligned} C'\pi & \quad \text{制動ふく射によるガンマ線} \\ 1/\sigma & \quad \text{ガンマ線の減衰} \\ B' & \quad \text{対生成コンプトン電子} \end{aligned}$$

と考えられるものである。

空気の場合、 $\sigma_{\text{brems}} + \sigma_{\text{comp}}$ はあまりエネルギーによらないので、全体として $1/\sigma$ および B' はエネルギーによらないと見てよい。

さて、この中からコンプトン電子だけを取り出そうとすれば、 π^+ に対してはコンプトン電子の寄与を引去り、 π^- に対してはコンプトン電子の寄与を加えねばならない。

エネルギー W のガンマ線が、エネルギー E , $E+dE$ の電子を作る断面積は [5]

$$\sigma dE = \pi r_0^2 \frac{\mu_e c^2}{W(W-E)} \left[1 + \left(\frac{W-E}{W} \right)^2 \right] dE \quad (\text{A. 10})$$

であり、親のガンマ線のスペクトラムが

$$\frac{dW}{W^{s+1}}$$

のときには、発生電子スペクトラムは

$$\pi r_0^2 \mu_e c^2 \int_{E+\mu_e c^2/2}^{\infty} \frac{dW}{W} \frac{1}{W-E} \left[1 + \left(\frac{W-E}{W} \right)^2 \right] \frac{1}{W^{s+1}} \quad (\text{A. 11})$$

$$\approx \frac{\pi r_0^2 \mu_e c^2}{E^{s+2}} \left[\ln \frac{2E}{\mu_e c^2} - \Psi(s+2) - 0.577 + \frac{1}{(s+2)(s+3)} \right] \quad (\text{A. 12})$$

となる.

したがってコンプトン電子のオペレータとして (A. 3) 式に付加すべき項は

$$\pm \frac{D}{2E} \cdot \frac{B_1' C'}{\sigma} (\pi^+ + \pi^-) \quad (\text{A. 13})$$

であり, ここで B_1' は dW/W^{s+1} のスペクトラムに対して

$$B_1'(s) = \frac{\ln \frac{2E}{\mu_e c^2} - \Psi(s+2) - 0.422 + \frac{1}{(s+2)(s+3)}}{\ln \frac{2E}{\mu_e c^2} - 1} \quad (\text{A. 14})$$

である. この際生残ったガンマ線が問題となるが, その寄与は小さいので無視できる.

A-3 ノックオン電子

エネルギーの電子が E' の電子をノックオンする断面積は [5]

$$\sigma_{\text{knock}} = 2\pi r_0^2 \mu_e c^2 \frac{dE'}{E'^2} \left[1 - \frac{E'}{E} + \frac{1}{2} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \right] \quad (\text{A. 15})$$

である. (厳密には陽電子と電子とでやや異なる値をとるが, 平均として上の値をとっておくことにする.)

ノックオン電子の場合, 生き残り電子の寄与が問題となるが, ここでは陽電子も電子も同じように生き残るので, その数の比を議論する限りでは無視してよいことになる.

さて, ノックオン電子の寄与をオペレーターの形で

$$\frac{D}{2E} K' (\pi^+ + \pi^-) \quad (\text{A. 16})$$

と書けば, dE/E^{s+1} の形のスペクトラムに対して

$$K(s) = \frac{4}{\ln \frac{2E}{\mu_e c^2} - 1} \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{2} \frac{1}{s+2} \right] \quad (\text{A. 17})$$

となる.

A-4 陰電子過剰についてのまとめ

A-1 から A-3 に至る過程を入れた基礎方程式は結局

$$\frac{\partial \pi^+}{\partial t} = -A' \pi^+ + \frac{B' C'}{\sigma'} (\pi^+ + \pi^-) - \frac{D}{2E} \pi^+ - \frac{D}{2E} \frac{B_1' C'}{\sigma'} (\pi^+ + \pi^-) + \epsilon \frac{\partial \pi^+}{\partial E}, \quad (\text{A. 18})$$

$$\frac{\partial \pi^-}{\partial t} = -A' \pi^- + \frac{B' C'}{\sigma'} (\pi^+ + \pi^-) + \frac{D}{2E} \frac{B_1' C'}{\sigma'} (\pi^+ + \pi^-) + \frac{D}{2E} K' (\pi^+ + \pi^-) + \epsilon \frac{\partial \pi^-}{\partial E}. \quad (\text{A. 19})$$

$$\pi^+ + \pi^- = \pi, \quad ,$$

$$\pi^- - \pi^+ = \Delta$$

に対して

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = -A'\pi + \frac{B'C'}{\sigma}\pi + \epsilon \frac{\partial \pi}{\partial E} - \frac{D}{2E}(\pi - \Delta) + \frac{D}{2E}K'\pi + \epsilon \frac{\partial \pi}{\partial E}, \quad (\text{A. 20})$$

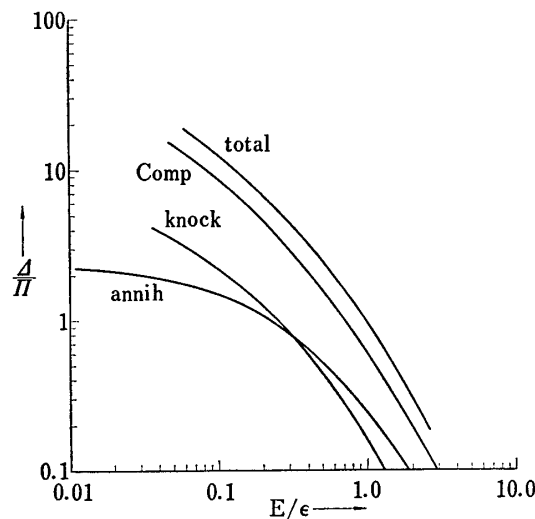
$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} = -A'\Delta + \frac{D}{2E}(\pi - \Delta) + \frac{D}{2E} \cdot \frac{2B_1'C'}{\sigma}\pi + \frac{D}{2E}K'\pi + \epsilon \frac{\partial \Delta}{\partial E}, \quad (\text{A. 21})$$

$$\Delta = -\frac{1}{4\pi^2} \frac{D}{2E} \iint_{-\infty}^{+\infty} ds dq \left(\frac{E_0}{E} \right)^s \frac{1}{E} \left(\frac{\epsilon}{E} \right)^q \Gamma(-q) n^*(s, q) e^{\lambda_1(s)t} \quad (\text{A. 22})$$

とおけば $n(s, q)$ をきめた (A. 9) 式に対応して

$$\begin{aligned} [\lambda_1(s) + A(s+q+1)] n^*(s, q) = & \left[1 + \frac{2B_1C(s+q)}{\sigma_0 + \lambda_1(s)} + K(s+q) \right] \mathfrak{M}(s, q) \\ & + (s+q+1)q n^*(s, q-1) \end{aligned} \quad (\text{A. 23})$$

となり, 各々の成分の寄与については A-3 図に示した.



A-3 図 $\Delta/\Pi(s=1)$ 電子過剰と全粒子数の比

A-5 地磁気による曲りの効果

東西方向を x 軸にとり, シャワー軸と粒子の進行角度の (x, t) 面への射影を θ とおけば

$$\begin{aligned} \text{ダイポールモーメント} \quad M &= e \int_{-\infty}^{+\infty} x(\pi^+ - \pi^-) dx \\ &= e[\langle x^+ \rangle - \langle x^- \rangle], \end{aligned} \quad (\text{A. 24})$$

$$\begin{aligned} \text{ダイポールカレント} \quad J &= e \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(\pi^+ - \pi^-) d\theta \\ &= e[\langle \theta^+ \rangle - \langle \theta^- \rangle] \end{aligned} \quad (\text{A. 25})$$

となる.

この際地磁気による曲りの効果は, カスケードの基礎方程式の中で

$$e \frac{H \partial \pi^{\pm}}{E \partial \theta}$$

と表わすことができる。ここで地磁気の強さを 0.2 ガウス，空気のカスケード単位として 300 m をとれば

$$eH = 1.8 \text{ MeV}$$

の値となる。

基礎方程式は

$$\frac{\partial \pi^+}{\partial t} = -A' \pi^+ + \frac{B' \gamma}{2} + \theta \frac{\partial \pi^+}{\partial x} + \frac{eH}{E} \frac{\partial \pi^+}{\partial E} + \epsilon \frac{\partial \pi^+}{\partial E}, \quad (\text{A. 26})$$

$$\frac{\partial \pi^-}{\partial t} = -A' \pi^- + \frac{B' \gamma}{2} + \theta \frac{\partial \pi^-}{\partial x} - \frac{eH}{E} \frac{\partial \pi^-}{\partial \theta} + \epsilon \frac{\partial \pi^-}{\partial E}, \quad (\text{A. 27})$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = \theta \frac{\partial \gamma}{\partial x} - \sigma_0 \gamma + C'(\pi^+ + \pi^-) \quad (\text{A. 28})$$

で与えられる。

上式の両辺に $e\theta$ を掛け， θ と x について積分すると

$$\frac{\partial J}{\partial t} = -A' J + \frac{e^2 H}{E} \pi + \epsilon \frac{\partial \pi}{\partial E}. \quad (\text{A. 29})$$

この式は陽電子消滅の式と同じであり，したがって答えも等しく近似 A では

$$J = \frac{e^2 H}{E} \frac{1}{\lambda_1(s) + A(s+1)} \pi \quad (\text{A. 30})$$

となる。

次に (A. 27) (A. 28) 式に ex を掛け θ と x について積分して差をとれば

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -A' M + J + \epsilon \frac{\partial M}{\partial E} \quad (\text{A. 31})$$

となり，解は近似 A では

$$M = \frac{e^2 H}{E} \frac{1}{[\lambda_1(s) + A(s+1)]^2} \quad (\text{A. 32})$$

となる。

近似 B の場合には， n ， n^* に対応する n_M は定差方程式

$$\begin{aligned} & [\lambda_1(s) + A(s+q+1)] n_M(s, q) \\ & = n(s, q) + (s+q+1)q n_M(s, q-1) \end{aligned} \quad (\text{A. 33})$$

で与えられ， A ， J の場合と幾分異なっている。