

推薬の定ひずみ速度引張りでの力学物性 データの粘弾性解析*

河田幸三・井田峯人**・本堂 明

On Some Viscoelastic Analyses of Mechanical Properties of a Solid Propellant under Constant Strain Rate Tension

By

Kozo KAWATA, Mineto IDA, and Akira HONDO

Abstract: Viscoelastic analyses of mechanical properties of a polybutadiene-ammonium perchlorate propellant BPT-1 under constant strain rate tension are carried out. It is clarified that time-temperature reduction rule can be applied to the values of tensile stress at break σ_b , associated ultimate strain ε_b , yield stress σ_y , yield strain ε_y , $\varepsilon_L = \sigma_m/E$, and associated stress σ_L , in the temperature range from $+70^\circ\text{C}$ to -30°C , and shift factors a_T for these values can be described by WLF equation except very high and very low temperature regions. This shows that shift factors based upon WLF equation may be applied to σ_m , ε_m , σ_y , ε_y , σ_L , and ε_L , worthy of attention in view of failure criterion of solid propellants. New important facts that ε_L and ε_y are nearly constant for reduced time, are found. The facts offer a new basis for maximum principal strain adopted as empirical failure criterion in practical grain designs.

摘 要

ポリブタジエン系推薬 BPT-1 の定ひずみ速度引張りでの力学物性データの粘弾性解析を行った。この結果、この推薬の破断応力 σ_b 、破断ひずみ ε_b ；最大応力 σ_m 、これに対応するひずみ ε_m ；降伏応力 σ_y 、降伏ひずみ ε_y ； $\varepsilon_L = \sigma_m/E$ 、同応力 σ_L について、時間-温度換算則が $+70^\circ\text{C} \sim -30^\circ\text{C}$ の範囲で成立つこと、移動係数 a_T は緩和弾性率 E_r についても、上記の σ_b 、 ε_b 、 σ_m 、 ε_m 、 σ_y 、 ε_y 、 σ_L 、 ε_L についても高温部を除いて WLF 式で記述できることが明らかにされた。このことは最近破損基準の観点から新しく注目されている σ_m 、 ε_m 、 σ_y 、 ε_y 、 σ_L 、 ε_L についても WLF 式による換算の適用できることを示すものである。また、 ε_L 、 ε_y が換算時間に対し、ほとんど一定であるという新しい重要な事実が知られた。この事実は、実際の設計で用いられている破損基準の大部分が最大引張りひずみが一定値に到達することをとっているのに対し一つの重要な支持となり、この基準は単に経験的なものにすぎないのでなく、確たる根拠をもったものとなる可能性があることを示すものである。

* 固体推薬の力学物性についての研究，第 3 報

** 受託研究員（帝国火工品製造 K.K.）

1. ま え が き

高分子の粘弾性的挙動の温度、時間依存性の分析に関しては、換算変数または粘弾性的対応状態の方法が通常用いられている。これは、粘弾性的性質が依存する時間と温度との二つの主要な変数を分離し、性質をそれぞれの単一の関数によって表わすことを可能とするから、この単純化は大変有用であり、実験測定で用いる有効な時間目盛を拡張する一つの手段として有用である。この換算変数法のもととなる原理は、熱レオロジー的単純性[1]、時間-温度の重畳原理[2]、時間-温度換算性[3] などと呼ばれる。すなわち、ある温度で行なわれた緩和定ひずみ速度引張りなどの測定値が、その温度に対応して時間のスケールを変えてやると、他の温度での測定値と一致させられるということである。

種々の温度、ひずみ速度で得られたデータを対数時間軸（横軸）にそって移動することによって合成曲線（master curve）[4]を作るときの移動量より、移動係数（shift factor） a_T が得られるわけであるが、温度の関数としての $\log a_T$ の形としては、一つの経験式として導入された WLF 式[5]が広範な適用性をもつとされている。上述のような時間-温度換算のできる場合、thermorheologically simple という。多くの高分子物質の微小変形領域の力学的性質に関して、この性質が認められている。この高分子粘弾性の微小変形領域での時間-温度等価性が破壊にも存在することが、T. L. Smith らにより主張された。

固体推葉は重量パーセントで約 75% の酸化剤などの粒子を約 25% のゴム状高分子で結合したものといっているが、この推葉の破壊についてもこの時間-温度換算則の成り立つことが主張されている（T. L. Smith[7]）。ここでは、われわれの実際使用する推葉の破壊が広い時間、温度領域で、この換算則で表現され得るかを定ひずみ速度引張りの実測データにもとづいて検討し、更に一步進めて推葉の破損、破壊基準を議論するうえで最近注目されている最大応力 σ_m 、 σ_m に対応するひずみ ε_m 、降伏応力 σ_y 、同ひずみ ε_y 、および σ_L 、 ε_L （定義後述）についても同様の検討を行なうこととした。以下、移動係数 a_T の誘導法、実験の詳細、解析結果にわたって述べる。

2. 線型粘弾性体の力学的挙動での時間-温度換算性と a_T 、 E_r などの実験的誘導[8]

定ひずみ速度法*（Constant strain rate method）での換算法、 a_T 、 E_r の実験的誘導について必要な箇所のみを述べておく。

粘弾性体の力学的挙動の時間、温度依存性を考察するわけであるが、固体推葉の約 90% は微小変形領域で線型粘弾性体であるといわれる。線型粘弾性体では考えの基礎となるのは、「線型粘弾性体の応力とひずみの関係は、ラプラス変換面では、弾性体と同種の間隔を有する」という、T. Alfrey の対応則（correspondence rule）[9]である。

非圧縮性を仮定すれば、定ひずみ速度引張りでは、 $\dot{\varepsilon} = R(\text{const.})$

$$\varepsilon(t) = \dot{\varepsilon} t \quad (1)$$

* ほかに、一定ひずみを急激に与えて緩和応力を測る応力緩和法、一定応力を急に与えてひずみ変化を測るクリープ法、正弦波応力（またはひずみ）を与えて、ひずみまたは応力をはかる正弦負荷法などがあるが、実験条件の単純な本法を用いた。

$$\bar{\varepsilon}(p) = \dot{\varepsilon}/p^2 \quad (2)$$

$$\frac{p\bar{\sigma}(p)}{\dot{\varepsilon}} = \frac{E(p)}{p} = \bar{E}_r(p) \quad (3)^*$$

両辺を逆変換すれば,

$$\left[\frac{d\sigma(t)}{d\varepsilon} \right]_{\varepsilon=\dot{\varepsilon}t} = E_r(t) \quad (4)$$

ただし, ε : ひずみ, t : 時間, $\dot{\varepsilon}$: ひずみ速度, σ : 応力, E : 縦弾性率, E_r : 緩和弾性率,

$\bar{f}(p)$: 原関数 $f(t)$ のラプラス変換

で, 定ひずみ速度引張りでの応力-ひずみ曲線の各ひずみでの傾斜が, そのひずみでの $E_r(t)$ を与えることになる.

ゴムの弾性はエントロピー弾性であるから, 応力を論ずるには T_0/T による規準化をしておくのがよい. (4) より,

$$\frac{T_0}{T} E_r(t) = \left[\frac{d\sigma(T_0/T)}{d\varepsilon} \right]_{\varepsilon=\dot{\varepsilon}t} \quad (5)$$

\log^{**} の形に書直して,

$$\frac{T_0}{T} E_r(t) = \left[\frac{\sigma T_0/T\dot{\varepsilon}}{\varepsilon/\dot{\varepsilon}} \cdot \frac{d \log(\sigma T_0/T\dot{\varepsilon})}{d \log(\varepsilon/\dot{\varepsilon})} \right]_{\varepsilon=\dot{\varepsilon}t} \quad (6)$$

ただし, T : 温度($^{\circ}\text{K}$), T_0 : 基準温度($^{\circ}\text{K}$)

この式から種々の定ひずみ速度試験での任意の時刻 t での $\sigma T_0/T\dot{\varepsilon}$ の値を知れば, $\frac{T_0}{T} E_r(t)$ を算出できるが, 一つの温度で長い時間領域をカバーすることは困難なので, 種々の温度での比較的狭い時間領域のデータに「時間-温度等価性」の原理が適用できれば, 仕事はきわめて楽となる. 換言すれば, 移動係数 a_T の導入である. 基準温度 T_0 への換算時間を t' として, この場合の移動係数を a_{T_0} とすれば,

$$t' = t/a_{T_0} = \varepsilon/\dot{\varepsilon}a_{T_0} \quad (7)$$

(6) 式を書直せば,

$$\frac{T_0}{T} E_r(t') = \left[\frac{\sigma T_0/T\dot{\varepsilon}a_{T_0}}{\varepsilon/\dot{\varepsilon}a_{T_0}} \cdot \frac{d \log(\sigma T_0/\dot{\varepsilon}Ta_{T_0})}{d \log(\varepsilon/\dot{\varepsilon}Ta_{T_0})} \right]_{t'=\varepsilon/\dot{\varepsilon}a_{T_0}} \quad (8)$$

上記のデータをとるに必要な実験は次のようにすればよい. 引張試験片を恒温槽中で各温

* 単軸引張りで応力-ひずみ関係は, ラプラス変換面で非圧縮性の仮定のもとに

$$\bar{\sigma}(p) = E(p)\bar{\varepsilon}(p) = 3G(p)\bar{\varepsilon}(p) \quad (a)$$

$$\text{今,} \quad \varepsilon_r(t) = \varepsilon_0 \quad (t > 0) \quad (b)$$

の応力緩和を考える.

緩和弾性率 $E_r(t)$ は,

$$E_r(t) = \sigma_r(t)/\varepsilon_0 \quad (\varepsilon_0: \text{定ひずみ}) \quad (c)$$

$$\therefore \bar{E}_r(p) = \bar{\sigma}_r(p)/\varepsilon_0 \quad (d)$$

(b) のラプラス変換は

$$\bar{\varepsilon}_r(p) = \varepsilon_0/p \quad (e)$$

(a) より

$$E(p) = p\bar{E}_r(p)$$

** \log は \log_{10} の意味. \ln と区別する.

度に保って、定ひずみ速度試験機で引張り荷重を加え、そのときの荷重を伸び率に対して測定する。この測定を各温度、各ひずみ速度で行なう。これら測定値が得られたら、まず各温度について、両対数目盛紙の上に、縦軸 $\sigma T_0/T\dot{\epsilon}$ 、横軸 $\epsilon/\dot{\epsilon}(=t)$ としてプロットする。次に、横軸を換算時間 $\epsilon/\dot{\epsilon}a_T(=t')$ にするような合成曲線 (master curve) を作るには、 T_0 の曲線を基準とし各温度に関する曲線を原点を通る t 軸と 45° をなす直線にそって移動し、これらの曲線がなめらかに接続するようにする。以上のようにすれば、(8)式より T_0 に対する曲線を基準とした水平あるいは鉛直移動量が移動係数 a_T を与えることになる。また、合成曲線のこう配から簡単な計算によって $E_r(t')$ が決定できる。

その他の諸量はデータの移動量より a_T と合成曲線が求まる。

3. 実験条件

この実験はすべて定ひずみ速度引張りで行なうこととした。実験条件の詳細は以下のものである。

3-1 試料

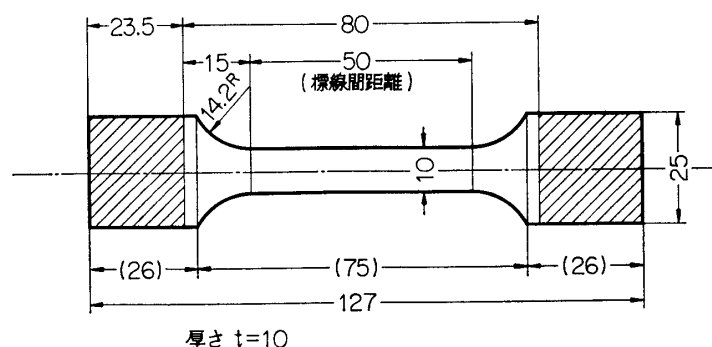
構成を第 1 表に示す。試料はシリカゲル入りのデシケータ中 (20°C , 8~10% R. H.) に保存した。

第 1 表 実験に用いた試料, ポリブタジエン系推薬 BPT-1

成 分		重量%	容積%	注
結 合 材	CTPB (Carboxy-terminated polybutadiene)	20	33	比重 $\rho \doteq 0.98$ $\rho \doteq 1.95$ 平均粒径 80 μ (推定)
酸 化 剤	NH ₄ ClO ₄	70	67	
固体添加剤	Al 粉	10		

3-2 試片形状

リング状、または短冊状試片形状が用いられていた例がある[10]が、ここでは JANAF 改、物懇型試片形状 (第 1 図) を用い、標線間距離係数 $\alpha = 1.3$ [11]とした。



第 1 図 推薬物性懇談会型試片形状。斜線部はチャックにつかむ部分を示す。

3-3 試験機, 引張速度, 温度

使用した試験機は TOM 5000 で, 荷重容量 5 ton, 引張り速度範囲は $V=0.5\sim500$ mm/min の Instron 型試験機である. 使用した引張り速度範囲は $0.5\sim500$ mm/min である. 実測データ中に示した引張り速度は試験機の見盛りをそのまま示してある. 厳密には試片そのものについて実測の必要がある. 温度は $-100, -80, -50, -30, -10, +5, 20, 40, 60, 70^{\circ}\text{C}$ の各温度をとった. 低温側は液体窒素を気化して吹込み低温を得る低温槽 ($-180^{\circ}\text{C}\sim+40^{\circ}\text{C}$, 精度 $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$) を付加して得られた. 一方, 高温側は抵抗線ヒータによる高温槽 (常温 $\sim+200^{\circ}\text{C}$, 精度 $\pm 1^{\circ}\text{C}$) を付加して得られた. 実験室内は恒温恒湿で $+20^{\circ}\text{C}$, $60\sim70\%$ R. H. に保たれた.

恒温槽内の温度が, 所要の設定温度におちついてから約 20 分で試料温度はその温度となるが, 上記の実測の際にはこの倍の 40 分放置後データをとることとした. 荷重は各容量のロード・セルで検出し, X-T 記録計に荷重-伸び線図を記録した.

3-4 実測結果の整理

応力は公称応力, すなわち初断面積に対するもの:

$$\sigma = \frac{P}{A_0}$$

σ : 応力, P : 荷重, A_0 : 初断面積

をとる. ひずみ速度の計算は次式による:

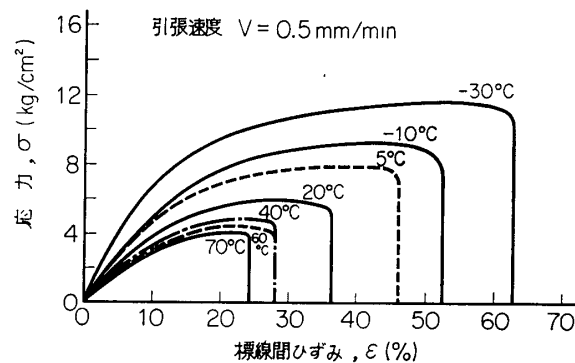
$$\dot{\epsilon} = \frac{\frac{1}{60} V}{\alpha l_{g0}} = \frac{\frac{1}{60} V}{1.3 \times 50} = \frac{V}{65 \times 60} = \frac{V}{3900}$$

$\dot{\epsilon}$: ひずみ速度 (1/sec), V : 引張速度 (mm/min), l_{g0} : 初めの標線間距離 = 50 (mm), α : 有効標線間距離係数 = 1.3

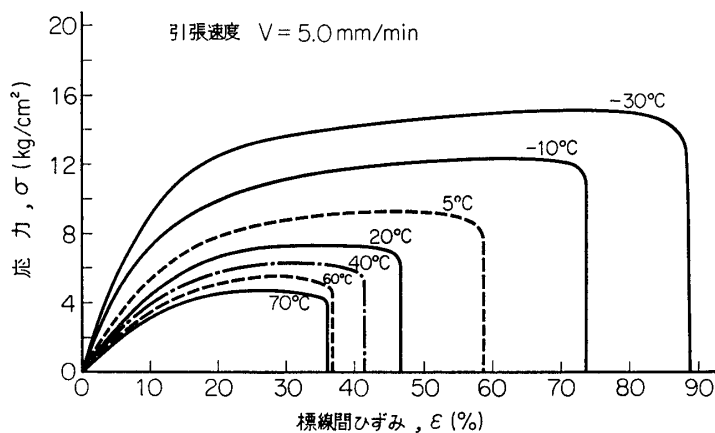
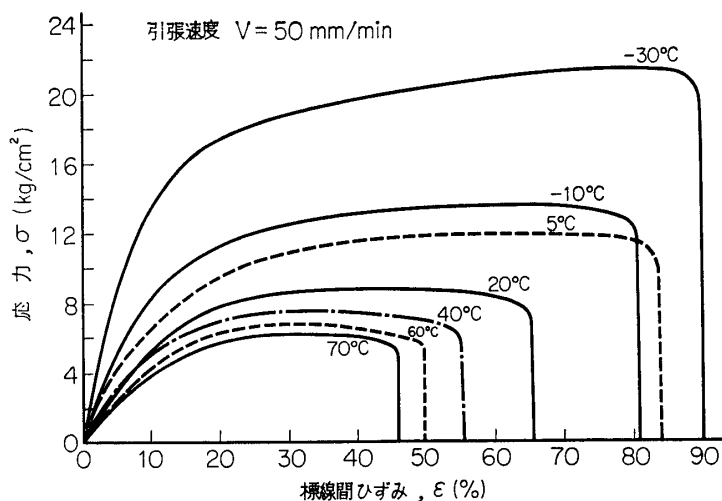
物懇型試片の場合には, 厳密には伸びにより α が変わるので, 真の定ひずみ速度引張りとはいえない. 更に, 全域 $\alpha=1.3$ としているのでこの意味からも近似的のものである. このことをあらかじめ注意しておく.

4. 実験および解析の結果

各温度で得られた BPT-1 推薬の応力-ひずみ線図の代表的なものを第 2~4 図に示す. 図



第 2 図 BPT-1 推薬の応力-ひずみ線図
(引張速度 $V=0.5$ mm/min)

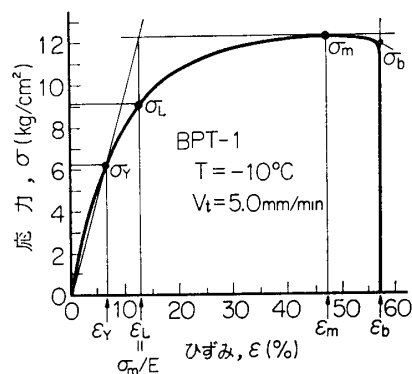
第 3 図 BPT-1 推葉の応力-ひずみ線図 (引張速度 $V=5.0$ mm/min)第 4 図 BPT-1 推葉の応力-ひずみ線図 (引張速度 $V=50$ mm/min)

に示す $-30^{\circ}\sim 70^{\circ}\text{C}$ の範囲では、低温になるほど、 E , σ_m , ε_m , σ_b , ε_b が増大すること、またひずみ速度が大となるほど、上述の値の増大することが見られる。ただし、 σ_m , ε_m などの記号の定義は第 5 図に示すようである。第 2~4 図のデータより導いた破損曲線 (failure envelope) は第 6 図のようになる。付図第 1 図、第 2 図を用いて導いた緩和弾性率 $E_r(t')$ の合成曲線は第 7 図のようになる。この際求められた移動係数 a_T は第 8 図の白丸のようで、WLF 計算式*によく乗るといってよい。ただ、高温側ではやや Arrhenius 型に移行してずれてくるように見受けられる。なお本実験では転移点より著しく下の温度範囲が含まれていないが、転移域にさしかかると WLF 式より上へずれる傾向が見られる。

次に、 $\log \frac{T_0}{T} \sigma_b - \log(1/\dot{\varepsilon} a_T)$, $\log \frac{T_0}{T} \sigma_t - \log(t_b/a_T)$, $\varepsilon_b - \log(1/\dot{\varepsilon} a_T)$, $\varepsilon_b - \log(t_b/a_T)$,

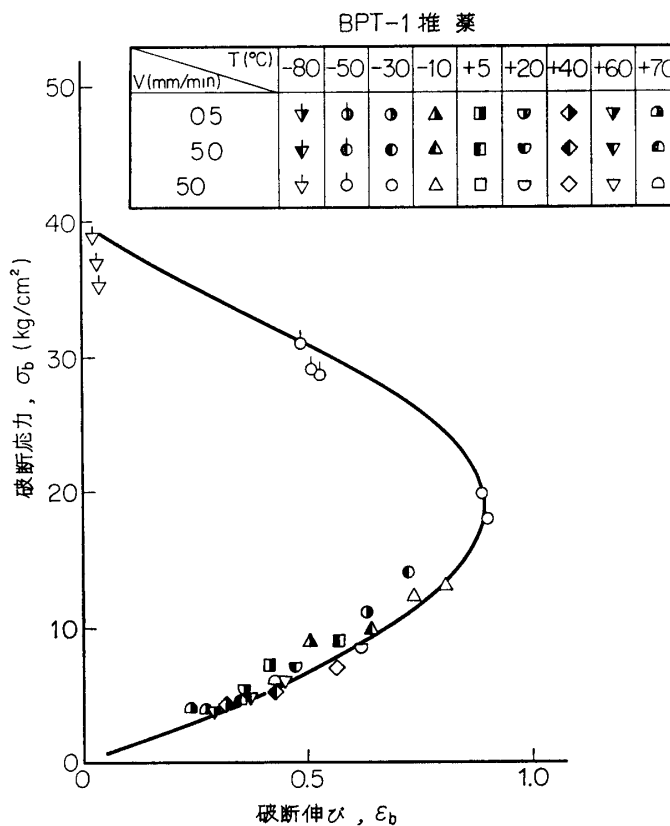
* $\log_{10} a_T(T) = \frac{-c_1(T-T_R)}{c_2+T-T_R}$ $T_R \doteq T_g + 50(^{\circ}\text{K})$ T_g : ガラス転移温度

非充填ポリマーについて、 $c_1=8.86$, $c_2=101.6$

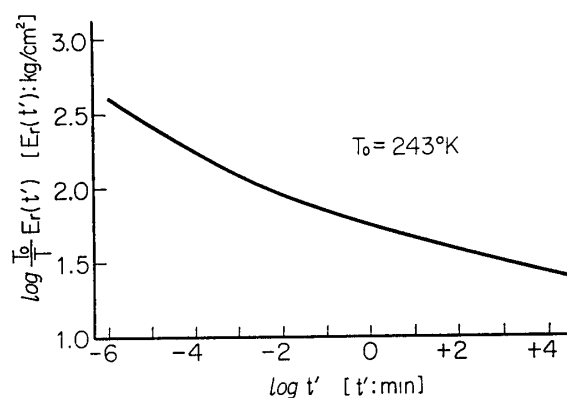


第5図 応力-ひずみ線図での各量の定義

E の取り方は物懇方式によった。すなわち原点 (toe を除いた) と $\sigma_m/2$ の点を結んだ線の傾斜を E とする。なお $\sigma_m/2$ の点を便宜的に σ_y とした。

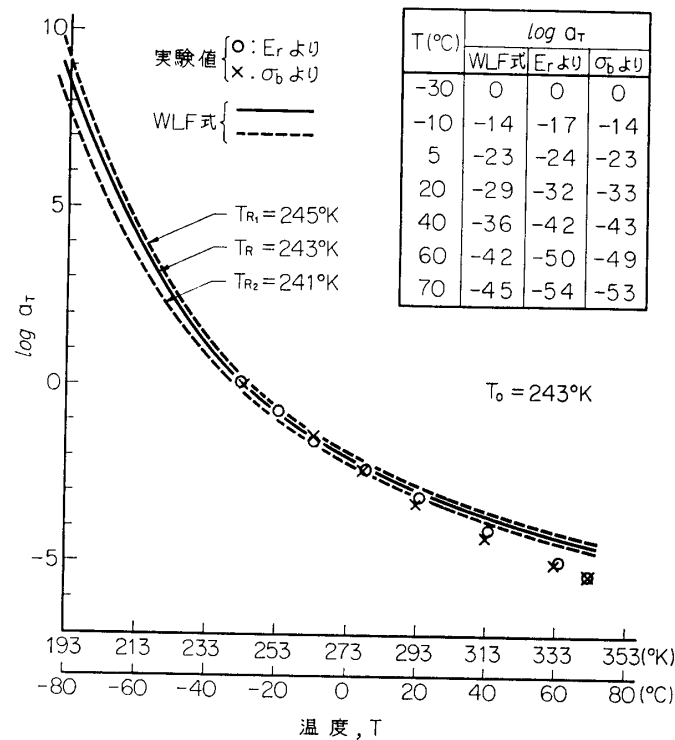
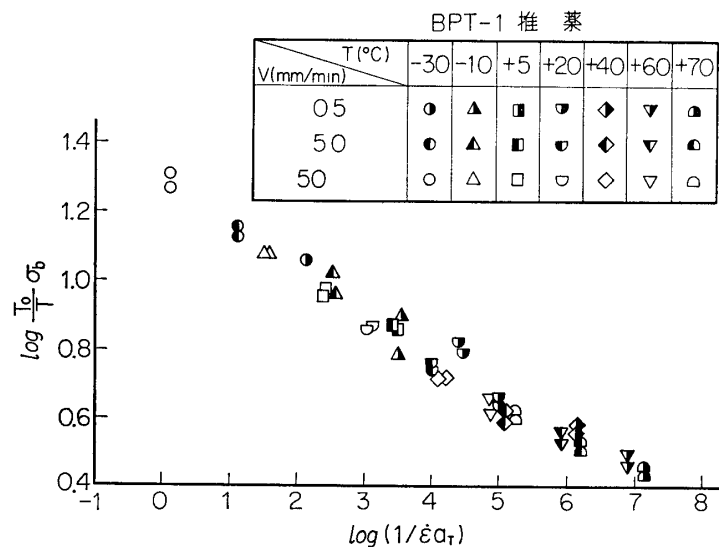


第6図 BPT-1 推葉の破損曲線

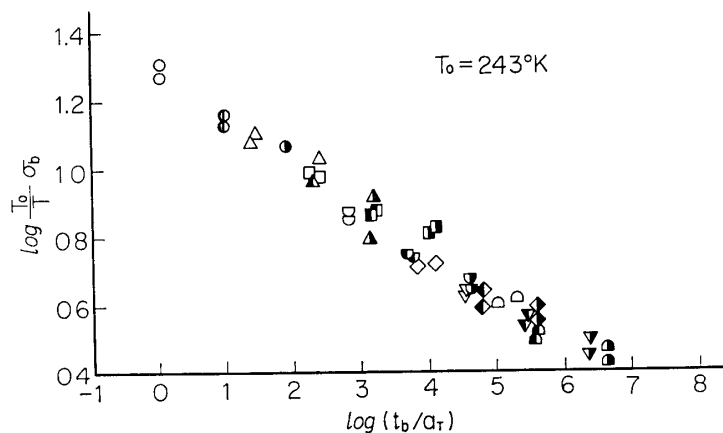
第7図 緩和弾性率 $E_r(t')$ の合成曲線

$\log \frac{T_0}{T} \sigma_m - \log(1/\dot{\epsilon} a_T)$, $\log \frac{T_0}{T} \sigma_m - \log(t_m/a_T)$, $\epsilon_m - \log(1/\dot{\epsilon} a_T)$, $\epsilon_m - \log(t_m/a_T)$, $\log \frac{T_0}{T} \sigma_L - \log(t_L/a_T)$, $\epsilon_L - \log(t_L/a_T)$, $\log \frac{T_0}{T} \sigma_y - \log(t_y/a_T)$, $\epsilon_y - \log(t_y/a_T)$ のプロットを第9~20図に示す。

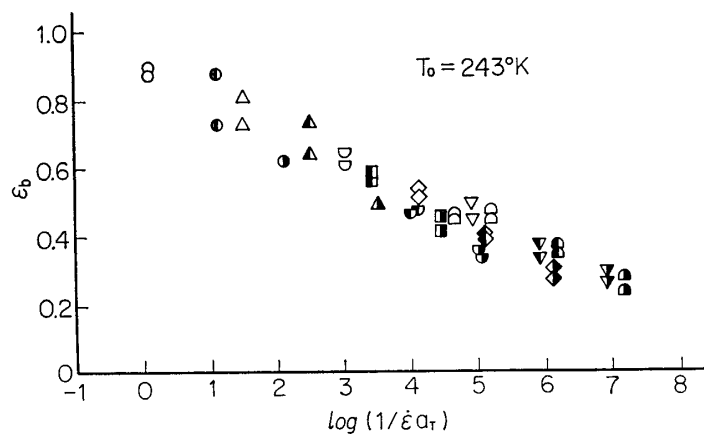
これらの結果から次のことが知られる；

第8図 BPT-1 推葉の E_r および σ_b に関する移動係数 a_T の温度変化第9図 $\log \frac{T_0}{T} \sigma_b - \log (1/\dot{\epsilon} a_T)$

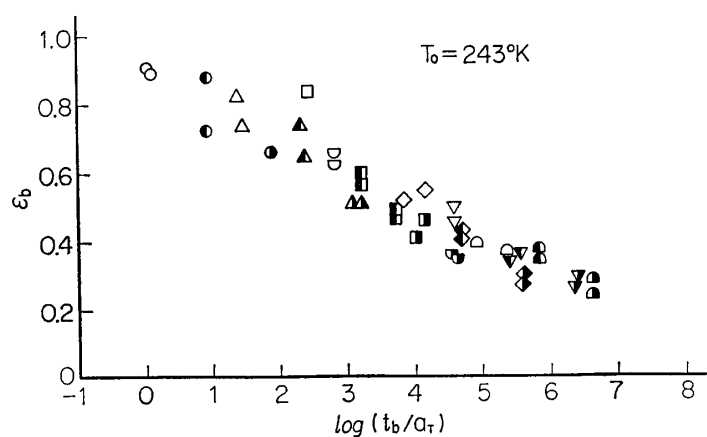
- (1) 緩和弾性率 $E_r(t')$ の合成曲線を導く際の移動係数 a_T はほぼ WLF 式にのるが、高温側で低い方にずれて Arrhenius 型, ($\log a_T = (U/R)(1/T - 1/T_s)$, U : 見掛けの活性化エネルギー, R : 気体定数) に近づき、低温側でわずかに高い方にずれる傾向を示す。だが概して熱レオロジー的単純といってよい。



第 10 図 $\log \frac{T_0}{T} - \log(t_b/a_T)$ t_b : 破断時間

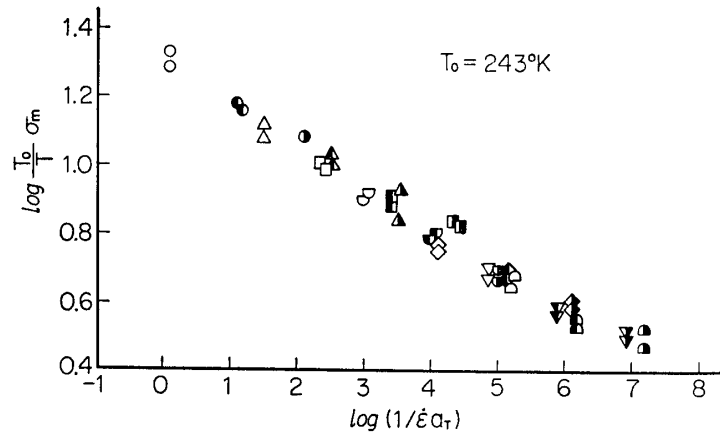


第 11 図 $\varepsilon_b - \log(1/\dot{\varepsilon} a_T)$

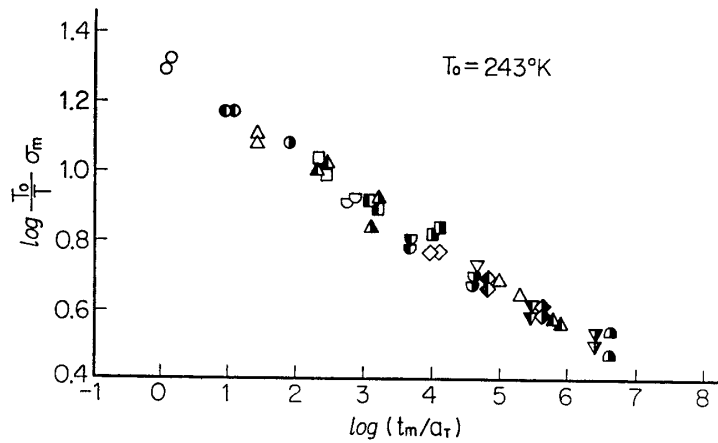


第 12 図 $\varepsilon_b - \log(t_b/a_T)$

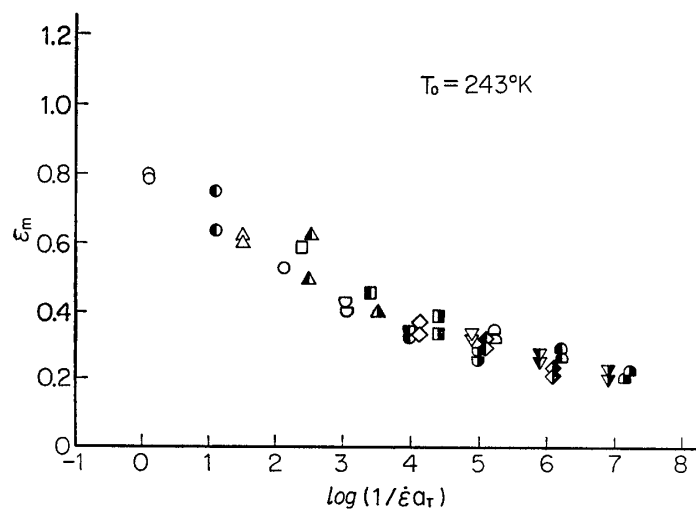
(2) σ_b , ε_b など破断に関する値に関しても, 上記 a_T そのものが良好に近似する. ひずみ速度が更に大となり低温となると ε_b は下るが, この領域はこれらに目盛られていな



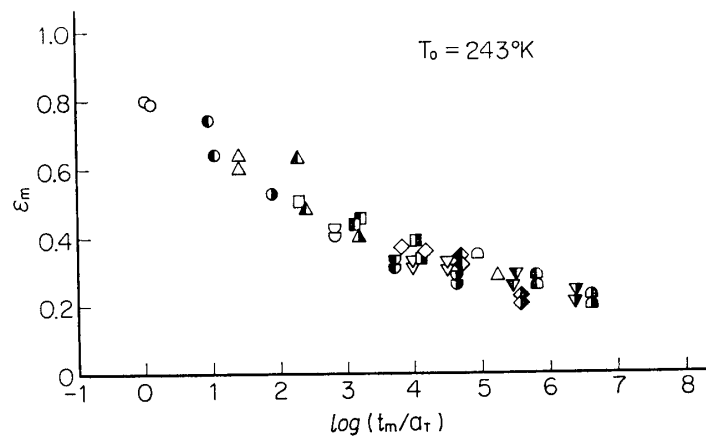
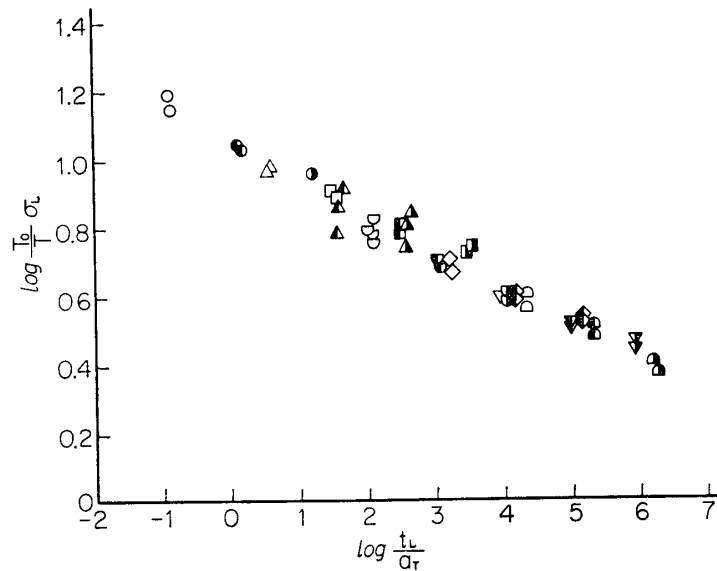
第 13 図 $\log \frac{T_0}{T} \sigma_m - \log (1/\dot{\epsilon} a_T)$



第 14 図 $\log \frac{T_0}{T} \sigma_m - \log (t_m/a_T)$ t_m : σ_m に達するまでの時間



第 15 図 $\epsilon_m - \log (1/\dot{\epsilon} a_T)$

第 16 図 $\epsilon_m - \log(t_m/a_T)$ 第 17 図 $\log \frac{T_0}{T} \sigma_L - \log(t_L/a_T)$ t_L , σ_L に達するまでの時間

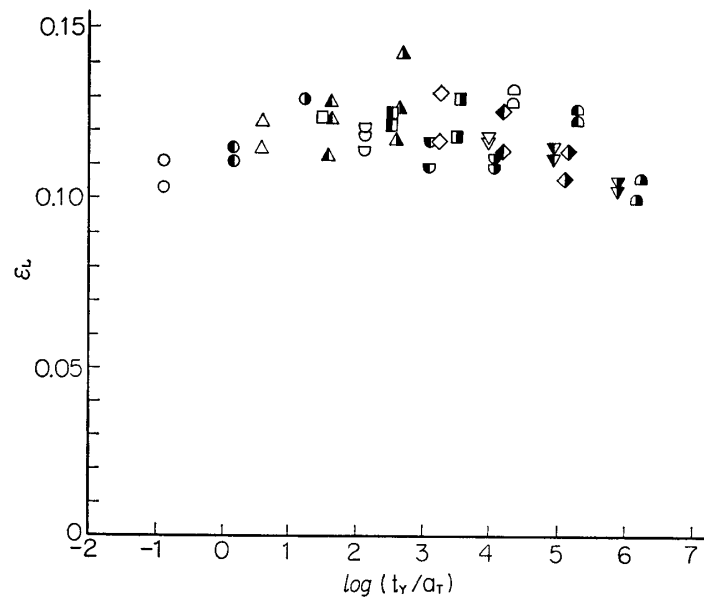
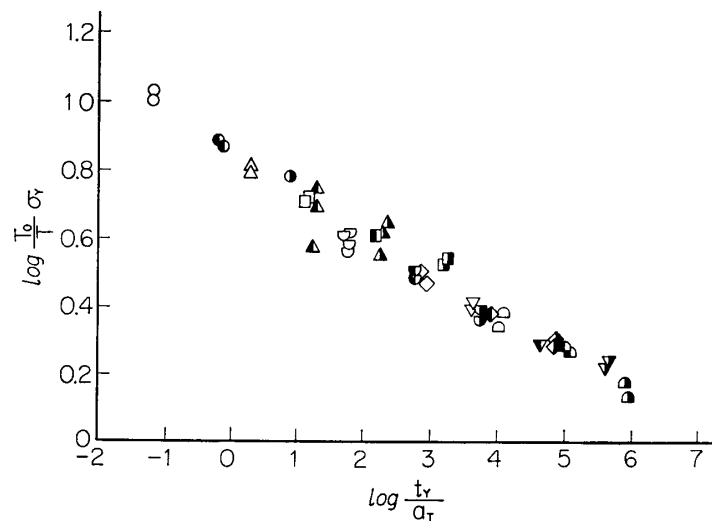
い。(破損曲線参照)。

(3) 上記(2)の値の t_b/a_T に関するプロットは $1/\dot{\epsilon}a_T$ に関するプロットとほとんど一致し、 t_b/a_T に関するプロットは實際上後者で代用してよいことが知られる。

(4) 最大応力 σ_m , これに対応するひずみ ϵ_m , 降伏に関する値 σ_y , ϵ_y , および最大応力と降伏のおそらく両者に関する値 σ_L , ϵ_L についても同一 a_T が適用され得る。

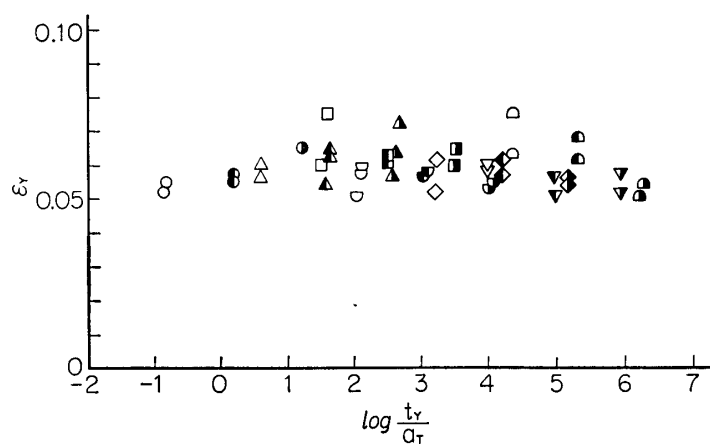
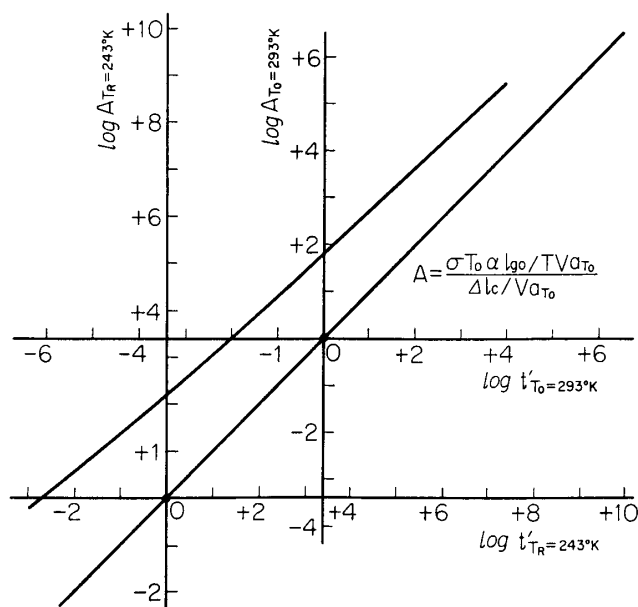
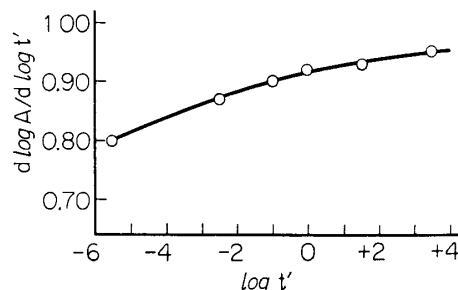
(5) したがって、この推葉に関し、 $E_r(t')$ に関する移動係数 a_T により、降伏時、 σ_L 時、最大応力時、破壊時の応力、ひずみのデータが時間-温度換算則により合成曲線化される。降伏時、 σ_L 時、最大応力時についてのこの記述は新しい事実といってよい。

(6) ϵ_L , ϵ_y が換算時間に対してゴム状態ではほとんど一定値をとることは注目すべき新事実である。実際のグレーン設計では、破損基準として定最大引張りひずみ説を便宜的

第 18 図 $\varepsilon_L - \log(t_v/a_T)$ 第 19 図 $\log \frac{T_0}{T} \sigma_y - \log(t_v/a_T)$ t_v : σ_y に達するまでの時間

にとることが多いが、前出の第 2 報で述べたように、 ε_L , ε_y は空孔形成の開始時のひずみと密接な関係があることとあわせ考え、この定ひずみ説を単に経験的なものと考えず、もっと本質的な意味を付与してよいのではないかと考えられる。この考察をややくわしく展開してみよう。第 5 図において、 $(\sigma_y, \varepsilon_y)$ は真の降伏点に近いものと見てよからうし、一方 $(\sigma_m, \varepsilon_L)$ は降伏応力 σ_m の弾—完全塑性体としてあらく近似したときの降伏点と見てよからう。

ゆえに、 ε_L がゴム状態で引張り速度によらずほぼ一定値をとる事実は、「ゴム状態では弾—完全塑性体（降伏応力： ε_m ）として近似したときの降伏点ひずみは引張り速度に

第 20 図 $\varepsilon_y - \log(t_y/a_T)$ 付図第 1 図 $\log A - \log t'$ の作製付図第 2 図 $d \log A / d \log t'$ の作製

対し、ほぼ一定値をとる」といい換えられる。

ここで、破損基準として ε_L をとること——つまり、 ε_L 基準設計——は、降伏応力 σ_m の弾—完全塑性体として近似したときの降伏ひずみをとることとなり、上記の仮想応力—ひずみ線図（ゴム状態で、ひずみ速度に対し、降伏点ひずみがほぼ一定）にもとづいて、弾性設計を行なうことに該当する。したがって、これをとればかなり安全側と見られ、実際問題としては、諸種の負荷場合に応じて、塑性設計の概念に相当して適宜 $k\varepsilon_L$ (k : 1 より大きい許容倍数) までとることも考慮し得よう。

5. 結 言

ポリブタジエン系推薬 BPT-1 の定ひずみ速度引張りのデータの粘弾性解析を行ない、こ

の推葉が緩和弾性率 $E_r(t')$ および降伏, $(\sigma_L, \varepsilon_L)$, 最大応力, 破壊時の応力, ひずみに関し, 概して熱レオロジー的単純であること, $\varepsilon_L, \varepsilon_y$ は換算時間に対しほとんど一定値をとることが明らかにされた. 後者はグレーン設計における破損基準のとり方に有力な示唆を与えるものである.

終りに, 有益な助言をしていただいた小林 昭助教授, 実験に当りご助力いただいた橋本 彰三, 大谷信男, 佐藤 正, 栗山慎鋒, 中村幸紀, 佐藤秀夫, 古谷 実の諸氏に厚く感謝する. また, 試料作製に助力された帝国火工品製造 K. K. の諸氏に深甚の謝意を表す.

なお, この一連の研究の費用の一部は, 文部省科学研究費補助金(総合研究; 宇宙環境での飛行体材料および構造の強度に関する研究)により支弁されたことを記し, 深甚の謝意を表す.

1969 年 10 月 11 日 材料部

参 考 文 献

- [1] F. Schwarzl, A. J. Staverman: J. Appl. Phys., **23** (1952), 838.
- [2] A. V. Tobolsky: J. Appl. Phys., **27** (1956), 673.
- [3] O. Nakada: J. Phys. Soc. Japan, **12** (1957), 1218.
- [4] J. Bischoff, E. Catsiff, A. V. Tobolsky: J. Am. Chem. Soc., **74** (1952), 3378.
- [5] M. L. Williams: J. Phys. Chem., **59** (1955), 95.
M. L. Williams, R. F. Landel, J. D. Ferry: J. Am. Chem. Soc., **77** (1955), 3701.
- [6] T. L. Smith: J. Polymer Sci., Part A, **1** (1963), 3597.
- [7] T. L. Smith, R. F. Landel: ARS Journal, **31** (1961), 599.
- [8] [9], [5], [1]~[4] のほかに,
H. S. Tsien: Quart. Appl. Math., **8**(1950), 104.
E. H. Lee: Tech. Rep. No. 8, Division of Appl. Math. (1955/6), Brown Univ.
牟岐鹿棲: 機械学会誌, **64**-513 (1961/10), 1392.
M. L. Williams, T. Kunio: GALCIT SM-63-31.
国尾 武, M. L. Williams: 日本機械学会誌, **68**, No. 552 (1965), 83.
- [9] T. Alfrey: Quart. Appl. Math., **2**(1944), 113.
- [10] 原 敬一, 国尾 武: 日本機械学会, 名古屋大会講演 (1969, 3月)
- [11] 河田幸三, 井田峯人, 本堂 明: 東大宇宙研報告, 第 5 巻第 4 号 (1969), 506.
- [12] 原田忠直, 鈴木健一, 辻 義正: 第 12 回宇宙科学技術講演会講演集 (1969, 1月), 25.