

# 電波誘導方式(Ⅱ)

石谷 久・馬場 康子・前田 行雄

Radio Guidance Concept. Part II.

By

Hisashi ISHITANI, Yasuko BABA and Yukio MAEDA

**Abstract:** It is well known that application of feedback optimization technique, a technique for detecting disturbances suffered so far and then optimizing the subsequent control strategy, is most effective to improve the accuracy of the orbit in launching a satellite. In this paper, a radio guidance concept for 3 stage launching rocket with a thrust vector controlled second stage motor and an injection controlled final motor is discussed as an example of real time feedback optimization.

As to a guidance method concerning the final motor, its concept and algorithm have been already shown in ref. 1, and the radio guidance program was applied to L4SC-2 launching experiment. Therefore, the discussion is mainly focused on the guidance scheme for controlling the second stage motor to compensate disturbances caused by the uncontrolled first stage motor in an optimum way considering the succeeding correction for the final motor. Though this is a simple example of two step dynamic optimization problem, the precise calculation for the first step of optimization (guidance to the second stage motor) becomes very complex because of the following step of optimization, results of which are necessary to optimize the first step. In this case, a time interval for computation is not long enough to obtain the completely optimum guidance law, for the long time interval between burn out of the first motor and ignition of the second motor cannot be allowed because of the demand for effective use of rocket energy. However, as the disturbance suffered in the first stage flight is not enlarged for the same reason, a linear perturbation method developed at the nominal trajectory is applicable and the criterion function of this step is approximated by a quadratic function in terms of attainable trajectory parameters of the second stage flight. This function approximately represents the performance index for the first step optimization on the condition that the next step optimization is executed.

With these approximations, the computation becomes very simple and a nearly optimum solution for this step can be obtained immediately. In addition, all hardwares or radio guidance systems shown in ref. 1, are also available for this case.

The adaptability of the method for practical experiments and the validity of

assumptions are assured by the numerical examples applied to some typical flight data. The accuracy of trajectory estimation of the first stage flight that is most significant for the method is investigated, and the results of last few experiments show that the estimation from ten seconds data will give enough accuracy for this object.

## 概 要

人工衛星の打上げにおいて、その達成軌道精度を向上させるためには、それ迄に受けた外乱を検出しつつ、その後の制御を最適化するフィードバック最適化手法の適用が有効であることは、明らかである。本文においては、2 段目モータに推力軸制御装置を備え、最終段モータの打出し方向が制御可能な 3 段式ロケットの電波誘導方式を、実時間のフィードバック最適化の例として検討している。最終段モータに関する誘導法については、文献 [1] に示されており、誘導プログラムは、L4SC-2 号機打上げ実験において適用されているので、本文では、制御不可能な 1 段目モータの外乱を補正するための、2 段目モータの誘導法を中心として、これを、その後につづく最終段モータの修正とあわせて、全体として最適化する手法について論じられている。これは、単に、2 段階の動的最適問題の例に過ぎないが、第 1 段階の正確な最適化計算 (2 段目モータに対するもの) は、その時点で同時に考慮すべきその後の段階の最適化のために、非常に複雑となる。この場合、ロケットエネルギーの有効利用の要求から、第 1 段燃焼終了後、第 2 段モータ点火までの時間は十分とれず、最終段モータの最適化の場合の様に、最適化計算のために十分な計算時間は許されない。ただし、上と同じ理由により、第 1 段モータで受けた外乱は拡大していないので、標準軌道からの線形摂動の利用が可能であり、誘導の評価関数も、その後の最適化によって得られるその時間の最適評価を反映する様な、2 段目軌道に関する二次形式で近似される。これらの近似により、計算は非常に簡単化され、2 段目モータに対する最適解は直ちに求められる。更に、文献 [1] に示されるすべての電波誘導装置は、この場合も利用可能である。この様な手法による、実際の誘導に対する適用可能性及び仮定の妥当性は、代表的な飛しょうデータにより、数値的に確認されている。また、この誘導において、最も重要な第 1 段モータ軌道の推定精度については、最近の実績結果より、10 秒程度の推定で、十分な精度が得られることが示される。

## 1. ま え が き

制御対象を、ある目標 (適当な評価基準によって定量的に記述されているものとする) を達成するために制御しようとする時、系に予測不能な外乱の加わる可能性がある場合には、外乱による誤差を検出しつつ、その時点以後の操作可能な制御の内から評価基準に従い最適な方法を用いていくフィードバック形式の最適化が最も望ましいことは明らかであり、これは DP 等の基本的概念である。

特にロケットの軌道精度を上昇させるための誘導制御にあたっては、対象システムの動特性が正確に記述可能で理論上の検討が容易であること、重量等の制限が厳しく最適化の要請も強いこと等から、上の概念による制御方式の実用を目的とした研究は数多く行われてきており諸外国においては既に広く応用されている。

本学の科学衛星打上げのロケットは、比較的簡単な制御機能により、衛星軌道投入を達成

するところにその特徴を有し、必ずしも制御能力は高くない。しかしながら途中で受けた外乱の検出と、それ以降に何らかの制御が可能であれば、その制御量決定に当たって上述の概念を用いることが可能で、最終段ロケットの打出し時刻、方向を、その前段軌道推定結果により修正する方法[1]も、基本的にはフィードバック最適化を行っていると考えられる。

ただし、この方法は、実際に外乱を受けてから（前段モータの燃焼終了以前）この外乱を検出して制御が行われるまでの時間遅れが大きく、その時点では、既に外乱による誤差が拡大されるため、制御能力の余裕はあまり残されていない。事実、文献[1]の方法では、前段軌道遠地点が上昇すぎると、最終段モータによる角運動量、エネルギー増分が減少し、目標遠地点を達成出来ない。逆に低すぎる場合は、達成軌道近地点が低下する。大きな外乱に対してこの段階で完全に補償するためには、最終段の制御余裕、必要精度としてきわめて大きなものが要求される。

将来の科学衛星打上げ計画には、2段目ブースタに、TVC（推力軸方向制御）を装備することが予定されており、これは積極的な制御能力を持つものであるから、この時点から外乱検出によるフィードバック最適化を図ることが可能となり、またこれによって軌道精度のかなりの改善が期待される。

この際、なるべく簡単な装置により、コストのかからない方法とすることと、既にレーダ追跡制御用に汎用計算機が設置、利用されており、これにより地上において外乱の検出が可能なこと、最適化に必要な計算機構を衛星打上げロケットに搭載することは、コスト、重量、要求精度から現実的ではないこと、地上と飛しょう体の間はレーダを通じてデータリンクが存在し、地上の計算処理の結果により制御可能であること（文献[1]に示す制御を行うため装置は既に完成している。）等から地上で外乱を検出し、制御則を求めて機上の装置に伝える電波誘導方式を延長することが、最も現実的である。

本文では、このような概念のもとに、文献[1]の方式を延長してTVC制御段階の最適化を行ない、軌道精度を一層改善する誘導方式の検討を行なった結果について報告する。

## 2. 方 式

### 2.1 対象システムと制御方式

制御対象システムは、科学観測衛星打上げロケット M4S(L4S) 型機に、TVC を備え、(3段式に変更した) M3C 型機であって、1段目は従来通り無制御、2段目に TVC 装置が装備され、あらかじめ設定された方向(時間とともにプログラムで変更する)へ、hardware によるフィードバック制御系が組まれて、機軸を制御する。最終段ロケットは、従来どおりの固体モータで、定められた方向へ姿勢制御されてからスピン安定がかけられ、設定時刻(変更可)に点火されて衛星投入が行われるものである。

前述の制御の基本概念は

- 1) 外乱が入る可能性が大きく、事前に定めた制御則を用いたのでは最適性が保てない場合
- 2) 予測不可能な外乱の結果が、何らかの検出機構によって正しく推定される場合
- 3) 以後の制御の変更が可能で、その初期状態からあらたに最適制御則を適用出来る場合に、フィードバックによる最適化を行なうというものであるから、外乱が入りやすい時点以

降 (可能であれば, 外乱を受けている間も含む), その影響が検出され次第, なるべく早い時期で, その誤差が拡大されない内に修正を行うことが望ましく, 逆に外乱の入る可能性がない場合にはこのような修正の必要性は少ない. ここで外乱というのは, 未知外力による誤差の他, 対象系の特性が十分知られない場合 (または再現性が不十分な場合) に生じる誤差等事前の予測からはずれざる要因をまとめて考えるものである.

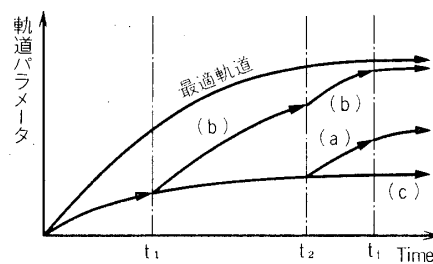
したがって上記ロケットを対象とした場合, 最も外乱を受けやすいのは第 1 段目ロケットであり, 2 段目ロケットは制御可能であって, それ以後外乱の入る可能性は少ないことから, 第 1 段燃焼終了後, なるべく早い時期に, 外乱補償のためのフィードバックをかけることが望ましい.

この場合, 残留推力消滅を待つため, 1 段目燃焼終了後, 多少 Free Flight の期間が必要であるが, この時期を用いて軌道のずれを推定し, 新たに最適制御量を計算後, その情報をロケットへ送信指令することを考えると

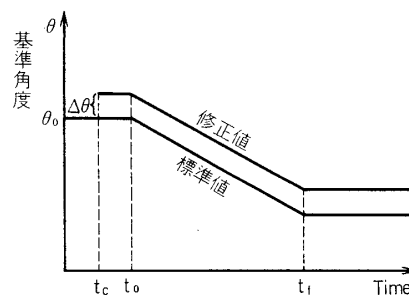
- 1) Free Flight のため, 位置速度すなわち飛しょうの状態量推定が容易であり, 精度上昇も期待出来る.
- 2) Free Flight 中は, レーダ制御のための予測計算も単純になり, また Powered Flight 中に必要な落下地点計算等も不要であるから, 最適制御量の計算が可能となる.
- 3) 追尾, Command 送信も, この時期には, 燃焼ガスがなく信頼性が高い等の理由から, 最も望ましい時期と考えられる.

ロケットの運動は, 無定位性で, 外乱による誤差を縮小させるような自己制御性はないから, 外乱による軌道のずれは, フィードバックによる積極的な修正を加えぬ限り, 1 図の (c) のように拡大するのが普通である. したがって, フィードバックによる最適化を行う場合も, 制御終了の直前  $t_2$  のみで最適化を行う方法 (a) より, かなり以前の段階  $t_1$  において修正を加え, さらに  $t_2$  でもう一度修正する (b) ことにより, 制御の Performance をかなり上昇させることが出来る. これは 2 段階のフィードバック最適化を行うことに他ならず, 前述の最終段制御は最終段の最適化であるから, 前段階の制御と無関係に適用可能である. ここで検討する方法は, 前段階の最適化であるから, DP 的な考え方に従い, 後段の最適性を考慮しつつ制御則を求めることが望ましいが, オンライン計算上の制約もあって計算容易な手法が必要なので, 簡単な 2 乗評価により近似的に段階最適化が達成できる方法を考える.

Hardware としては, あまり複雑にならぬように最終段打ち出し制御方式の延長を考え, 制御項目も, なるべく Hardware に負担がかからず, しかも感度の高いものを考える. 現在予定されている TVC の姿勢基



第 1 図 フィードバックによる最適化



第 2 図 TVC 姿勢基準の修正

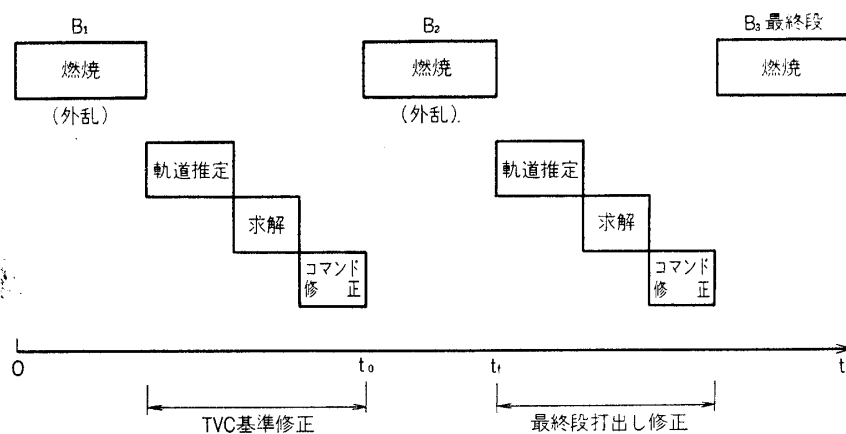
準プログラムは2図のように、点火時刻  $t_0$  (あらかじめ設定される) に  $\theta_0$  から一定速度で変化し、 $t_f$  で終了するものである。この内、 $\theta_0$  および変化速度が可変であるが、特に  $\theta_0$  はレジスタに蓄えられるため電气的に変更しやすく、前述の制御 [1] に用いるデコーダと組み合わせることにより、地上側は現在のコマンド装置を用いて  $\theta_0$  を変更出来る。このうち Pitch 軸の  $\theta_0$  は以後の飛しょうに対して影響力が大きく、いわゆる制御 Gain の大きい項目である。したがってここでは、この  $\theta_0$  を変更することによって外乱を減少するような制御方式を検討する。

2 段目、3 段目に TVC のついた 4 段式ロケットに対しては、以上の制御を各段で行なうことが可能である。また、計算時間、hardware に余裕があれば、燃焼中に複数回、上の最適化を行う (具体的にはプログラムのレジスタ変更を Command により行う) ことにより、一層制御効果をあげることも不可能ではないが、前述の現由から多少の困難もある。特に連続して行えば、地上 loop を含む Feedback Control となり、Inertial Guidance に比べて安価ではあるが、複雑になる。(推定精度と Optimization 方式、以後の Control の精度がよければ、最初の Feedback の効果は大きく、連続した Feedback の必要性は少ない。) 特に以後外乱がないとすれば、初期時点の最適化で十分と考えてよい。

以上の点を考慮して具体的な誘導方式としては、次の概念に従うものを考える。

- 1) 真のフィードバック最適化は、その時刻の外乱を受けた状態から最終段階までの制御効果を予測して最適解を求める。文献 1 の最終段モータ打出しに関する 1 段階の最適化でもかなり計算を要するので、TVC 基準変更時に正確な 2 段階以上の最適化を行うことは計算時間の点から不可能で、何らかの近似手法が必要である。(燃焼中複数回のフィードバック最適化を行うためには、計算量は著しく増大する。)
- 2) 最終段打出しを考慮する場合、Nominal Trajectory は外乱のない場合の最適軌道であるから、外乱を受けた後でも制御変更によりこれを補償出来る場合は、これが最適化に他ならない。したがって、評価として Nominal Trajectory へ近づけるもの考えても、全体としての最適化に近いものとなる。また、制御後にもある程度の誤差があり得る場合、厳密な最適計算は事実上あまり意味がないので、近似的評価でも全体としての demerit は少ない。
- 3) 最終段モータ打出しのアルゴリズムは、前段軌道頂点高度、速度を基準に決定されるので、その前後段を制御する場合には、その結果を利用して頂点高度と速度に対する評価関数を定めれば、近似的な最適解を得られる。これは Dynamic Programming の考え方に従うことにもなる。
- 4) 初段燃焼後、比較的早い時期にフィードバックをかけるので、外乱もあまり拡大されず、Nominal Trajectory からの Perturbation が可能となる。これによって系が線形化され、さらに評価関数を二次形式で表わせば、解は線形制御となり、計算は著しく容易になる。したがって多数回または連続的フィードバックも容易に計算される。
- 5) 制御変数は、最適化の立場からは自由度の高い方が好ましいが、オンライン計算、ハードウェアを考慮すると、制御能力の低い変数を考慮しても余り効果は期待出来ず、最も重要な項目を少数選択しておく方がよい。(計算上も特異になりにくい。) この場合、軌道形

状を左右するのは、エネルギーおよび角運動量であるから、軌道面内の上下方向、すなわち Pitch 角の感度が最も高いことは明らかであり、この項目が必要最小限のものであり、hardware としては、最終段制御と共通するものが多い。結局、具体的方式としては、TVC ロケットの点火時までを受けた外乱を検出し、TVC の基準角を、Nominal trajectory からのずれを最小とする評価関数にしたがって変更することを考え、評価基準を適当に選ぶことにより、厳密な最適化に近づけることが可能となる。また、系の記述は、Nominal Trajectory からの Perturbation 法を用いて線形化し、評価関数は 2 次形式を用いて簡単化することにより、オンラインの計算の負担を軽減し、実現容易な誘導方式を求めようというもので、次節以降に具体的な方程式と誘導方法、この方式の効果と限界または問題点等についての数値的な検討を示す。



第 3 図 電波誘導のタイミング

## 2.2 制御の基本式

今、適当な慣性空間座標系におけるロケットの運動方式が

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{u}) \quad (1)$$

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$$

で与えられるものとする。ここに、 $\mathbf{X}$  は状態変数、 $\mathbf{u}$  は制御入力（誘導のために可変な制御可能なもののみを示し、その他の TVC のパラメータ等、事後的に変更不可能なものは、 $\mathbf{f}$  のパラメータとして含まれるものとする。）また、摂動法 (Perturbation Method) による線形系の制御を考えるため、基準軌跡 (nominal trajectory) を示す基準値 (nominal value) は添字  $n$  で表わし、制御開始時を  $t_0$ 、制御終了時（実際には  $\mathbf{u}$  = 一定のパラメータ制御（いわゆる Point Control）であるが、評価は、燃焼終了時の外乱を消滅させることを目的としており、この意味で終端制御 (terminal control) であるから、制御評価の終端時刻を表わすもの）を  $t_f$  とする。制御目標は、 $t_0$  における外乱  $\Delta \mathbf{X}(t_0) = (\mathbf{X} - \mathbf{X}_n)|_{t_0}$  を知って、 $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_n$  により、 $t_f$  における誤差  $\Delta \mathbf{X}(t_f) = (\mathbf{X} - \mathbf{X}_n)|_{t_f}$  を適当な評価基準のもとに最適化する問題になる。ただし、 $\Delta \mathbf{X}(t_0)$  は十分小さく、摂動による線形化が可能なものとする。線形近似を行うことにより、(1) は

$$\delta \dot{\mathbf{X}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_n, \mathbf{u}_n} \delta \mathbf{X} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{X}_n, \mathbf{u}_n} \delta \mathbf{u} \quad (2)$$

$$\delta \mathbf{X}(t_0) = \delta \mathbf{X}_0$$

と線形化され、線形微分方程式の理論より、状態遷移行列  $\Phi(t_0, t)$  ただし

$$\dot{\Phi}(t_0, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_n, \mathbf{u}_n} \Phi(t_0, t) \quad (3)$$

を用いれば、 $t_f$  における誤差  $\delta \mathbf{X}(t_f)$  は、

$$\delta \mathbf{X}(t_f) = \Phi(t_0, t_f) \delta \mathbf{X}(t_0) + \left[ \int_{t_0}^{t_f} \Phi^{-1}(t_0, t) \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{X}_n, \mathbf{u}_n} \delta \mathbf{u}(t) dt \right] \Phi(t_0, t_f) \quad (4)$$

と表わせる。さらに  $t_0, t_f$  固定の場合には、 $\Phi(t_0, t_f)$  は一定であるから、(4) は  $\delta \mathbf{X}(t_0)$  に関して線形となる。

$\delta \mathbf{u}(t)$  が連続可変であれば、普通の terminal control の問題に帰着する。この場合に、積分を和で近似しても最適化にはかなりの計算を要するので、 $[t_0, t_f]$  を数ステップに分割して、1step ごとに  $\delta \mathbf{X}$  が 0 になるような  $\delta \mathbf{u}$  を求めていく方法が考えられ、これが一般の Perturbation による電波誘導の基本的概念と思われる。これを一度だけで済ませるのが本文の方法で、計算機やデータリンクの負担は著しく軽減される。

今、 $\delta \mathbf{u}(t)$  が最も制御効果の大きい一つのパラメータ（前節の Pitch 基準初期設定角）の基準値からの変動  $\delta \theta_p$ （またはその函数）であるとすれば、(4) 式右辺第 2 項の  $\delta \mathbf{u}(t)$  は一定となり、

$$\delta \mathbf{X}(t_f) = \Phi \cdot \delta \mathbf{X}(t_0) + A \cdot \delta \mathbf{u} \quad (5)$$

ただし、

$$A = \int_{t_0}^{t_f} \Phi^{-1}(t_0, t) \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{X}_n, \mathbf{u}_n} dt \cdot \Phi(t_0, t_f)$$

と表わされる。

一般に、(1) において、 $\mathbf{f}$  は  $\mathbf{X}$  に対して線形に近いが、 $\mathbf{u}$  に関して非線形になることが多い。（ $\mathbf{X}$  は、重力の変化により、基準値からずれてもあまり変化しないのに対して、 $\mathbf{u}$  は、推力の向きを変えるため、影響力が大きく、変動に対する  $\mathbf{f}$  の感度が大きい。）

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t; \theta_p) = \mathbf{u}_n(t; \theta_{pn}) + \left. \frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial \theta_p} \right|_n \delta \theta_p \quad (6)$$

とにおいて、 $\delta \mathbf{u}$  を、 $\delta \theta_p$  に関して線形化可能な範囲であれば、更に、

$$\delta \mathbf{u}(t, \delta \theta_p) = \left. \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right|_n \cdot \delta \theta_p \quad (7)$$

とおくことにより、(4) 右辺第 2 項は、 $\delta \theta_p$  の線形関数となって、(5) の形式で表わされる。外乱の補正を行うため、 $\delta \theta_p$  を相当大きく変化して制御しなければならないようなときには、(2)、(6) の線形近似が困難になる。これは、 $\delta \mathbf{X}(t_0)$  に対して、制御対象のロケットの推力が十分でないとき ( $\delta \theta_p$  が大きくなって) 生じる問題である。この時には、

$$\delta \mathbf{u}(t) = \left. \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right|_n \cdot \delta \theta_p + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \theta_p^2} \right|_n \cdot (\delta \theta_p)^2 \quad (7)'$$

程度まで考慮する必要を生じ、(5) の代わりに

$$\delta \mathbf{X}(t_f) = \Phi \delta \mathbf{X}(t_0) + A \cdot \delta \theta_p + B(\delta \theta_p)^2 \quad (5)'$$

の形となる。ただし、

$$A = \int_{t_0}^{t_f} \Phi^{-1}(t_0, t) \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_n \left. \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right|_n dt \cdot \Phi$$

$$B = \int_{t_0}^{t_f} \Phi^{-1}(t_0, t) \left[ \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_n \left. \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \theta_p^2} \right|_n + \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right)^t \left( \frac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}^2} \right) \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right) \right] dt \cdot \Phi$$

ここに、 $\left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right)^t \left( \frac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}^2} \right) \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right)$  は、ベクトルを表わし、その  $i$  成分は、 $\sum_{j,k} \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right)_j \left( \frac{\partial^2 \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{u}_j \partial \mathbf{u}_k} \right) \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta_p} \right)_k$

によって表わされるものとする。(  $\delta \theta_p$  がベクトルの場合は表記が複雑となる。)

今、 $\delta \mathbf{X}(t_f)$  に関する評価関数を、半正定値二次形式とし、

$$J = \delta \mathbf{X}(t_f)' Q \delta \mathbf{X}(t_f) \quad Q \geq 0 \quad (8)$$

とおき、

$$\Phi(t_0, t_f) \delta \mathbf{X}(t_0) = C \quad (9)$$

とおけば、この最適問題は、 $\delta \theta_p = v$  として

$$J = (Av + C)' Q (Av + C) \Rightarrow \min. \quad (10)$$

または

$$J = (Av + Bv^2 + C)' Q (Av + Bv^2 + C) \Rightarrow \min. \quad (10)'$$

となる。これは  $v$  に関する二次または四次式の極値探索にすぎず、解析的に求められる。

(10) に対しては、

$$v = -\frac{1}{2} (C'QA + A'QC) / (A'QA) \quad (11)$$

(10)' に対しては、

$$4B'QB \cdot v^3 + 3(A'QB + B'QA)v^2 + 2(B'QC + C'QB + A'QA)v + (A'QC + C'QA) = 0 \quad (11)'$$

の解が極値を与え、この実根が 1 個であれば、これが解であり、3 個であれば、両端の内、中央の根から離れている方が解となる。(11)(11)'において、 $A, B$  は事前に求められるので、オンラインで必要な数値は、 $\delta \mathbf{X}(t_0)$  を含む  $C$  のみでよい。したがってきわめて短い時間で求解可能である。 $B$  がきわめて小さい場合、(11)' の解は極根に近づくので、(11) を求め、この結果、 $v^2$  が大きければ、修正する形式が望ましい。

$\Phi, A, B$  の計算は、解析的に感度方程式 (3), (4) を求め、数値計算で得られるが、直接 Perturbation をかけて、軌道計算プログラムにかけても求めることが出来る。即ち、 $\delta \mathbf{u} = 0$  とし、 $\delta \mathbf{X}(t_0)_j = \Delta$  ( $\delta \mathbf{X}(t_0)_{i(\neq j)} = 0$ ) として  $\delta \mathbf{X}(t_f)_i$  を求めれば

$$\Phi(t_0, t_f)_{ij} = \frac{1}{\Delta} \delta \mathbf{X}(t_f)_{ij} \quad (12)$$

を得る。したがって、 $\mathbf{X}$  の次数に相当する回数だけ、上述の計算を行わなければならない。

また、 $\delta \mathbf{X}(t_0) = 0$  とし、 $\delta \theta_p$  を  $\Delta_1, \Delta_2$  として  $\delta \mathbf{X}(t_f)$  を求めれば

$$\delta \mathbf{X}(t_f) = A \cdot \Delta + B \cdot \Delta^2 \quad (13)$$

を得ることが出来る。

$B \approx 0$  即ち、 $\delta \mathbf{X}$  が  $\delta \mathbf{u}$  に関して十分線形化可能であれば、解は (11) で与えられるので、求解はきわめて容易である。



一般に制御変数が複数個存在する場合には  $v$  がベクトルになり、線形近似可能な場合には、

$$(10) \text{ は } \quad v = -(A'QA)^{-1}(C'QA)$$

となって直ちに求められる。ただし  $A, Q$  の rank が低いと（その変数に対する制約が評価に入らない場合、または制御の効かない場合）、答は特異に近くなる（これは事前に計算可能なので、オンライン計算中に求解不能となる心配はない）上、あまり制御の意味はない。

(10)' に対しては、計算はかなり複雑であって、 $\delta X(t_f)$  は、各成分ごとに、 $v$  の二次形式として表わされるので、 $\delta X$  の 2 乗評価は、 $v$  を四次式の形で含むことになる。したがって、その最適解を与える (11)' に対応する式は、 $v$  を三次式の形で含み、連立三次方程式を求解する必要がある。これは、くり返し計算で収束させる以外に有効な解法が存在せず、 $A, Q$  が特異に近いとき、困難となる。

### 2.3 評価関数の決定

前述のように、TVC 基準方向制御は、前段ロケット燃焼中における制御であって、さらに衛星軌道投入における制御が続くため、全体としては、2 段階のフィードバック最適化が可能となる。

これは、最も単純な多段決定問題と考えられるので、DP の考え方をそのまま利用でき、これによれば前段階に関する評価関数は、その後の段階の評価関数値の最適値を用いて与えられることになる。これを 2 段階の最適問題について定式化すれば、

$$\left. \begin{aligned} X_0; \text{ given} \\ X_1 = f_1(X_0, u_0) \\ X_2 = f_2(X_1, u_1) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

の条件のもとで、全体の評価

$$J = F_0(u_0, X_0) + F_1(u_1, X_1) + G(X_2) \quad (15)$$

を最小とする  $u_0, u_1$  を求める問題となるから、 $X_1$  を与えられた条件で

$$J_1(X_1) \equiv \min_{u_1} \{G(X_2) + F(u_1, X_1)\} \quad (16)$$

を定義すれば、これは第 2 段階の最適化であり、前段階の評価としては、 $X_0$  を与えられた条件で

$$J'(u_0, X_0) = F_0(u_0, X_0) + J_1(X_1) \quad (17)$$

を最小とする  $u_0$  を求める問題となる。すなわち、(17) がこの段階における評価関数に他ならないが、これを  $u_0, X_0$  に関して、ノミナル値からの偏差の二次形式で近似できると、計算は非常に簡単になる。一般には、 $F_0$  は  $u_0$  の関数であるが、今の場合は、制御可能な範囲では  $u_0$  に対して罰則的制約 (Penalty) はほとんどないと考えられ、 $F_0=0$  となるのが普通である。したがって (17) は  $J_1(X_1)$  のみが問題となり、(14) の制約を通じて  $u_0$  が評価されることになる。

$J_1(X_1)$  は、最終段打出し方式 (1) によって定まるが、この場合計算時間が十分あること、基準の打出しは前段軌道頂点からの Hohmann 移行をめざしているため、ノミナル値からの摂動が利用困難なこと、評価の考え方が必ずしも解析的でなく、3 段階程度の異なるア

ルゴリズムに従わざるを得ないことから、複雑な評価基準に従って、直接求解を行っているため、 $J_1(\mathbf{X}_1)$  はかなり特異点の多い複雑な領域に分割され、しかも領域内では必ずしも定量的に評価されていない。

文献 [1] に従って、 $\mathbf{y}=\mathbf{y}(\mathbf{X}_1)$  として前段軌道頂点速度、高度の二変数をとれば (他の 4 自由度の変数は評価されていない)、その解 ( $J_1$  に対応する) は、4 図に示される。各領域内または領域間の評価は定量的に与えられていないが、この場合、少なくとも

- 1) 領域④は可能な限り避けられるものであること
- 2) 領域③には可能な限り入り得るものであること

が必要である。さらに一般的には、予定前段基準軌道  $O(\mathbf{y}_0)$  が、TVC 制御によって達成されることが望ましい。

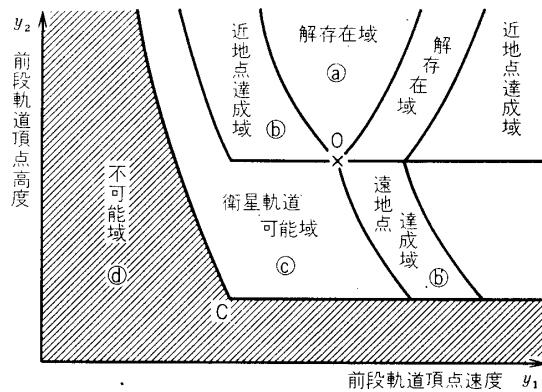
これに対して、拘束条件 (14) は、 $\mathbf{X}_0$  (すなわち、TVC 基準変更を行う際の軌道状態で、具体的には、第一段ロケット燃焼終了後の軌道、または運動状態を表わす) が与えられれば、 $\mathbf{u}_0$  を変化しても大体、等エネルギーとなるので、 $\mathbf{u}_0$  による変化は、5 図のような軌跡を示し、これが、 $\mathbf{X}_0$  を与えられた後の可制御領域といえる。

以上の点を考慮すると、 $J(\mathbf{X}_1)=J(\mathbf{y})$  を、 $h, v$  に関する二次形式で表わすためには、中心を  $O$ 、主軸方向を  $OC$  と一致させる必要がある。

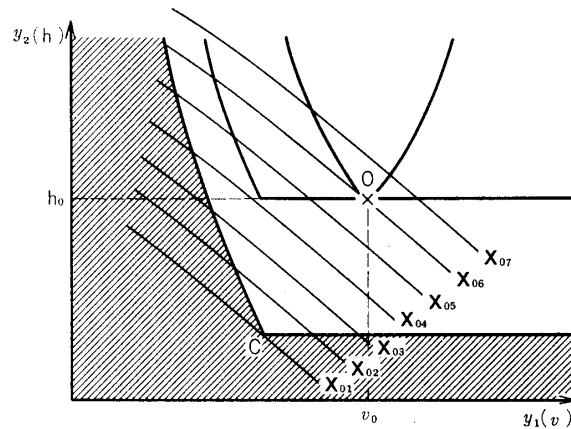
結局、(17) として、

$$J' = \frac{1}{2}(\mathbf{y}-\mathbf{y}_0)'Q(\mathbf{y}-\mathbf{y}_0) \quad (18)$$

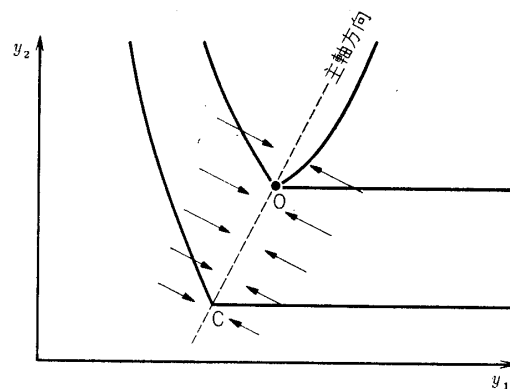
を用い、 $Q$  の主軸を  $OC$  へ一致させておくと、(14) の拘束条件は、 $OC$  とほぼ直交するため、第 1 段階の制御によって、第 6 図の方向へ制御することになり、これにより、大体、上



第 4 図 最終段の解の領域



第 5 図  $\mathbf{X}_0$  が与えられた場合の実現可能領域



第 6 図 近似評価による最適方向

の要求を満たす評価関数が近似出来る。

(14) は、具体的には、(5) で示される線形近似を用い、さらに、 $\mathbf{X}_f(\mathbf{X}_1)$  から  $\mathbf{y}$  への変換も線形近似を用いることにすれば、 $\mathbf{u}(\mathbf{u}_0)$  の微小変化に対して得られる  $\mathbf{y}$  面上の軌跡も直線になる。全てノミナル値のまわりで展開すれば、その評価関数は、

$$J(\delta\mathbf{X}_f) = \frac{1}{2} \delta\mathbf{X}_f^t \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_f} \right|_n \mathbf{Q} \left. \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{X}_f} \right|_n \delta\mathbf{X}_f$$

により、 $\mathbf{X}_f$  の二次形式となる。

#### 2.4 制御入力を選択

制御入力としては、一般には、各時点における推力ベクトル (3 自由度) が考えられるが、固体ロケットの場合には、推力の絶対値は制御不可能なので、その推進方向 2 軸のみが制御可能である。したがって、この問題は二次元の制御ベクトル  $\delta\mathbf{u}(t)$  に対し、系の動特性が前述のように摂動による線形微分方程式で表わされる場合、燃焼終了時における軌道誤差の 2 乗評価を最小化する問題に帰着する。この場合、周知のように Optimum Feedback Control が容易に計算され、任意時点の軌道誤差  $\delta\mathbf{X}(t)$  に対して、線形 Feedback 制御

$$\delta\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}(t)\delta\mathbf{X}(t) \quad (19)$$

により、最適入力が与えられる。これは連続な Feedback Optimization を行なうことに他ならないが、前述のように燃焼中の伝送路の信頼性、および、TVC 作動後の外乱の少ないことを考慮すれば、TVC 開始前の基準時刻に、以後の最適制御則を求めて、これを伝達する方が望ましい。その場合は、誤差に応じて、最適な Steering (または修正量) が時間関数として陽に求められることになるが、その求解計算が複雑で短時間に求めにくいこと、および、任意関数を一時に伝送することが困難なこと、そのような任意関数に従う制御基準装置の搭載に問題のあることから、実現は不可能に近い。実際問題として、TVC は装置の構造が大きい上、bang-bang 制御を行っているとき、姿勢制御のための燃料消費量は steering で余り変動せず、余裕も十分あると考えてよい。したがって、制御入力は機械的制約以外は余り評価されず、軌道誤差も終端値のみが評価される。今、系が完全な二次積分系、

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u$$

で表わされる場合に、評価関数

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u^2 dt + G(x_1(t_f), x_2(t_f))$$

を最小にする制御入力  $u(t)$  を求めると、 $u(t) = \text{const.}$  が解となる。したがって、前述のような評価、すなわち、制御入力が異常に大きくなることをおさえ、しかも終端値を目標に近づけるという目的のもとで、軌道の運動方程式が (摂動分に対して) 二次積分系に近似でき、入力 (Pitch, Yaw 変更角度) が分離されるならば、一定のオフセットによる入力修正を行っても、ほとんど最適な状態で目的を達することが出来る。これが前述の姿勢基準に一定のオフセットを加えるという Point Control を行う理由となっており、これは伝送路や Hardware を考慮した場合にも都合のよいものとなる。このような単純な制御則をとれば、1 時点のみではなく、系の制御誤差を考えて、複数回 Feedback を行うことが可能である。特に点火直後は、それまでの姿勢誤差が大きいため、初期の整定時間までの誤差は軌道誤差

の原因となるので、これが納まった後の適当な時刻に再び修正することが望ましい。(これをくり返せば、連続フィードバックに他ならないが、外乱が少なくなつてからの効果は少ない。)このような効果と実行上の問題を考慮して(プログラムの作製, Memory, Operation), 点火前および制御整定後の適当な一時点の2回, 角度修正を加えることを考える。すなわち,

$\mathbf{u}_0(t) = \mathbf{u}_0(t_0) + \mathbf{a}(t - t_0)$  を nominal 入力とすると,

$$1) \quad \Delta \mathbf{u}(t_0) \text{ により, } \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0(t) + \Delta \mathbf{u}_0(t_0) \quad t \in [t_0, t_1]$$

$$2) \quad \Delta \mathbf{u}(t_1) \text{ により, } \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0(t) + \Delta \mathbf{u}_0(t_0) + \Delta \mathbf{u}(t_1) \quad t \in [t_1, t_f]$$

の2回の修正により,  $\mathbf{X}(t_f)$  の最適化を図るものとする。これ以上のフィードバックは第2段階のくり返しであつて, 本質的には何等変更することなく連続制御への拡張が可能である。

### 2.5 軌道推定に誤差のある場合

誘導すなわち, 制御修正は,  $t_0$  における軌道誤差,  $\delta \mathbf{X}(t_0)$  により一意的に定まるが, これは, 地上観測による追跡結果に基づく軌道推定を用いることになる。これは観測雑音に関する事前情報のもとで最適と考えられる Filter の結果であるから, 他に適当な情報がなければ, この結果に従い, 制御を行わざるを得ない。実際,  $\delta x(t_0)$  の推定に誤差がある場合に,  $J$  の期待値  $E(J)$  を最小する制御則を求めると,  $\delta x(t_0)$  の推定値が真値に一致する場合, つまり, 不偏推定が行われ, その推定誤差が真値と無関係であれば,  $E(J) \Rightarrow \min.$  とする制御則は容易に求められ, 次のように示される。

$\delta x(t_0)$  の推定値,  $\hat{\delta x}(t_0)$  は誤差  $n$  を含んでいて

$$\hat{\delta x}(t_0) = \delta x(t_0) - n \quad \text{または} \quad \delta x(t_0) = \hat{\delta x}(t_0) + n \quad (20)$$

とする。ただし,

$$\overline{(n \cdot \delta x(t_0))} = 0 \quad \bar{n} = 0 \quad \bar{n}^2 = R \quad \text{と仮定する。} \quad (21)$$

このときは, 評数価関の代りにその期待値を  $\min.$  とすることになり,

$$J_E \triangleq E(J | \hat{\delta x}) \Rightarrow \min. \quad (22)$$

が評価となる。

ここで  $D = \Phi \hat{\delta x}(t_0)$ ,  $N = \Phi \cdot n$  とすると, (10) により

$$((21) \text{ より } \overline{N^T C} = 0)$$

$$J = (A v + D + N)^T Q (A v + D + N)$$

したがって

$$J_E = \bar{J} = J_0 + \overline{N^T Q N} = J_0 + \overline{n^T [\Phi^T Q \Phi] n} \quad (23)$$

ここに  $J_0$  は誤差のない場合の(5)式の  $\Phi \delta \mathbf{X}(t_0)$  を  $D$  と変えたものに他ならない。

その場合に  $\Phi^T Q \Phi = S$  とおくと

$$\overline{n^T S n} = \sum_{i,j} \overline{n_i S_{ij} n_j} = \sum_{i,j} R_{ij} S_{ij} = \sum_{i,j} R_{ji} S_{ij} = \text{tr}(RS) \quad (24)$$

であるから

$$J_E = J_0 + \text{tr}(RS) \quad (25)$$

となつて, 誤差が Control law と無関係であることにより, 制御則は変えなくてもよいが, 制御の Performance の期待値は低下することを示している。結局, 制御評価の改善を行う

ためには、誤差をなるべく小さくすることが必要であるが、Filter 自体、すでにこのことは考慮しているので[2]、制御決定段階にこれを改善する余地はない。実際のフィルタ出力は、事前に考慮されていない系雑音や観測雑音の性質の急変等不測の事態が起る可能性が常にあるとみてよい。Optimal Filter は事前情報が正しい場合には、その結果が十分信頼出来るが、このような場合には必ずしも結果が安定しない場合がある。特に、事前に大きな外乱が加わることを想定すると、推定結果の信頼幅（推定分散）は相当大きくなり、有効な情報は得られにくくなる。さらに進んで観測雑音の統計的性質まで推定する適応フィルタを構成しても、短期間のデータではそれほど有効な結果は得られない。実際問題としては、このような場合でも、制御修正を行うことが有効（少なくとも、それを行わない場合に比べて悪い結果とならない）と判断されるならば、当然、制御修正の指令を行うことが望ましい。人間の判断能力が介入可能であれば、このような場合には、たとえばそれ以前の軌跡を標準軌道と比較検討して、これに対してどの位の修正が妥当であるかは判定出来るが、今の場合には時間の余裕がないので、これは自動的に行われなければならない。フィルタでは推定分散を計算しているので、かなり安全を見込んでその分散値を推定し、これに対応する制御量の分散を見込んでおけば、これを基準に、修正量の有意性が判定される。

$$\Delta u = A \Delta \hat{X} \quad \delta X \equiv \Delta \hat{X} - \Delta X \quad \delta u \equiv \Delta u - A \Delta X$$

であれば

$$\overline{\delta X \delta X^t} = P \quad \text{としたとき} \quad \overline{\delta u \delta u^t} = A P A^t \equiv P_u$$

で与えられる。

$P$  は過去のデータにより計算可能であるが、時間とともに収束する量であって、M4S型 Rocket の推定結果では、10sec 間後に、おおよそ必要精度の 1/20 以下という結果を得ている。したがって、この結果から得られる  $P_u$  に比べ、 $\Delta u$  が十分大きければ有効と判断してよい。このような事前の情報に対して、異常な観測（または異常な系雑音の付加）が行われれば、これはフィルタをリセットするので、start 時間をずらすことが可能である。この制御量  $\Delta u(t)$  は、人間の最終判定を可能とするため基準時刻  $t_r$  の数秒前から計算され、時系列として表示することが可能である。

この場合に、

$$\Delta X(t) = X(t) - X_n(t)$$

は、時間とともに多少変化し、 $\Delta X(t)$  の結果  $t_r$  における誤差  $\Delta X(t_r)$  は

$$\Delta X(t_r) = \Phi(t, t_r) \Delta X(t)$$

$\Phi(t, t_r)$  は  $[t, t_r]$  への遷移行列であるが、 $t_r - t$  が十分短かく、外力も少ないことより、 $\Phi \equiv E$  としてよい。

したがって、 $\Delta X(t)$  により  $\Delta u(t)$  を求めると

$$\Delta u(t) = A \Delta X(t) = A \Phi^{-1} \Delta X(t_r) \doteq A \Delta X(t_r)$$

となり、これがその時点において推定される制御量と考えてよい。これは本来一定であるが、 $\Delta X$  の推定誤差の分だけ変動する。したがって、これを  $t_r$  以前からの時系列として表示することにより、

- (1) 事前に  $\Delta u$  を知るにより、その  $\Delta u$  の order の妥当性に対する判断のための

時間を得る.

(2)  $\Delta u$  の変化により, その安定性を直視することができ, 安定性に対して判断が可能となる.

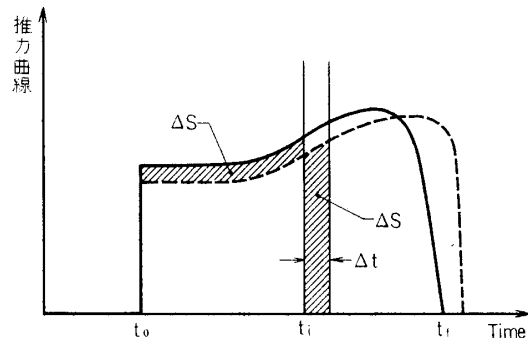
この場合,  $\mathbf{X}_n(t)$  は, Nominal 軌道を記憶すればよいが, Memory と入力情報の減少を図るため,  $\mathbf{X}_n(t)$  を各次元ごとに  $t$  に関する二次式

$$\mathbf{X}_n(t) = \mathbf{X}_n(t_r) + \mathbf{a}(t - t_r) + \mathbf{b}(t - t_r)^2 \quad (26)$$

に集約して,  $\mathbf{X}_n(t_r)$ ,  $\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} \Big|_{t_r}$ ,  $\mathbf{b} = 2 \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial t^2} \Big|_{t_r}$  の  $6 \times 3$  情報のみを用いる. 元来, Free Flight 中はほとんど  $t$  に関する二次式で表わされる運動に従い, ここにわずかな Air Drag が加わるのみであるから, この近似によって生ずる誤差は,  $\Delta u$  に対して十分小さく, 無視できる.

## 2.6 複数回制御

燃焼中に, 再度軌道誤差を検出して, その時点以降の制御修正量を再計算する, 前述のように, 軌道精度の一層の改善が可能である. この場合も系を線形で近似して, 同じ方式によって求解可能なので, 本質的には全く同じプログラムでよく, 感度行列や状態遷移行列の数値が異なるだけである. ロケットが推力の制御不能な固体モータの場合, Thrust Curve に図のような誤差を生じる可能性があるが, 固体モータの特徴として, 総推力は比較的よく予定値に一致する. したがって, 燃焼前の修正の場合と異なり, 単に epoch 時刻  $t_i$  を定めて, 推定状態  $\mathbf{X}(t_i)$  と nominal 状態  $\mathbf{X}_0(t_i)$  との差を軌道誤差  $\Delta \mathbf{X}_i(t)$  として, 以後の計算を行うと, Thrust Curve のずれによる誤差を姿勢変化で修正する結果になる. この場合, 残りの Thrust が予定通り出れば問題はないが, 前述のように, それまでの誤差の結果残った Thrust も逆の誤差があることになり, 修正が完全に行なわれない. そこで, この問題を解決するため, thrust curve のずれを等価的に比較時間  $t_i$  の誤差  $\Delta t$  と考えて, 軌道状態の誤差を, 時間及び, 純粋の状態の誤差  $\Delta \mathbf{X}$  に分割することを考える.



第 7 図 推力曲線のずれと時間のずれ ( $\Delta s$  のずれを  $\Delta t$  のずれで代用可能)

すなわち,

$$\mathbf{X}(t_i) = \mathbf{X}_0(t_i) + \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \Big|_{t_i, \mathbf{X}_0} \Delta t + \Delta \mathbf{X}$$

ここに,  $\Delta \mathbf{X}, \Delta t$  (7 個の未知変数) に対し, 推定値は 6 個のみであって,  $\Delta \mathbf{X}$  を決定できないので, 誤差に関する事前情報を用いて, 誤差を配分する. つまり,

$$\mathbf{X} - \mathbf{X}_0 \equiv \Delta = \Delta \mathbf{X} + \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \Big|_0 \Delta t$$

の条件で,

$$\Delta \mathbf{X}^t \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{X} + \Delta t \cdot \mathbf{R}_t^{-1} \Delta t \Rightarrow \min.$$

とする  $\Delta \mathbf{X}, \Delta t$  を求めることになる。ただし、 $R = \overline{\Delta \mathbf{X} \cdot \Delta \mathbf{X}^t}, R_t = \overline{\Delta t^2}$  したがって、ラグランジェの未定乗数  $\lambda$  を用い、

$$J = \frac{1}{2} (\Delta \mathbf{X}^t R^{-1} \Delta \mathbf{X} + \Delta t \cdot R_t^{-1} \cdot \Delta t) + \lambda^t \left( \Delta - \Delta \mathbf{X} - \left. \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right|_0 \Delta t \right) \Rightarrow \min.$$

$$\begin{cases} R^{-1} \Delta \mathbf{X} - \lambda = 0 \\ R_t^{-1} \Delta t - \lambda^t \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} = 0 \\ \Delta \mathbf{X} + \left. \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right|_0 \Delta t = \Delta \end{cases}$$

すなわち、 $\lambda = R^{-1} \cdot \Delta \mathbf{X} \quad R_t^{-1} \Delta t = \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right)^t R^{-1} \cdot \Delta \mathbf{X}$

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{X} = \left( E + \left. \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right|_0 \cdot R_t \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right)^t R^{-1} \right)^{-1} \Delta \\ \Delta t = R_t \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right)^t R^{-1} \cdot \Delta \mathbf{X} \end{cases}$$

特に、 $\Delta t$  にずれがない場合は、 $\Delta t = 0, \Delta \mathbf{X} = \Delta$ ;  $\Delta t$  のずれがきわめて大きいとき、 $\sigma_t^2 = \infty, R_t^{-1} = 0$  として解けばよい。実際には、その中間の適当な値となる。

(注)  $R_t^{-1} = 0$  の場合、

$$\Delta t = \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right)^t R^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right) \right]^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right)^t R^{-1} \Delta$$

$$\Delta \mathbf{X} = \left\{ E - \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right) \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right)^t R^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right) \right]^{-1} \left( \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right)^t R^{-1} \right\} \Delta$$

実際には推力の誤差 (または  $\Delta t$  の誤差) は、 $\Delta \mathbf{u}$  の変化とほぼ直交するので、

$$\Delta \mathbf{u} \equiv A \Delta \mathbf{X}$$

としたとき

$$\Delta = \Delta \mathbf{X} + \left. \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right|_0 \Delta t + (\text{その他の要因による誤差})$$

において

$$\text{制御の誤差} \quad \delta \mathbf{u} = A \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right|_0 \Delta t \quad \text{は、} \quad A \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right|_0 \approx 0$$

となるため、きわめて小さいものと考えてよい。実際  $t$  において、 $\Delta \mathbf{X}$  のずれがあった場合、

$$(\Delta \mathbf{X} - C \Delta \mathbf{u})^t Q^{-1} (\Delta \mathbf{X} - C \Delta \mathbf{u}) \Rightarrow \min.$$

すなわち、 $C^t Q^{-1} (\Delta \mathbf{X} - C \Delta \mathbf{u}) = 0 \quad \Delta \mathbf{u} = (C^t Q^{-1} C)^{-1} \cdot C^t Q^{-1} \Delta \mathbf{X}$

となるので、 $\delta \mathbf{u} = (C^t Q^{-1} C)^{-1} C^t Q^{-1} \left. \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial t} \right|_0 \Delta t \Rightarrow 0$

となってしまう。

## 2.7 基準誤差の推定と修正

第2段の TVC は、姿勢基準に従って制御されるので、制御誤差が十分小さく、制御基準

に従って飛しょうすれば、その推定軌道から逆に制御基準の誤差を推定することが可能である。実際に M4S 型ロケットにおいて、最終段モータの軌道（一般には衛星軌道）及び前段の軌道との差から、最終段ロケットの推進方向を知り、姿勢制御基準の評価を行っているが、これが姿勢基準に対する唯一の推定法である。実際の飛しょうでは、制御の誤差等があるが、必ずしも高精度の推定は得られないが、姿勢基準に対する事故的な drift 等、不測の事態に備えることは可能である。特に、最終段の打出しは、変更可能な最終的な制御であり、達成軌道精度は姿勢基準の精度に大きく依存するので、それ以前に基準誤差が推定可能であれば、これを補正することにより、その制御効果を高めることができる。以上の基準誤差（すなわち、Gyro drift）は、軌道推定のためのフィルタに組み込み、逐次推定することも可能であるが、オンライン推定しておく必要性はなく、TVC 終了後に事後的に推定可能であれば十分であり、計算もかなり容易である。またそのために必要な情報は TVC 誘導に必要なものと重複することが多く、あまりメモリーが必要にならぬうえ、プログラム上も計算の時間余裕が十分ある。以下にその基本的な考え方と計算式を示す。

今、 $t_0$  における軌道状態  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}(t_0)$  を知り、Preset 制御量  $\mathbf{u}_0$  に、誘導修正量  $\Delta \mathbf{u}$  を加えて制御したとき、Gyro drift (offset error)  $\Delta \mathbf{u}_g$  が存在すると考える。

時刻  $t_f$  における状態  $\mathbf{X}_f$  は、

$$\mathbf{X}_f = \mathbf{X}(t_f) = \mathbf{f}(\mathbf{X}_0, \mathbf{u})$$

で表わせるものとして、 $\Delta \mathbf{u}, \Delta \mathbf{u}_g$  が十分小さければ、

$$\mathbf{X}_f = \mathbf{f}(\mathbf{X}_0, \mathbf{u}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_0 (\Delta \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}_g)$$

と表わせる。 $\mathbf{X}_0$  自体、nominal trajectory から  $\Delta \mathbf{X}_0$  はずれているので、上式を

$$\mathbf{X}_{n_0} = \mathbf{X}_n(t_0) \text{ のまわりで展開すれば}$$

$$\mathbf{X}_f = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{n_0}, \mathbf{u}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_0 \Delta \mathbf{X}_0 + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_0 \Delta \mathbf{u} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_0 \Delta \mathbf{u}_g \quad (27)$$

と表わせる。 $t_f$  における nominal 軌道  $\mathbf{X}_{f_n}$ ,  $\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_0$ ,  $\left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_0$  は既知（誘導で使われる）であり、 $\Delta \mathbf{X}_0, \Delta \mathbf{u}$  は誘導実行時に決定されているから、 $\mathbf{X}_f$  さえ求まれば (27) を用いて  $\Delta \mathbf{u}_g$  を求めることは可能である。実際には、Gyro の誤差  $\Delta \mathbf{u}_g$  の他、Total thrust の誤差も生じる可能性があるが、(27) は、

$$\Delta \mathbf{X}_f = \left. \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T} \right|_0 \Delta T + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_0 \Delta \mathbf{u}_g \quad \Delta T \text{ は thrust 誤差} \quad (28)$$

$$\Delta \mathbf{X}_f \equiv \mathbf{X}_f - \left( \mathbf{X}_{f_n} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_0 \Delta \mathbf{X}_0 + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_0 \Delta \mathbf{u} \right)$$

となり、 $\Delta \mathbf{X}_f$  を知って  $\Delta T, \Delta \mathbf{u}_g$  を決定する問題となる。 $\Delta T, \Delta \mathbf{u}_g$  に対して、その誤差の程度を知っていれば、これは (28) の条件のもとで、

$$J = \Delta T^t \cdot R_T^{-1} \Delta T + \Delta \mathbf{u}_g^t R_g^{-1} \Delta \mathbf{u}_g \Rightarrow \min. \quad (29)$$

とする最小 2 乗法が適用できる。ただし、 $R_T^{-1}, R_g^{-1}$  はそれぞれ、 $\Delta T, \Delta \mathbf{u}_g$  の誤差の推定分散である。

具体的には前節と同様未定乗数  $\lambda$  を用いて



$$J' = J + \lambda^t \left( \Delta \mathbf{X}_f - \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T} \Big|_0 \Delta T - \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \Big|_0 \Delta \mathbf{u}_g \right) \Rightarrow \min. \quad (30)$$

の必要条件を求めればよいから、((29) は二次形式で十分条件に他ならない)

$$\left\{ \begin{array}{l} R_T^{-1} \Delta T - \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T} \cdot \lambda = 0 \quad (31-1) \\ R_g^{-1} \Delta \mathbf{u}_g - \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \cdot \lambda = 0 \quad (31-2) \\ \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \cdot \Delta \mathbf{u}_g = \Delta \mathbf{X}_f \quad (31-3) \end{array} \right. \quad (31)$$

したがって、 $\Delta \mathbf{u}_g$  はこれより直ちに

$$\Delta \mathbf{u}_g = R_g \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T} \cdot R_T \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T} \right) + \left( \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} R_g \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \right) \right]^{-1} \Delta \mathbf{X}(t_f) \quad (32)$$

与えられる。これは  $6 \times 6$  行列の逆行列を計算することにより求められるが、オフラインで計算できるので、計算上の問題点はない。特に  $\left( \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \right)^t \left( \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T} \right) = 0$  すなわち、 $\Delta T$  の感度ベクトルと、 $\Delta \mathbf{u}$  の感度マトリクスが直交すれば、(32) または (31-3) から直ちに

$$\Delta \mathbf{u}_g = \left( \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}} \cdot \Delta \mathbf{X}_f \quad (33)$$

が導かれる。

一般に、 $\Delta \mathbf{u}_g$  は機軸と直交する誤差を表わし、 $\Delta T$  は進行方向の誤差を意味するので、その結果の  $\mathbf{X}_f$  の誤差  $\frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial \mathbf{u}_g}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{X}_f}{\partial T}$  は直交に近く、近似的には (33) としてよい。(32) または (33) と同様にして、 $\Delta T$  も求めることができるが、誘導制御上はこの情報は意味はない。この他に、

- 1)  $\Delta \mathbf{X}_0$  の推定誤差 ( $\Delta \mathbf{u}$  の  $1/50^\circ$  相当, 4章参照)
- 2)  $\mathbf{X}(t_f)$  の " (推定時間をゆっくりとれば, 余り問題はない)
- 3) linear approx. (27) の誤差 (事前に Check 可能)

等があるが、大体の誤差の程度が解っていれば、(29) 式及び (28) 式に、これ等の誤差項を含め、同様の手段によって、 $\Delta \mathbf{u}_g$  を抽出することが可能である。

### 3.1 感度計算

#### 1) 計算式

燃焼中のロケットの慣性空間座標系における運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_1 &= \mathbf{X}_2 \\ \dot{\mathbf{X}}_2 &= \mathbf{f}(\mathbf{X}_1, \mathbf{u}, T) = -\frac{K \mathbf{X}_1}{|\mathbf{X}_1|^3} - \frac{1}{2} \rho |\mathbf{v}|^2 \cdot C_D \cdot S/m \cdot \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} + T \cdot \mathbf{n} \end{aligned} \quad (34)$$

ただし、

$$\mathbf{X}_1 = (X, Y, Z)^t, \quad \mathbf{X}_2 = (\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})^t$$

$\rho$ : 空気密度

$C_D$ : 空気抵抗係数

$S$ : ロケットの断面積

$m$ : ロケットの質量

$T$ : 推力による加速度. 加速度曲線により与えられる.

$v$ : 地球との相対速度.  $\omega$  を地球自転速度とすれば

$$\mathbf{v} = ((\dot{X} + \omega Y), (\dot{Y} - \omega X), \dot{Z})^t$$

$n$ : 慣性系におけるロケットの姿勢ベクトル. ジャイロ系における姿勢ベクトル ( $\mathbf{u}$  の関数) に一定値の行列をかけて得られる.

$\mathbf{u}$ : ピッチプログラマにより,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \alpha(t - t_{i0})$  に従うとする.

これをノミナル軌道の方程式とし, ノミナル値  $\mathbf{X}_n$  からの誤差  $\delta\mathbf{X}$  については, これが十分小さく, 線形近似可能とすれば,

$$\begin{aligned} \delta\dot{\mathbf{X}}_1 &= \delta\mathbf{X}_2 \\ \delta\dot{\mathbf{X}}_2 &= \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_n, \mathbf{u}, T} \cdot \delta\mathbf{X}_1 + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{X}_n, \mathbf{u}, T} \cdot \delta\mathbf{u} + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial T} \right|_{\mathbf{X}_n, \mathbf{u}, T} \cdot \delta T \end{aligned} \quad (35)$$

と表わされる.

したがって  $t=t_0$  における  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2$  のノミナル値からの誤差, 及び  $\mathbf{u}, T$  の誤差により生ずる  $t=t_f$  におけるそれぞれのノミナル値からの誤差は, (35) の各項ごとに  $t_0$  から  $t_f$  まで積分して得られる. このとき,  $\delta\mathbf{u}, \delta T$  は時間に関して一定とする. また,  $\delta\mathbf{X}$  については初期値を

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

とおいて, それぞれについて (35) の第1項を解けば, 定義式より状態遷移行列  $\Phi$  が求まる.

## 2) 計算例の結果

M3C-1号機の軌道予測計算によるデータを初期値として (34) を解き, そのノミナル値を用いて (35) を各項ごとに積分する. このとき  $t_0 = t_{i0}$  (B<sub>2</sub> 点火秒時) とし, 燃焼時間を65秒間とした加速曲線を用いる. 以下,  $t_f = 65 \text{ sec}$  における計算結果を示す.

### ① 線形近似について

(35) は, 系が  $\delta\mathbf{X}$ , 及び  $\delta\mathbf{u}$  について線形化可能であるという仮定のもとに得られる式であるが, 実際にこの仮定が満足されるかどうかは, 直接 Perturbation をかけ,

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_n(t_0) + \delta\mathbf{X}(t_0), \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_n + \delta\mathbf{u}$$

として (34) を解いた結果と, (35) を積分して得られる感度行列の結果を比較して確かめることができる. そこで, Perturbation として,

$$\delta\mathbf{X}(t_0) = 1.0, 2.0 \text{ km}$$

$$\delta\dot{\mathbf{X}}(t_0) = 0.01, 0.02 \text{ km}$$

$$\delta u(\text{pitch}) = 0.01, 0.02 \text{ rad.}$$

を与え, それぞれのケースについて (34) の運動方程式を解き,  $t_f = 65 \text{ sec}$  での  $\delta\mathbf{X}(t_f) = \mathbf{X}(t_f) - \mathbf{X}_n(t_f)$  を求める. これと, 感度計算による  $\delta\mathbf{X}(t_f)$  の比較を第1表に示す.  $\delta\mathbf{X}(t_0), \delta\dot{\mathbf{X}}(t_0)$  の変化に対する感度については, どちらの計算もほとんど結果に差はなく, 線形近

第1表 感 度 計 算

$\delta \mathbf{X}(t_0)$		$\delta x(t_f)$	$\delta y(t_f)$	$\delta z(t_f)$	$\delta \dot{x}(t_f)$	$\delta \dot{y}(t_f)$	$\delta \dot{z}(t_f)$
$\delta x=1 \text{ km}$	①	1.005	0.004	0.005	0.0001	0.00008	0.0001
"	②	0.990	-0.00005	-0.004	-0.0003	0.0	-0.0001
$\delta x=2 \text{ km}$	①	2.011	0.008	0.010	0.0003	0.00016	0.0003
$\delta \dot{y}=0.01 \text{ km/s}$	①	0.0	0.6485	0.0	0.0	0.00996	0.0
"	②	-0.0001	0.6488	-0.00006	0.0	0.00996	0.0
$\delta \dot{y}=0.02 \text{ km/s}$	①	0.0	1.2977	0.0	0.0	0.01992	0.0
$\delta \theta_p=0.01 \text{ rad.}$	①	0.260	-0.3801	0.1580	0.00962	-0.01257	0.0058
"	②	0.262	-0.3789	0.1589	0.00966	-0.01253	0.0059
$\delta \theta_p=0.02 \text{ rad.}$	①	0.518	-0.7632	0.314	0.0191	-0.02527	0.0116

① 運動方程式による解

② 感度計算による解

 $t_f=65 \text{ sec.}$ 

似による状態遷移行列  $\Phi$  は、十分利用可能といえる。また、 $\delta \mathbf{u}$  についても、両方の結果はほぼ等しく、この程度の大きさの  $\delta \mathbf{u}$  に対しては、 $\delta \mathbf{X}$  は十分線形化可能となり、制御の最適値の求解は (11) のような簡単な形で与えられることがわかる。

## ② 二次積分系の近似

$t_f$  における (35) の各項の感度を  $A = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{X}}$ ,  $B = \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}, \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial T} \right)$  とおくと、 $A$  については、

ほぼ  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  となる。 $B = (\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$  については、 $|\mathbf{b}_1| = 0.55 \times 10^{-2}$ ,  $|\mathbf{b}_2| = 0.511 \times 10^{-2}$ ,  $|\mathbf{b}_3| = 1.0$  で、各ベクトルは  $\angle \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2 = 90.02^\circ$ ,  $\angle \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_3 = 89.95^\circ$ ,  $\angle \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3 = 90.001^\circ$  となり、ほぼ直交する。厳密にはピッチプログラマにより、ピッチ軸が慣性系で固定していないので、 $u_1$  と  $T$  については完全に直交ではないが、少なくとも  $u_1, u_2$  に関しては直交性を保つので、適当な慣性系を選べば、2つの二次積分系に分離できる。したがって前述の §2.5 の考え方が適用可能である。

## ③ 感度ベクトルの直交性

次の感度ベクトルについて相互の直交性を調べる。

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\partial \mathbf{X}(t_f)}{\partial u_1}, \quad \mathbf{a}_2 = \frac{\partial \mathbf{X}(t_f)}{\partial u_2}, \quad \mathbf{a}_3 = \frac{\partial \mathbf{X}(t_f)}{\partial T}$$

$$\mathbf{b}_1 = \frac{\partial \dot{\mathbf{X}}(t_f)}{\partial u_1}, \quad \mathbf{b}_2 = \frac{\partial \dot{\mathbf{X}}(t_f)}{\partial u_2}, \quad \mathbf{b}_3 = \frac{\partial \dot{\mathbf{X}}(t_f)}{\partial T}$$

とおくと、

$$|\mathbf{a}_1| = 48.72 \text{ km/rad}, \quad |\mathbf{a}_2| = 48.12 \text{ km/rad}, \quad |\mathbf{a}_3| = 2104.1 \text{ km/kg}$$

$$\angle \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 = 89.99^\circ, \quad \angle \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_3 = 88.24^\circ, \quad \angle \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3 = 89.99^\circ$$

$$|\mathbf{b}_1| = 1.68 \text{ km/s/rad}, \quad |\mathbf{b}_2| = 1.65 \text{ km/s/rad}, \quad |\mathbf{b}_3| = 64.61 \text{ km/s/kg}$$

$$\begin{aligned} \angle \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_2 &= 89.99^\circ, \quad \angle \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_3 = 88.78^\circ, \\ \angle \mathbf{b}_2 \mathbf{b}_3 &= 89.99^\circ \end{aligned}$$

となり、各ベクトルの直交性が示される。これにより、 $\partial \mathbf{u}$  の感度行列と  $\partial T$  の感度ベクトルは直交するので、前述のとおり、Gyro の誤差検出が可能である。また、複数回制御の場合には、 $\delta T$  が存在するすなわち推力曲線に誤差がある場合に対しても、姿勢角修正のみで目標へ到達するための制御が可能である。

### 3.2 Nominal 軌道の二次式近似

(2-6) に述べたように、 $\delta \mathbf{X}(t_r)$  を求めるための Nominal 軌道  $\mathbf{X}_n(t)$  は、 $\mathbf{X}_n$  の各次元ごとの  $t$  に関する 2 次式で近似する。そこで、M3C-1 号機の軌道予測計算の  $B_{1bo}$  から  $B_{2ig}$  までの計算結果を、慣性空間座標系に変換して得られた  $\mathbf{X}$  のデータ 9 点を用いて、最小二乗法により、(26) への近似を行い、これと、もとのデータ  $\mathbf{X}(t)$  との誤差を第 8 図のグラフに示す。この場合、最小二乗評価としては、

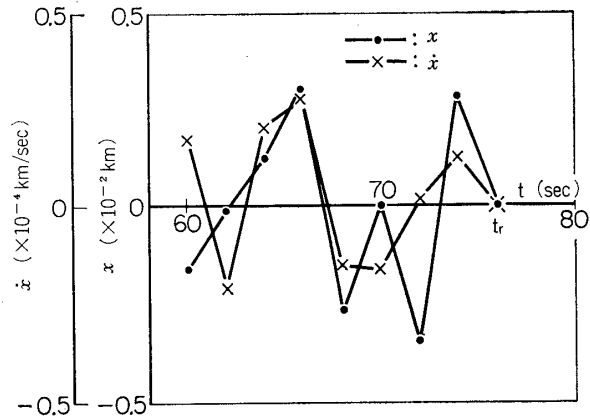
$$J = \sum_{i=1}^9 (\Delta X_i - a \Delta t_i - b \Delta t_i^2)^2 W_i \Rightarrow \min.$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } \Delta X_i &= X(t_i) - X(t_r) \\ \Delta t_i &= t_i - t_r \end{aligned}$$

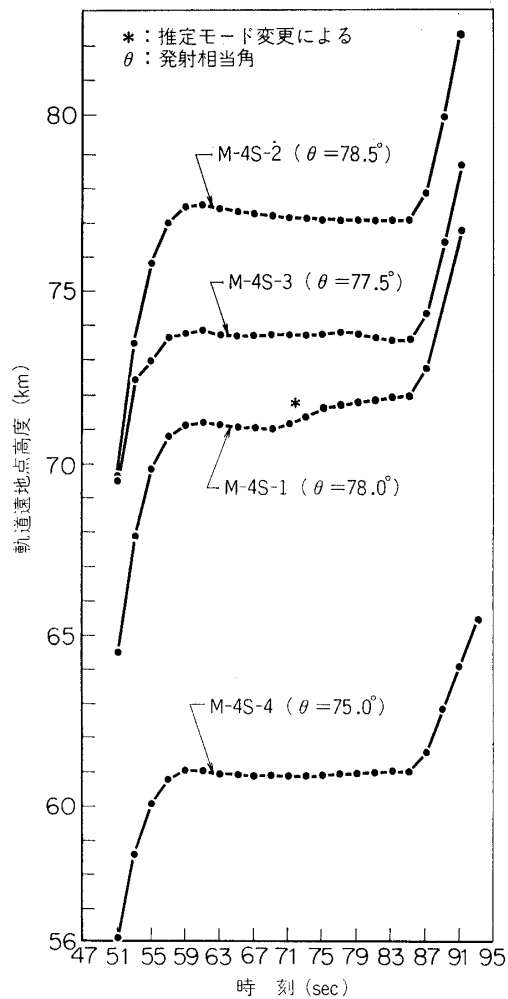
を用い、 $W_i = k W_{i-1}$  として、 $t_r$  に近い点で重みを増すようにしてある。誤差のばらつきは、軌道計算の際の数値積分の誤差と考えられるので、誤差の絶対値を考えれば、その値はきわめて小さく、(26) の二次式近似が十分利用できるという。

### 4. 推定精度と外乱

TVC 基準修正は、比較的短時間の 1, 2 段間の自由飛しょう中に行う必要があり、軌道頂点まで上昇してから発射される最終段修正と異なり、推定に許される時間がきわめて短かい点に実用上の問題がある。特にフィードバック最

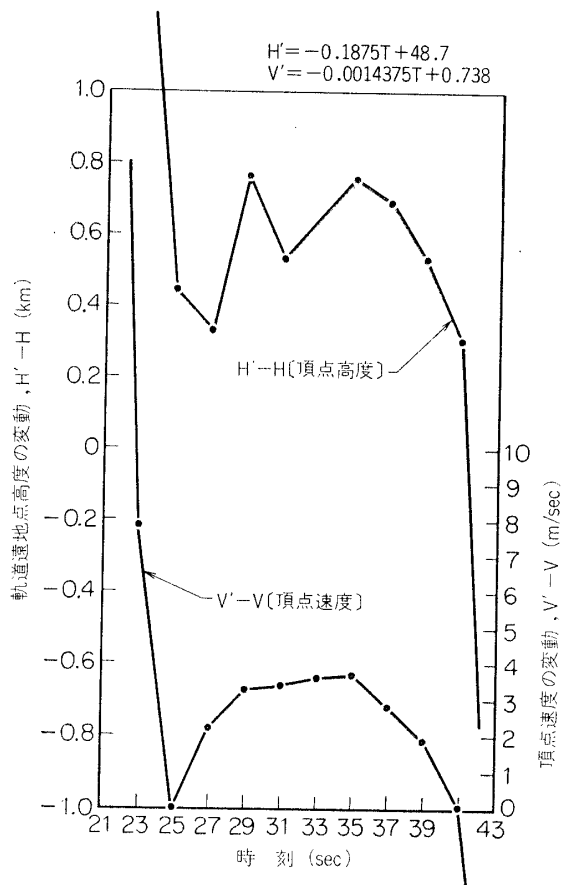


第 8 図 最小二乗法による Nominal 軌道の推定誤差



第 9 図 M4S 型ロケットによる 1, 2 段階の推定精度

適化の効果は、前述のように、外乱の大きさに対してこれを検出する推定精度がどの程度であるかにより定まるので、従来の追跡・推定実績によりその精度を検討する。第 9 図は、過去 4 回の M4S 型ロケットの 1, 2 段間自由飛しょう中 (60~80 sec) の軌道推定の結果と、各号機ごとの外乱 (すなわち 1 段目ブースタの軌道差) を示すもので、これを軌道の頂点高度に換算して示している。これより、考えられる外乱 (発射角換算で  $\pm 1^\circ$  程度) に対して、1 段目燃焼終了 (60 sec) 後 10 秒における推定の精度は、約 1/20 程度 (外乱 5~6 km, 推定の分散 0.1~0.2 km) 以下であることが示される。一般に、各段において得る速度増加が等しいロケットでは、1 段目の外乱を修正するため、2 段目軌道の修正は、角度に換算して外乱と同程度になると考えられるので、上の結果から推定精度は修正角度に対して大体 1/20° の分解能を持つと考えるとよい。これは hardware の精度に比べて十分高いものと考えられるので、1 段目ブースタが特異な運動を行わず、レーダが正常に作動している限りでは、推定精度に関して実用上の問題は少ないと考えられる。更に、L4SC-2 号機実験における 1, 2 段間 (30~41 sec) のフィルタ出力の結果  $X$ ,  $\dot{X}$  を頂点速度  $V$  及び高度  $H$  に換算し、これから適当な時間に関する一次曲線を差引いて拡大された残差の変動を第 10 図に示す。ここで、 $H$ ,  $V$  が一定でないのは、低高度のため、空気抵抗によるエネルギー、運動量の損失によるが、この変化は一様であるから、それ以上の変動が



第 10 図 L-4SC-2 における 1~2 段間の推定精度

第 2 表 打出し相当角の差による軌道の変化と推定精度の比

打出し角誤差 $\Delta\theta$ [deg]	-2	-1	0	+1	+2	1° 誤差と推定精度の比
高度誤差 $\Delta Z$ [km]	-4.19	-2.06	0	1.99	3.91	200
速度誤差 $\Delta V$ [km/sec]	0.036	0.019	0	-0.021	-0.043	4.0
速度方向誤差 $\Delta\theta$ [deg]	-4.35	-2.21	0	2.28	4.64	45
頂点速度誤差 $\Delta V_{ap}$ [km/sec]	0.082	0.043	0	-0.047	-0.098	45*
頂点高度誤差 $\Delta H_{ap}$ [km]	-10.46	-5.28	0	5.30	10.61	53*

\* 10秒間のフィルター結果との比較

推定のばらつきを示すとみてよい。この結果から、10秒後には、頂点の速度及び高度の分散は各々  $\sigma_{Vavg} \doteq 0.0005 \text{ km/sec}$ ,  $\sigma_{Havg} \doteq 0.1 \text{ km}$  程度とみられる。これに対して、M3C-1号機による試算において計算された80secの軌道分散は、打出し相当角の誤差  $\Delta\theta$  が  $\pm 2^\circ$  の範囲に対して、第2表に示される。(軌道工学研究室による)。この結果より、 $\pm 1^\circ$  のずれに対し、10秒間のフィルタ結果に基づく検出力は、およそ40~50倍の分解能と推定される。L4SC-2号機の追跡結果において、2秒間のSmoothingにおける各時点の位置・速度のばらつきは、 $\sigma_x \doteq 0.01 \text{ km}$ ,  $\sigma_\theta = 0.1^\circ$ ,  $\sigma_v \doteq 0.005 \text{ km/sec}$  であり、この値と  $\Delta\theta$  に基づく変化との比も第2表に示される。これより、レーダの性質上、位置検出精度は非常に高いにもかかわらず、速度の検出精度がきわめて悪いことが示される。フィルタを用いると、位置情報が速度情報にフィードバックされて[2]、全体として精度のよい軌道推定が得られることが示される。

## 5. 結 び

以上の検討により、TVC基準角度オフセット修正+最終段ロケット打出し方向及び時刻修正を含む電波誘導方式として、科学観測衛星の軌道投入に対しては、十分実用的な方法が得られたものと考えられる。特に、本文に示すTVC基準角度修正の方法は、最終段ロケット打出し方策修正のためのhardware[1](地上及び塔載系)をそのまま利用できて、Softwareとともにきわめて単純であるにもかかわらず、軌道精度の向上に対しては、かなり有効と考えられる。また、これにより、最終段ロケットの誘導結果もGyro誤差の影響を受けにくくなり、全体の精度は一層向上する上、フィードバック最適化の性質として、以上のいずれかのみを単独に用いても、その範囲では十分効果が期待される。TVC基準角度修正による誘導については、目下実用化のためのプログラミングが、日本電気株式会社の関係の方々により進められており、最終段の誘導と組み合わせた電波誘導プログラムの実機によるテストが予定されている。なお、地上における表示については、最終段誘導と同じ主旨の内容を予定しているが、具体的項目或いはオペレーションについては、目下検討が進められている。本文の内容は、M3C型ロケットを具体的な対象とした科学衛星打上げロケットの電波誘導方式の研究の一部であって、本方式検討に当り、「Radio Guidance 打合せ会議」において、終始、御指導・御検討いただいている斉藤教授、渡辺教授、野村教授、浜崎教授、東口教授に厚く感謝する。また、本方式の数値的検討にあたっては、従来の軌道計算、または軌道解析の資料に基づき、種々御協力いただいた松尾助教授に特に感謝の意を表わしたい。更に、同会議において、方式検討に御協力いただくとともに、来春のM3C-1号機における電波誘導の実施にそなえて、具体的な定式化及びプログラミングを進めていただいている日本電気株式会社宇宙開発本部、林一雄参与はじめ、高田、平石両氏他の方々の御協力に深謝する。

1973年8月2日 新設部(工学)

## 参 考 文 献

- [1] 「電波誘導方式I」宇宙研報告 第8巻 第3号(A) 石谷, 前田, 玉木 1972年7月.
- [2] 「オンラインの軌道推定におけるKalman Filterの応用について」宇宙研報告 第8巻第2号 (A) 石谷, 玉木 1972年4月,