

# 脈 動 流 の 熱 伝 達

望 月 貞 成・八 田 桂 三

## Heat Transfer of Pulsating Flow

By

Sadanari MOCHIZUKI and Keizo HATTA

**Abstract:** The heat transfer of laminar pulsating flow in a duct is reported. The work is a refinement of earlier work of Siegels to include the time varying shape of the velocity distribution. A digital computer method is employed for solving the fundamental energy equation. The results show that the effect of simplification of Siegels is to cause a significant error in estimating the heat transfer characteristics of pulsating flow and that the effect of pulsation on the time averaged heat transfer is very small or cause a little decrease within the region treated.

### 概 要

パイプやダクト内の脈動流の熱伝達について解析的に扱ったものとしては従来、Siegelらの研究があるが、そこにおいては流れが脈動するために生ずる速度分布の時間的な変動を無視している。本報告では熱伝達において大きな役割を占めると考えられるその変動速度分布を考慮して電子計算機による数値解を求めた。その結果、Siegelらの一次元モデルでは脈動流の熱伝達の様子を知るには必ずしも十分ではないこと、および本報告で扱ったような範囲内では流れに脈動があっても時間平均的な熱伝達はそれほど大きな影響を受けないか、あるいはやや減少することなどがわかった。

### 1. ま え が き

パイプやダクト内を流量が周期的に変動しながら流れる脈動流の熱伝達に関する研究としては従来、主として流れに脈動が存在することによって熱交換器などの性能がどのような影響を受けるかという観点からなされており、乱流、層流の両者の場合についていくつか報告されている。Martnelliら[1]は垂直に立てに直径0.442in、蒸気により加熱される部分の長さ4.44ftの銅パイプ中を往復動ポンプによって駆動(13~265rpm)される水を流して( $Re \cong 3 \times 10^3 \sim 8 \times 10^4$ )熱交換器全体の熱伝達率を求める実験を行なった結果、定常な流れの場合に比べてその熱伝達率にはほとんど差がなかったと報告している。しかし、Westら[2]は水平におかれた直径2in、長さ9ftのパイプを蒸気加熱して、その中を流れる脈動水流(約100rpm)に対する実験を行ない( $Re \cong 3 \times 10^4 \sim 8.5 \times 10^4$ )、脈動の存在によって熱伝

達率は定常流の場合に比べて最大 60~70% 増大したという結果を得ている。また, Linke [3] は流体に油を用い, 脈動があると層流域では最高 4 倍, 乱流域では最高 1.35 倍の熱伝達率増大を認めている。そして, Baylay ら [4] はパイプ中におかれた平板からパイプ内の脈動気流への熱伝達についての実験から脈動気流の圧力振幅と動圧との比が小さいときは定常流の場合に比べて差は認められないが, その比がある程度大きくなると熱伝達率は圧力振幅の 0.23 乗に比例して増加したと報告している。

以上はすべて実験に基づいた結果であるが, いずれも比較的巨視的な観点からの取り扱い方であって, 脈動が存在するときの熱伝達の機構についての詳細にはあまり触れていない。

一方, このような問題を理論的に取り扱っているものとして Siegel らの研究 [5] があげられる。そこにおいては流量が時間とともに正弦的に変動するような平行平板間流路内の脈動流に対する熱伝達を考えているのであるが, そのときに, 流れが脈動するために生ずる流路断面上の速度分布の変動を無視し, 流路断面上いたるところ流速は一樣で時間のみの関数であるとするスラグ流 (Slug flow) の仮定を用いている。ところが一般に, パイプやダクト内の脈動流においては速度分布は脈動の 1 サイクル中に時間とともにいろいろな形に変化し, 変動流速は壁の近くにその最大値を有するような場合さえもあるゆえ, スラグ流のような仮定がどの程度に実際の現象に近いモデルを表わしているのであろうかということについては少なからぬ疑問が残る。

そこで, 本報告においてはこのような脈動流に対する熱伝達の機構の解明に一步なりとも近づくことを目的として, 上述の変動速度分布をも考慮に入れて, 以下に簡単に概要を述べるとする。本報告においてはこのような脈動流に対する熱伝達の機構の解明に一步なりとも近づくことを目的として, 上述の変動速度分布をも考慮に入れて, 以下に簡単に概要を述べるとする。

すなわち, ここでは, 平行平板加熱壁間流路内に時間に対して正弦的な流量変動をとまないうながら流入する流体と壁との間の熱伝達を扱った。このとき, 流体の物性値は温度によって変化しないものとし, 流れの場は熱が入ってきても影響を受けず, 温度場とは独立に考えられるものとした。時間的にも場所的にも変動する脈動流の速度分布は, いわゆる層流の範囲においてある仮定の下に解析的に求められているが, ここではそれを実験的にも確かめ得たのでエネルギー方程式を考えるに際してはその速度分布を用いることとした。次に, このエネルギー方程式に対する境界条件としては加熱壁の壁温が一樣の場合と熱流束が一樣の場合との二つを考えることとした。しかし, この方程式を解くについては, これを解析的に扱って厳密解を求めることは困難であったので偏微分方程式である原式を有限差分方程式に直して電子計算機により数値解を求めた。

## 2. 脈動流の速度分布

ここでは温度場とは独立にまず流れの場を考えて, 流路が円管の場合および平行平板間の場合の脈動流の速度分布について述べる。

### 2.1 円管の場合

円管内層流の脈動流の速度分布はいわゆる十分に発達した流れについて草間 [6] や内田 [7] によって求められている。すなわち, 非圧縮性流体がまっすぐな円管内をその管軸に對称に流れている場合を考え, 円柱座標をとり, その  $x$  軸が管軸と一致するものとする。さら

に管軸方向の速度成分  $u$  がもはや管軸方向の距離  $x$  によって変化しなくなった, すなわち,  $\partial u/\partial x=0$  であるような十分に流れの発達したところを考えると  $u$  は管断面上の座標  $r$  および時間  $\tau$  のみの関数  $u=u(r, \tau)$  となり, 流体の運動は次式で表わされる.

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (1)$$

いま, 圧力こう配  $\partial p/\partial x$  が時間とともに正弦的に変動する場合を考えて,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_s \left( 1 + \frac{\gamma}{2} \cos \omega \tau \right) \quad (2)$$

であるとする. ここで  $(\partial p/\partial x)_s$  は定常圧力こう配であり,  $\gamma/2$  は変動圧力こう配の振幅である. すると, このときの速度分布は次のように求められる.

$$U(R, \vartheta) = 2(1-R^2) + \frac{4\gamma}{F^2} \left[ \frac{\{ber(FR) - ber(F)\}^2 + \{bei(FR) - bei(F)\}^2}{ber^2(F) + bei^2(F)} \right]^{1/2} \cos(F^2\vartheta + \varphi) \quad (3)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left[ \frac{ber(FR)ber(F) + bei(FR)bei(F) - \{ber^2(F) + bei^2(F)\}}{ber(FR)bei(F) - bei(FR)ber(F)} \right] \quad (4)$$

ここで,  $R=r/a$ ,  $\vartheta=\tau\nu/a^2$ ,  $U=u/u_m$ ,  $F=(\omega a^2/\nu)^{1/2}$  であり,  $a$ : 管半径,  $\nu$ : 流体の動粘性係数,  $\omega$ : 脈動の角速度,  $u_m$ : 定常圧力こう配に対応するポアジュユ流れの平均流速である. なお,  $ber$ ,  $bei$  などとはそれぞれ  $J_0$  を第一種零次のベッセル関数としたときの  $J_0(i^{3/2}z)$  の実数部および虚数部を表わし,  $J_0(i^{3/2}z) = ber(z) + i bei(z)$  である.

(3) 式は右辺第一項が定常圧力こう配に対応するポアジュユの速度分布を示し, 第二項が変動圧力こう配に対応する速度分布を示す. (4) 式の  $\varphi$  は変動圧力こう配と速度分布との位相差である.

## 2.2 平行平板間の場合

円管の場合と同様に  $\partial u/\partial x=0$  であるような十分に発達した流れを考えると  $u=u(y, \tau)$  となり, 運動方程式は

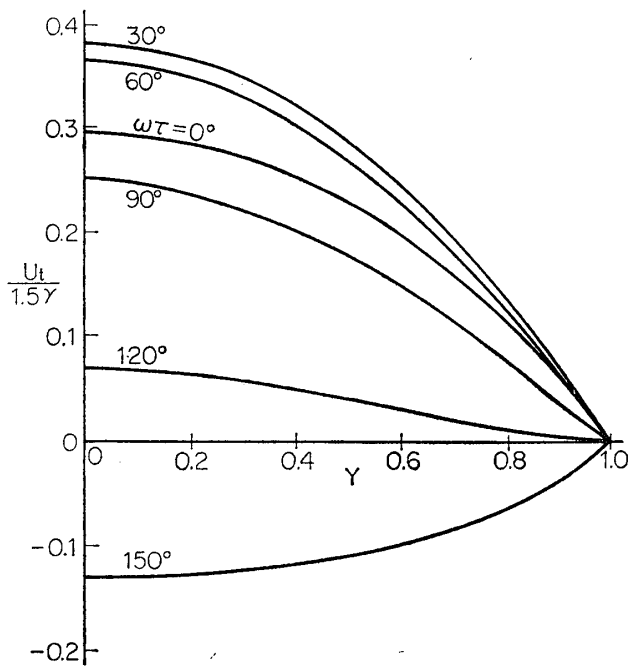
$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6)$$

で表わされ, (2) 式で表わされる圧力こう配の変動に対して速度分布は次のようになる.

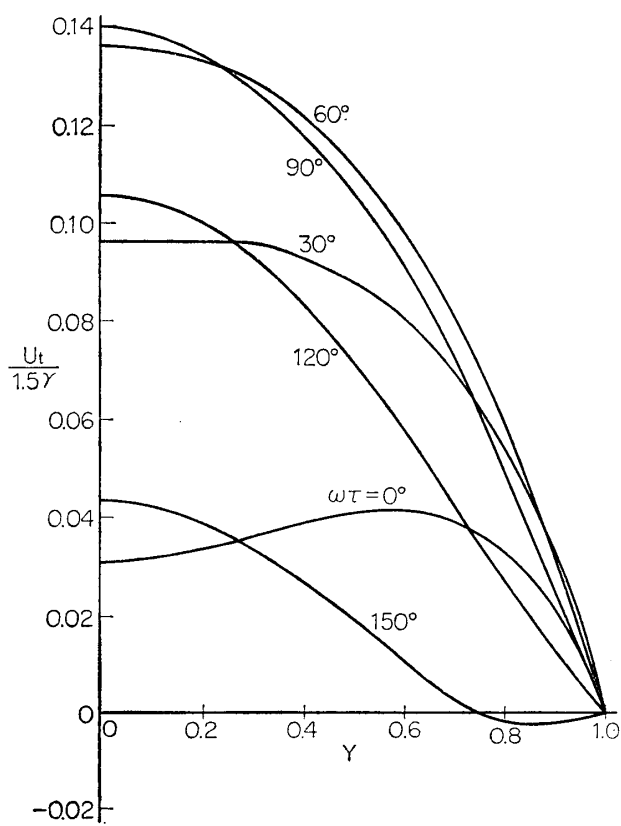
$$U(Y, \vartheta) = 1.5(1-Y^2) + 1.5\gamma \left\{ \frac{\sin 2F^2\vartheta}{2F^2} + \frac{1}{2F^2(A^2+B^2)} \times \left\{ (A \cos FY \cosh FY - B \sin FY \sinh FY) \cosh 2F^2\vartheta - (B \cos FY \cosh FY + A \sin FY \sinh FY) \sin 2F^2\vartheta \right\} \right\} \quad (7)$$

ここで,  $Y=y/a$ ,  $F=(\omega a^2/2\nu)^{1/2}$ ,  $A=\sinh F \cdot \sin F$ ,  $B=\cosh F \cdot \cos F$  であり,  $y$  は流れに直角方向の座標,  $a$  は流路半幅である.

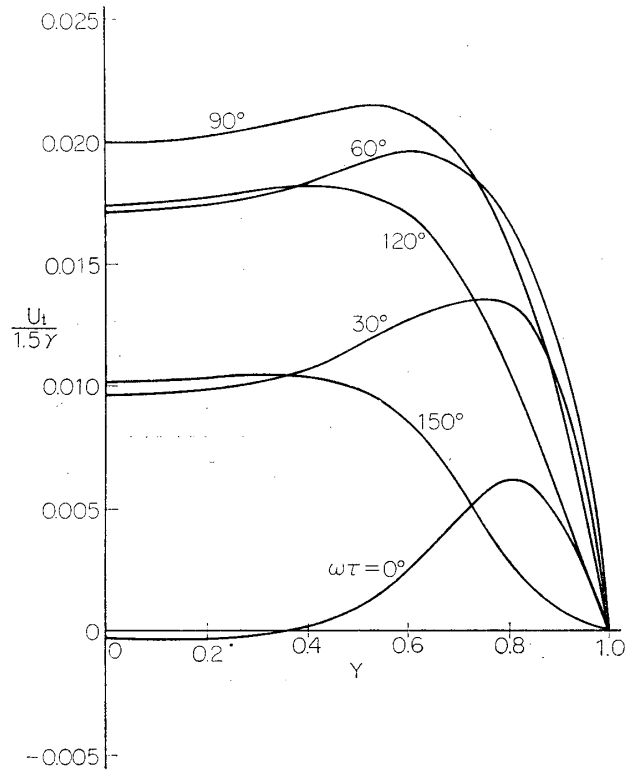
第 1 図から第 3 図までに (7) 式の右辺第 2 項で示される速度分布の変動分  $U_t$  の例を掲げる.  $\omega\tau=180^\circ$  以上は  $Y$  軸に対して対称で  $U_t(\omega\tau) = -U_t(\omega\tau-180^\circ)$  である.



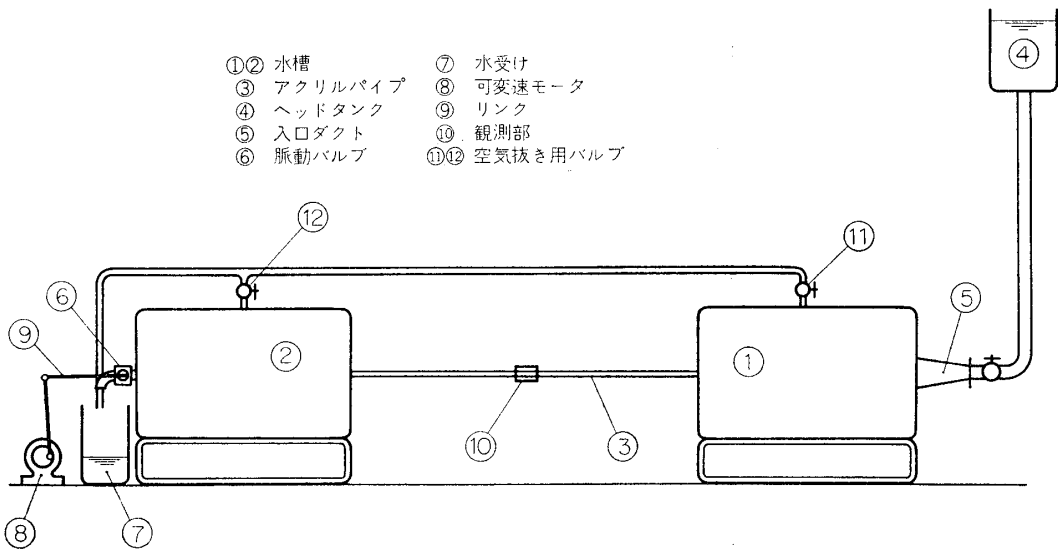
第1図 速度分布変動分  $F=1$



第2図 速度分布変動分  $F=2$



第 3 図 速度分布変動分  $F=5$



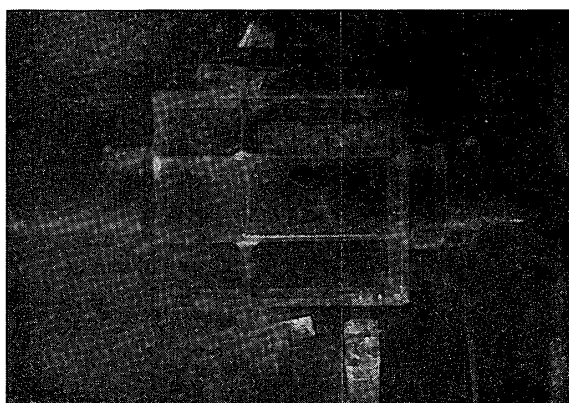
第 4 図 脈動流速度分布観測装置

### 2.3 実 験

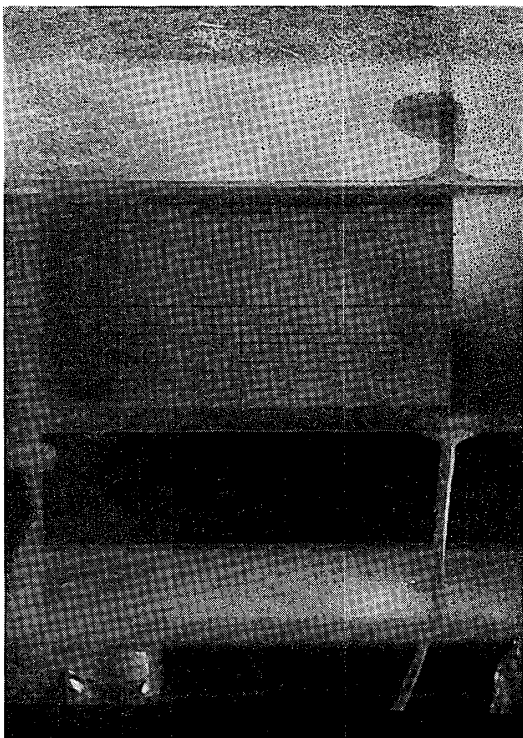
ここでは上述の速度分布が実際に存在するということを確認する意味で次に述べるような実験を行なった。

すなわち、透明なアクリル製の円管中にその直径と一致させて細い白金線を張り、それを

陰極として高電圧パルスを加えることにより水を電気分解し、そのパルスに応じて発生する微細な水素気ほう列の運動を 16 mm の映画フィルムに撮影することによって速度分布を調べた。実験装置の大略は第 4 図に示されている。ここで①, ②は共に厚さ 6 mm の鉄板よりなる縦 180 cm, 横 90 cm および深さ 90 cm の直方体の水槽でこの両者を③の長さ 3 m, 外径 25 mm $\phi$ , 内径 22.6 mm $\phi$  のアクリル製の円管で連ないである。④はヘッドタンクで, over flow 法によって円管より約 3.2 m 上方に一定水位を保っている。このヘッドタンクから供給される水はダクト⑤を経て①, ②のタンクおよび脈動バルブ⑥を通して水受け⑦に至る。



第 5 図 観測部



第 6 図 観測部内に正方形格子目盛 (1 mm) を入れた場合

このとき脈動バルブ⑥は可変速モータ⑧およびリンク機構⑨によって周期的に開閉されるために円管③内の流量も周期的に変動する。このときの円管内の流れの様子を観測部⑩において観測する。⑪, ⑫は水槽内の空気抜きのために設けられたバルブである。⑩の観測部は第 5 図に示されているようなもので、円管の入口から 150 cm のところに円管の直径に一致させて直径約 30  $\mu$  の白金線を鉛直に張っており、その部分の円管の外側は厚さ約 3 mm の同じくアクリルの板でつくられた直方体の箱で囲われ、円管と箱との間は水で満たされている。これは写真撮影の際の光の屈折による影響を少なくしようとするためである。第 6 図は観測部のアクリル円管内にその直径と軸を含む面内に正方形格子目盛を入れた場合の写真であるが、光線の屈折による像のひずみはほとんどないことがわかる。

水素気ほうをトレーサとして流速を測定する方法については主として

(1) 気ほう列は白金線の後流中にあるためにその影響をどの程度受けるか。

(2) 気ほうに作用する浮力の影響。

などを検討する必要がある。まず (1) については SCHRAUB [8] らの実験が参考になる。彼らは定常な一様流中におかれた白金線 (線径にもとづくレイノルズ数は 4) より気ほうが発生し離脱してから一様

流と同じ速度に加速されるまでの様子を高速カメラで撮影した結果、白金線径の約 70 倍の距離だけ下流に至れば観測したすべての気ほうは一樣流の流速とほとんど同一速度に達したと報告している。この助走距離はレイノルズ数を同じにして一樣流中におかれた無限円柱の後流がほとんど消えさるまでの距離に比べるとかなり短かいが、SCHRAUB らは水素を発生している白金線の場合は線が水素ガスの膜でおおわれているために抵抗が少なくそのために後流での速度減少も小さいのであろうと説明している。次に (2) については、水素気ほうの径は非常に小さいのでストークスの抵抗の式から浮力による最終上昇速度を見積もることができよう。いま仮に気ほうの径を線径の半分の  $15\mu$  としてみると最終上昇速度は約  $0.2\text{ mm/s}$  となりかなり小さい。そしてさらに気ほうの運動をきわめて短かい時間だけ追跡する場合には浮力の影響はほとんど無視できよう。

これらのことから我々の実験においてはコマ送り速度が既知である高速カメラを用いて気ほう列の運動を撮影するという方法を用いた。そしてフィルムの解析にあたっては最先端が線径の 300 倍以上の十分下流したがって白金線の後流の影響など十分に無視できるところにある適当な気ほう列に着目し、その運動をフィルム上で短かい時間（したがって浮力の影響もほとんど入る余地ない）追跡することにより各半径位置における流速を求めた。

ところで我々の実験においては使用に供したモータの可変速範囲に制限があることなどから実験はとりあえず次に述べる条件の場合についてのみ行なった。

管内半径  $a = 1.13\text{ cm}$

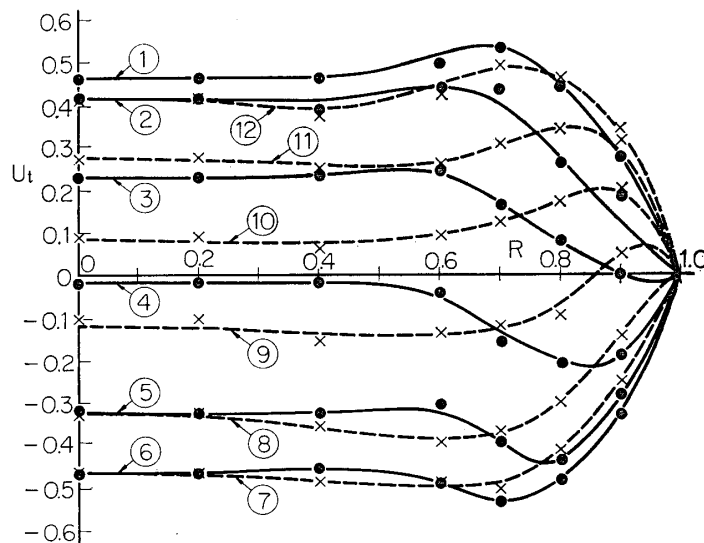
平均流速  $u_m = 2.59\text{ cm/s}$

$$\left( R_e = \frac{2u_m a}{\nu} \approx 650 \right)$$

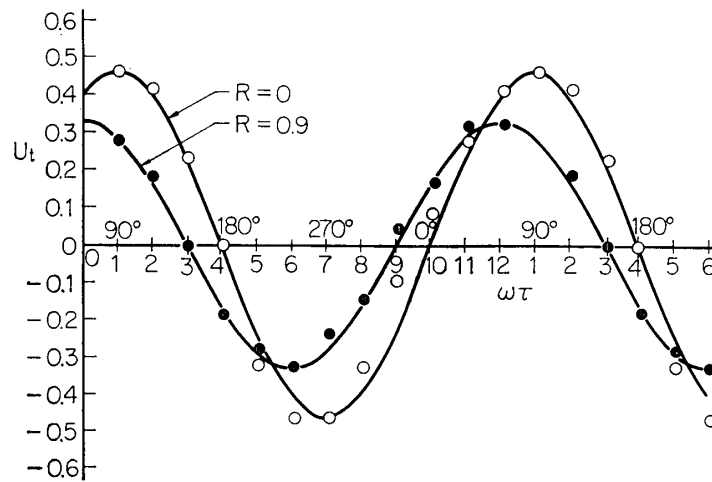
脈動周期  $\tau_c = 6.65\text{ s}$

カメラのフィルム送り速度  $140\text{コマ/s}$

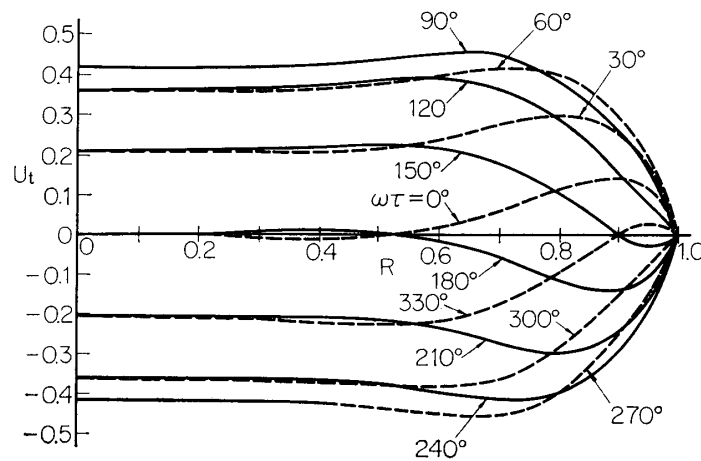
実験の結果は第 7 図と第 8 図に示されている。第 7 図は脈動の 1 周期中の変動速度分布（絶対速度分布から  $u_m = 2.59\text{ cm/s}$  に相当する放物線速度分布を差し引いたもの）を示したもの



第 7 図 速度分布変動分一実験,  $F = 9.8$



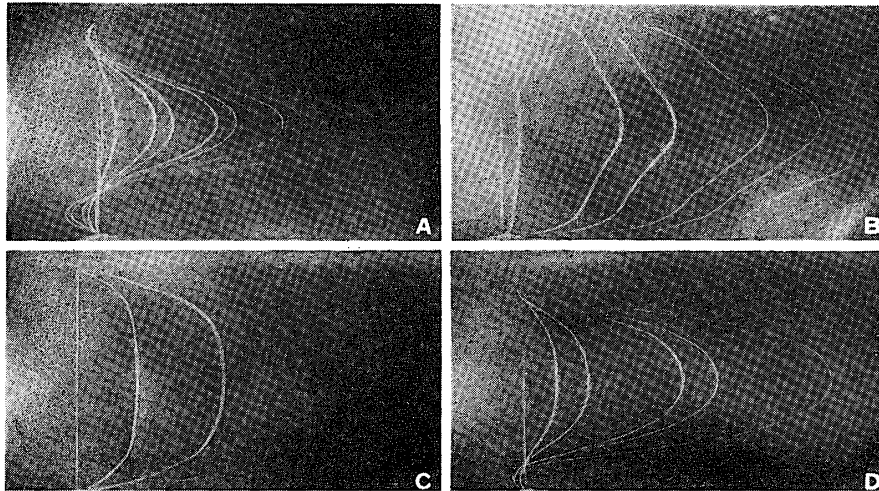
第 8 図  $R=0$  および  $0.9$  における流速変動分, 実線は理論値



第 9 図 速度分布変動分—理論,  $F=9.8$ ,  $\gamma=10$

で, 等時間間隔で①から順次②, ③, ..., ⑫, ①と変化する. 実線が減速の場合を, 点線が増速の場合を表す. この実験は既述のように脈動周期は  $\tau_c=6.65\text{s}$  であるがこれは理論計算のときに用いた無次元周波数  $F$  にしてみると  $F=9.8$  に相当する. そこで  $F=9.8$  の場合について理論計算による非定常成分, すなわち (3) 式の第二項で示される速度分布を描いてみると第 9 図を得る. (ただし第 9 図では圧力こう配の振幅については  $\gamma=10$  の場合を示してあるが, (3) 式から明らかなように  $\gamma$  は速度分布の形状には影響を与えずその値の大小は速度分布全体の伸縮を表すのみであって形状は  $F$  の値のみで決定される.) この第 9 図を実験結果であるところの第 7 図と比べてみると両方で速度分布の形状ははかかなり良く一致していることがわかる. ただ, 実験の方は増速時と減速時とで速度分布が  $Y$  軸に対して対称になってはいないがこれは実験に用いた脈動パルプの開孔面積の時間的変化がかならずしも正弦的にはなっていないことによるとと思われる. 第 8 図は実験および理論計算による





第 10 図

管軸上 ( $R=0$ ) と管軸から管壁までの 90% 位置 ( $R=0.9$ ) における流速の時間的変化を示したもので実線は  $F=9.8$ ,  $\gamma=11$  の場合の理論値である. これらも実験と理論とはかなり良く合っており, 特に両者において両地点における流速変動の位相差が約  $30^\circ$  であることも一致している.

なお, 第 10 図に観測部における観測例を示す. 写真の (A)~(D) は脈動の 1 サイクルにおいて  $90^\circ$  ごとに撮った水素気ほう列の形状で, 平均流速は左から右へ向いている. (A) は流量が最小のときで, 壁際において逆流を生じているが, これ以後まず壁近くから次第に増速に移り (B), 流量は最大に達し (C), 再び壁の近くから減速に転じて (D), 壁際での逆流が始まり, 初めの (A) にもどる.

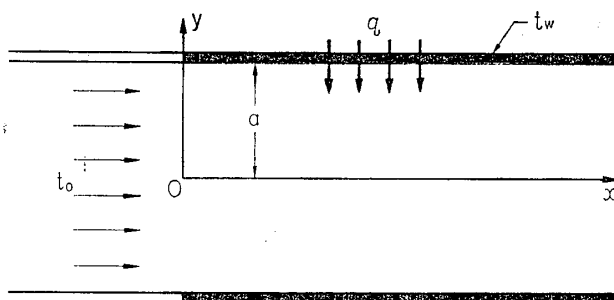
以上のことからすでに述べたような仮定の下での理論計算から得られる速度分布が実際に存在するということは確認できたといえよう. しかし, 実験は現在のところ 1 点のみについてしか行っていないので上述の理論計算の成立する範囲 (たとえば乱流への遷移) が管の入口からの距離や  $F$ ,  $\gamma$ , その他の因子によってどのような制限を受けるものであるのかということも今後明らかにしたいことのひとつである.

### 3. エネルギー方程式の数値計算

平行平板加熱壁間に流体が 2.2 において示されているような速度分布を有しながら流入してくるときの熱伝達の様子を調べる. エネルギー方程式は数値的に解くこととし, その際の境界条件としては壁温がどこも一様であるとしたとき, および壁から流体への熱流束が一様であるとしたときの二つの場合を選んだ.

#### 3.1 計算の概要

第 11 図に示されているような座標をとり, 加熱開始点の  $x$  座標を  $x=0$ , 流路半幅を  $a$  とする. そして, 物性値は既述のごとく温度によって変化しないものとし, 粘性による消散を無視し, また  $x$  方向の熱伝導は  $y$  方向のそれよりも十分小さいものとする, 2 次元非定常のエネルギー方程式は次のように書ける.



第 11 図

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + u \frac{\partial t}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \quad (8)$$

ただし、 $\alpha$  は流体の温度伝ば率である。ここで、無次元変数として

$$T = \frac{t - t_0}{t_w - t_0} \quad (\text{壁温一様の場合}) \quad (9)$$

$$T = \frac{k(t - t_0)}{ag} \quad (\text{熱流束一様の場合}) \quad (10)$$

$$X = \frac{\alpha x}{u_m a^2} = \frac{4x/a}{Re \cdot Pr} \quad (11)$$

ただし、

$$Re = \frac{u_m \cdot 4a}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (12)$$

$$\Theta = \frac{\alpha \tau}{a^2}$$

を選ぶと、(8) 式は壁温一様の場合も熱流束一様の場合も同一の形の次式のようなになる。

$$\frac{\partial T}{\partial \Theta} + U \frac{\partial T}{\partial X} = \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \quad (13)$$

ここで、 $T = T(X, Y, \Theta)$  であり  $U = U(Y, \Theta)$  は 2.2 に示されているが

$$\vartheta = \frac{\nu \tau}{a^2} = \frac{\nu}{\alpha} \cdot \frac{\alpha \tau}{a^2} = Pr \cdot \Theta$$

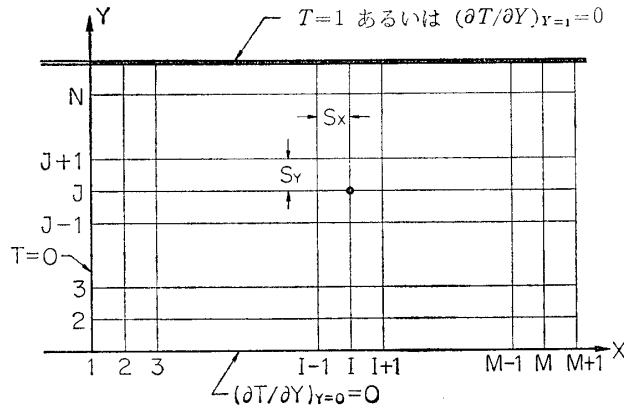
の関係を用いて書きなおすと

$$U = 1.5(1 - Y^2) + 1.5\gamma \left[ \frac{\sin 2F^2 Pr \Theta}{2F^2} - \frac{1}{2F^2(A^2 + B^2)} \right. \\ \left. \times \{(A \cos FY \cosh FY - B \sin FY \sinh FY) \cos 2F^2 Pr \Theta} \right. \\ \left. - (B \cos FY \cosh FY + A \sin FY \sinh FY) \sin 2F^2 Pr \Theta \right]$$

ただし、 $A = \sin F \sinh F$ ,  $B = \cos F \cosh F$

となる。また、境界条件としては次の (A), (B) の場合を考える。

(A) 壁温一様の場合



第 12 図

$$\left. \begin{array}{l} \text{加熱部入口で} \quad T(0, Y, \theta) = 0 \\ \text{流路中央で} \quad (\partial T / \partial Y)_{Y=0} = 0 \\ \text{壁面上で} \quad T(X, \pm 1, \theta) = 1 \end{array} \right\} \quad (14A)$$

(B) 熱流束一様の場合

$$\left. \begin{array}{l} \text{加熱部入口で} \quad T(0, Y, \theta) = 0 \\ \text{流路中央で} \quad (\partial T / \partial Y)_{Y=0} = 0 \\ \text{壁面上で} \quad (\partial T / \partial Y)_{Y=\pm 1} = \pm 1 \end{array} \right\} \quad (14B)$$

まず流路が X 軸に対して対称であることから、物理面としては X 軸の上側半分の領域のみを考えることにしてその領域を X, Y 方向にそれぞれ S<sub>x</sub>, S<sub>y</sub> の刻み幅で M, N 等分しそれら等分線の交点上において流速、温度などの物理量を考えることにする。(第 12 図) 次に偏微分方程式 (13) の各項の微分を差分に直す。このとき温度 T を、時間 θ については前進差分に、場所 X, Y については中央差分とした。すなわち (13) 式の各項について次のようなおきかえを行なった。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial \theta} &\rightarrow \frac{T^{\theta+\Delta\theta}(I, J) - T^{\theta}(I, J)}{\Delta\theta} \\
 \frac{\partial T}{\partial X} &\rightarrow \frac{T^{\theta}(I+1, J) - T^{\theta}(I-1, J)}{2S_x} \\
 \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} &\rightarrow \frac{T^{\theta}(I, J+1) - 2T^{\theta}(I, J) + T^{\theta}(I, J-1)}{S_y^2} \\
 U(Y, \theta) &\rightarrow U^{\theta}(J)
 \end{aligned}$$

これらより (13) 式を差分方程式に直すと

$$\begin{aligned}
 T^{\theta+\Delta\theta}(I, J) &= T^{\theta}(I, J) \\
 &+ \Delta\theta \left\{ \frac{T^{\theta}(I, J+1) - 2T^{\theta}(I, J) + T^{\theta}(I, J-1)}{S_y^2} \right. \\
 &\quad \left. - U^{\theta}(J) \frac{T^{\theta}(I+1, J) - T^{\theta}(I-1, J)}{2S_x} \right\} \quad (15)
 \end{aligned}$$

となる。ただし、ここでたとえば T<sup>θ</sup>(I, J) は時刻 θ における場所 (I, J) 点の温度を示し、

$\Delta\theta$  は時間の刻み幅を表わす.

また, これに応じて (14A) および (14B) の境界条件は差分形で次のように表わした.

(A) 壁温一様の場合

$$\left. \begin{array}{l} \text{加熱部入口で} \quad T(1, J)=0, \quad J=1, N \\ \text{流路中央で} \quad T(I, 1)=T(I, 2), \quad I=1, M+1 \\ \text{壁面上で} \quad T(I, 1)=1, \quad I=1, M+1 \end{array} \right\} \quad (16A)$$

(B) 熱流束一様の場合

$$\left. \begin{array}{l} \text{加熱部入口で} \quad T(1, J)=0, \quad J=1, N \\ \text{流路中央で} \quad T(I, 1)=T(I, 2), \quad I=1, M+1 \\ \text{壁面上で} \quad \{T(I, N+1)-T(I, N)\}/S_Y=1 \end{array} \right\} \quad (16B)$$

$$I=1, M+1$$

なお, 領域右端での温度  $T(M+1, J)$ ,  $J=2, N$  はそれよりも内側の 3 点における値  $T(M, J)$ ,  $T(M-1, J)$  および  $T(M-2, J)$  を通る放物線をもって外そうすることにより求めた. すなわち,

$$T^\theta(M+1, J)=3T^\theta(M, J)-3T^\theta(M-1, J)+T^\theta(M-2, J), \quad J=2, N \quad (17)$$

による.

以上に述べたことより, ある時刻  $\theta$  において領域内の温度場  $T^\theta(I, J)$  が与えられると (15) 式を格子点の数だけ, すなわち  $M \times N$  回計算することによって微小時間  $\Delta\theta$  後の時刻  $\theta + \Delta\theta$  における  $T^{\theta + \Delta\theta}(I, J)$  をその領域の最外周上における値を除いて求めることができ, さらにそれらの値から (16A) あるいは (16B) および (17) 式から最外周上の値を計算することにより結局, 時刻  $\theta + \Delta\theta$  における温度場  $T^{\theta + \Delta\theta}(I, J)$ ,  $I=1, M+1$ ,  $J=1, N+1$  を求めることができる.

本計算においては, まず定常流の場合の定常温度場を求めてそれを初期値として用い, いずれの場合も脈動のサイクルごとの非定常温度場が変化しなくなるまで, すなわちある 1 サイクルにおける温度場の時間的変化の様子がその前の 1 サイクルにおけるそれと同じになるまで計算を行なってその最後の 1 サイクルをデータとした. なお, 壁温一様の条件の場合, 壁からの熱流束  $Q=(\partial T/\partial Y)_{Y=1}$  は  $Q(I)=\{T(I, N+1)-T(I, N)\}/S_Y$  より計算した.

以下に, 本計算に用いた格子点間隔, 格子点数および時間の刻み幅を示す.

$$S_x=S_y=0.05$$

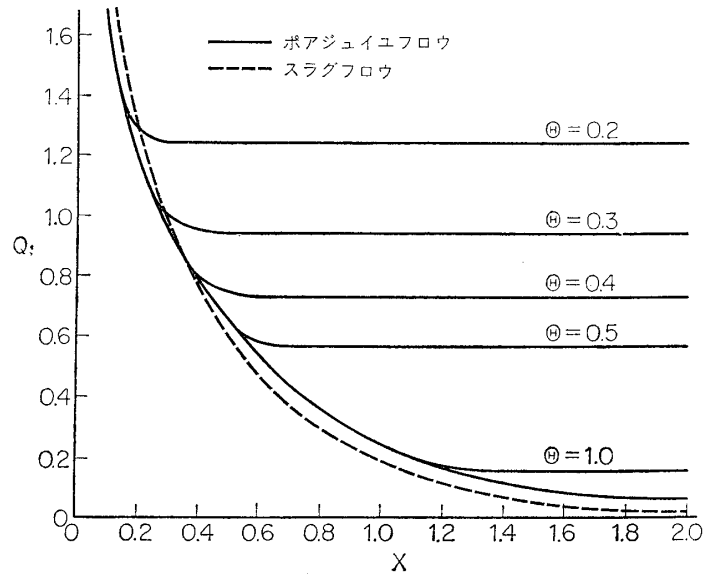
$$M=100 \quad (\text{したがって } X=5 \text{ まで})$$

$$N=20$$

$$\Delta\theta=0.000935$$

### 3.2 計算結果および考察

第 13 図～第 25 図に計算結果を示す. 壁温一様の場合および熱流束一様の場合の両者についてそれぞれ, まず脈動のない定常流の場合の計算結果を示し, その後に脈動のある場合の結果を示す. 脈動のある場合, 熱伝達の様子に影響を及ぼすパラメータは脈動の周波数に相当する  $F$ , 変動速度分布の振幅を代表する  $\gamma$  およびプラントル数  $Pr$  の三つがあるが, ここでは次の各場合についての結果を示す.



第 13 図 定常流の場合に壁温がステップ的に変えられたときの熱流束変化

(A) 壁温一様

- (1)  $F=1, \gamma=1, Pr=0.7$
- (2)  $F=1, \gamma=2, Pr=0.7$
- (3)  $F=2, \gamma=1, Pr=0.7$
- (4)  $F=2, \gamma=5, Pr=0.7$

(B) 熱流束一様

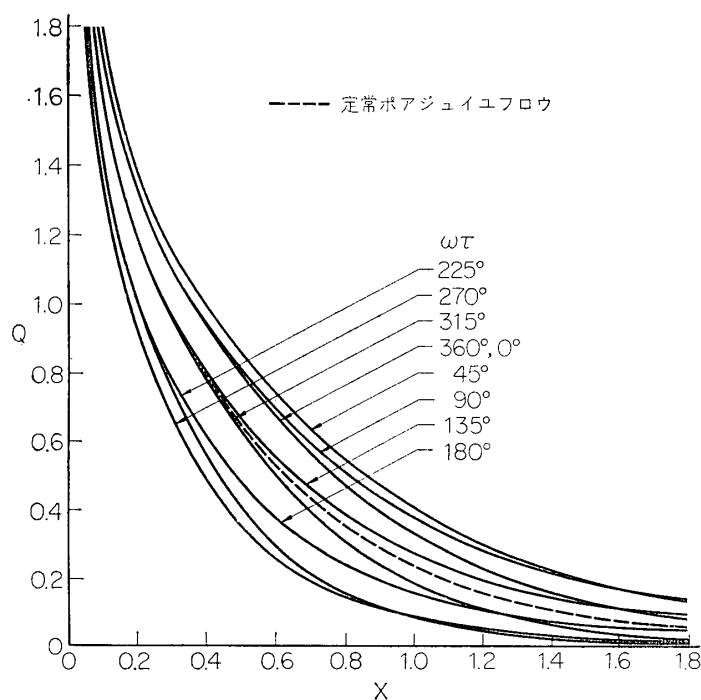
- (1)  $F=1, \gamma=1, Pr=0.7$
- (2)  $F=2, \gamma=1, Pr=0.7$
- (3)  $F=2, \gamma=5, Pr=0.7$

### 3.2.1 壁温一様の場合

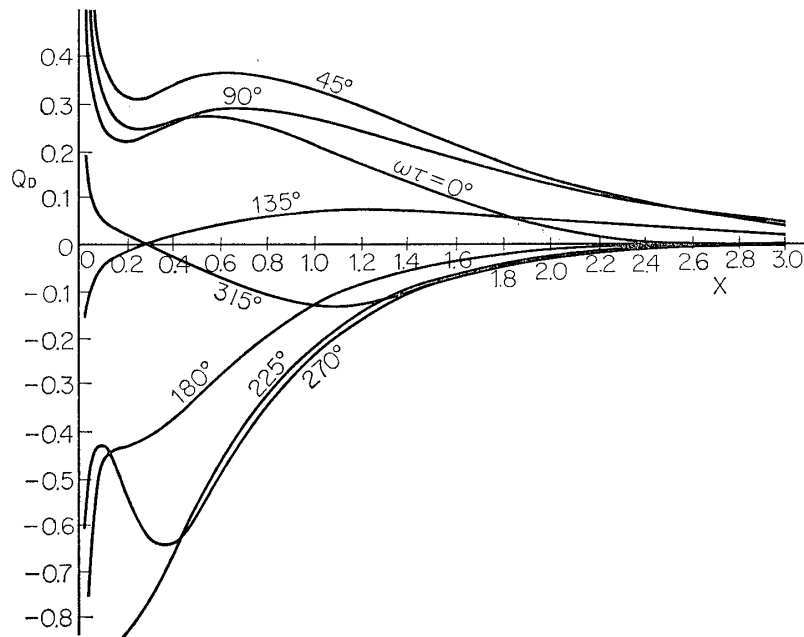
脈動のある場合の計算を行なう前に、まず流れが定常であるときの熱伝達について調べてみた。流れが定常なポアジューユ・フロウで壁温一様の場合、壁から流体に伝えられる熱流束  $Q$  は加熱部入口から下流への距離  $X$  に対して第 13 図に示されるようになる。第 13 図においては、定常な流れのあるところにステップ関数的に壁温を  $T_w=0$  から  $T_w=1$  へと変えたときに壁での熱流束  $Q$  が定常状態に落ち着くまでの過渡時における時間的変化をも合せて示してある。実線が定常なポアジューユ・フロウに対する上述の数値計算の結果であり、破線は Siegel らによってスラグ・フロウの仮定の下に解析的に得られた結果である。(スラグ・フロウとは前にも述べたように、流量はポアジューユ・フロウと同じであるが速度分布は流路断面上で一様であるとした仮想的な流れを言う。) 図において、 $X=0.35$  あたりまでは壁際での流速の大きいスラグ・フロウの方が高い熱流束を示し熱伝達は良いが、両者流量が同じであるため、それより下流では先に多量の熱を吸収してしまっているスラグ・フロウよりもポアジューユ・フロウの方が良くなっている。また、同図において、過渡時の壁から

の熱流束  $Q$  を示すグラフには  $Q$  が  $X$  によらず一様であることを示す平坦な部分（たとえば、 $\theta=0.2$  のときは  $x>3$  の領域、 $\theta=0.3$  のときは  $x>0.45$  の領域、……）が存在するが、これらの領域は加熱開始時に流路の入口 ( $X=0$ ) 断面上に存在した流体部分がいまだ到達していない領域であって、そこにおいては温度場は  $Y$  方向の熱伝導のみで定まってしまうため  $Y$  方向の温度分布は  $X$  によらず同一であり、したがって熱流束も同一になっているのである。すなわち、ポアジューユ・フロウの流速分布は  $U_s=1.5(1-Y^2)$  であるから、伝熱開始時に  $X=0$  断面上にあった流体部分は、たとえば  $\theta=0.2$  のときには  $X=1.5 \times 0.2=0.3$  を頂点とする放物線  $X=0.3(1-Y^2)$  の上に存在しているため  $X>0.3$  の領域ではグラフは平坦になるのである。

以常は定常流の場合についてであるが、以下に流量は同一であるが脈動の存在する場合について述べる。まず、 $F=1$ ,  $\gamma=1$ ,  $Pr=0.7$  の場合の計算結果を第 14 図と第 15 図に掲げる。第 14 図は壁からの伝熱量  $Q$  が脈動の 1 サイクル中にどのように変動するかを示したものである。点線が定常流の場合であって、1 サイクルのうち  $Q$  は時間とともにだいた定常流の場合を中心として変動している。このときの流速は第 1 図に示されているように  $\omega\tau=40^\circ$  付近で流路断面上いたるところで最大となり、 $\omega\tau=220^\circ$  付近で最小となる。これに応じて熱伝達の方もほぼ流速の大きいときに良く、小さいときにわるくなっている。次に、第 15 図に、第 14 図における  $Q$  から定常流の場合の  $Q_s$  (同図中の点線) を引いた値  $Q_D=Q-Q_s$  を示すが、これより、とくに加熱部の入口近くにおいては、流速の大小と熱伝達の大小とが一致していることがさらに良くわかる。

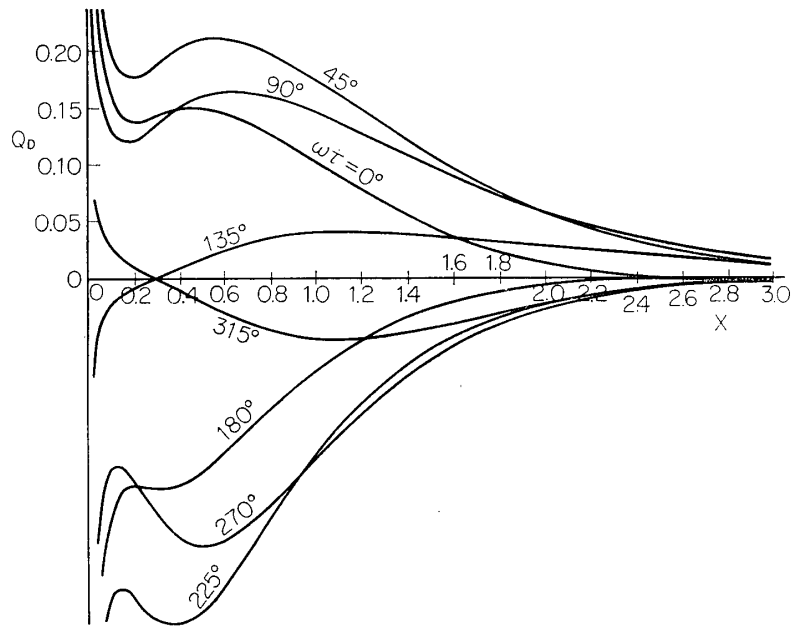
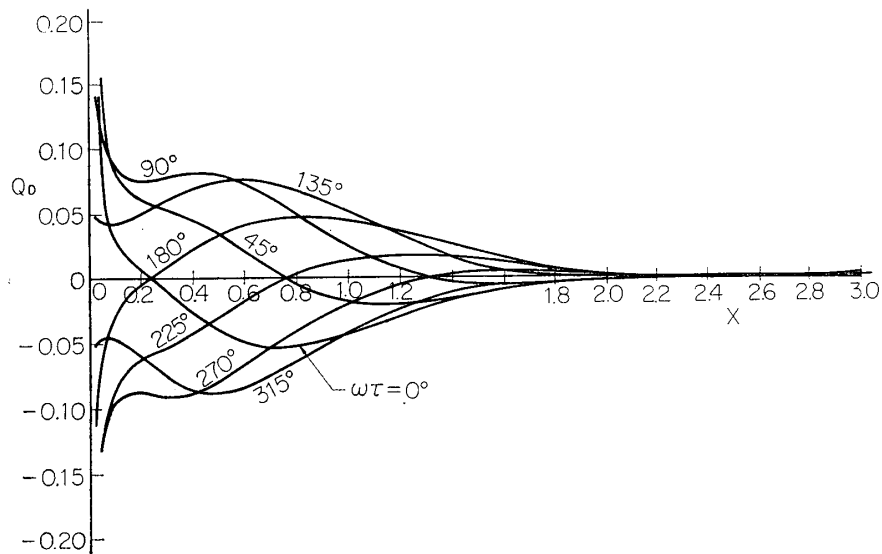


第 14 図 壁温一様,  $F=1$ ,  $\gamma=1$ ,  $Pr=0.7$

第 15 図 壁温一様,  $F=1$ ,  $\gamma=1$ ,  $P_r=0.7$ 

ところが、それよりも下流の場所  $X$  においては、ある時刻における熱伝達量が大きい小さいかは、その時刻にその場所  $X$  に存在している流体の様子、すなわち  $Y$  方向の温度分布、さらにはその温度分布の壁でのこう配によって定まるわけであるから、その部分の流体の過去の歴史がきいてくるわけである。定性的には、現在  $X$  のところにある流体部分が過去に多くの熱を吸収しているために、その前後の流体部分に比べると温度が平均的に高くなって壁との温度差をかなり失なってしまうのか、あるいはまだそれほどには温度は高まっておらずに熱を吸収する余裕があるのかということによるのである。第 15 図において、たとえば  $\omega\tau=45^\circ$  のときには加熱部入口近くで  $Q_b$  は非常に良くなっており、それから急に下がって  $X=0.2$  あたりで谷を生じているが、再び上昇しはじめ  $X=0.55$  あたりで一つのピークを示している。これは、現在  $X=0.55$  あたりにある流体が加熱部入口から現在位置に至るまで比較的大きな流速で短時間のうちに通過してきているために、流速が小さいときに入り込んですでにかなり温度が高くなっている流体部分に比べて壁との間にまだ大きな温度差を有しているからであると考えられる。負側のピークについても同様の考察が成り立つ。このように、加熱部入口以後においてピークがあらわれることは第 15 図に限らず、流れに脈動があるということからその他の  $F$ ,  $P_r$  および  $\gamma$  などの異なる場合にもみられる共通の特徴であると考えられる。次に、 $Q_b$  の変動振幅は  $\omega\tau$  のいかによらず大局的な傾向としては下流に行くほど次第に小さくなっている。すなわち定常流の場合との差は小さくなって行く。流体温度が壁温とほとんど等しくなってしまうような十分下流までを考えると流量が同一でありさえすれば脈動などの有無によらず流体が壁から吸収し得る熱量は一定であるからこのことは当然であろう。

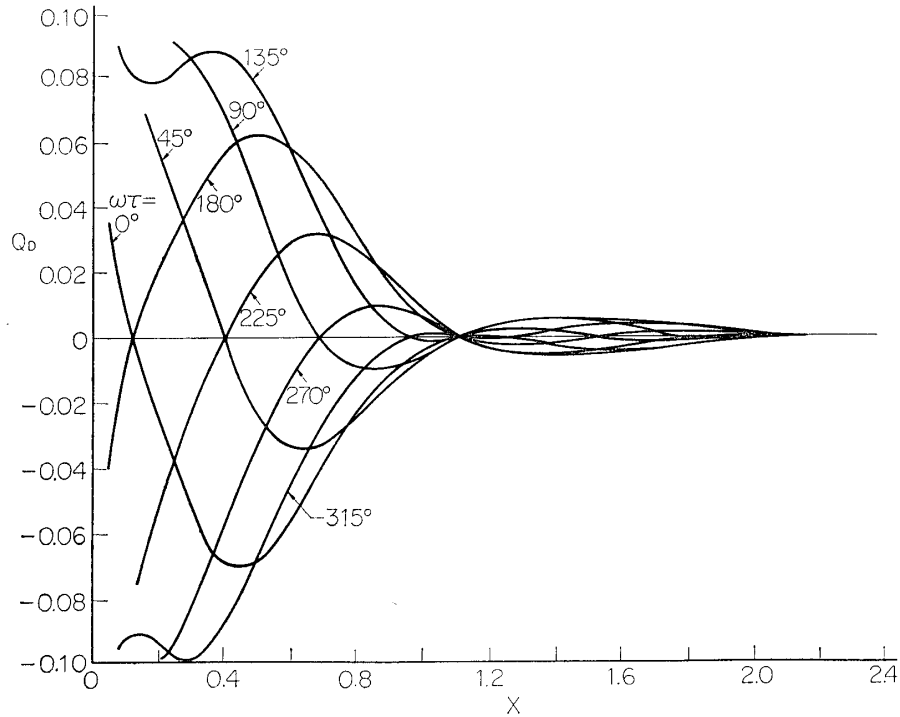
次に、 $F$  と  $P_r$  はそのまま  $\gamma$  のみを 2 倍にしたときを第 16 図に示す。 $Q_b$  の変動振幅は

第16図 壁温一様,  $F=1$ ,  $\gamma=2$ ,  $Pr=0.7$ 第17図 壁温一様,  $F=2$ ,  $\gamma=1$ ,  $Pr=0.7$ 

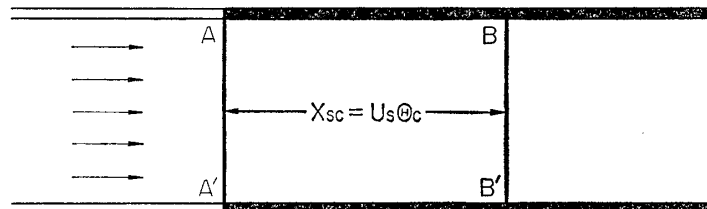
$\gamma=1$  の場合に比べて大きくなるがだいたい定性的な傾向は  $\gamma=1$  の場合に似ている。しかし加熱部入口より少し下流のところでは熱伝達は時間的に平均するとかなり低下している。

第17図は  $F=2$ ,  $\gamma=1$ ,  $Pr=0.7$  の場合であるが,  $F=1$  の場合に比べて  $Q_D$  の振幅は大はばに小さくなっている, ところで. これと同じ条件の場合についてスラグ・フロウの仮定の下に計算された結果を第18図に示してある. 第17図と第18図を比べるとわかるように, スラグ・フロウの仮定の下では  $X$  の一定の値  $X_{sc}$  ごとに  $\omega\tau$  のいかによらず  $Q_D=0$  となる



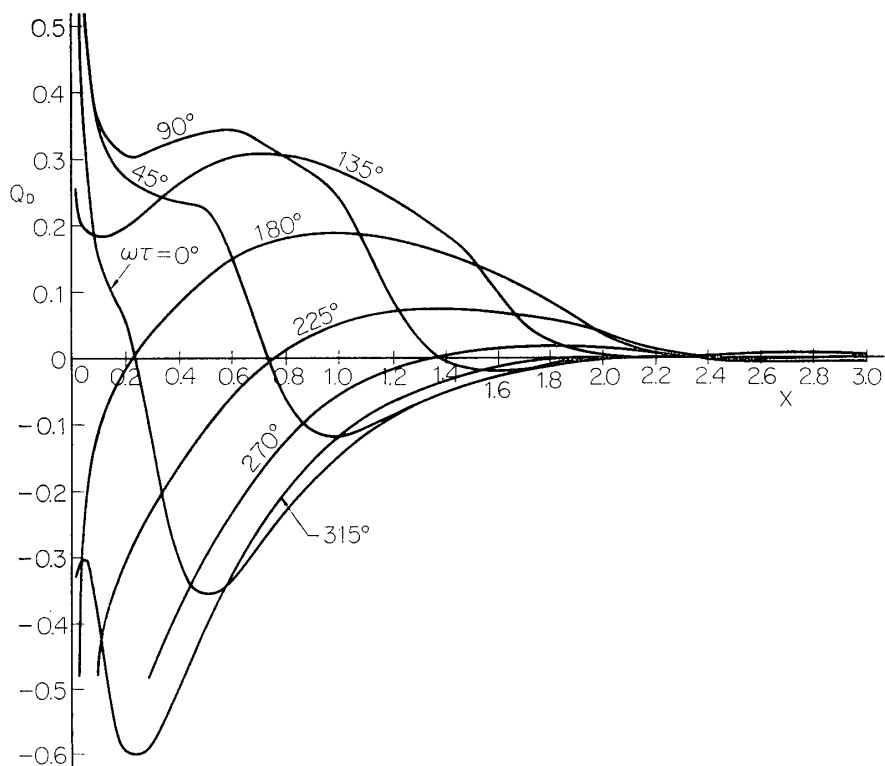


第 18 図 壁温一様,  $F=2$ ,  $\gamma=1$ ,  $Pr=0.7$ , スラッグフロウの場合



第 19 図

場所が存在してしまう。以下に、このことについて考察してみることにする。第 19 図において、任意の時刻に加熱部入口の断面上に流入してきた流体部分  $AA'$  は時間とともに変動する流速を有しながら流れて行くのであるが、その変動流速  $U_i$  は時間に対して正弦的に変化するので脈動の 1 サイクルの時間  $\theta_c$  について積分すると零となって消える。したがって、加熱部入口断面上にいかなる流速をもって流入した流体部分も時間  $\theta_c$  の後には、定常流の流速  $U_s$  をもって時間  $\theta_c$  の間に流れた場合と全く同一の位置  $BB'$  ( $X_{sc} = U_s \theta_c$ ) に到達しているわけである。すなわち、定常流の場合も脈動流の場合も、任意の時刻に同時に加熱部へ流入した流体部分  $AA'$  は位置  $X_c$  にいたるのに両者とも同一の時間  $\theta_c$  を要するゆえ、その間に壁から受ける熱量も相等しくなっていて、 $X_c$  の位置においては両者その温度分布は全く同一になっているのである。それゆえ、 $X = X_{sc}$  ごとに  $Q_D = 0$  となるような節を生ずる。ところで、 $F=2$ ,  $Pr=0.7$  の場合、 $\theta_c = 2\pi / (2F^2 Pr) = 1.12$  であり、また  $U_s = 1$  である

第 20 図 壁温一様,  $F=2$ ,  $\gamma=5$ ,  $Pr=0.7$ 

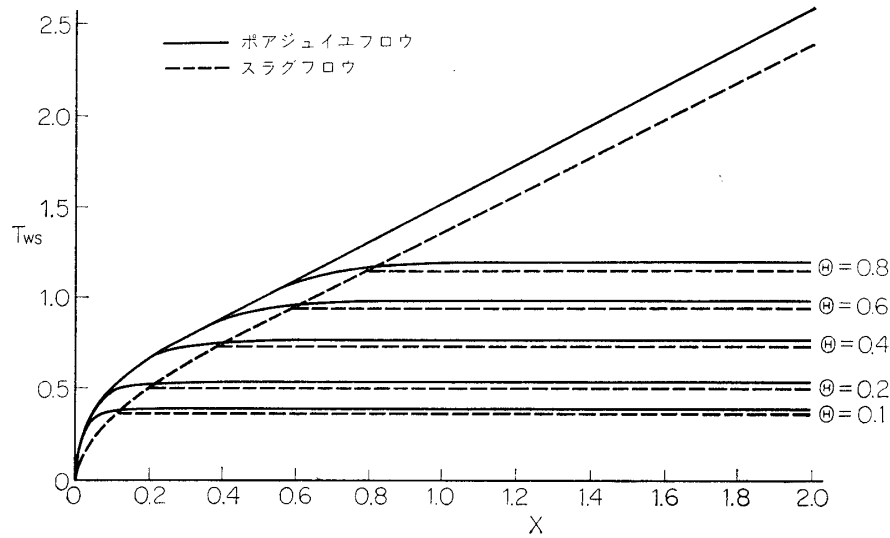
から  $X_{sc} = U_s \theta_c = 1.12$  となるが, 第 18 図において  $X=1.12$  ごとに  $Q_D=0$  となっているのは上述の理由による, 同様な説明は熱流束一様条件のときにもあてはまり, 第 24 図においても  $X=1.12$  ごとに  $T_{WD}=0$  となるような節を生じている.

一方, スラッグ・フローのように流路断面上どこも流速が一様であるというような仮定をしていない本計算結果においては, 当然のことながら  $Q_D=0$  (熱流束一様の場合には  $T_{WD}=0$ ) となるような明確な節は生じていない. しかし, それに近い状態があらわれてはいる. 壁温一様の場合にはそれほど明確ではないが, たとえば熱流束一様の場合で  $F=2$ ,  $\gamma=1$  および  $5$ ,  $Pr=0.7$  の第 23 図や第 25 図をみると  $X=1.7 \sim 1.8$  の付近でくびれを生じている. そして, このくびれの位置は流路中心軸上の流体が脈動の 1 サイクルの間に加熱部入口から移動して到達する位置とほぼ一致している. すなわち, 任意の時刻に加熱部の入口断面上に流入した流体は時間  $\theta_c=1.12$  の後には定常流の場合と同一の放物線上に存在し, その頂点が  $X_c = U_{s, \max} \cdot \theta_c = 1.5 \times 1.12 = 1.7$  の位置に達していることと一致する.

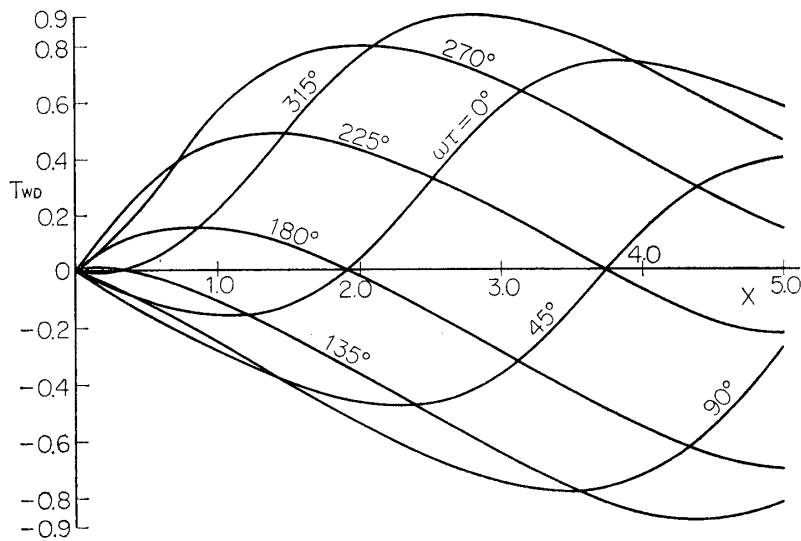
第 20 図は  $F=2$ ,  $Pr=0.7$  のまま  $\gamma$  を 5 にした場合である. このときも,  $\gamma$  を大きくした結果,  $\gamma=1$  のときに比べて入口より少し下流のあたりに時間的に平均すると定常流の場合よりも熱伝達の低下しているところがある.

### 3.2.2 熱流束一様の場合

壁からの熱流速が一様であるとした場合についても, 物理的な意味についての考察はすでに壁温一様の場合のときについて述べたことと大部分が全く同様である.



第 21 図 定常流の場合に熱流束がステップ的に加えられたときの壁温変化

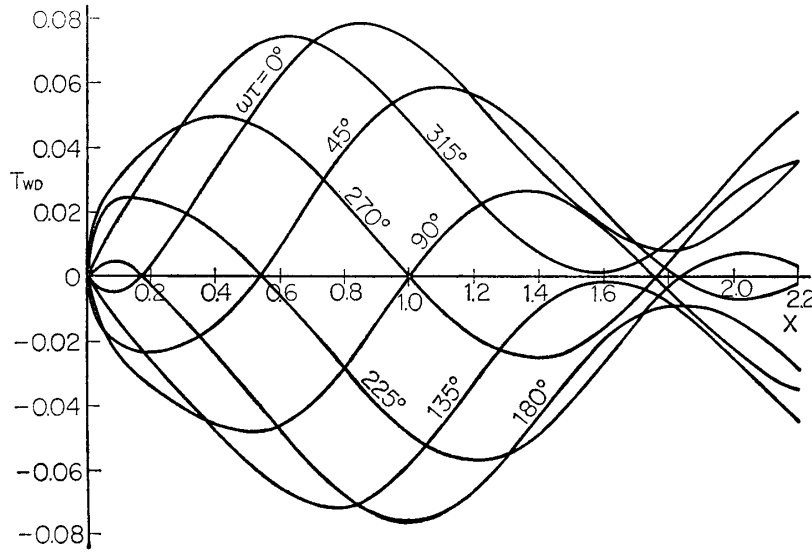


第 22 図 熱流束一様,  $F=1, \gamma=1, Pr=0.7$

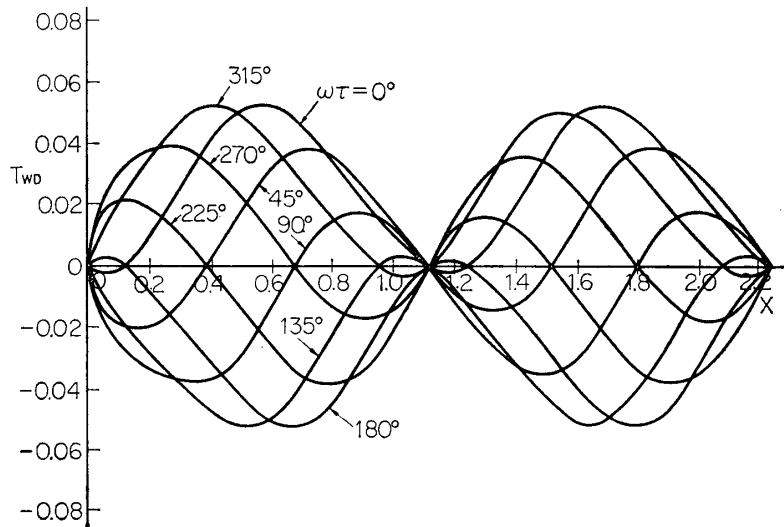
第 21 図は定常な流れのあるところへ急に、ステップ関数的に一定量の熱を壁から加え始めてから後に壁温が定常状態になるまでの過渡状態時をも含めて、流路方向距離  $X$  に対する壁温  $T_w$  の変化を示したものである。ポアジュイユ・フロウに比べスラグ・フロウの壁温が低いのは両者の速度分布の違いを考えれば明らかである。また、過渡時の状態に対する物理的意味も壁温一様の場合におけるのと同様な説明に求めることができる。

第 22 図は脈動のある場合で、 $F=1, \gamma=1, Pr=0.7$  のときの壁温の変動分  $T_{wD}$  を示したものである。時間平均的な熱伝達は  $X$  方向の位置により異なっているのがわかる。

第 23 図は  $F=2, \gamma=1, Pr=0.7$  の場合であり、 $X=1.7$  あたりでくびれを生じているが



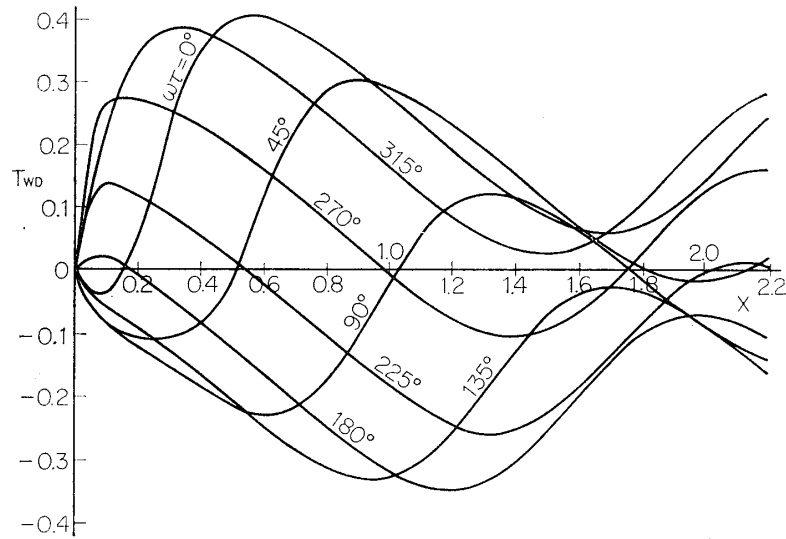
第23図 熱流束一様,  $F=2$ ,  $\gamma=1$ ,  $Pr=0.7$



第24図 熱流束一様,  $F=2$ ,  $\gamma=1$ ,  $Pr=0.7$  スラグ・フロウの場合

これについては3.2.1においてすでに考察した. 同じ  $F=2$ ,  $\gamma=1$ ,  $Pr=0.7$  のときをスラグ・フロウの仮定の下で扱った結果を第24図に示す. ここにおいても, 壁温一様の場合のときに述べたのと全く同じ理由から  $X_{cs}=1.12$  に  $T_{wD}=0$  となる節を生じている.

第25図は  $F=2$ ,  $\gamma=5$ ,  $Pr=0.7$  の場合である. 第24図に比べて  $\gamma$  の値が大きくなったことにより, 入口のすぐ下流の部分で時間平均的な温度が高くなっているのがみられる. すなわち, 同一の熱量を供給するのに大きな温度差を要するわけで熱伝達は低下している. このことは, 壁温一様の条件のときにおいて,  $F=2$  で  $\gamma$  を1から5にしたとき入口よりすぐ下流の部分で熱伝達低下のみられたことと一致している.

第 25 図 熱流束一様,  $F=2$ ,  $\gamma=5$ ,  $P_r=0.7$ 

#### 4. 結 論

- (1) 壁温一様の場合の壁からの熱流束変動分  $Q_D$  および熱流束一様の場合の壁温変動分  $T_{wD}$  は管軸方向の一定距離  $X_c$  ごとに周期的な“くびれ”を生ずる. すなわち, 熱伝達が時間的にほとんど変化しない部分が加熱部入口から距離  $X_c$  ごとに存在する. そして, この  $X_c$  は流路中心線上にある流体部分が脈動の 1 サイクルの間に移動する距離とほぼ一致している.
- (2) 従来のスラグ・フロウの仮定の下での結果と比べると定性的な傾向の一致するところもあるが, 次の 2 点において大きく異なる. まず, スラグ・フロウの仮定は壁際での対流による影響を大きく見積もりすぎるような流速分布モデルを与えているために, 本計算結果に比べ  $Q_D$  の変動振幅は大きく,  $T_{wD}$  の変動振幅は小さくなっている. 次に, スラグ・フロウの場合にはその仮定の性質上必然的に, 管軸方向の一定距離  $X_{sc}$  ごとに, つねに  $Q_D=0$  あるいは  $T_{wD}=0$  であるようなところを生じてしまい, その位置は本計算結果における“くびれ”の位置とは大きく異なっている.
- (3) 壁温が一様であるとき, 脈動が存在するために熱交換器全体の熱伝達量が増えるか減るかということを議論するためには, すでに掲げた各図からもわかるように,  $Q_D$  は場所的, 時間的に変動するので加熱部入口からどれだけ下流までの領域を考えるのかということが問題になってくる. 本報告で扱った範囲内においては, 圧力こう配の変動振幅  $\gamma$  がそれほど大きくないとところでは任意の位置  $X$  における  $Q_D$  は熱伝達が増加する側と減少する側とがほとんど等しくなるような変動を示し, 脈動は時間平均的な熱伝達量にはほとんど影響を与えない. そして,  $F=1, 2$  においては  $\gamma$  を増すと入口から少し下流までの領域内では脈動があるために時間平均的な熱伝達はやや減少した.

1970 年 8 月 30 日 原動機部

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Martinelli, R. C. and Boelter, L. M. K. : Trans. A. S. M. E., vol. 65, 789 (1943).
- [ 2 ] West, F. B. and Taylor, A. T. : Chem. Eng. Eng. Prog., vol. 48, 39 (1952).
- [ 3 ] Linke, W. : VDI Zeitschrift, vol. 95, 1179 (1953).
- [ 4 ] Bayley, F. J., Edwards, P. A. and Singh, P. P. : Proceedings of the 1961—1962 International Heat Transfer Conference No. 59, 499.
- [ 5 ] Siegel, R. and Perlmutter, M. : Trans. A. S. M. E., C, vol. 84 (1962).
- [ 6 ] 草間, 機械学会論文集, 第18卷66号 (昭27).
- [ 7 ] Uchida, S. : ZAMP vol. VII, 1956.
- [ 8 ] Schraub, F. A., et al. : J. Basic Engineering, June, 1965.