

# ヨーヨー・デスピン (II)

上杉邦憲・二宮敬虔・大西晃

## Yo-yo Despin (II)

By

Kuninori UESUGI, Keiken NINOMIYA, Akira ŌNISHI

**Abstract:** The three-dimensional problem of despinning a rotating rigid body by the rigid yo-yo despin device is considered. Although studies have been made previously [1],[2] for PHASE 1 (in which the wire is changing in length and is tangent to the satellite), there has been little effort to analyze the three-dimensional motion of the yo-yo in PHASE 2 (in which the length of wire is constant but its position is changing from tangent to perpendicular to the satellite). This study considers the motion of the rigid yo-yo in PHASE 1 and PHASE 2 as a three-dimensional problem and the equations of motion of the system which is derived are solved numerically for several specific cases. The results show that this theory is a sufficient to make clear the motion of the rigid yo-yo in PHASE 1 and PHASE 2.

Then some results of the stretch yo-yo feasibility tests are presented. These tests were conducted to prove the concept that the stretch yo-yo is a more accurate despin device than the rigid yo-yo, and to verify the analytical theory.

The results of another experiment which was conducted on the rigid yo-yo are also presented. In this case, yo-yo wires were wound around an octogonal cylinder to compare with the case in which yo-yo wires are wound around a right cylinder.

### 概 要

第一報 [1] に続き、ヨーヨー・デスピンの運動解析と実験が行なわれた。運動解析は三次元モデルにおける硬式ヨーヨーに関して行なわれ、phase 1 および phase 2 でのデスピナーの運動を明らかにする理論式が導かれた。次にばね式ヨーヨーを二次元モデルで作動させる実験が行なわれ、理論との一致が確認された。また断面が八角形をした模擬衛星を用いて、ケーブルを巻き付ける面が円でない場合の実験が行なわれ、これがデスピナーの運動に与える影響は小さいことが検証された。以上の結果から、このデスピン方式が実際の衛星に十分適用し得るという見通しが得られた。

### 記 号

**A**; 衛星重心とケーブル接点とを結ぶベクトル

- $d$  ; 衛星重心面とケーブル巻付面間の距離  
 $I$  ; 衛星の慣性モーメント (二次元)  
 $I$  ; 慣性モーメント比 (三次元)  
 $I_1, I_2, I_3$  ; 衛星の  $x_1, x_2, x_3$  軸まわりの慣性モーメント  
 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  ;  $x_1, x_2, x_3$  軸方向の単位ベクトル  
 $K$  ; ヨーヨー・マスと衛星の慣性モーメント比  
 $k$  ; ばね定数  
 $l$  ; ほどけたケーブルの長さ  
 $\mathbf{M}$  ; 衛星に働くモーメントベクトル  
 $m$  ; ヨーヨー質量  
 $N$  ; ケーブル巻数  
 $R$  ; 衛星半径  
 $\mathbf{r}$  ; ヨーヨー・マス位置ベクトル  
 $r$  ; 衛星重心とヨーヨー・マス間の距離  
 $s_0$  ; ばね式ヨーヨーのケーブル長  
 $t$  ; 時間  
 $\mathbf{T}$  ; 張力ベクトル  
 $T$  ; ケーブルに働く張力  
 $W$  ; おもり一個の重さ  
 $W_{\text{cable}}$  ; ケーブル一本の重さ  
 $x_1, x_2, x_3$  ; 衛星の重心に原点を有し慣性主軸方向に軸を持つ座標系  
 $X, Y, Z$  ; 慣性座標系  
 $\alpha$  ; ケーブルの面外角  
 $\beta$  ; ケーブルのほどけ角  
 $\Gamma$  ; 衛星の首振り角  
 $\gamma$  ; ケーブルのスイング角  
 $\Phi, \Theta, \Psi$  ; オイラー角  
 $\tau$  ; 無次元化された時間  
 $\omega$  ; 衛星スピン数 (二次元)  
 $\boldsymbol{\omega}$  ; 衛星の角速度ベクトル  
 $\boldsymbol{\omega}_1, \boldsymbol{\omega}_2, \boldsymbol{\omega}_3$  ; 衛星の角速度の  $x_1, x_2, x_3$  軸成分  
 $\Omega$  ;  $Z$  軸と  $x_3$  軸とのなす角  
 $x$  ; スピン減速率

## 添 字

- $a$  ; ヨーヨー・マス a  
 $b$  ; ヨーヨー・マス b  
 $\text{in}$  ; inertial  
 $\text{o}$  ; initial

f ; final  
s ; standard

## 1. 序 論

第1報 [1] においては、硬式ヨーヨー、ばね式ヨーヨーの二次元運動解析、硬式ヨーヨーの二次元モデルによる実験とが行なわれ、三次元運動解析が部分的になされた。その後

1. 三次元運動解析理論の完成
2. ばね式ヨーヨーの実験
3. ケーブル巻付面が円でない場合、これがデスピナーにおよぼす影響についての検討
4. 実機用ケーブルカッタの開発

などが行なわれ、これらに関しては進ちょくに依りて報告がなされている。[2], [3], [4]

現在までに上記項目の 1, 2, 3 については一応の成果が得られているので、ここではそれらをまとめて第二報としたい。

## 2. 三次元運動解析

第一報では、衛星の重心面をはずしてデスピナー（おもり）を1個だけ取り付け付けた場合の PHASE 1（ケーブルが衛星に接しつつほどこけていく段階）における硬式ヨーヨーの運動を考えた。さらに [2] においては、実際のデスピナー作動状況をより良く解析するための運動方程式が導かれた。すなわち衛星にとりつけられたおもりは2個で、ケーブル巻付面は衛星の重心面を通らず、さらに衛星は任意の首振り角をもっているとした場合について、PHASE 1 における運動が明らかにされた。その後この解析法を拡張して、PHASE 2（ケーブルがすべてほどこけ終り、衛星のまわりをスイングしている段階）でのデスピナーの運動も取り扱うことができるようになった。そこで本稿では、PHASE 1, PHASE 2 におけるデスピナーの運動をこの解析法によって述べることにする。

### 2.1 PHASE 1

#### 2.1.1 運動方程式

ここで用いる座標系は、図 2-1 に示したように衛星（回転円筒体と仮定する）の重心に原点を有し、慣性主軸方向に軸を持った運動座標系  $(x_1, x_2, x_3)$  である。ただし衛星の対称性から  $x_1, x_2$  軸は任意にとれるから、ここではおもり（ヨーヨー質量）を切り離す瞬間に、それらが  $x_1$  軸上および  $-x_1$  軸上にあるように  $x_1$  軸をとることとする。切り離されたおもりはおの衛星に接しつつほどこけるケーブルに拘束されながら、しだいに衛星から離れてゆく。この拘束力はケーブルの張力で、これが衛星のスピンを減ずるためのトルクを与える。

おもり切り離し後ほどこけたケーブルの長さ  $l$  は、

$$l = R\beta$$

であり、ヨーヨー質量  $m_a, m_b$  の位置はそれぞれ

$$\mathbf{r}_a = R(\cos \beta + \beta \sin \beta \cos \alpha) \mathbf{i} + R(\sin \beta - \beta \cos \beta \cos \alpha) \mathbf{j} + (d - R\beta \sin \alpha) \mathbf{k} \quad (1-1)$$

$$\mathbf{r}_b = -R(\cos \beta + \beta \sin \beta \cos \alpha) \mathbf{i} - R(\sin \beta - \beta \cos \beta \cos \alpha) \mathbf{j} + (d + R\beta \sin \alpha) \mathbf{k} \quad (1-2)$$

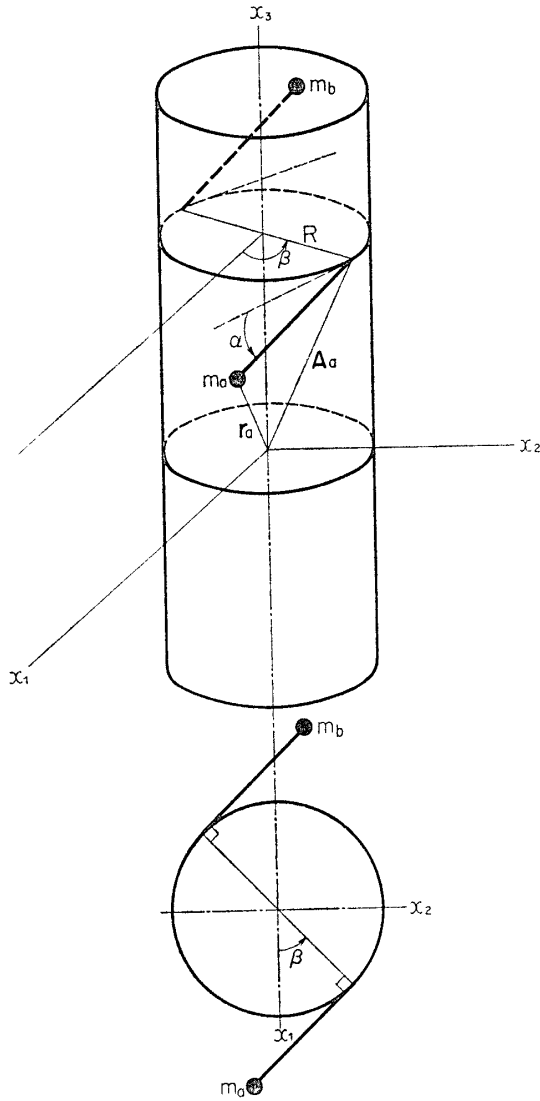


図 2-1 ヨーヨー作動図 (PHASE 1)

となる. 一方衛星に働くモーメントは,

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}_a \times \mathbf{T}_a + \mathbf{A}_b \times \mathbf{T}_b \quad (2)$$

であるが,

$$\mathbf{A}_a = R \cos \beta \cdot \mathbf{i} + R \sin \beta \cdot \mathbf{j} + d \cdot \mathbf{k} \quad (3-1)$$

$$\mathbf{A}_b = -R \cos \beta \cdot \mathbf{i} - R \sin \beta \cdot \mathbf{j} + d \cdot \mathbf{k} \quad (3-2)$$

$$\mathbf{T}_a = T(\cos \alpha \sin \beta \cdot \mathbf{i} - \cos \alpha \cos \beta \cdot \mathbf{j} - \sin \alpha \cdot \mathbf{k}) \quad (4-1)$$

$$\mathbf{T}_b = T(-\cos \alpha \sin \beta \cdot \mathbf{i} + \cos \alpha \cos \beta \cdot \mathbf{j} + \sin \alpha \cdot \mathbf{k}) \quad (4-2)$$

より,

$$\mathbf{M} = -2T(R \sin \alpha \sin \beta \cdot \mathbf{i} - R \sin \alpha \cos \beta \cdot \mathbf{j} + R \cos \alpha \cdot \mathbf{k}) \quad (5)$$

が得られる. これより衛星に関する運動方程式は, オイラー方程式を用いて,

$$I_1 \dot{\omega}_1 = (I_1 - I_3) \omega_2 \omega_3 - 2TR \sin \alpha \sin \beta \quad (6-1)$$

$$I_1 \dot{\omega}_2 = (I_3 - I_1) \omega_1 \omega_3 + 2TR \sin \alpha \cos \beta \quad (6-2)$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 = -2TR \cos \alpha \quad (6-3)$$

(ただし  $I_1 = I_2$  とする)

となる. 一方ヨーヨー質量  $m_a$  の運動方程式は, 慣性空間に対して,

$$-\mathbf{T}_a = m_a \cdot \ddot{\mathbf{r}}_{a \text{ in}} \quad (7)$$

となるが,

$$\dot{\mathbf{r}}_{a \text{ in}} = \dot{\mathbf{r}}_a + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_a \quad (8-1)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{a \text{ in}} = \ddot{\mathbf{r}}_a + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}_a + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_a + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_a) \quad (8-2)$$

の関係を用いて運動座標系への変換を行なう. すなわち (1-1), (4-1), (7), (8) 式より,  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \alpha, \beta, T$  およびそれらの微分量を含んだ三つの2階微分方程式が得られ, これと三つのオイラー方程式 ((6)式) から以上六つの未知数を知ることができる. (2個のヨーヨー質量は  $x_3$  軸に關し対称な位置にあり,  $m_a = m_b$  であるからこれ以後は質量  $m_a$  についてのみ考えることとし, 添字 a は用いないこととする.)

(1-1), (4-1), (7), (8) 式より得られる微分方程式は次のような形となる. すなわち,

$$\sum_{j=1}^3 a_{ij} X_j = b_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (9)$$

ここで

$$X_1 = \ddot{\beta}, \quad X_2 = \ddot{\alpha}, \quad X_3 = T$$

である。(6), (9) 式を解けばよいが, これらは非線型であり, 解析的に解を得ることは困難なので, 次節以降ではその数値解法について述べることにする。

### 2.1.2 運動方程式の無次元化

本節では問題をより普遍的に扱うため, 次の諸量を用いて (6), (9) 式を無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} I &= I_1/I_3 & K &= 2mR^2/I_3 \\ \bar{\omega}_1 &= \omega_1/\omega_{30} & \bar{\omega}_2 &= \omega_2/\omega_{30} & \bar{\omega}_3 &= \omega_3/\omega_{30} \\ \bar{\beta} &= \beta/\sqrt{1+1/K} & \bar{\alpha} &= \alpha/\sqrt{1+1/K} \\ \bar{r} &= r/R & \bar{d} &= d/R & \bar{l} &= l/R = \beta \\ \bar{T} &= 2R\sqrt{1+1/K} T/I_3\omega_{30}^2 \\ \tau &= \omega_{30} t/\sqrt{1+1/K} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここで無次元化された時間  $\tau$ , 張力  $\bar{T}$ , ケーブルほどけ角  $\bar{\beta}$  は, 初期首振り角が零の場合のスピンの停止時間と, スピン停止時の張力およびほどけ角を基準にとって得られる [1].

(6), (9) 式を新たに独立変数  $\tau$  に関する微分方程式として表わすと,

$$\bar{\omega}_1' = \left(1 - \frac{1}{I}\right) \bar{\omega}_2 \bar{\omega}_3 \sqrt{1+1/K} - \frac{1}{I} \bar{T} \sin \alpha \sin \beta \quad (11-1)$$

$$\bar{\omega}_2' = \left(\frac{1}{I} - 1\right) \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_3 \sqrt{1+1/K} + \frac{1}{I} \bar{T} \sin \alpha \cos \beta \quad (11-2)$$

$$\bar{\omega}_3' = -\bar{T} \cos \alpha \quad (11-3)$$

および

$$\sum_j^3 \bar{a}_{ij} \bar{X}_j = \bar{b}_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (12)$$

ただし

$$\bar{X}_1 = \bar{\beta}'', \quad \bar{X}_2 = \bar{\alpha}'', \quad \bar{X}_3 = \bar{T}$$

で

$$(\quad)' = \frac{d}{d\tau}, \quad (\quad)'' = \frac{d^2}{d\tau^2} \quad (13)$$

とする。

### 2.1.3 ヨ-ヨ-質量の運動方程式

ここでは (12) 式の  $\bar{a}_{ij}$ ,  $\bar{b}_i$  を具体的な形で求める。まず (1-1) 式を  $\tau$  で微分して,

$$\bar{r}_i' = \bar{r}_{i\beta} \beta' + \bar{r}_{i\alpha} \alpha' \quad (i=1, 2, 3) \quad (14-1)$$

を得る。 $\beta'$ ,  $\alpha'$  の係数  $\bar{r}_{i\beta}$ ,  $\bar{r}_{i\alpha}$  はそれぞれ

$$\bar{r}_{1\beta} = \sin \beta \cos \alpha - \bar{r}_2 \quad (14-2)$$

$$\bar{r}_{1\alpha} = (\bar{r}_3 - \bar{d}) \sin \beta \quad (14-3)$$

$$\bar{r}_{2\beta} = \bar{r}_1 - \cos \beta \cos \alpha \quad (14-4)$$

$$\bar{r}_{2\alpha} = (\bar{d} - \bar{r}_3) \cos \beta \quad (14-5)$$

$$\bar{r}_{3\beta} = -\sin \alpha \quad (14-6)$$

$$\bar{r}_{3\alpha} = -\beta \cos \alpha \quad (14-7)$$

の形で与えられる. (8—1), (14) 式より

$$\bar{r}'_{1in} = \bar{r}'_1 + \omega^*_2 \bar{r}_3 - \omega^*_3 \bar{r}_2 \triangleq \bar{V}_1 \quad (15-1)$$

$$\bar{r}'_{2in} = \bar{r}'_2 + \omega^*_3 \bar{r}_1 - \omega^*_1 \bar{r}_3 \triangleq \bar{V}_2 \quad (15-2)$$

$$\bar{r}'_{3in} = \bar{r}'_3 + \omega^*_1 \bar{r}_2 - \omega^*_2 \bar{r}_1 \triangleq \bar{V}_3 \quad (15-3)$$

ただしここで  $\omega^* = \omega \sqrt{1+1/K}$  とする.

一方 (8—2) 式は

$$\bar{r}''_{iin} = \bar{r}'_{i'} + \bar{E}_i + \bar{F}_i + \bar{C}_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (16)$$

となりその右辺はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \bar{r}''_{i'} &= \bar{r}_{i\beta} \beta'' + \bar{r}_{i\alpha} \alpha'' + \bar{r}'_{i\beta} \beta' + \bar{r}'_{i\alpha} \alpha' \\ \bar{E}_1 &= \omega_2^* \bar{r}_3 - \omega_3^* \bar{r}_2 \quad \bar{F}_1 = \omega_2^* \bar{r}'_3 - \omega_3^* \bar{r}'_2 \quad \bar{C}_1 = \omega_2^* \bar{V}_3 - \omega_3^* \bar{V}_2 \\ \bar{E}_2 &= \omega_3^* \bar{r}_1 - \omega_1^* \bar{r}_3 \quad \bar{F}_2 = \omega_3^* \bar{r}'_1 - \omega_1^* \bar{r}'_3 \quad \bar{C}_2 = \omega_3^* \bar{V}_1 - \omega_1^* \bar{V}_3 \\ \bar{E}_3 &= \omega_1^* \bar{r}_2 - \omega_2^* \bar{r}_1 \quad \bar{F}_3 = \omega_1^* \bar{r}'_2 - \omega_2^* \bar{r}'_1 \quad \bar{C}_3 = \omega_1^* \bar{V}_2 - \omega_2^* \bar{V}_1 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

である. (14—2)~(14—7) 式を微分して

$$\bar{r}'_{1\beta} = (\cos \beta \cos \alpha - \bar{r}_{2\beta}) \beta' - (\sin \beta \sin \alpha + \bar{r}_{2\alpha}) \alpha' \quad (18-1)$$

$$\bar{r}'_{1\alpha} = (\bar{r}_{3\beta} \sin \beta + (\bar{r}_3 - \bar{d}) \cos \beta) \beta' + \bar{r}_{3\alpha} \sin \beta \cdot \alpha' \quad (18-2)$$

$$\bar{r}'_{2\beta} = (\bar{r}_{1\beta} + \sin \beta \cos \alpha) \beta' + (\bar{r}_{1\alpha} + \cos \beta \sin \alpha) \alpha' \quad (18-3)$$

$$\bar{r}'_{2\alpha} = (-\bar{r}_{3\beta} \cos \beta + (\bar{r}_3 - \bar{d}) \sin \beta) \beta' - \bar{r}_{3\alpha} \cos \beta \cdot \alpha' \quad (18-4)$$

$$\bar{r}'_{3\beta} = -\cos \alpha \cdot \alpha' \quad (18-5)$$

$$\bar{r}'_{3\alpha} = -\cos \alpha \cdot \beta' + \beta \sin \alpha \cdot \alpha' \quad (18-6)$$

また (4—1) 式より

$$\bar{T}_1 = \bar{T} \cos \alpha \sin \beta \quad (19-1)$$

$$\bar{T}_2 = -\bar{T} \cos \alpha \cos \beta \quad (19-2)$$

$$\bar{T}_3 = -\bar{T} \sin \alpha \quad (19-3)$$

(16) 式と (19) 式をヨ—ヨ—質量の運動方程式 (7) によって結びつけた結果から (12) 式の各係数が得られる. すなわち

$$\begin{pmatrix} \bar{a}_{11}, & \bar{a}_{12}, & \bar{a}_{13} \\ \bar{a}_{21}, & \bar{a}_{22}, & \bar{a}_{23} \\ \bar{a}_{31}, & \bar{a}_{32}, & \bar{a}_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{r}_{1\beta}, \bar{r}_{1\alpha}, \sin \beta \cos \alpha / K + \bar{r}_3 \sin \alpha \cos \beta / I + \bar{r}_2 \cos \alpha \\ \bar{r}_{2\beta}, \bar{r}_{2\alpha}, -\cos \alpha \cos \beta / K - \bar{r}_1 \cos \alpha + \bar{r}_3 \sin \alpha \sin \beta / I \\ \bar{r}_{3\beta}, \bar{r}_{3\alpha}, -\sin \alpha / K - \bar{r}_2 \sin \alpha \sin \beta / I - \bar{r}_1 \sin \alpha \cos \beta / I \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\bar{b}_1 = -(\bar{C}_1 + \bar{F}_1 + \bar{r}'_{1\beta} \beta' + \bar{r}'_{1\alpha} \alpha' - \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega^*_1 \omega^*_3 \bar{r}_3) / \sqrt{1+1/K} \quad (21-1)$$

$$\bar{b}_2 = -(\bar{C}_2 + \bar{F}_2 + \bar{r}'_{2\beta} \beta' + \bar{r}'_{2\alpha} \alpha' - \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega^*_2 \omega^*_3 \bar{r}_3) / \sqrt{1+1/K} \quad (21-2)$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_3 &= -(\bar{C}_3 + \bar{F}_3 + \bar{r}'_{3\beta} \beta' + \bar{r}'_{3\alpha} \alpha' + \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega^*_2 \omega^*_3 \bar{r}_2 \\ &\quad + \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega_1^* \omega_3^* \bar{r}_1) / \sqrt{1+1/K} \end{aligned} \quad (21-3)$$

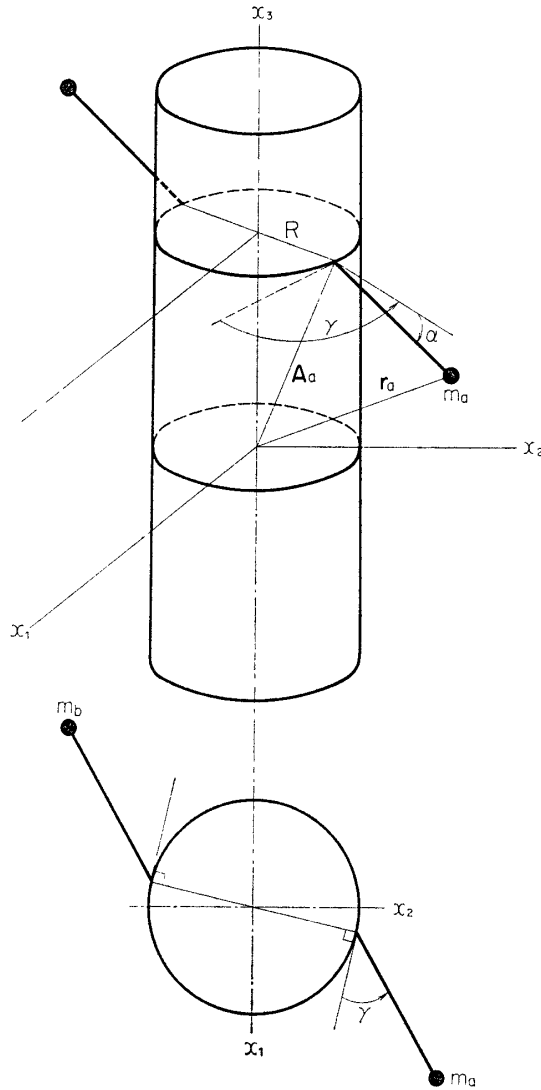


図 2-2 ヨ-ヨ-作動図 (PHASE 2)

## 2.2 PHASE 2

### 2.2.1 運動方程式

図 2-2 に示したように、ケーブルがすべてほどけたあと、衛星のまわりをスイングしているこの段階においては、ヨ-ヨ-質量  $m_a$ ,  $m_b$  の位置はそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_a = & R[\cos \beta + \beta \sin(\beta + \gamma) \cos \alpha] \mathbf{i} \\ & + R[\sin \beta - \beta \cos(\beta + \gamma) \cos \alpha] \mathbf{j} \\ & + (d - R\beta \sin \alpha) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (22-1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_b = & -R[\cos \beta + \beta \sin(\beta + \gamma) \cos \alpha] \mathbf{i} \\ & - R[\sin \beta - \beta \cos(\beta + \gamma) \cos \alpha] \mathbf{j} \\ & + (d + R\beta \sin \alpha) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (22-2)$$

ただしここで  $\beta = \text{const}$ ,  $l = R\beta = \text{const}$  である。衛星に働くモーメントは (2) 式で表わされるが、

$$\mathbf{A}_a = R \cos \beta \cdot \mathbf{i} + R \sin \beta \cdot \mathbf{j} + d \cdot \mathbf{k} \quad (23-1)$$

$$\mathbf{A}_b = -R \cos \beta \cdot \mathbf{i} - R \sin \beta \cdot \mathbf{j} + d \cdot \mathbf{k} \quad (23-2)$$

$$\mathbf{T}_a = T[\cos \alpha \sin(\gamma + \beta) \cdot \mathbf{i} - \cos \alpha \cos(\gamma + \beta) \cdot \mathbf{j} - \sin \alpha \cdot \mathbf{k}] \quad (24-1)$$

$$\mathbf{T}_b = T[-\cos \alpha \sin(\gamma + \beta) \cdot \mathbf{i} + \cos \alpha \cos(\gamma + \beta) \cdot \mathbf{j} + \sin \alpha \cdot \mathbf{k}] \quad (24-2)$$

であり、これより

$$\mathbf{M} = -2T(R \sin \alpha \sin \beta \cdot \mathbf{i} - R \sin \alpha \cos \beta \cdot \mathbf{j} + R \cos \alpha \cos \gamma \cdot \mathbf{k}) \quad (25)$$

が得られる。したがって衛星の運動は、オイラー方程式を用いて、

$$I_1 \dot{\omega}_1 = (I_1 - I_3) \omega_2 \omega_3 - 2TR \sin \alpha \sin \beta \quad (26-1)$$

$$I_1 \dot{\omega}_2 = (I_3 - I_1) \omega_1 \omega_3 + 2TR \sin \alpha \cos \beta \quad (26-2)$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 = -2TR \cos \alpha \cos \gamma \quad (26-3)$$

と表わされる。(26) 式を 2.1.2 節で述べた方法で無次元化すれば、

$$\omega_1' = \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega_2 \omega_3 \sqrt{1 + 1/K} - \frac{1}{I} \bar{T} \sin \alpha \sin \beta \quad (27-1)$$

$$\omega_2' = \left(\frac{1}{I} - 1\right) \omega_1 \omega_3 \sqrt{1 + 1/K} + \frac{1}{I} \bar{T} \sin \alpha \cos \beta \quad (27-2)$$

$$\omega_3' = -\bar{T} \cos \alpha \cos \gamma \quad (27-3)$$

となる。

一方ヨ-ヨ-質量  $m_a$  の運動方程式は (7) 式であり, (8-1), (8-2) 式によって運動座標系への変換を行なうと

$$\sum_j^3 \bar{p}_{ij} \bar{Y}_j = \bar{q}_i, \quad (i=1, 2, 3) \quad (28)$$

の形の微分方程式が得られる. ただし

$$\bar{Y}_1 = \bar{\alpha}'', \quad \bar{Y}_2 = \bar{\gamma}'', \quad \bar{Y}_3 = \bar{T}$$

なお  $\bar{r} = \gamma \sqrt{1+1/K}$  とする. 次に 2.1.3 節の方法によって  $\bar{p}_{ij}$ ,  $\bar{q}_i$  を求めると,

$$\bar{p}_{11} = \bar{r}_{1\alpha} \quad (29-1)$$

$$\bar{p}_{12} = \bar{r}_{1\gamma} \quad (29-2)$$

$$\bar{p}_{13} = \frac{\cos \alpha \sin(\gamma + \beta)}{K} + \frac{\bar{r}_3}{I} \sin \alpha \cos \beta + \bar{r}_2 \cos \alpha \cos \gamma \quad (29-3)$$

$$\bar{p}_{21} = \bar{r}_{2\alpha} \quad (29-4)$$

$$\bar{p}_{22} = \bar{r}_{2\gamma} \quad (29-5)$$

$$\bar{p}_{23} = -\frac{\cos \alpha \cos(\gamma + \beta)}{K} - r_1 \cos \alpha \cos \gamma + \frac{\bar{r}_3}{I} \sin \alpha \sin \beta \quad (29-6)$$

$$\bar{p}_{31} = \bar{r}_{3\alpha} \quad (29-7)$$

$$\bar{p}_{32} = \bar{r}_{3\gamma} \quad (29-8)$$

$$\bar{p}_{33} = -\frac{\sin \alpha}{K} - \frac{\bar{r}_2}{I} \sin \alpha \sin \beta - \frac{\bar{r}_1}{I} \sin \alpha \cos \beta \quad (29-9)$$

$$\bar{q}_1 = -\left[ \bar{C}_1 + \bar{F}_1 + \bar{r}_{1\alpha}' \alpha' + \bar{r}_{1\gamma}' \gamma' - \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega_1 * \omega_3 * \bar{r}_3 \right] / \sqrt{1+1/K} \quad (30-1)$$

$$\bar{q}_2 = -\left[ \bar{C}_2 + \bar{F}_2 + \bar{r}_{2\alpha}' \alpha' + \bar{r}_{2\gamma}' \gamma' - \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega_2 * \omega_3 * \bar{r}_3 \right] / \sqrt{1+1/K} \quad (30-2)$$

$$\begin{aligned} \bar{q}_3 = & -\left[ \bar{C}_3 + \bar{F}_3 + \bar{r}_{3\alpha}' \alpha' + \bar{r}_{3\gamma}' \gamma' + \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega_2 * \omega_3 * \bar{r}_2 \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{1}{I}\right) \omega_1 * \omega_3 * \bar{r}_1 \right] / \sqrt{1+1/K} \end{aligned} \quad (30-3)$$

ただし PHASE 2 においては,

$$\bar{r}_{1\alpha} = -\bar{l} \sin \alpha \sin(\gamma + \beta) \quad (31-1)$$

$$\bar{r}_{1\gamma} = \sin \beta - \bar{r}_2 \quad (31-2)$$

$$\bar{r}_{2\alpha} = \bar{l} \sin \alpha \cos(\gamma + \beta) \quad (31-3)$$

$$\bar{r}_{2\gamma} = \bar{r}_1 - \cos \beta \quad (31-4)$$

$$\bar{r}_{3\alpha} = -\bar{l} \cos \alpha \quad (31-5)$$

$$\bar{r}_{3\gamma} = 0 \quad (31-6)$$

であり

$$\bar{r}_i' = \bar{r}_{i\alpha} \cdot \alpha' + \bar{r}_{i\gamma} \cdot \gamma' \quad (i=1, 2, 3) \quad (32)$$

を意味する.

### 2.3 その他の諸量

(11), (12) 式および (27), (28) 式を解くことにより PHASE 1, PHASE 2 それぞれで



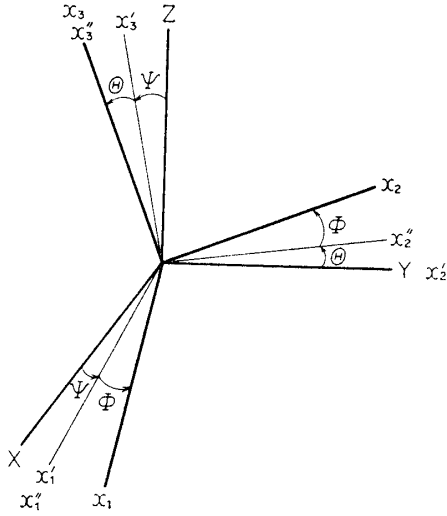


図 2-3 慣性座標系と運動座標系

の運動の様子を知ることができるが、その前に物理的に重要ないくつかの量を導入しておこう。まず、慣性空間に対する衛星の運動を知るため、図 2-3 に示したようなオイラー角で、慣性座標系  $(X, Y, Z)$  と運動座標系  $(x_1, x_2, x_3)$  とを関連づける。ただし衛星はデスピソ中に重心の移動はないものとし、両座標系ともにその原点を衛星の重心に持つとする。オイラー角  $(\Phi, \Theta, \Psi)$  の時間微分は、

$$\dot{\Phi} = \omega_3 + \omega_1 \tan \Theta \sin \Phi + \omega_2 \tan \Theta \cos \Phi \quad (33-1)$$

$$\dot{\Theta} = \omega_1 \cos \Phi - \omega_2 \sin \Phi \quad (33-2)$$

$$\dot{\Psi} = \omega_1 \frac{\sin \Phi}{\cos \Theta} + \omega_2 \frac{\cos \Phi}{\cos \Theta} \quad (33-3)$$

で表わされるが、前節までと同様の無次元化をほどこせば、

$$\Phi' = \omega_3^* + \omega_1^* \tan \Theta \sin \Phi + \omega_2^* \tan \Theta \cos \Phi \quad (34-1)$$

$$\Theta' = \omega_1^* \cos \Phi - \omega_2^* \sin \Phi \quad (34-2)$$

$$\Psi' = \omega_1^* \frac{\sin \Phi}{\cos \Theta} + \omega_2^* \frac{\cos \Phi}{\cos \Theta} \quad (34-3)$$

となる。今重心の運動は無視しているから、衛星の対称軸  $x_3$  と慣性系  $Z$  軸とのなす角を  $\Omega$  とすると、

$$\Omega = \arccos(\cos \Psi \cos \Theta) \quad (35)$$

で表わされる。

つぎに衛星の首振り角すなわち対称軸  $x_3$  と角運動量ベクトルのなす角  $\Gamma$  は、

$$\Gamma = \arctan\left(\frac{I_1 \omega_{12}}{I_3 \omega_3}\right) = \arctan\left(\Gamma \frac{\omega_{12}}{\omega_3}\right) \quad (36)$$

ただし

$$\omega_{12} = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}, \quad \bar{\omega}_{12} = \sqrt{\bar{\omega}_1^2 + \bar{\omega}_2^2} \quad (36)$$

とする。

## 2.4 初期条件その他

2.1 節および 2.2 節において PHASE 1, PHASE 2 それぞれの運動方程式が導かれたが、本節では PHASE 1 開始時に (11), (12) 式が満足すべき初期条件および PHASE 1 から PHASE 2 に移行する際に (27), (28) 式が満たすべき条件について述べる。

まず PHASE 1 開始時にヨーヨー質量に関し、

$$\bar{r}_{10} = 1, \quad \bar{r}_{20} = 0, \quad \bar{r}_{30} = \bar{d} \quad (38-1)$$

$$\bar{r}'_{10} = 0, \quad \bar{r}'_{20} = 0, \quad \bar{r}'_{30} = 0 \quad (38-2)$$

$$\beta_0 = 0 \quad (38-3)$$

の関係が成り立つ。ケーブルの面外角  $\alpha$  は  $\tau=0$  では定義されないが、上の関係を満たすためには形式的に

$$\alpha_0 = 0 \quad (39-4)$$

であることが必要である。これらを (20) 式に代入すると  $\bar{a}_{23}$  以外の項はすべて零となり、これと (21) 式, (12) 式より,

$$\bar{\beta}_0' = \sqrt{\omega_{20} + 1 - \omega_{10} \bar{d}/I} \quad (38-5)$$

$$\bar{\alpha}_0' = \frac{1}{2\bar{\beta}_0'} \left[ \omega_{10} \left( 2 - \frac{1}{I} \right) - \bar{d}(\omega_{10}^2 + \omega_{20}^2) \right] \quad (38-6)$$

$$\bar{T}_0 = \omega_{20} \left( \omega_{10} + \frac{\bar{d}}{I} \right) / \sqrt{1 + 1/K} \quad (38-7)$$

ただし

$$\omega_{30} = 1 \quad (28-8)$$

となる。以上で必要な初期値は一応与えられたことになるが、 $\tau=0$  において行列 (20) の  $\bar{a}_{23}$  以外の項がすべて零であるため、この時点で  $\bar{\alpha}''$ ,  $\bar{\beta}''$  を (12) 式から得ることができない。そこでここでは (12) 式をさらに  $\tau$  で微分することにより、 $\bar{\alpha}_0''$ ,  $\bar{\beta}_0''$  を求める。すなわち

$$\bar{a}_{11}' \bar{\beta}_0'' + \bar{a}_{12}' \bar{\alpha}_0'' = \bar{b}_1' - \bar{a}_{13}' \bar{T}_0$$

$$\bar{a}_{31}' \bar{\beta}_0'' + \bar{a}_{32}' \bar{\alpha}_0'' = \bar{b}_3' - \bar{a}_{33}' \bar{T}_0$$

より

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_0'' &= \frac{2}{3\bar{\beta}_0'} (\omega_{20} \omega_{20}' + \omega_{30}') + \frac{4\sqrt{1+1/K}}{3} \bar{\alpha}_0' \omega_{20} \\ &\quad - \frac{\bar{T}_0}{3K} - \frac{\bar{d}}{3I\bar{\beta}_0'} (\omega_{10}' + \omega_{10} \omega_{30}' + \bar{\alpha}_0' \bar{T}_0) \end{aligned} \quad (38-9)$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_0'' &= -\frac{\bar{\alpha}_0' \bar{\beta}_0''}{\bar{\beta}_0'} - \frac{2\sqrt{1+1/K}}{3} \bar{\beta}_0' \omega_{20} + \frac{(2-1/I)}{3\bar{\beta}_0'} (\omega_{10}' + \omega_{10} \omega_{30}') \\ &\quad - \frac{(1/I+1/K)}{3\bar{\beta}_0'} \bar{\alpha}_0' \bar{T}_0 - \frac{2\bar{d}}{3\bar{\beta}_0'} (\omega_{10} \omega_{10}' + \omega_{20} \omega_{20}') \end{aligned} \quad (38-10)$$

が得られる。

つぎに衛星の首振り角は  $\omega_{10}$ ,  $\omega_{20}$  が与えられれば (36) 式より得られるが、実際には  $\Gamma_0$  を与えて  $\omega_{10}$ ,  $\omega_{20}$  を求めた方が便利なので、ここでは一般性を失うことなく  $\omega_{10}$  と  $\omega_{20}$  を等しいとして、

$$\omega_{10} = \omega_{20} = \frac{\tan \Gamma_0}{I\sqrt{2}} \quad (38-11)$$

とする。さらに 2.3 節で定義したオイラー角については

$$\Phi_0 = 0 \quad (38-12)$$

$$\Theta_0 = 0 \quad (38-13)$$

$$\Psi_0 = \Gamma_0 \quad (38-14)$$

とする。すなわち  $\tau=0$  で衛星の対称軸  $x_3$  は慣性系  $Z$  軸に対し  $\Gamma_0$  だけ傾いているとす

る。

次に PHASE 1 から PHASE 2 への移行の際の条件を考える。この瞬間に運動方程式は (11), (12) 式から (27), (28) 式にうつりかわるが, その際に必要な諸量は  $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \gamma', \omega_1, \omega_2, \omega_3$  である。このうち  $\alpha, \beta, \omega_1, \omega_2, \omega_3$  は PHASE 1 終了時の値がそのまま PHASE 2 開始時の値になると考えてよい。またそのとき

$$\gamma = 0 \quad (29-1)$$

である。残る  $\alpha', \gamma'$  についてはつぎのように考える。PHASE 1 における  $\bar{r}_i'$  は (14) 式より

$$\bar{r}_1' = \sin \beta \cos \alpha \beta' - \sin \beta \beta' + \beta \cos \beta \cos \alpha \beta' - \beta \sin \beta \sin \alpha \alpha' \quad (40-1)$$

$$\bar{r}_2' = -\cos \beta \cos \alpha \beta' + \cos \beta \beta' + \beta \sin \beta \cos \alpha \beta' + \beta \cos \beta \sin \alpha \alpha' \quad (40-2)$$

$$\bar{r}_3' = -\sin \alpha \beta' - \beta \cos \alpha \alpha' \quad (40-3)$$

と表わされる。これらのうちそれぞれの式の第一項はケーブルがほどけていくためにケーブル長が変化することからくる項であり, (40-1), (40-2) 式の第 2 項はケーブルと衛星との接点が移動するために生ずる項で, 同じく (40-1), (40-2) 式の第 3 項は遠心力によってヨ-ヨ-質量が衛星から離れようとするために生ずる項である。ここで PHASE 1 の終了時すなわちケーブルがすべてほどけ切った瞬間を考えると, その瞬間にケーブル長の変化およびケーブルと衛星の接点の移動はなくなるから,  $\bar{r}_i'$  は次のようになる。

$$\bar{r}_1' = \beta \cos \beta \cos \alpha \beta' - \beta \sin \beta \sin \alpha \alpha' \quad (41-1)$$

$$\bar{r}_2' = \beta \sin \beta \cos \alpha \beta' + \beta \cos \beta \sin \alpha \alpha' \quad (41-2)$$

$$\bar{r}_3' = -\beta \cos \alpha \alpha' \quad (41-3)$$

この瞬間は PHASE 2 の開始時でもあるから (41) 式と PHASE 2 における  $\bar{r}_i'$  を表わす (32) 式とを等置すれば,

$$\gamma' = \beta' \quad (39-2)$$

$$\alpha' = \alpha' \quad (39-3)$$

すなわち PHASE 1 終了時における  $\beta'$  の値が PHASE 2 開始時の  $\gamma'$  の値になり,  $\alpha'$  は PHASE 1 から PHASE 2 へとそのままひきつがれることがわかる。

## 2.5 数値計算の結果と検討

ここでは運動方程式 (11), (12) 式, (27), (28) 式および (34) 式を 2.4 節で述べた初期条件およびその他の条件のもとで数値積分によって解いた結果を述べる。計算は宇宙航空研究所 HITAC 5020 F を用いて行ない, 数値積分には Runge-Kutta-Gill 法を, (12), (28) 式の解法には掃出法を用いた。

計算例として用いた衛星およびデスピナーの諸元は以下のとおりである。まず

$$I = 39.85 \quad \bar{a} = 4.0 \quad \Gamma_0 = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ.$$

すなわち  $x_3$  軸方向に長い形状 ( $I_1 \gg I_3$ ) の衛星について, ケーブル巻付面を重心面からかなり離れた場合に関し, 初期首振り角がない場合,  $5^\circ, 10^\circ$  の場合を扱った。次に無次元量  $K$  に関しては,

$$K = 0.00019 \sim 0.0036$$

を用いた。この値は図 2-4 に示したように衛星の諸元を  $I_3 = 1.207, R = 0.19$  としケーブル

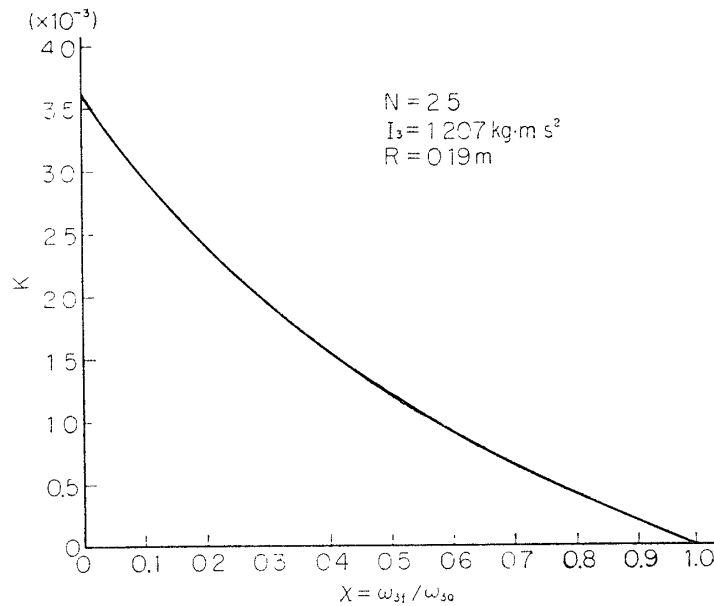


図 2-4 無次元量  $K$

の巻数を 2 巻半 ( $\beta_f = 900^\circ$ ) とした際、二次元運動解析 [1] より得られるヨーヨー質量の値から導かれる。

これらの値を用いて計算した結果を図 2-5 から図 2-14 に示した。なおここで注意すべきは、上記の  $K$  を用いて計算した結果得られる PHASE 2 終了時のスピンの数 ( $\omega_{3f}$ ) が、首振り角のある場合にも二次元運動解析の結果得られる最終スピンの数とほぼ完全に (誤差 1% 以内) 一致する点であろう。すなわち首振り角が  $10^\circ$  程度あってもデスピンそのものにはほとんど影響を与えない。図 2-5~図 2-7 は衛星の首振り角が影響をおよぼす諸量について示したものである。まず慣性系  $Z$  軸と衛星の対称軸とのなす角  $\Omega$  に関しては、図 2-5 に示したように、

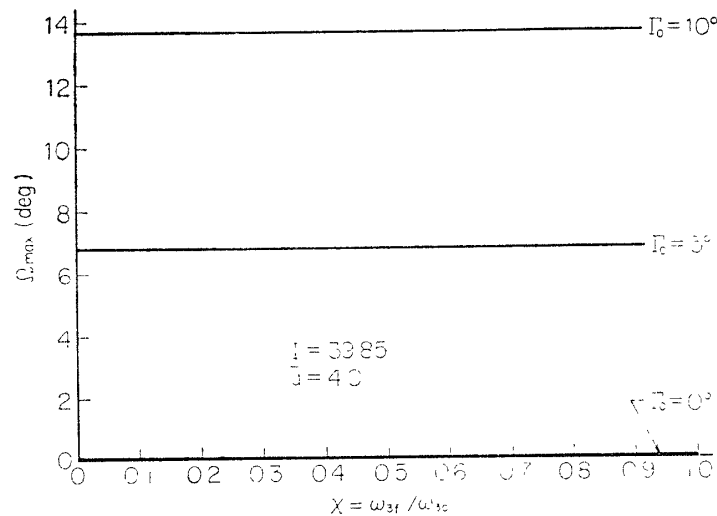


図 2-5  $z$  軸と  $x_3$  軸のなす角  $\Omega$  対スピン減速率

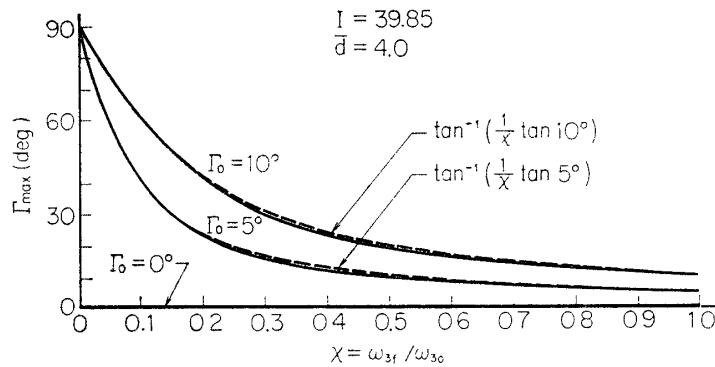


図 2-6 首振り角対スピン減速率

その最大値 (PHASE 2 の終了時の値) がスピン減速率  $\chi$  にほとんど関係なく初期値の約三割増程度になっている. すなわち衛星の対称軸の慣性系における傾きはデスピン中わずかに増加する. 一方図 2-6 に示したように衛星の首振り角  $\Gamma$  は  $\chi$  によって大きく変化する. ただしこれは  $\omega_3$  が減少すれば必然的に生ずる結果であり, この曲線が (36) 式において  $\omega_{12}$  を一定として  $\omega_3$  を変化させた場合 (図中の点線で示した曲線) とほぼ一致していることから, 衛星が首振りをしていても ( $\omega_{12} \neq 0$  でも) デスピンの過程で  $\omega_{12}$  はあまり変化せず,  $\omega_3$  だけが減少することがわかる. これはさきに述べたように首振りがある場合にも  $\omega_3$  の最終値は, 二次元運動解析の結果得られる値とほとんど一致するという事実とも合致している. この事実はケーブルの面外角  $\alpha$  がわずかである (図 2-7) ことによっても裏付けられる.

図 2-8~図 2-14 は  $\chi=0$ , すなわちスピンを完全に停止させる場合 (このときの  $K$  の値は 0.003595 である) について, デスピンの過程における諸量を図示したものである. なお横軸の時間  $\tau$  は 2.1.2 節で述べた方法による無次元量で, この場合  $\tau=0.942$  が PHASE 1 から PHASE 2 への切りかわりの瞬間,  $\tau=1.02$  が PHASE 2 終了時にあたる.

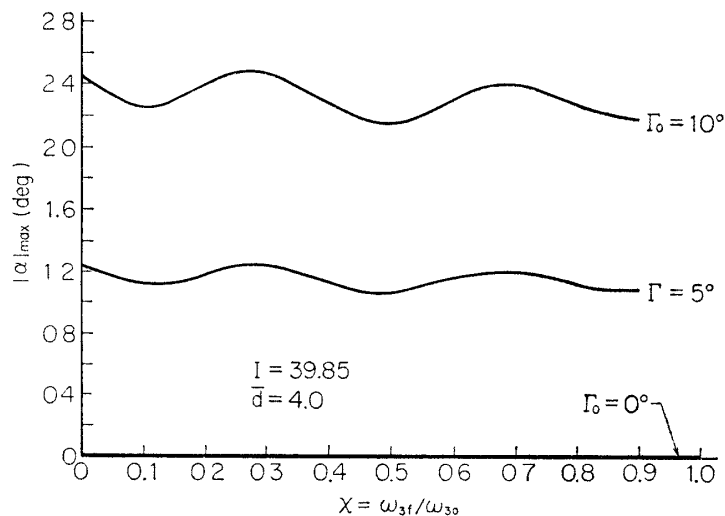


図 2-7 ケーブル面外角対スピン減速率

図 2-8 は  $\omega_3$  の時間変化を示したもので、やはり首振りの影響はほとんどない。また  $x_3$  軸に直交する軸まわりの角速度  $\omega_{12}$  も先に述べたとおり、デスピニング中にほとんど変化せず PHASE 2 にはいつてからわずかに減少する程度である。(図 2-9) ただし  $\Gamma_0=5^\circ$  の場合より  $\Gamma_0=10^\circ$  の場合の方が  $\omega_{12}$  の変化量が大きいことは、さらに首振り角を大きくした場合には、その影響が大きくなるであろうことを暗示している。図 2-10, 図 2-11 はそれぞれケーブルのほどけ角  $\beta$  およびケーブル張力  $\bar{T}$  を示したもので、これも首振りの影響は認められない。図 2-12 はケーブルの面外角  $\alpha$  の時間変化を示したもので、初期首振り角が大きいほど、またデスピニングの過程が進むにつれ  $\alpha$  が大きくなっていくことがわかる。なお図 2-7 で  $|\alpha|_{\max}$  が単調に変化していないのは、 $\chi$  を大きくするほど  $\alpha$  の振動の周期が早くなることによるものである。図 2-13, 図 2-14 にそれぞれ  $\Gamma$  および  $\Omega$  の時間変化を示した。図より明らかなようにデスピニング中に  $\Omega$  はほぼ直線的に変化するのに対し、 $\Gamma$  はデスピニングの後半において急激に増大する。

以上で硬式ヨーヨーの三次元運動解析の理論は一応完成したことになるが、今後実験によるこの理論の検証、またばね式ヨーヨーの三次元運動解析理論の確立などが必要となろう。

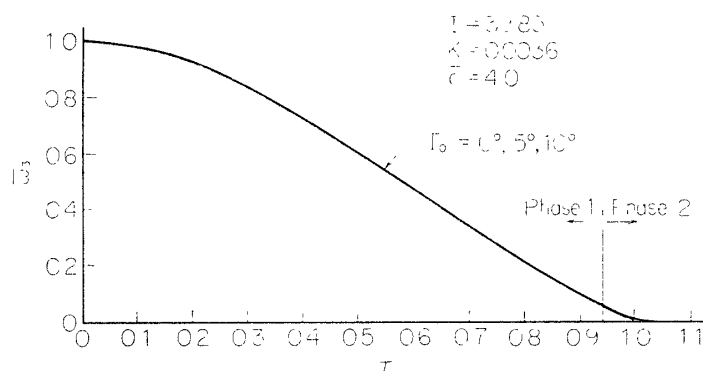


図 2-8 スピン数

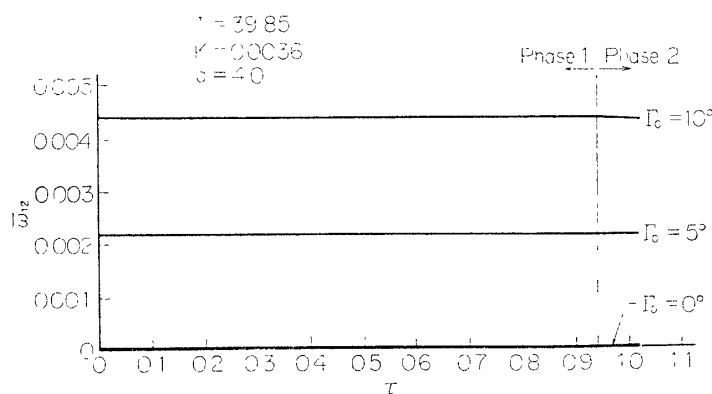


図 2-9 重心面内の軸まわりの回転数

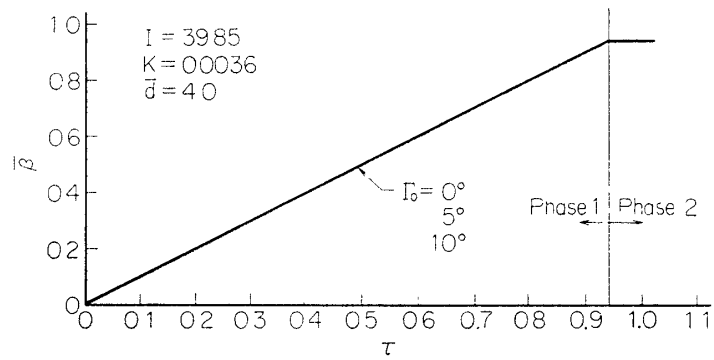


図 2-10 ケーブルほどけ角

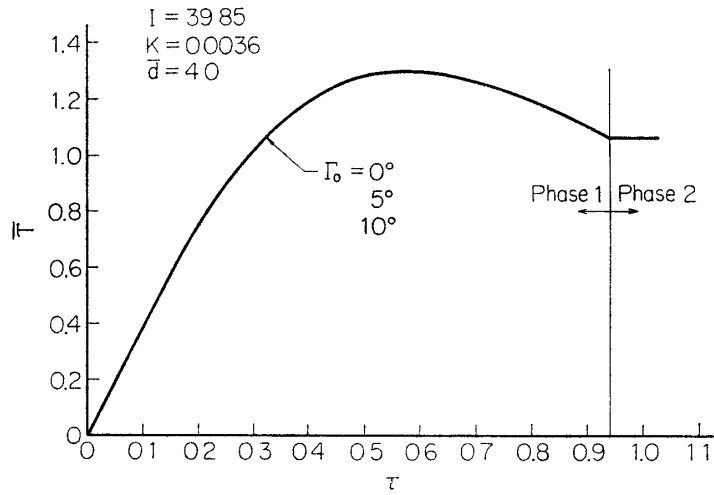


図 2-11 ケーブル張力

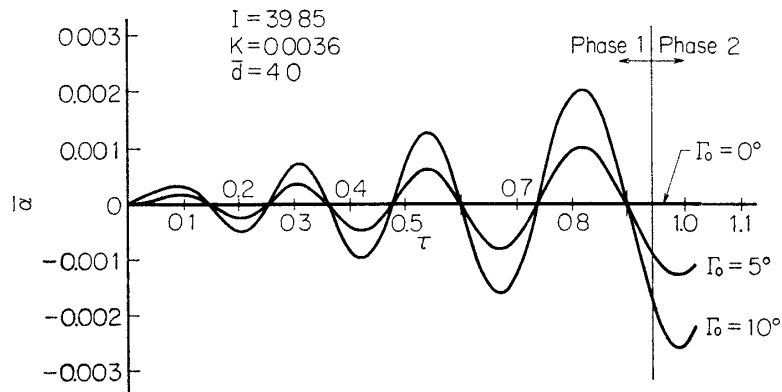


図 2-12 ケーブル面外角

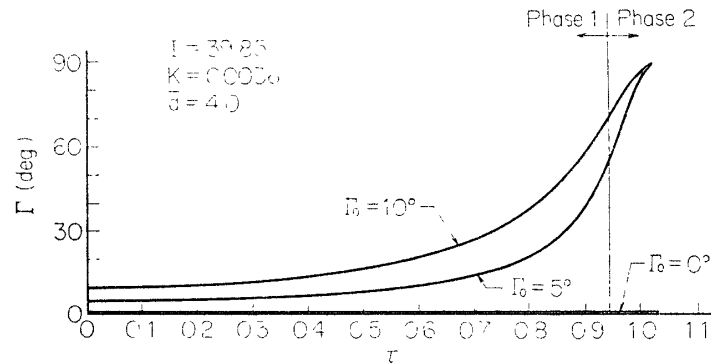


図 2-13 衛星首振り角

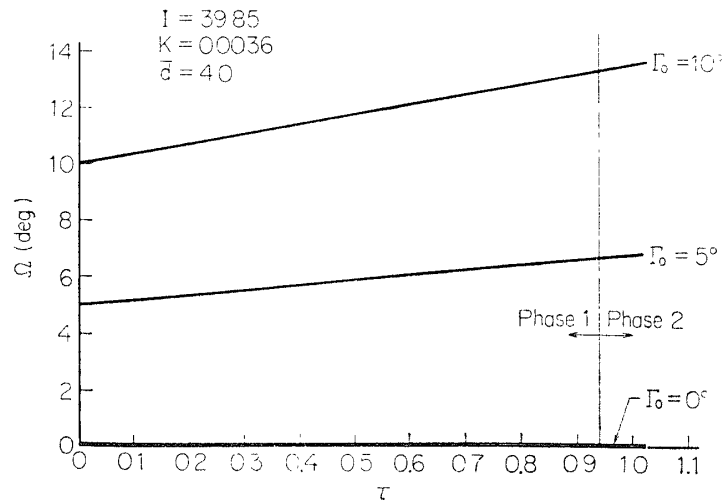


図 2-14 z 軸と x₃ 軸とのなす角

### 3. ばね式ヨーヨーの実験

第1報 [1] において、硬式ヨーヨーに関しては二次元運動理論と共に実験による検証が行なわれたが、ばね式ヨーヨーについては理論を述べるにとどまった。ここではその後硬式ヨーヨーの際の実験装置を用いて行なわれたばね式ヨーヨーの実験について述べる。

実験装置は、ヨーヨー質量と模擬衛星とを結ぶケーブルをワイヤーからばねに変更した以外、第1報の際とまったく同一であるので、ブロック図 (図 3-1) のみを示し、詳細の説明は省略する。実験は初期スピン数にのみ誤差がある場合と衛星の慣性モーメントにも誤差がある場合について行なわれた。

#### 3.1 初期スピン数にのみ誤差がある場合

実験に使用した模擬衛星およびデスピナーの諸元は以下のとおりである。

模擬衛星

半 径	$R=0.148 \text{ m}$
慣性モーメント	$I=0.007434 \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$

デスピナー



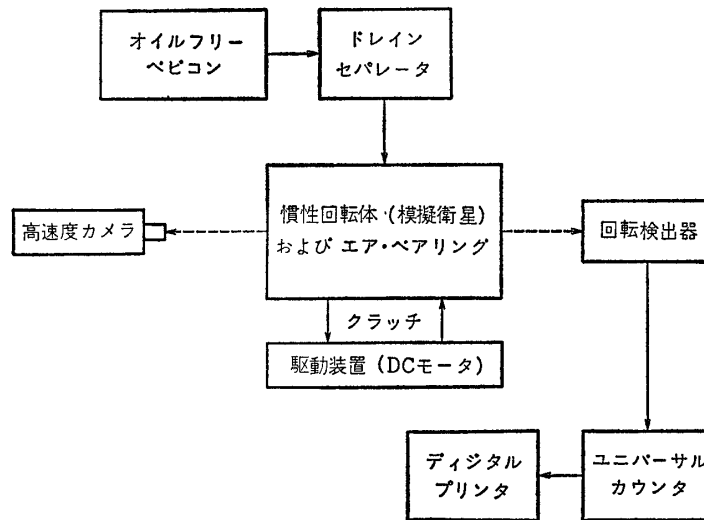


図 3-1 実験ブロック図

ケーブル長	$S_0 = 0.455 \text{ m}$ (ばねの長さを含む)
ケーブル重量	$W_{\text{cable}} = 14.33 \text{ g}$ (1本につき)
おもり重量	$W = 49.90 \text{ g}$ (1個につき)
ばね定数	$k = 10.5 \text{ kg/m}$

このデスピナーは以下の条件を満たすように設計されたものである。

初期スピン数	$\omega_{os} = 2.989 \text{ rps}$
最終スピン数	$\omega_{fs} = 0.560 \text{ rps}$
スピン減速率	$\chi_s = 0.18735$

すなわち、このデスピナーはあらかじめ 2.989 rps でスピンしている模擬衛星のスピンを 0.560 rps に減速させるはずであるが、この実験では初期スピン数に最大  $\pm 30\%$  の誤差を与え、ばね式ヨーヨーが第 1 報で述べた理論通りにこの誤差を吸収する効果をあらわして最終スピン数を 0.560 rps に近い値にできるか否かを検証することを目的とした。

表 3-1 に実験結果を示した。これを図示して理論値と比較したのが図 3-2 である。結果の検討は 3.3 節において述べる。

### 3.2 模擬衛星の慣性モーメントにも誤差がある場合

次に模擬衛星本体の慣性モーメントを変化させ、それがデスピナーに与える影響を調べる実験を行なった。慣性モーメントの変化は衛星に搭載したおもりの増減によって行ない、3.1 節と同様に初期スピン数を最大  $\pm 30\%$  変化させて理論値との比較を行なった。

使用した模擬衛星およびデスピナーの諸元は以下のとおりである。

模擬衛星

半 径	$R = 0.148 \text{ m}$
標準慣性モーメント	$I_s = 0.007434 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$
慣性モーメント変化量	$\begin{cases} \Delta I/I_s = +0.115 & (I = 0.008215) \\ \Delta I/I_s = -0.091 & (I = 0.006760) \end{cases}$

表 3-1 ばね式ヨーヨー実験結果 (1)

実験番号	初期スピンの数	初期スピンの数誤差	最終スピンの数	最終スピンの数誤差
No.	$\omega_0$ rps	$(\omega_0 - \omega_{0s})/\omega_{0s}$ %	$\omega_f$ rps	$(\omega_f - \omega_{fs})/\omega_{fs}$ %
1	3.90	+30.5	0.50	-10.7
2	3.57	+19.3	0.53	-4.7
3	3.30	+10.4	0.55	-1.7
4	3.17	+5.9	0.57	+1.1
5	3.02	+0.9	0.57	+1.1
6	2.85	-4.6	0.57	+1.1
7	2.73	-8.5	0.55	-1.7
8	2.40	-19.7	0.53	-4.7
9	2.10	-29.7	0.50	-10.7

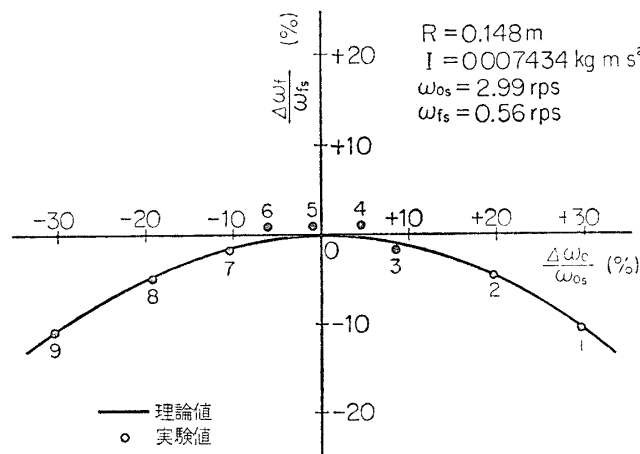


図 3-2 ばね式ヨーヨー実験結果と理論値 (1)

## デスピナー

ケーブル長	$S_0 = 0.455$ m
ケーブル重量	$W_{\text{cable}} = 14.33$ g
おもり重量	$W = 49.90$ g
ばね定数	$k = 11.0$ kg/m

このデスピナーは上記の標準慣性モーメントを有する模擬衛星に対し、下記の状態で正しく作動するように設計されたものである。

初期スピンの数	$\omega_{0s} = 3.059$ rps
最終スピンの数	$\omega_{fs} = 0.573$ rps
スピン減速率	$\chi_s = 0.18735$

表 3-2, 表 3-3 に衛星の慣性モーメントを 11.5%, -9.1% 変化させた場合それぞれの実験結果を示した。図 3-3 はこの結果を理論値と比較したものである。

表 3-2 ばね式ヨーヨー実験結果 (2)

$$\Delta I/I_s = -0.091$$

実験番号	初期スピンの数	初期スピンの数誤差	最終スピンの数	最終スピンの数誤差
No.	$\omega_0$ rps	$(\omega_0 - \omega_{0s})/\omega_{0s}$ %	$\omega_f$ rps	$(\omega_f - \omega_{fs})/\omega_{fs}$ %
10	3.55	+16.0	0.42	-27.3
11	3.15	+ 3.0	0.47	-18.5
12	3.00	- 1.9	0.47	-18.5
13	2.87	- 6.2	0.47	-18.5
14	2.40	-21.5	0.45	-21.4

表 3-3 ばね式ヨーヨー実験結果 (3)

$$\Delta I/I_s = -0.115$$

実験番号	初期スピンの数	初期スピンの数誤差	最終スピンの数	最終スピンの数誤差
No.	$\omega_0$ rps	$(\omega_0 - \omega_{0s})/\omega_{0s}$ %	$\omega_f$ rps	$(\omega_f - \omega_{fs})/\omega_{fs}$ %
15	3.90	+27.4	0.65	+13.4
16	3.60	+17.6	0.68	+19.2
17	3.30	+ 7.8	0.68	+19.2
18	3.15	+ 2.9	0.70	+22.1
19	3.00	- 1.9	0.70	+22.1
20	2.87	- 6.2	0.70	+22.1
21	2.73	-10.6	0.68	+19.2
22	2.40	-21.5	0.65	+13.4
23	2.10	-31.3	0.60	+ 4.6

### 3.3 実験結果の検討

図 3-2, 図 3-3 に見るとおり, ばね式ヨーヨーの実験結果と理論値との一致はほぼ良好であった。ただし図 3-2, 図 3-3 を通じて見られる傾向として, 実験点が理論値曲線よりわずかに上側にあるが, その最大原因は模擬衛星本体の慣性モーメントおよびデスピナーのばね定数の測定誤差にあると考えられる。また実験点のばらつきの原因としては, デジタルプリンターを用いた計測から生ずる誤差が大きいと思われる。なお重力の影響, 空気抵抗, 軸受摩擦による回転のダンピングなどは第一報で述べたように十分小さいと考えてよい。

## 4. 衛星の断面形状が円でない場合の実験

これまでの実験および理論においては衛星の断面形状をすべて円として取りあつかってきたが, 実際の衛星では円形ではなく多角形の断面形状を有するものも多い。そこでわれわれは第 3 章の実験で用いた模擬衛星の外周に図 4-1 に示したような 8 本の柱を取り付けて外形を八角形とし, これに硬式ヨーヨー・デスピナーを作動させる実験を行ない, 断面が円の場合

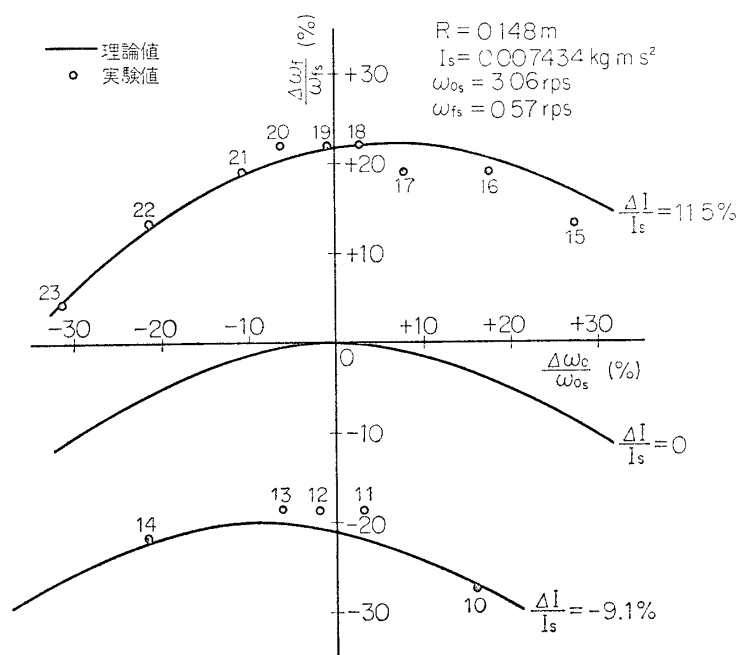


図 3-3 ばね式ヨーヨー実験結果と理論値 (2)

合の理論値との違いがどの程度になるかを調べてみた。

実験に用いた模擬衛星の慣性モーメントは  $0.00820 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$ 、断面の対角線長さは  $0.1676 \text{ m}$  であり、理論値の算出にあたってはこの長さを半径  $R$  にとった。デスピナーのケーブルは衛星に一卷とし、その長さは  $1.031 \text{ m}$  である。表 4-1 に実験の結果を示した。図 4-2 は、上記のごとく半径  $0.1676 \text{ m}$  の円形断面の衛星にこのデスピナーを作動させたと仮定した場

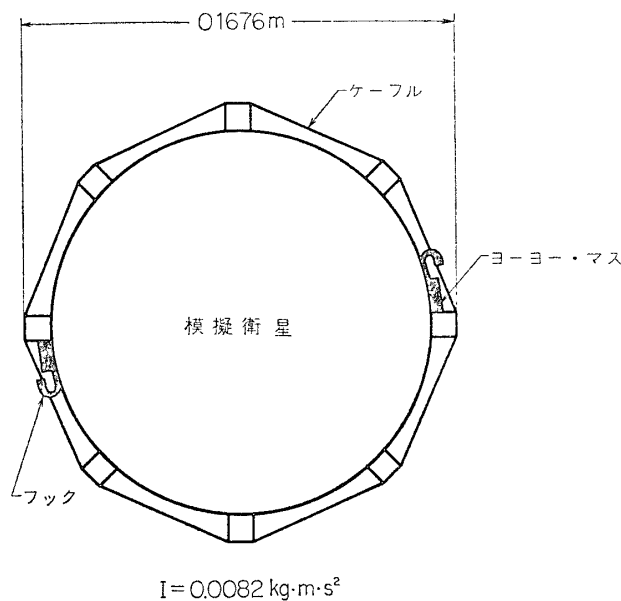


図 4-1 断面形状が八角形の模擬衛星とデスピナー

表 4-1 八角断面の衛星での硬式ヨーヨー実験結果

実験番号	ヨーヨー・マス	初期スピンの数	最終スピンの数	スピン減速率
No.	$Wg$ (1個につき)	$\omega_0$ rps	$\omega_f$ rps	$\chi$
1	4.83	2.73	1.88	0.69
2	4.83	2.92	2.02	0.69
3	9.05	2.97	1.50	0.51
4	14.25	3.00	0.98	0.33
5	14.25	3.08	1.02	0.33
6	14.25	2.90	0.97	0.33
7	18.50	3.20	0.72	0.22
8	22.45	2.98	0.33	0.11
9	22.45	2.98	0.50	0.17
10	22.45	3.13	0.38	0.12
11	22.45	3.45	0.43	0.13

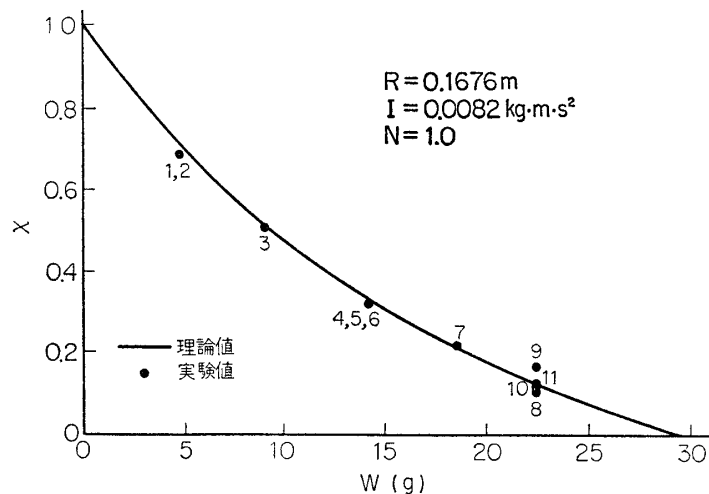


図 4-2 八角断面の衛星での実験結果と円形断面の衛星での実験結果と円形断面の衛星に対する理論値

合の理論値と実験結果とを比較したものである。

この図 4-2 により、ケーブル巻付面が円でない場合もデスピナーの運動は、これまでの円形断面に対する理論とほぼ一致することがわかる。

## 5. 結 論

本稿では三次元モデルでの運動解析法を完成させるとともに、ばね式ヨーヨーおよびケーブル巻付面が円でない場合の実験結果を示した。そのいずれにもほぼ満足すべき結果が得られたことにより、実際の衛星にこのデスピナー方式を採用する道が開かれたといえよう。

なお、今後の地上試験として、三軸エアベアリング装置を用いての三次元モデルでの実験

があり、現在そのための構体およびデスピナーを製作中である。また近日中に飛しょう試験として、観測ロケットを使っての硬式ヨーヨーの作動実験が計画されている。この飛しょう試験で用いられる密閉式ケーブルカッターは、第一報で述べたケーブルカッターを改良してガスもれをなくしたもので、すでに開発を終了し、現在資格認定試験として種々の環境試験が実施されている。

三次元モデルでの地上実験および観測ロケットによる飛しょう実験の結果は第三報にて報告の予定である。

野村民也教授、秋葉籙二郎助教授、林 友直助教授から常に暖かい援助と激励をいただいた。ここに深く感謝の意を表わします。

1970年11月30日 新設部 (工学)

#### 参 考 文 献

- [1] 上杉邦憲, 二宮敬虔, 大西晃「ヨーヨー・デスピ (I)」宇宙航空研究所報告第6巻第1号 (A) p. 38~64 (1970)
- [2] 上杉邦憲「ヨーヨー・デスピンのシステム設計」宇宙航行の力学シンポジウム前刷集 p. 124~131 (1970 1月27日~1月28日)
- [3] 野村民也, 上杉邦憲, 二宮敬虔「ばね式ヨーヨー・デスピ」科学衛星将来計画シンポジウム講演集 p. 45~51 (1970 3月27日~3月28日)
- [4] 上杉邦憲「ヨーヨー・デスピ」航空宇宙学会誌第18巻202号 p. 418~425 ('70)