残留推力による衝突の軌道解析

秋 葉 鐐二郎・松 尾 弘 毅

Collision due to the residual thrust of the empty stage

By

Ryojiro AKIBA and Hiroki MATSUO

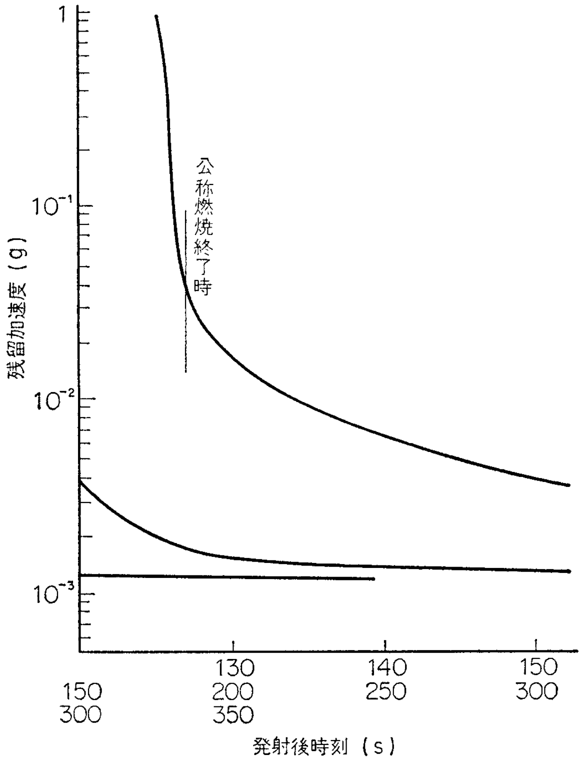
Abstract: Collision phenonena of the separated rocket stages due to the residual thrust of the empty stage are studied. Two cases, one where the collision occurs within a time as short as a few minutes, the other where it occurs after a time as long as orbital period, are discussed. In the latter case, the relative motion of the stages is analyzed under the assumption that the reference orbit is circular and the magnitude of the residual thrust is constant. Especially, as to the case of spin separation where the direction of the residual thrust is kept constant with respect to the inertial frame, the position where the collision occurs and the angle between the initial relative velocity vector and the direction of there sidual thrust which is required so that the collision occurs are obtained as a function of the residual acceleration level.

1. 序 論

ロケット・モータは固体，液体を問わずに，いわゆる燃焼後にも微少の推力がかなりの長時間持続する．この事実は，過去長い間，推進関係者は定性的には予想していたものの，定量的把握が困難なためと，実際飛しょう特性上の問題が起らなかったため等閑視されてきたが，科学衛星計画が進展するに従がい，きわめて高真空の宇宙環境下で点火，切断等がなされる様になり，一度切離されたモータが残留加速により，再び上段本体に追付き，衝突するという．実際上の弊害が起こるにおよびにわかに関係者の注目を呼び，現象の解明，定量化のためのいくつかの研究がなされた．すなわち，残留推力の大きさに関しては，L-3H-6, L-4S-5において，微少加速度計を搭載し，実機の加速度を実測，また，地上試験としては，小型モータの燃焼後内圧をスチームエゼクタ装備の真空そうで測定したり，低圧における固体推薬の線燃速測定やライナー，ボンデング材の熱分解速度の測定等により，種々の残留推力の推定がなされている．これらについては，参考資料または将来まとまった形で報告がなされると思うので，ここでは深くふれることは避け，主として，残留推力の存在に由来する軌道解析について述べることとする．

ところで問題とする残留推力のおおよその大きさや特性についての概念は，軌道に関する議論でも必要と思われるので，その一例として，精密加速度計による測定結果を第1図に示

This document is provided by JAXA.



第 1 図　L-3H-6 B_3 の残留加速度

しておく．飛しょう体は L-3H-6 で，3 段目燃焼後の残留加速度を示すものである．いわゆる燃焼終了時点は明確には定義できないが，いずれにせよ 1g 近傍で急激に推力が減少するのが便宜的に用いている燃焼終了時に対応する．物理的には，地上燃焼ではモータ内圧が 1 気圧になった付近である．この時期より後の加速度は単調減少ではあるが，減少の仕方は単純な指数的減衰ではなく，近似的に表わしても二つないしは三つの時定数をもった指数的減衰よりなるとみられる．この特性は，種々の因子に左右されるようであり，現在のところ完全には把握されていない．

残留推力の大きさと，エンジンの大きさの関係についても種々の考え方があるが，大まかに，残留推力が，残留推薬の燃焼と，ライナー類の熱分解によるものとすれば幾何学的に相似な形状となる時点での推力は長さ L の二乗に比例するとみられる．また，線分解率を r として表面後退深さ y は

$$y=\int r\,dt$$

とかける．推薬の場合，幾何学的に相似の条件，すなわち y/L が等しい点で r が等しくなると考えられるので時間について t/L で無次元化される．一方，ライナー等の場合は，熱層の厚さ $L^{1/2}$ が後退深さ y を無次元化する要素となろうから時間については $t/L^{1/2}$ で無次元化されると考えてよいだろう．全力積についていえば，

$$\text{全力積}\quad \alpha\, aL^3+bL^{5/2}$$

となる．この式中，a，b の大きさは，推薬，ライナーそれぞれの残留推力に対する寄与分をあらわす．ここで，a，b を与えることはむずかしいが，この式から，小さいモータから大きいモータの残留力積を計算するには 1 項目のみをとり，逆の場合は 2 項目をとれば，大き目すなわち安全側の推定ができる．この式の妥当性は今後実験により検証されねばならないが，大まかに残留推力の加速度の大きさや，持続時間がエンジンの大きさと共にどの様になるかの見当がつけられる．

さて，この様な残留推力をもつモータが切り離されると，最初は切断速度で本体より遠のくが，切断速度が十分でないときにはしだいにこれに追いついていく．この場合追いかけを考える必要のある時間が比較的短かいとき，すなわち数分程度の場合と，人工衛星軌道の周

This document is provided by JAXA.

期に匹敵するくらいの長い場合とでは相対運動そのものや，取り扱い方の点で大分趣を異にしているので，以下の節ではこれを分けて，切離後の本体と，モータの相対運動を論ずることとする．

2. 短時間における衝突

この節では，たとえば第3段～第4段間の衝突のように，衝突に要する時間が数分程度でかなり短い場合を問題とする．

一般に重力場中での物体の運動は

$$\ddot{\boldsymbol{r}}=-\frac{\mu\boldsymbol{r}}{r^3} \tag{1}$$

で与えられる．μ は重力常数である． したがって物体 1, 2 が微少加速度 $\boldsymbol{A}_1(t)$, $\boldsymbol{A}_2(t)$ を加えられた場合の（1）からのずれを $\Delta\boldsymbol{r}_1$, $\Delta\boldsymbol{r}_2$ とすると

$$\Delta\ddot{\boldsymbol{r}}_1=\boldsymbol{A}_1(t)-\mu\left(\frac{\Delta\boldsymbol{r}_1}{r^3}-3\frac{\boldsymbol{r}}{r^4}\frac{(\boldsymbol{r}\cdot\Delta\boldsymbol{r}_1)}{r}\right) \tag{2}$$

$$\Delta\ddot{\boldsymbol{r}}_2=\boldsymbol{A}_2(t)-\mu\left(\frac{\Delta\boldsymbol{r}_2}{r^3}-3\frac{\boldsymbol{r}}{r^4}\frac{(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{r}_2)}{r}\right) \tag{3}$$

が成立つ．物体 1, 2 の相対運動に関しては，新たに

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta\boldsymbol{r}_2-\Delta\boldsymbol{r}_1 \tag{4}$$

$$\boldsymbol{A}(t)=\boldsymbol{A}_1(t)-\boldsymbol{A}_2(t) \tag{5}$$

とおくと（3)―(2）から

$$\Delta\ddot{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{A}(t)-\mu\left(\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{r^3}-3\frac{\boldsymbol{r}}{r^4}\frac{\boldsymbol{r}\cdot\Delta\boldsymbol{r}}{r}\right) \tag{6}$$

を得る．ここで L-4S の第3段～第4段の運動を考えると

$$|\boldsymbol{A}|\sim 0.01\,\mathrm{m/s^2}$$

であるのに対して，（6）式の右辺の第2項は $\mu|\Delta\boldsymbol{r}|/r^3$ のオーダであり，$|\Delta\boldsymbol{r}|=100\,\mathrm{m}$ すなわち相対距離が 100 m 離れたとしても $1.5\times10^{-4}\,\mathrm{m/s^2}$ の程度である． したがって第1次近似としては，（6）式は

$$\Delta\ddot{\boldsymbol{r}}=\boldsymbol{A}(t) \tag{7}$$

と考えてよい．（7）式を積分すると，

$$\Delta\boldsymbol{r}(t)=\Delta\boldsymbol{r}(0)+\Delta\dot{\boldsymbol{r}}(0)t+\int_0^t\int_0^t\boldsymbol{A}(t)\mathrm{dt\ dt} \tag{8}$$

したがって，

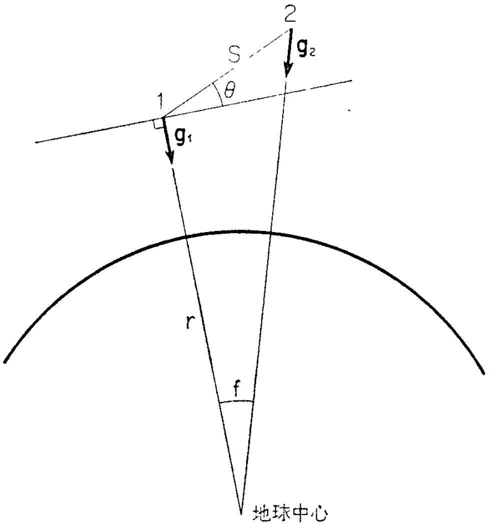
$$\Delta\boldsymbol{r}(0)=0 \tag{9}$$

$$\Delta\dot{\boldsymbol{r}}(0)\cdot\boldsymbol{A}(t)=-|\Delta\dot{\boldsymbol{r}}(0)||\boldsymbol{A}(t)| \tag{10}$$

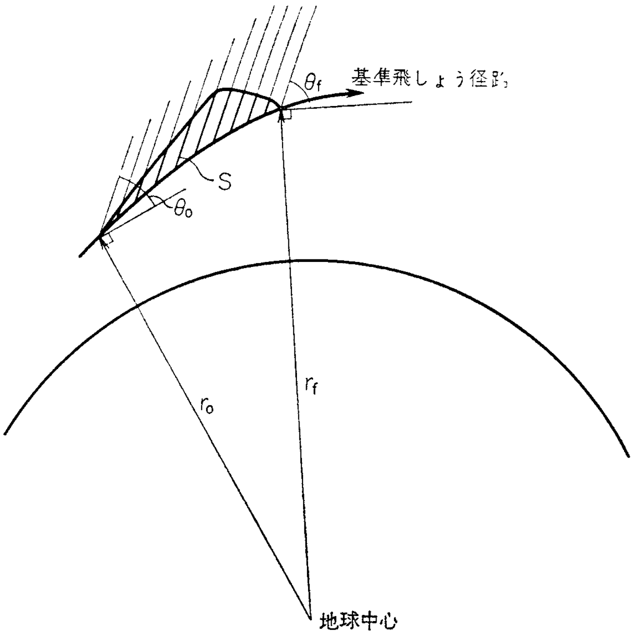
すなわち，初期相対速度と逆向きに相対加速度を加えていくと，いずれ $\Delta\boldsymbol{r}=0$ となって衝突が起る．

ここで第1次近似として（8）式が成立っているものとして（6）式の右辺の第2項，すなわち重力の影響の評価を行なう．上の議論から，$\boldsymbol{A}(t)$ の方向が一定であれば，相対運動

This document is provided by JAXA.



第 2-1 図　相対変位による重力加速度の変化



第 2-2 図　相対位置の時間変化

は $\boldsymbol{A}$ ベクトルに沿っての一次元運動となる*．したがって，重力の項の影響としては，それによる $\boldsymbol{A}$ と垂直な方向の変位を考えるのが適当であろう．

$\boldsymbol{A}$ ベクトルと局所水平線のなす角を θ，$|\Delta\boldsymbol{r}|=S$ とおくと，簡単のため $A=|\boldsymbol{A}|$ を一定とするとき

$$S=\Delta v_0 t-\frac{1}{2}At^2 \tag{11}$$

となる．ただし，δv_0 は相対初期速度である．第 2 図から，物体 1，2 に働く重力の加速度を $\boldsymbol{g}_1$，$\boldsymbol{g}_2$ とするとき，

$$|\boldsymbol{g}_1|=\frac{\mu}{r^2} \tag{12}$$

$$|\boldsymbol{g}_2|=\frac{\mu}{(r+S\sin\theta)^2} \tag{13}$$

であり，$\boldsymbol{g}_1$．$\boldsymbol{g}_2$ の $\boldsymbol{A}$ に垂直な成分はそれぞれ

$$g_{1\perp}=-\frac{\mu}{r^2}\cos\theta \tag{14}$$

$$g_{2\perp}=-\frac{\mu}{(r+S\sin\theta)^2}\cos(\theta+f) \tag{15}$$

となる．$S/r\ll1$ であるから (14)，(15) 式から重力による $\boldsymbol{A}$ に垂直な方向の相対加速度は

$$g_{\perp}=\frac{3}{2}\frac{\mu S}{r^3}\sin 2\theta \tag{16}$$

---

* スピン切断の場合，$\boldsymbol{A}$ の方向は一定と考えてよい．

This document is provided by JAXA.

となる．(11) 式から $S=0$ となる時間は

$$t_f=\frac{2\Delta v_0}{A} \tag{17}$$

で与えられるから，第一次近似で相対変位が 0 となるときすなわち $S=0$ のときの $\boldsymbol{A}$ に垂直な方向の変位は

$$S_\perp=\int_0^{t_f}\int_0^t\frac{3}{2}\frac{\mu S}{r^3}\sin 2\theta\,\mathrm{dt}\,\mathrm{dt} \tag{18}$$

で与えられる．r, θ は時間の関数であるが，その変化が比較的小さいということを考えると，代表値として

$$\bar{r}=\frac{r_0+r_f}{2} \tag{19}$$

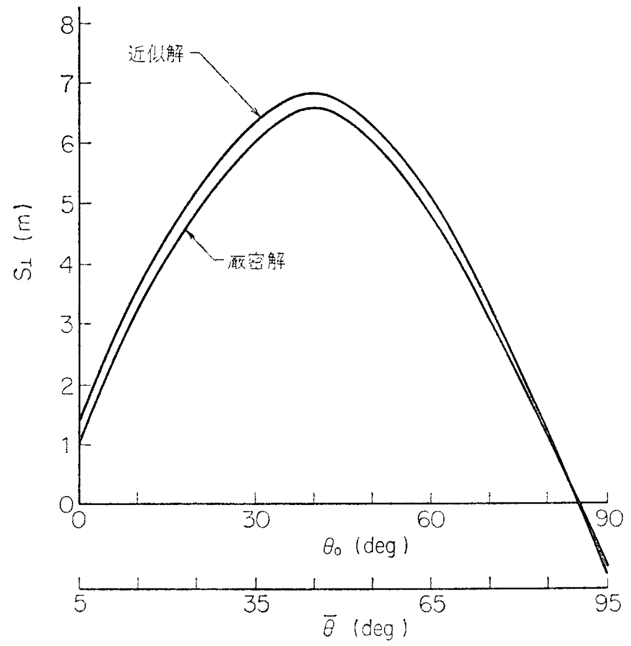
$$\bar{\theta}=\frac{\theta_0+\theta_f}{2} \tag{20}$$

を用いてよいであろう．(18) 式に (11), (19), (20) 式を代入すると，結局

$$S_\perp\doteqdot\frac{1}{8}\frac{\mu}{\bar{r}^3}\sin 2\bar{\theta}\,\Delta v_0\,t_f{}^3 \tag{21}$$

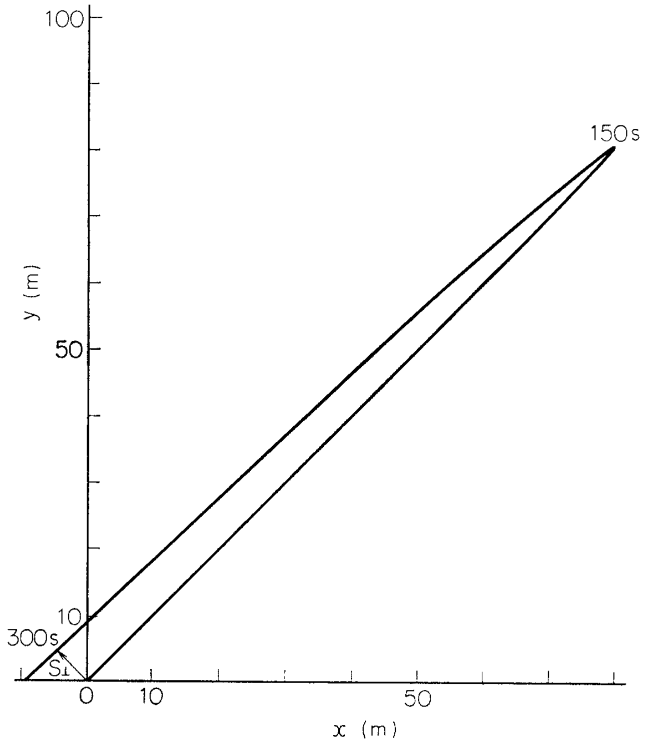
を得る．この式によると，重力による相対変位は，初速が一定であれば追いつくのに必要な時間の 3 乗に比例し，相対初速および相対加速度の方向と局所水平面とのなす角が 45° のときに最大となる．

第 3 図は，(6) 式を厳密に解いた場合と (21) 式を用いた場合の比較を示す． 使用数値は，基準軌道として L-4S を用い，



第 3 図 近似解と厳密解の一致

This document is provided by JAXA.



第 4 図　相対運動の例

$\delta v_0 = 1.5\ \mathrm{m/s}$
$A = -0.01\ \mathrm{m/s^2}$
$t_f = 300\ \mathrm{s}$
$S_{\mathrm{max}} = 112.5\ \mathrm{m}$
$r_0 = 6419\ \mathrm{km}$
$r_f = 6937\ \mathrm{km}$
$\theta_0 - \theta_f = 10°$

とし，θ_0 を変化させてその影響をみた．一致はきわめて満足すべきものである．

第 4 図は，$\theta_0 = 45°$ とした場合の実際の相対運動を示す．但し y は動径方向，x は水平方向である．

さらに，$\theta_0 = 45°$ の場合について

$$\begin{cases} A = -0.0075\ \mathrm{m/s^2} \\ t_f = 400\ \mathrm{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = -0.015\ \mathrm{m/s^2} \\ t_f = 200\ \mathrm{s} \end{cases}$$

として計算した結果は

$S_{\perp,200} = 1.95\ \mathrm{m}$
$S_{\perp,300} = 6.55\ \mathrm{m}$
$S_{\perp,400} = 15.30\ \mathrm{m}$

であり，ほぼ t_f^3 に比例した結果を得る．

This document is provided by JAXA.

3. 長時間における衝突

前節では，衝突に要する時間が数分程度の場合について扱ったが，時間が数十分あるいはそれ以上になると，具体的には r, θ を時間の関数として与えねばならないために，そのような取扱いができない．したがって，ここでは基礎方程式（6）を以下のような形に変更して用いる．（1）式に対応する重力場中での運動方程式として

$$v=-\frac{\mu}{r^2}\sin\theta \tag{22}$$

$$v\dot{\theta}=-\frac{\mu}{r^2}\cos\theta+\frac{v^2}{r}\cos\theta \tag{23}$$

$$r=v\sin\theta \tag{24}$$

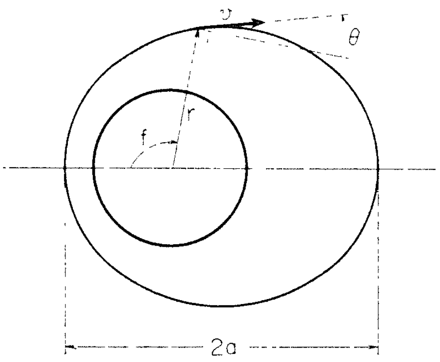
を用い，v, r, θ に関する摂動を考えると，（6）式に対応する相対運動の式は

$$\varDelta v=-\frac{\mu}{r^2}\cos\theta\,\varDelta\theta+\frac{2\mu}{r^3}\sin\theta\,\varDelta r+A_v \tag{25}$$

$$\varDelta\theta=\left(\frac{\mu}{v^2r^2}\cos\theta+\frac{1}{r}\cos\theta\right)\varDelta v+\left(\frac{\mu}{vr^2}-\frac{v}{r}\right)\sin\theta\,\varDelta\theta$$
$$+\left(\frac{2\mu}{vr^3}\cos\theta-\frac{v}{r^2}\cos\theta\right)\varDelta r+\frac{A_\theta}{v} \tag{26}$$

$$\varDelta r=\sin\theta\,\varDelta v+v\cos\theta\,\varDelta\theta \tag{27}$$

となる．A_v, A_θ はそれぞれ v 方向およびそれと垂直な方向の相対加速度である．座標系については第5図を参照されたい．



第5図 座標系

(22), (23), (24) 式は実は楕円運動の式で，式中の v, θ, r はいわゆる軌道要素と真近点離角 f を用いて表わすことができる．たとえば

$$r=\frac{p}{1+e\cos f} \tag{28}$$

$$-\frac{\mu}{r}+\frac{v^2}{2}=-\frac{\mu}{2a} \tag{29}$$

$$rv\cos\theta=h \tag{30}$$

である．ここに，a, e, h, p の間には

$$p=(1-e^2)a \tag{31}$$

$$h=\sqrt{\mu p} \tag{32}$$

で与えられる関係がある．そこで，関係式

$$r^2\frac{df}{dt}=h \tag{33}$$

を用いて独立変数を t から f に変更し，さらに無次元量として

$$\delta v=\frac{\varDelta v}{\sqrt{\mu/a}} \tag{34}$$

This document is provided by JAXA.

$$\delta r = \frac{\Delta r}{a} \tag{35}$$

$$\alpha = \frac{A}{\mu/a^2} \tag{36}$$

を導入する．(28)～(36) 式を (25)，(26)，(27) 式に代入し，現在興味があるのは $e \ll 1$ の場合であるので，e の一次の項のみをとると

$$\delta\dot{v} = -\delta\theta + (1-2\,e\cos f)\alpha_v \tag{37}$$

$$\delta\dot{\theta} = (2-3e\cos f)\delta v + (1+e\cos f)\delta r + (1-3e\cos f)\alpha_\theta \tag{38}$$

$$\delta\dot{r} = e\sin f\,\delta v + (1-e\cos f)\delta\theta + 2e\sin f\,\delta r \tag{39}$$

$$\delta\dot{x} = (1-2e\cos f)\delta v \tag{40}$$

を得る．以後微分記号 ˙ は f に関してである．ここで (40) 式の δx は

$$\delta x = \frac{1}{a}\int_0^t \Delta v\ \mathrm{dt} \tag{41}$$

で，速度方向の相対変位を与えるものである．

δv，$\delta\theta$，δr，δx の初期値および $\alpha_v(t)$，$\alpha_\theta(t)$ が与えられると (37)～(40) 式を解くことによって相対運動を求めることができるが，以下では円軌道の場合に限って多少一般的な議論を試みたい．

円軌道の場合には $e=0$ となって (37)～(40) 式は常数係数の線型微分方程式となって取扱いが容易となる．その場合得られた結果は，ある程度楕円軌道の場合の特性をも表わしていると考えられる．

さて，この場合，(37)～(40) 式は

$$\begin{pmatrix} \delta\dot{v} \\ \delta\dot{\theta} \\ \delta\dot{r} \\ \delta\dot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta v \\ \delta\theta \\ \delta r \\ \delta x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_v \\ \alpha_\theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{42}$$

のようになる．(42) 式の解は

$$\begin{pmatrix} \delta_v(f) \\ \delta\theta(f) \\ \delta r(f) \\ \delta x(f) \end{pmatrix} = \Big(C(f) \Big) \begin{pmatrix} \delta v(0) \\ \delta\theta(0) \\ \delta r(0) \\ \delta x(0) \end{pmatrix} + \int_0^f \Big(C(f-f') \Big) \begin{pmatrix} \alpha_v \\ \alpha_\theta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} df' \tag{43}$$

$$\Big(C(f) \Big) = \begin{pmatrix} 2\cos f - 1 & -\sin f & \cos f - 1 & 0 \\ 2\sin f & \cos f & \sin f & 0 \\ 2(1-\cos f) & \sin f & 2-\cos f & 0 \\ 2\sin f - f & \cos f - 1 & \sin f - f & 1 \end{pmatrix} \tag{44}$$

で与えられるので，(43) 式からいくつかの事実を引出すことができる．

i）$\alpha=0$ の場合

この場合，追突に関連して特に興味があるのは，初期条件が $(\delta v_0,\ 0,\ 0,\ 0)^T$ で与えられる場合であろう．このとき，(43) 式から

This document is provided by JAXA.

$$\delta r = 2(1-\cos f)\delta v_0 \tag{45}$$

$$\delta x = (2\sin f - f)\delta v_0 \tag{46}$$

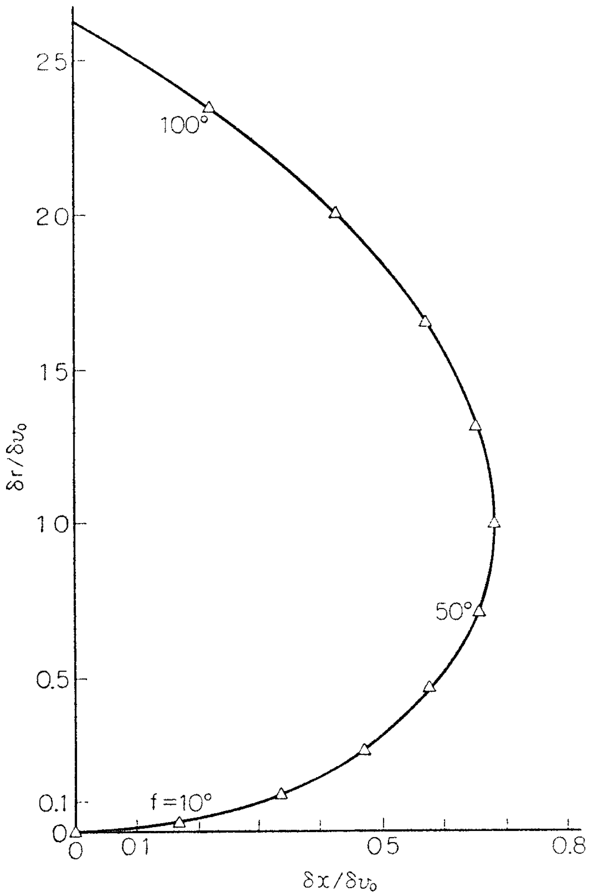
となる. (46) 式から

$$2\sin f - f \geqq 0 \tag{47}$$

すなわち $0 \leqq f \leqq 1.9$ の間では, δv_0 によって速度の大きな物体の方が前に出るが, $f=1.9$ rad.$=109°$ で追いつかれ, 以後はおくれてしまう. このときの高度差 δr は

$$\delta r = 2.6\,\delta v_0 \tag{48}$$

で与えられる. 第 6 図はその間の関係を示している.



第 6 図 加速がない場合の相対運動

ii) $\alpha_v=\text{const}$, $\alpha_\theta=0$ の場合

これは常に接線方向に加速しているような場合である. α_v の大きさは δv_0 に対して次のように考える.

$$\alpha_v = -\delta v_0 \frac{n}{\pi} \tag{49}$$

ここで n は, 一次元運動と考えた場合に軌道周期の $1/n$ で先行する物体に追いつくような加速度を意味している. このとき

$$\delta r = 2(1-\cos f)\delta v_0 - \delta v_0 \frac{n}{\pi}\int_0^f 2(1-\cos(f-f'))df' = 2\delta v_0\left(1-\cos f-\frac{n}{\pi}(f-\sin f)\right) \tag{50}$$

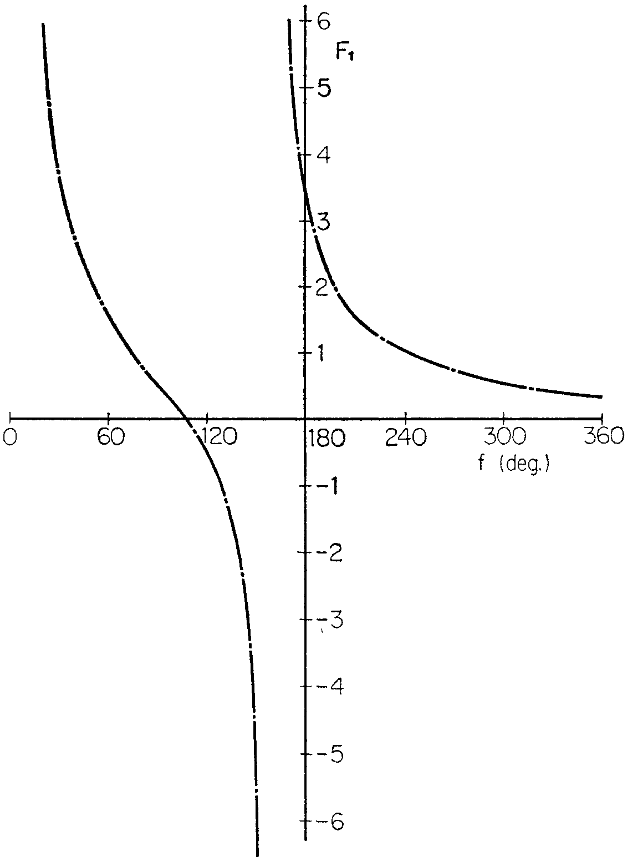
$$\delta x = (2\sin f - f)\delta v_0 - \delta v_0 \frac{n}{\pi}\int_0^f (2\sin(f-f')-(f-f'))df' = \delta v_0\left(2\sin f - f - \frac{n}{\pi}\times\left(2-2\cos f-\frac{f^2}{2}\right)\right) \tag{51}$$

となる. (51) 式から $\delta x=0$ となるのは

$$F_1(f) \equiv \frac{2\sin f - f}{2-2\cos f - f^2/2} = \frac{n}{\pi} \tag{52}$$

が成立するときということになる. 第 7 図は F_1 と f の関係を示すものである. n に適当な値を与えた場合の n/π と F_1 との交点から, 後続物体の加速度レベルが n である場合にそれが先行物体に追いつく位置 f を求めることができる. たとえば $n=10$ の場合, $n/\pi=3.18$ であるからこの線は F_1 と 2 度交わることになる. すなわち, 後続物体はまず $f_1 \fallingdotseq 33°$

This document is provided by JAXA.



第 7 図　F_1 と f の関係

で先行物体に追いつき追い越すが $f_2 \fallingdotseq 181°$ で再び抜き返されることになる．

iii)　$\alpha_v=0$,　$\alpha_\theta=\mathrm{const}$ の場合，

これは，常に動径ベクトル方向に加速しているような場合で，残留推力の問題に関連してはあまり興味のある場合ではない．ii) と同様に考えると，

$$\delta r=2(1-\cos f)\delta v_0-\delta v_0\frac{n}{\pi}\int_0^f \sin(f-f')df'$$

$$=2\delta v_0(1-\cos f)\left(1-\frac{n}{2\pi}\right) \tag{53}$$

$$\delta x=(2\sin f-f)\delta v_0-\delta v_0\frac{n}{\pi}\int_0^f(\cos(f-f')-1)df'$$

$$=\delta v_0\left\{2\sin f-f-\frac{n}{\pi}(\sin f-f)\right\} \tag{54}$$

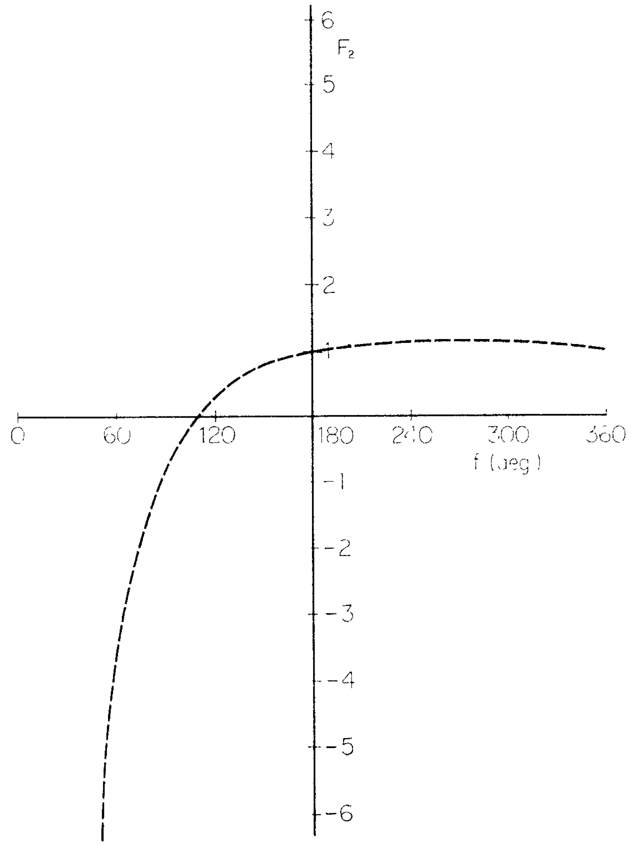
となる．(54) 式から $\delta x=0$ となるのは

$$F_2(f)\equiv\frac{2\sin f-f}{\sin f-f}=\frac{n}{\pi} \tag{55}$$

が成立するときである．F_2 と f の関係を第 8 図に示す．

iv)　$\alpha_v=\alpha\cos(f+\beta)$,　$\alpha_\theta=\alpha\sin(f+\beta)$ の場合，

This document is provided by JAXA.



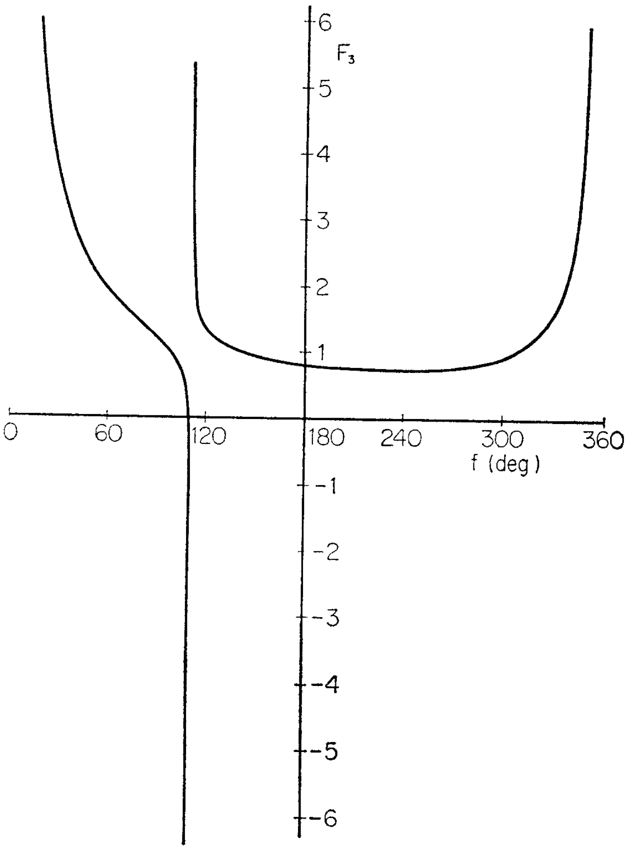
第 8 図 F_2 と f の関係

これは加速の方向が慣性空間に対して固定しているような場合で，スピン切断の場合の追突の問題に対応している．β は初期切断速度と残留加速度の方向とのなす角で，切断時の姿勢のくずれなどに起因するものである．i)〜iii) と同様に初期条件を $(\delta v_0,\ 0,\ 0,\ 0)^T$, $\alpha=-\delta v_0\pi/n$ とおくと，

$$\delta r=2(1-\cos f)\delta v_0-\delta v_0\frac{n}{\pi}\int_0^f(2(1-\cos(f-f'))$$
$$\times\cos(f'+\beta)+\sin(f-f')\sin(f'+\beta))df'$$
$$=\delta v_0\left(2(1-\cos f)-\frac{n}{\pi}\left(2\sin\beta(\cos f-1)+\frac{3}{2}(\cos\beta\sin f)\right.\right.$$
$$\left.\left.-f\cos(f+\beta)\right)\right) \tag{56}$$

$$\delta x=(2\sin f-f)\delta v_0-\delta v_0\frac{n}{\pi}\int_0^f((2\sin(f-f')-(f-f'))$$
$$\times\cos(f'+\beta)+(\cos(f-f')-1)\sin(f'+\beta))df'$$
$$=\delta v_0\left(2\sin f-f-\frac{n}{\pi}\left(f\left(\sin\beta+\frac{3}{2}\sin(f+\beta)\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{9}{4}\cos(f+\beta)-\frac{1}{4}\cos(f-\beta)-2\cos\beta\right)\right) \tag{57}$$

This document is provided by JAXA.



第 9 図　F_3 と f の関係

となる．特に $\beta=0$ とおくと，$\delta x=0$ となるのは

$$F_3\equiv\frac{2\sin f-f}{3/2f\sin f+2(\cos f-1)} \tag{58}$$

$$=\frac{n}{\pi}$$

が成立するときということになる．第 9 図は F_3 と f の関係を示す図である．たとえば $n=10$ のとき，$10/\pi$ と F_3 との交点から，後続物体は $f_1=36°$ で先行物体を追い抜くが $f_2=110°$ で抜き返され，さらに $f_3=348°$ で再び追い抜くことになる．第 10 図は，最初に追い抜く点 f_1 での高度差 $\delta r/\delta v_0$ を加速度 n の関数として示したものである．図では ii)，iii)，iv) の各ケースについて示してある．すでに述べたように i) の場合には $\delta r/\delta v_0=2.6$ である．ケース iv) で，たとえば，初期速度の差 Δv_0 が 20 m/s，$n=3$，軌道高度が 500 km とすると，最初に追いつくときの高度差 Δr は

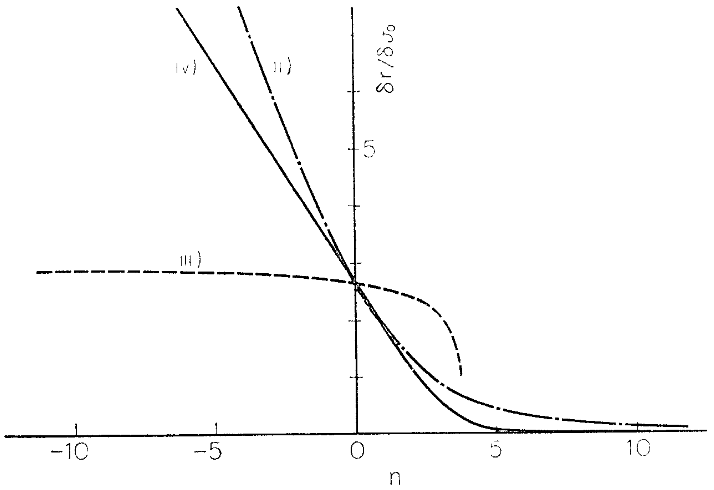
$$\Delta r=\frac{\delta r}{\delta v_0}\times\frac{\Delta v_0}{v_c}\times r_c$$

$$=0.5\times\frac{0.02}{7.61}\times 6878\fallingdotseq 9\,\mathrm{km}$$

ということになる．さて，以上は加速度の方向が初速の方向と一致しており，したがって

0

This document is provided by JAXA.



第 10 図 追い越し時の高度差

$\beta=0°$ の場合である．実際には，スピンをしていても，切断前の首振り運動あるいは切断時の姿勢のくずれなどにより $\beta\neq 0°$ となってその結果衝突の起ることが考えられる．いかなる状態で衝突が起り得るかを調べるためにまず，(56)，(57) 式から

$$G_1(f,\beta:n)\equiv\frac{\delta r}{\delta v_0}$$

$$=2(1-\cos f)-\frac{n}{\pi}\left((2\sin\beta(1\cos f-1)+\frac{3}{2}(\cos\beta\sin f\right.$$

$$\left.-f\cos(f+\beta)\right) \tag{59}$$

$$G_2(f,\beta:n)\equiv\frac{\delta x}{\delta v_0}$$

$$=2\sin f-f-\frac{\pi}{n}\left(f\left(\sin\beta+\frac{3}{2}\sin(f+\beta)\right)+\frac{9}{4}\cos(f+\beta)\right.$$

$$\left.-\frac{1}{4}\cos(f-\beta)-2\cos\beta\right) \tag{60}$$

を定義し，n を固定して

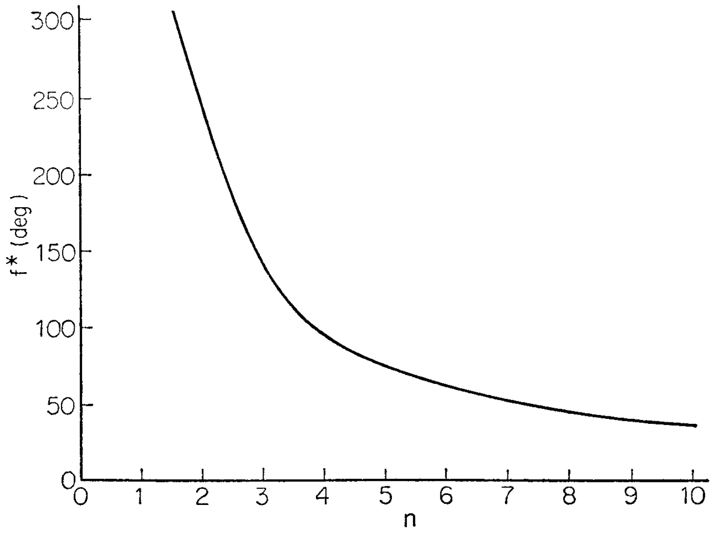
$$G_1(f,\beta\cdot n)=G_2(f,\beta\cdot n)=0 \tag{61}$$

を満足するような f，β を n の関数として $f^*(n)$，$\beta^*(n)$ の形で求めた．解を求めるに際しては

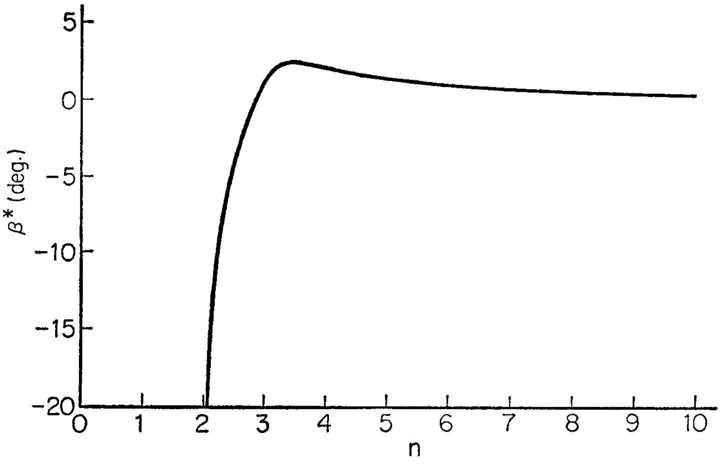
$$G(f,\beta)=(G_1(f,\beta:n))^2+(G_2(f,\beta:n))^2 \tag{62}$$

を定義して，共役傾斜法で G の最小値を求め，その最小値を与えるような f,β として f^*，β^* を求めた．その結果を第 11 図と第 12 図に示す．第 12 図によれば，$n\geq 2.5$ の領域ではかなり小さな初期姿勢角のずれ β によって衝突が起り得るが，それより小さな n の値に対しては衝突が起るために必要な β の値は急激に大きくなる．たとえば $|\beta|\leq 10°$ であれば．$n\leq 2.2$ である限り衝突は起らないということになる．

This document is provided by JAXA.



第 11 図　f^* と n の関係



第 12 図　β^* と n の関係

4. む　す　び

残留推力に起因する衝突の問題に関連して，その軌道学的な側面を扱った．ここでは，衝突が短時間内に起る場合と，長時間のときには円軌道で残留加速度が一定である場合に限って解析を行なったが，より一般的な楕円軌道で残留加速度も時間関数として与えられるような場合には (37)～(40) 式を直接解く必要がある．この問題に関しては次の機会にゆずりたい．

1970 年 11 月 30 日　新設部（工学）

This document is provided by JAXA.