

並進振動する楕円翼まわりの非定常粘性流れ

(その1 数値解析)

岡 島 厚・浅 沼 強・高 田 浩 之*

Unsteady viscous flow around an oscillating elliptic aerofoil

By

Atsushi OKAJIMA, Tsuyoshi ASANUMA and Hiroyuki TAKATA

Abstract: To furnish some fundamental information about the viscous effect of flow in the phenomena of unsteady flow such as flutter and rotating stall in turbomachinery, we numerically solve the Navier-Stokes equations for the flow around the stationary or oscillating elliptic aerofoil, the thickness ratio of which is 20% or 50%.

Flow configurations, pressure and viscous shear stress distributions and aerodynamic forces are obtained in the ranges of Reynolds number $Re=40\sim 80$, angle of attack $\alpha=0^\circ\sim 20^\circ$ and reduced frequency $k=0\sim 1.4$.

Concerning the viscous effect of fluid on the aerodynamic forces, the behavior of points of flow stagnation and separation on the aerofoil is examined and found to have a close relationship to the unsteady forces.

概 要

翼まわりの非定常流れに関する研究の一環として、一様粘性流れの中におかれた静止、または振動する楕円翼（翼厚比20%と50%）まわりの流れを、数値解法によって解き、レイノルズ数 $Re=40\sim 80$ 、翼の迎え角 $\alpha=0^\circ\sim 20^\circ$ 、翼の無次元振動数 $k=0\sim 1.4$ の範囲に対する流線や渦度分布を求めた。ついで、これらの計算結果から振動する翼に働く圧力分布、粘性せん断力分布そして法線力、接線力やモーメントを求めた。とくに流体の粘性効果の観点から、変動流体力に関連の深い翼面上のよどみ点やはく離点などの挙動、すなわちそれらの移動振幅や位相差などを明らかにすることができた。

目 次

記 号

1. 緒 論
2. 基礎式と境界条件
 - 2-1 基礎方程式
 - 2-2 境界条件
 - 2-3 空力的諸係数
3. 数値解法

* 研究担当

4. 計算結果

- 4-1 静止楕円翼まわりの流れ
- 4-2 並進振動する楕円翼まわりの流れ

5. 考察

- 5-1 変動速度境界層
- 5-2 20%楕円翼におけるよどみ点の挙動
- 5-3 50%楕円翼におけるよどみ点とはく離点の挙動

6. 結論

付録

参考文献

記号

本論文中で用いる記号は、そのつど本文中で定義するが、ここで主要なものをまとめて示す。

(x, y) : 直角座標系.

(ξ, η) : 楕円座標系, ξ 軸の一部 ξ_0 は楕円翼の翼面を作る.

h : ($\equiv b_0 \sqrt{\cosh^2 \xi - \cos^2 \eta}$), 楕円座標系の Scale factor, b_0 は基準半翼弦長.

ρ : 流体密度.

μ : 流体の粘性係数.

ν : 流体の動粘性係数.

t : 時間.

q_ξ, q_η : 楕円座標系 (ξ, η) における ξ, η 軸方向のそれぞれの速度成分.

ζ : ($\equiv \frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (hq_\eta) - \frac{\partial}{\partial \eta} (hq_\xi) \right]$), 渦度.

ψ : 流れ関数, この ψ と q_ξ, q_η との間には

$$hq_\xi = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}, \quad hq_\eta = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \text{ の関係がある.}$$

b : ($\equiv b_0 \cosh \xi_0$) 楕円翼の半翼弦長.

c : ($\equiv 2b$) 楕円翼の翼弦長.

ε : ($\equiv \tanh \xi_0$), 楕円翼の厚み比.

U : 一様流速.

Re : ($\equiv \frac{Uc}{\nu}$), レイノルズ数.

f : 強制振動数.

k : ($\equiv \frac{2\pi f c}{U}$), reduced frequency.

δ : 振動変位振幅.

s : 格子間隔.

$\zeta'(i, j)$: 格子点 (i, j) における時刻 t の ζ の値.

p : 圧力.

τ_s : 物体表面上に働く粘性せん断力.

N : 楕円翼の翼弦に直角な方向に働く法線力 (単位スパン長さ当り).

T : 楕円翼の翼弦に平行な方向に働く接線力 (単位スパン長さ当り).

M : 楕円翼の中心軸まわりのモーメント (単位スパン長さ当り).

C_p : $\left(\equiv \frac{p}{(1/2)\rho U^2}\right)$, 圧力係数.

C_τ : $\left(\equiv \frac{\tau_s}{(1/2)\rho U^2}\right)$, 粘性せん断力係数.

C_N : $\left(\equiv \frac{N}{(1/2)\rho U^2 c}\right)$, 楕円翼の法線力係数.

C_T : $\left(\equiv \frac{T}{(1/2)\rho U^2 c}\right)$, 楕円翼の接線力係数.

C_M : $\left(\equiv \frac{M}{(1/2)\rho U^2 c^2}\right)$, 楕円翼のモーメント係数.

ただし C_N , C_M の変動成分については, 振動変位振幅 δ の影響を考慮して, さらに (δ/c) で割る.

ϕ : 位相差, 準定常の場合を $\phi=0^\circ$ とする.

τ : $\left(\equiv \frac{TU}{c}, T \text{ は実時間}\right)$, 無次元時間.

添字

x, y : x, y 軸方向の成分.

ξ, η : ξ, η 軸方向の成分.

0: 楕円翼面上の値.

∞ : 無限遠の値または, 無限遠の位置と定めた境界の値.

s, u : 定常分そして非定常分の値.

P, S : 圧力による成分そして粘性せん断力による成分.

—: 定常分.

~: 変動分.

||: 変動振幅.

1. 緒 論

軸流圧縮機における致命的な翼の破損は, 主として空力弾性的自励振動や非定常流れによる強制振動, たとえばフラッタや旋回失速などによる翼の疲労に起因する場合が多い.

このような非定常な流れに基づく振動現象が最近特に注目されるようになってきたのは, たとえば軽量化が要求される VTOL 用のリフトエンジンやバイパス比の大きいファンエンジンなどにおいて, その高速化とともに高性能化のために圧縮機の翼を極端に薄くした

り、長くしたりする結果、翼の固有振動数が著しく低下し、その振動強度が危険側あるいは不安定側に近づくからである。

このような翼の振動強度、ひいてはジェットエンジンの信頼性に重要な影響をもつフラッタや旋回失速については、今日まで実験的にはもちろん、理論的にもかなり多くの研究が行なわれている。しかし、その理論的研究はいずれも流れを非粘性流れとするものである。たとえば無失速フラッタにおいては、粘性効果の強く働く翼近傍の流れに対して、振動する翼の場合でも、いわゆる Kutta の条件を適用して非粘性の振動翼理論を展開している。事実翼の迎え角が小さく無失速の場合には、Kutta の条件を適用した非粘性振動翼理論から得られる非定常流体力は、比較的实验結果とよい一致を示している。

しかし、たとえ定常の場合であっても、迎え角が大きくなって翼の背面側境界層がはく離する場合や、楕円翼のように後縁が鋭くとがらずに曲率のある物体の場合には、後縁に Kutta の条件を適用することにはやや疑問がある。まして翼が振動する場合には、その振動数が非常に大きくなったり、あるいは迎え角がかなり大きくなると、翼に働く実際の変動流体力の振幅はもちろんのことその位相も非粘性の振動翼理論による値とかなり相違してくることが知られている。

このように実際の粘性流れの中で振動する翼のまわりには、粘性効果により非定常境界層や非定常な後流領域などが形成され、しかもときにははく離を伴ったりするので、流れはかなり複雑となり、上述のような非粘性振動翼理論によっては説明できない点が多くなる。これらの多くは流れの粘性効果にその説明が求められるべき事柄であろう。

さて、このような粘性効果を導入する方法はいくつか試みられている。たとえば Victory [1], Mendelson [2], Haley [3], そして Rott & George [4] などはフラッタなどの解析にあたり、非粘性振動翼理論に粘性効果を考慮した修正係数を導入している。また旋回失速においては、Stenning [5] や高田 [6] は粘性境界層の時間遅れを導入している。しかしこれらの方法によって非定常流れに対する粘性の効果を一応定性的に近似させることができたとしても、その際導入した修正係数や境界層時間遅れの時定数などの物理的な意味はあまり明白ではなく、ましてその定量的な推定はかなりむずかしい。元来、流体を非粘性とみなす限り、ある程度以上の成果を期待することは無理のように思われる。

そこで、粘性流れの基礎方程式から翼まわりの非定常流れを直接解析しようとする試みがある。たとえば Moore [7] は境界層近似の手法をねじり振動する翼に適用して、その動的な作動特性を算出している。また Wang [8] は円柱および迎え角のある楕円翼が粘性流体中を急に動き始めたとき、特に翼後縁の Kutta の条件に注目して、翼まわりの流れの過渡的な挙動を理論的に解析し、とくに楕円翼まわりの流れがはく離および失速するのに要する時間は迎え角や翼の厚み比に強く依存するが、レイノルズ数 (Re 数) にはほとんどよらないことなどを示している。また Chu [9] や Shen & Crimi [10] は Navier-Stokes の式の慣性項を線型化した Oseen の近似式を一様流中で振動する平板翼に適用し、 Re 数の大きい場合変動流体力に及ぼす粘性の効果について論じている。しかし、これら両者の結果には食い違いがあり、実際の流れに対する Oseen 近似の適用の妥当性についてもさらに吟味しなければならない。

以上のような背景を踏まえて、本研究はフラッタや旋回失速という非定常流れの現象を解明するための基礎的な研究として、一様粘性流中において翼弦に直角な方向に並進運動する楕円翼まわりの流れを直接数値解析するとともに広範囲の実験を行なって、振動する翼まわりの非定常流れの様相や翼に働く非定常流体力を明らかにするとともに、それらに及ぼす粘性効果について検討を加えんとするものである。本報はそのうち数値解析について報告する。

数値解析は Navier-Stokes の式を直接数値計算によって解くものであり、前報 [11] で述べたように円柱の場合の数値解析の結果が実験値とよい一致を示したので、その数値解析法をそのまま振動する楕円翼にも適用する。なお、数値計算で取り扱おうる Re 数範囲は、円柱の場合と同様に実際の翼などのそれとはかけ離れて小さい範囲 ($Re < 100$) に限定される。しかし、振動翼まわりの流れの詳細な様相、たとえば流れのよどみ点やはく離点の挙動そして翼に働く流体力の変動などを調べることができる。

2. 基礎式と境界条件

2.1 基礎方程式

いま、一様流れの中で翼弦に直角な方向に並進振動する楕円翼まわりの流れを解くために、境界面と座標軸が一致しており、無限遠の境界の取りやすさなどを考えて、翼とともに運動する動座標として楕円座標 (ξ, η) を用いる。すなわち楕円座標 (ξ, η) は直角座標 (x, y) との間に、

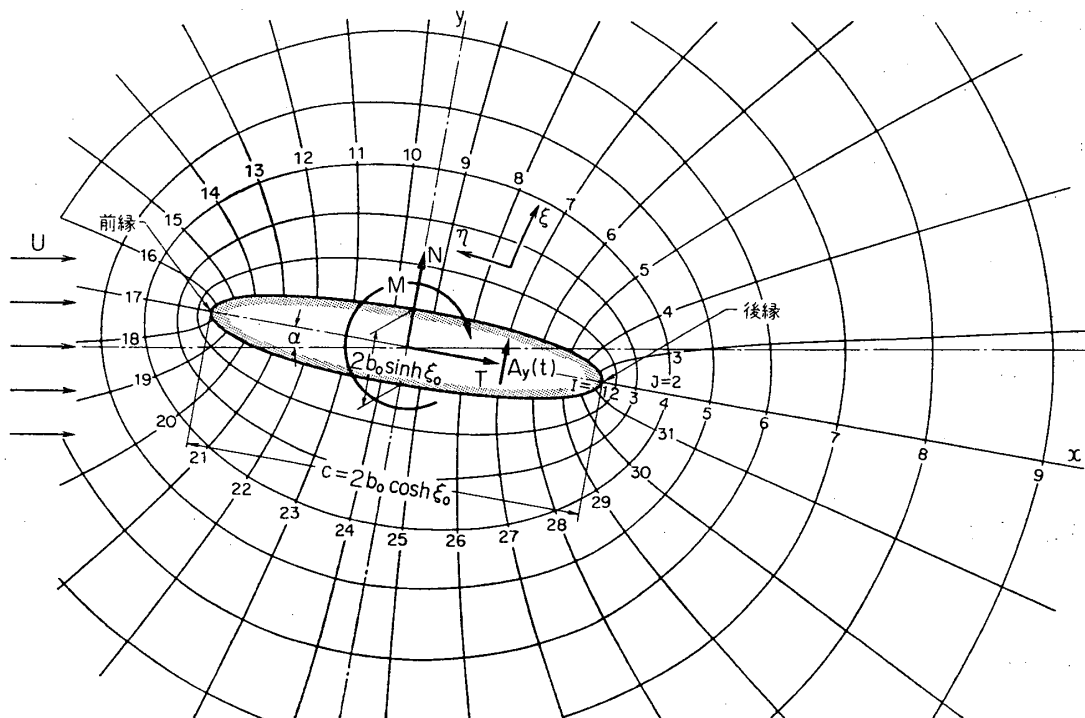


図1 翼厚比20%の楕円翼まわりの流れの計算の座標。(標準分割, $N=30$, $S=\pi/15$)

$$\left. \begin{aligned} x &= b_0 \cosh \xi \cos \eta \\ y &= b_0 \sinh \xi \sin \eta \end{aligned} \right\} (2-1)$$

の関係をもち、 ξ 軸の一部 ξ_0 は楕円翼面を形成する。 $b = b_0 \cosh \xi_0$ は楕円翼の半翼弦長で、翼厚比は $\varepsilon = \tanh \xi_0$ である (図1)。

流れは二次元、非圧縮で外力が働かないものとし、動座標 (x, y) が静止座標 (X, Y) に対して Y 軸方向に $A_y(t)$ の速度で運動するものとすれば Navier-Stokes の式および連続の式は動座標である楕円座標 (ξ, η) 上で、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial q_\xi}{\partial t} + \frac{q_\xi}{h} \frac{\partial q_\xi}{\partial \xi} + \frac{q_\eta}{h} \frac{\partial q_\xi}{\partial \eta} + \frac{q_\xi q_\eta}{h^2} \frac{\partial h}{\partial \eta} - \frac{q_\eta^2}{h^2} \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial A_y}{\partial t} \\ = -\frac{1}{\rho h} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{\nu}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} \\ \frac{\partial q_\eta}{\partial t} + \frac{q_\xi}{h} \frac{\partial q_\eta}{\partial \xi} + \frac{q_\eta}{h} \frac{\partial q_\eta}{\partial \eta} + \frac{q_\xi q_\eta}{h^2} \frac{\partial h}{\partial \xi} - \frac{q_\xi^2}{h^2} \frac{\partial h}{\partial \eta} + \frac{1}{h} \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial A_y}{\partial t} \\ = -\frac{1}{\rho h} \frac{\partial p}{\partial \eta} + \frac{\nu}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} \end{aligned} \right\} (2-2)$$

および

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (h q_\xi) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h q_\eta) = 0 \quad (2-3)$$

となる。ここで q_ξ, q_η は ξ, η 方向の速度成分であり、 ρ は流体密度、 ν は動粘性係数、 p は圧力、 t は時間そして h は (ξ, η) 座標の Scale factor で、直角座標 (x, y) との関係において、 $h^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2$ と表わされ、この場合 $h^2 = b_0^2 (\cosh^2 \xi - \cos^2 \eta)$ である。

また、渦度 ζ は $\zeta = \frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (h q_\eta) - \frac{\partial}{\partial \eta} (h q_\xi) \right]$ である。

(2-2) 式から圧力 p を消去すれば、渦の式が得られ、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{q_\xi}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} + \frac{q_\eta}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} = \frac{\nu}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \eta^2} \right) \quad (2-4)$$

となる。

ここで、

$$h q_\xi = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}, \quad h q_\eta = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \quad (2-5)$$

なる関係をもつ流れ関数 ψ を導入すると、連続の式 (2-3) は自動的に満足され、(2-4) 式からは、次の関係式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} \right] = \frac{\nu}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \eta^2} \right) \quad (2-6)$$

が得られる。また ζ と ψ との関係は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \psi = -h^2 \zeta \quad (2-7)$$

である。

さらに、数値計算の便宜上、 ψ を楕円翼まわりのポテンシャル流れに対応する流れ関数 ψ_p とそれからの変動分 $\tilde{\psi}$ とに分けて考える。すなわち、

$$\psi = \psi_p + \tilde{\psi}$$

ここで

$$\psi_p = b_0 e^{\xi_0} \sinh(\xi - \xi_0) [U \sin(\eta - \alpha) + A_y(t) \cos \eta] \quad (2-8)$$

である。

したがって、(2-6), (2-7) 式は

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{h^2} \left[\frac{\partial(\psi_p + \tilde{\psi})}{\partial \eta} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} - \frac{\partial(\psi_p + \tilde{\psi})}{\partial \xi} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} \right] = \frac{\nu}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \eta^2} \right) \quad (2-9)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \tilde{\psi} = -h^2 \zeta \quad (2-10)$$

となる。

これら (2-9), (2-10) 式が、翼に固定した動座標系 (ξ, η) から見た振動する楕円翼まわりの流れに対する基礎方程式であり、これら両式を次に述べる境界条件のもとに解けばよいわけである。

2.2 境界条件

動座標系 (ξ, η) における振動する楕円翼面 $(\xi = \xi_0)$ 上の境界条件は流れが翼面に沿い、しかもすべりがなから、

$$\left. \begin{aligned} (q_\xi)_{\xi=\xi_0} &= \left[\frac{\partial \psi}{h \partial \eta} \right]_{\xi=\xi_0} = 0 \\ (q_\eta)_{\xi=\xi_0} &= - \left[\frac{\partial \psi}{h \partial \xi} \right]_{\xi=\xi_0} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

とすればよい。

次に翼から十分離れた領域 $(r = r_\infty)$ については、さきに報告した円柱の場合 [11] における、 $r = r_\infty$ の境界の流れ関数および渦度の値 $\tilde{\psi}_\infty, \zeta_\infty$ に対する吟味の結果を参考にして、

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\psi}_\infty &= \text{Const.} \\ \zeta_\infty &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

とおく。

2.3 空力的諸係数

前節までにのべた基礎式 (2-9), (2-10) 式を境界条件 (2-11), (2-12) 式のもとに解いて得られる ψ, ζ をもとにして、次のように楕円翼に働く空力的諸係数を求めることができる。

まず、各式にふくまれる全ての物理量を、一様流速 U と楕円翼の基準半翼弦長 b_0 で無次元化する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} q_\xi' &= q_\xi / U, \quad q_\eta' = q_\eta / U, \quad x' = x / b_0, \quad y' = y / b_0, \\ p' &= p / \rho U^2, \quad \psi' = \psi / b_0 U, \quad \zeta' = \zeta b_0 / U, \quad t' = t U / b_0 \dots \end{aligned} \right\} \quad (2-13)$$

ただし、レイノルズ数 Re は $Re = 2bU/\nu$ と表わされる。

しかし繁雑をさけるため、本節以後は、これら無次元量 $q\xi'$, $q\eta'$ ……のダッシュを省略して、 $q\xi$, $q\eta$ ……と表示することにする。

a) 楕円翼面上の圧力分布

翼面上 ($\xi=\xi_0$) の圧力を動圧 $(1/2)\rho U^2$ で無次元化する。翼面上の圧力係数 $C_p(\xi_0, \eta)$ は、(2-2) 式を無限上流から $\eta=\pi$ に沿って楕円翼の前縁まで積分し、さらに楕円翼面に沿って積分を行なうものとするれば、

$$\left. \begin{aligned} C_p(\xi_0, \pi) - C_p(\infty, \pi) &= \frac{4\cosh\xi_0}{Re} \int_{\xi_0}^{\infty} \left(\frac{\partial\zeta}{\partial\eta}\right)_{\eta=\pi} d\xi + 2 \int_{\xi_0}^{\infty} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial t\partial\eta} + \zeta \frac{\partial\psi}{\partial\xi}\right)_{\eta=\pi} d\xi + (q\xi^2 + q\eta^2)_{\infty} \\ C_p(\xi_0, \eta) - C_p(\xi_0, \pi) &= \frac{4\cosh\xi_0}{Re} \int_{\pi}^{\eta} \left(\frac{\partial\zeta}{\partial\xi}\right)_{\xi=\xi_0} d\eta - \left(\frac{\delta}{c}\right) k^2 \tanh\xi_0 \sin\eta \cdot \cos\omega t \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$

として求められる。ここで楕円翼は翼弦と垂直な方向に振動速度 $A_y(t) = \delta\omega \sin\omega t$ で並進振動するものとし、 δ は振動変位幅、 ω は円振動数、 k は reduced frequency ($k=2b\omega/U$) である。

b) 楕円翼面上の粘性せん断力分布

粘性によって翼面上に働くせん断力を、動圧 $(1/2)\rho U^2$ で無次元化した粘性せん断力係数 $C_\tau(\eta)$ は、次式で与えられる。

$$C_\tau(\eta) = \frac{4\cosh\xi_0}{Re} \zeta(\xi_0, \eta) \quad (2-15)$$

ここで、翼面に沿って左回りを正とする。

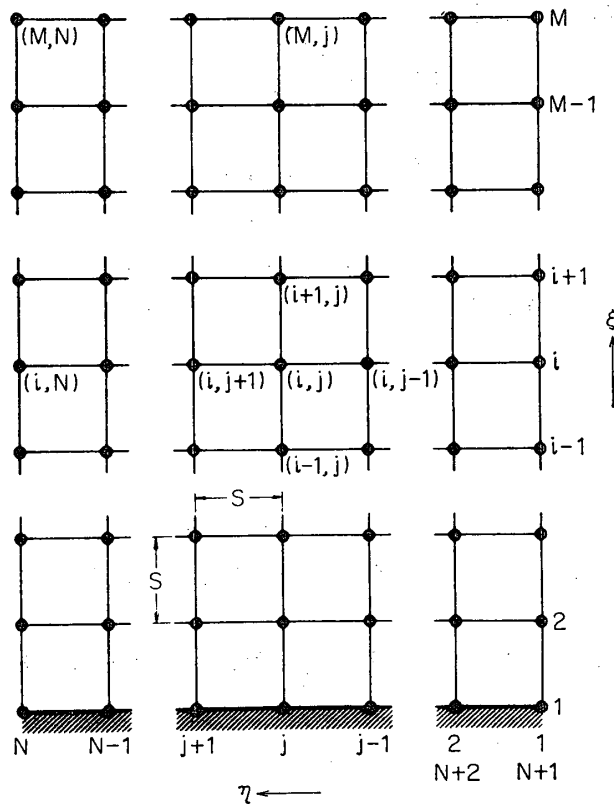


図2 格子分割 (標準分割)

c) 楕円翼に働く法線力, 接線力およびモーメント

求められた翼面上の圧力分布 $C_p(\xi_0, \eta)$ および粘性せん断力分布 $C_\tau(\eta)$ から, 楕円翼の翼弦に垂直な方向に働く法線力係数 C_N , 翼弦に平行に働く接線力係数 C_T および中心軸まわりのモーメント係数 C_M をそれぞれ次式から求めることができる.

$$\left. \begin{aligned} C_N &= C_{NP} + C_{NS} \\ C_T &= C_{TP} + C_{TS} \\ C_M &= C_{MP} + C_{MS} \end{aligned} \right\} (2-16)$$

ここで, 添字 P, S は圧力および粘性せん断力による成分を示し, それぞれ次式で表わされる.

$$\left. \begin{aligned} C_{NP} &= -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p(\eta) \sin \eta d\eta \\ C_{TP} &= -\frac{\tanh \xi_0}{2} \int_0^{2\pi} C_p(\eta) \cos \eta d\eta \\ C_{MP} &= \frac{1}{8 \cosh^2 \xi_0} \int_0^{2\pi} C_p(\eta) \sin 2\eta d\eta \end{aligned} \right\} (2-17)$$

そして

$$\begin{aligned} C_{NS} &= \frac{\tanh \xi_0}{2} \int_0^{2\pi} C_\tau(\eta) \cos \eta d\eta \\ C_{TS} &= -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_\tau(\eta) \sin \eta d\eta \end{aligned}$$

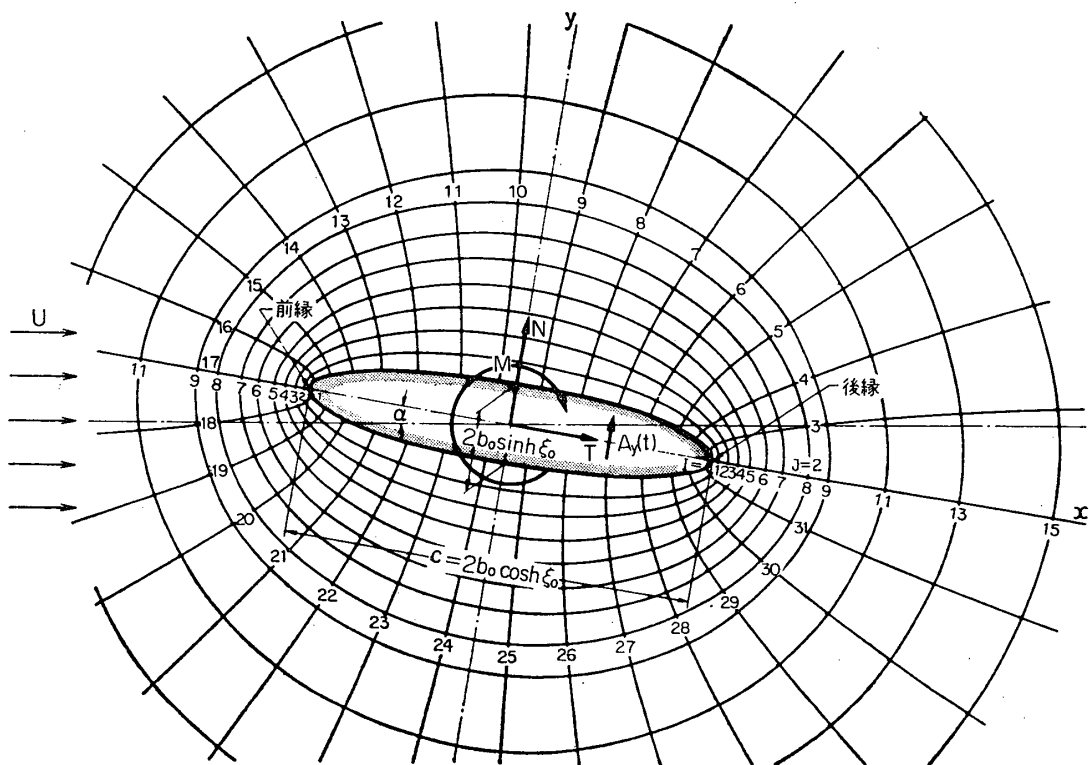


図 3 翼厚比20%の楕円翼まわりの流れの計算の座標.
(細分割, $N=30, MH=9, S=\pi/15$)

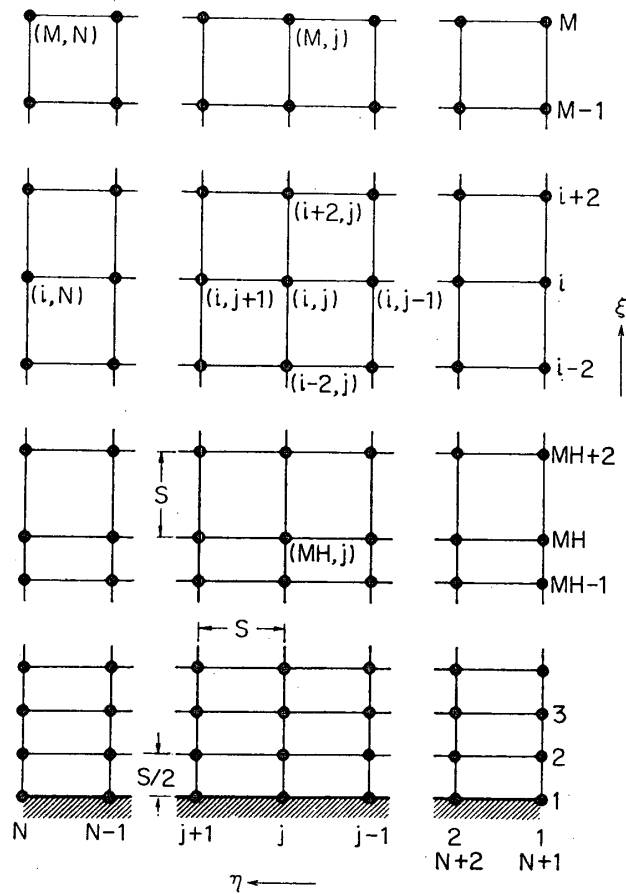


図4 格子分割 (細分割)

$$C_{MS} = -\frac{\tanh \xi_0}{4} \int_0^{2\pi} C_\tau(\eta) d\eta$$

である。なお、それぞれの流体力の正の方向は図1および図2に矢印で示してある。

3. 数値解法

図1の楕円座標系 (ξ, η) で示される楕円翼まわりの領域を翼面まわりすなわち η 方向に N 分割し、その番号を j とする。したがって格子間隔 s は $2\pi/N$ である。なお η 方向は周期的であることから $N+1$ は1に $N+2$ は2に相当するようにする。また ξ 方向にも同じ格子間隔 s で分割し、その格子番号を i とする。そして無限遠の境界 $i=M$ まで格子点をとるものとし、それを図2に示す。なお既報の円柱場合と同様に図1, 2に示すような分割法を標準分割法と言ひ、主として $Re=40$ のような低い Re 数の場合に採用し、さらに高い Re 数の場合には図3, 4に示す細分割法を用いる。

次に基礎式(2-9)および(2-10)を差分形に直し、図2あるいは4に示す (ξ, η) 面上の各格子点 (i, j) における流れ関数 $\psi(i, j)$ と渦度 $\zeta(i, j)$ の時間的变化を、与えられた境界条件(2-11), (2-12)の下にちくじ計算すればよい。すなわち、時刻 t における値 $\psi'(i, j)$ および $\zeta'(i, j)$ が全領域にわたってすべてわかっているとき、渦度の式(2-9)

から時刻 $(t + \Delta t)$ における渦度 $\zeta^{t+\Delta t}(i, j)$ の値を求める。ここに Δt は時間ステップであり、たとえば $\Delta t = 0.0125 (b_0/U)$ で無次元化、標準分割法の場合) とした。

(2-9) 式の差分表示に当っては、付録に示すごとく多くの方法があるが、この場合数値解法の精度および安定性を考慮して、implicit な方法のうち (2-9) 式の左辺第2項および右辺を時刻 t および $(t + \Delta t)$ に対応するそれぞれの値の平均値で近似して $\frac{\partial \zeta}{\partial t}$ を計算する方法を採用する。 $\zeta^{t+\Delta t}(i, j)$ は図2に示す標準分割の場合に次式から求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\zeta^{t+\Delta t}(i, j) - \zeta^t(i, j)}{\Delta t} = & \frac{2}{Re} \left[\frac{1}{2} \nabla^2 \zeta^t(i, j) + \frac{1}{2} \nabla^2 \zeta^{t+\Delta t}(i, j) \right] \\ & + \frac{1}{16s^2h^2} \left[\zeta^t(i, j+1) + \zeta^{t+\Delta t}(i, j+1) - \zeta^t(i, j-1) - \zeta^{t+\Delta t}(i, j-1) \right] \\ & \times \left[\psi^t(i+1, j) + \psi^{t+\Delta t}(i+1, j) - \psi^t(i-1, j) - \psi^{t+\Delta t}(i-1, j) \right] \\ & - \frac{1}{16s^2h^2} \left[\zeta^t(i+1, j) + \zeta^{t+\Delta t}(i+1, j) - \zeta^t(i-1, j) - \zeta^{t+\Delta t}(i-1, j) \right] \\ & \times \left[\psi^t(i, j+1) + \psi^{t+\Delta t}(i, j+1) - \psi^t(i, j-1) - \psi^{t+\Delta t}(i, j-1) \right] \end{aligned} \quad (3-1)$$

ただし

$$\begin{aligned} \psi^t(i, j) = & \psi_p^t(i, j) + \tilde{\psi}^t(i, j) \\ \nabla^2 \zeta^t(i, j) = & \frac{1}{s^2h^2} \left[\zeta^t(i, j+1) + \zeta^t(i, j-1) + \zeta^t(i+1, j) + \zeta^t(i-1, j) - 4\zeta^t(i, j) \right] \end{aligned}$$

である。このようにして境界である $i=1$ および $i=M$ 以外のすべての $\zeta(i, j)$ の値が知られれば、これに対応する $\tilde{\psi}(i, j)$ の値は (2-10) 式を successive line overrelaxation 法によって解くことができる。すなわち

$$\tilde{\psi}^{(K+1)}(i, j) = \tilde{\psi}^K(i, j) + A_c [\tilde{\psi}^{(K+1)*}(i, j) - \tilde{\psi}^K(i, j)] \quad (3-2)$$

ここで $\tilde{\psi}^{(K+1)*}(i, j)$ は

$$\tilde{\psi}^{(K+1)*}(i, j) = \frac{1}{4} \left[\tilde{\psi}^K(i+1, j) + \tilde{\psi}^{(K+1)}(i-1, j) + \tilde{\psi}^{(K+1)*}(i, j+1) + \tilde{\psi}^{(K+1)*}(i, j-1) + s^2h^2(i, j)\zeta(i, j) \right]$$

であり、 $\tilde{\psi}^K(i, j)$ は格子点 (i, j) における $\tilde{\psi}$ についての K 回目の繰返し計算によって得られた値 (第 K 近似) を示す。 A_c は計算の収れんを早めるために導入した加速の係数であって、実験的にその最適値を求めた結果、ここでは $A_c = 1.4$ とする。

$\tilde{\psi}(i, j)$ の計算は (3-2) 式を次に述べる $\tilde{\psi}(i, j)$ に関する境界条件を用いて、 j 方向の line relaxation の計算を i 方向に順次行ない、 $\tilde{\psi}(i, j)$ の繰返し計算に対する変化量 $[\tilde{\psi}^{(K+1)*}(i, j) - \tilde{\psi}^K(i, j)]$ が全領域にわたってある一定の微小量 ε_ψ (本計算では $\varepsilon_\psi = 10^{-5}$) より小さくなれば収束したものとみなす。

次に物体表面の境界条件を $\tilde{\psi}, \zeta$ の差分の形で表示すると次のようになる。前報の円柱の場合を参考にして、(2-11) 式は次のように書直すことができる。

$$\tilde{\psi}(1, j) = 0 \quad (3-3)$$

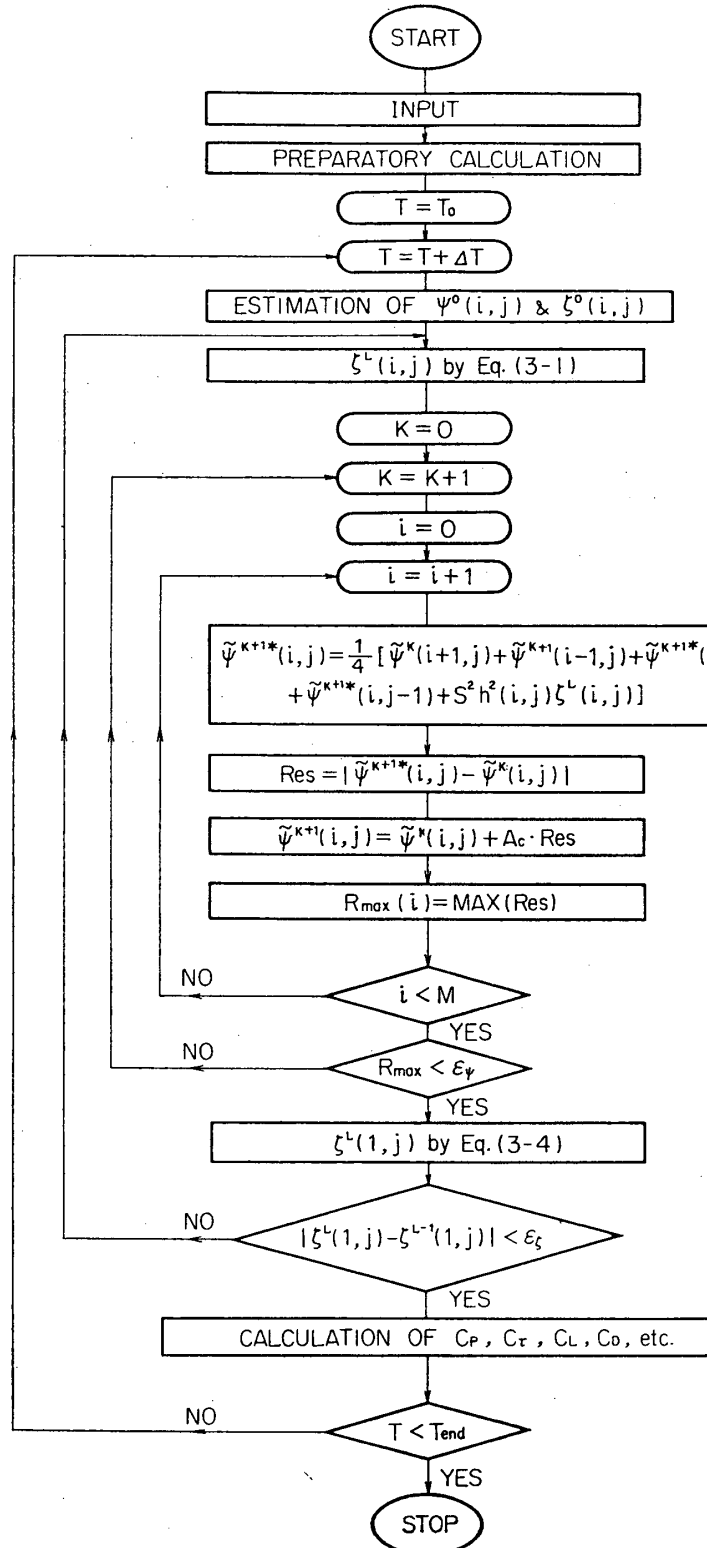


図 5 数値解法の計算過程

および

$$\zeta(1, j) = -\frac{2[\phi_p(2, j) + \tilde{\phi}(2, j) - \phi_p(1, j) - \tilde{\phi}(1, j)]}{s^2 h^2(1, j)} \quad (3-4)$$

一方、無限遠の境界条件は十分大きい有限の距離だけ離れた格子点 $i=M$ の所で (2-12) 式を、

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\phi}(M, j) - \tilde{\phi}(M-1, j) &= 0 \\ \zeta(M, j) &= 0 \end{aligned} \right\} (3-5)$$

の形で与える。

以上示した (3-1)~(3-5) の諸式を使って、振動する楕円翼まわりの流れを解く数値計算の手順を、図5のフロー・チャートに従って述べる。

i) まず境界を含めた全格子点の $\tilde{\phi}(i, j), \zeta(i, j)$ に初期値を与える。たとえば静止楕円翼の計算の場合には、初期値として非粘性のポテンシャル流れ、または迎え角 $\alpha=0^\circ$ のときの粘性解を与える。振動翼の場合は、粘性流れの中で並進振動を始める初期値として先に得られた静止楕円翼の解を与える。

ii) Δt 時間後の $\tilde{\phi}^{t+\Delta t}(i, j), \zeta^{t+\Delta t}(i, j)$ の値の第0近似として、たとえば時間に対して外そうした推定値を与える。

iii) このようにして推定した $\tilde{\phi}, \zeta$ を用いて、翼面上および無限遠の境界を除く全ての格子点における Δt 時間後の $\zeta(i, j)$ の値を (3-1) 式から求める。

iv) ついで $\tilde{\phi}(i, j)$ を successive line overrelaxation の方法によって、(3-2) 式から求め、その繰返し計算による変化量が全領域にわたって、微小値 ε_ϕ (たとえば $\varepsilon_\phi=10^{-5}$) より小さくなれば収束したものと見なす。

v) (iii) で除外されていた表面上の $\zeta(1, j)$ の値を (3-4) 式から求める。

vi) (iii)~(v) の計算過程を、渦度の変化の最も激しい翼面上における $\zeta(1, j)$ の値の変化量が、ある微小値 ε_ζ (たとえば $\varepsilon_\zeta=10^{-4}$) より小さくなるまで繰返す。

以上によって Δt 時間だけ進んだ $\tilde{\phi}(i, j)$ と $\zeta(i, j)$ に対する計算が完了したことになる。

vii) 必要に応じて、(2-14), (2-15), (2-16) 式にさきに得た $\tilde{\phi}(i, j)$ と $\zeta(i, j)$ の値を代入して翼面上の圧力、粘性せん断力、法線力、接線力、そしてモーメントなどの空力的諸係数を計算する。

viii) 次の時刻の新しい $\tilde{\phi}_p(i, j)$ の値を与えて、ii)~vii) の計算過程を繰返し、順次計算を時間的に前進させる。

4. 計算結果

一様流れの中におかれた翼弦長 c 、翼厚比 20% ($\varepsilon=0.2$) および 50% ($\varepsilon=0.5$) の楕円翼が、迎え角 $\alpha=0^\circ\sim 20^\circ$ で静止している場合およびその翼が振動振幅 $\delta/c=0.4\varepsilon$ 、振動数 f (reduced frequency に直して $k=2\pi fc/U$) で翼弦に直角な方向に並進振動している場合、それらの翼まわりの流れにつき計算した。なおその際の Re 数は $Re(=Uc/\nu)=40\sim 80$,

振動数は $k=0\sim 1.4$ の範囲である.

4.1 静止楕円翼まわりの流れ

$Re=80$, 翼厚比 $\epsilon=20\%$ と 50% の楕円翼の場合につき, 初期値として迎え角 $\alpha=0^\circ$ の翼まわりの粘性流れを与え, 時刻 $t=0$ で迎え角が急に $\alpha=15^\circ$ に変化したものとして数値計算を行い, 得られた楕円翼に働く法線力 C_N の変化が図6に示してある. 20% 翼の法

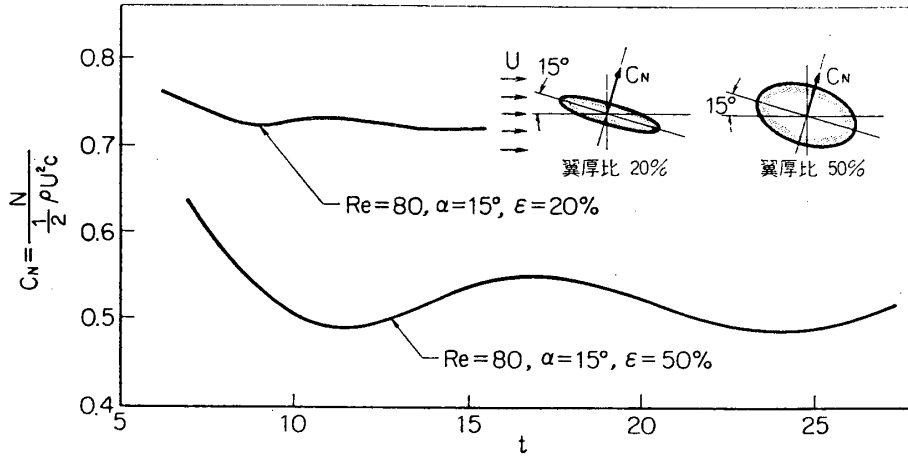


図6 翼厚比20%および50%静止楕円翼に働く法線力 C_N の時間的变化 ($Re=80$, $\alpha=15^\circ$, 初期値としてそれぞれ $Re=80$, $\alpha=0^\circ$ の楕円翼まわりの粘性流れを採る)

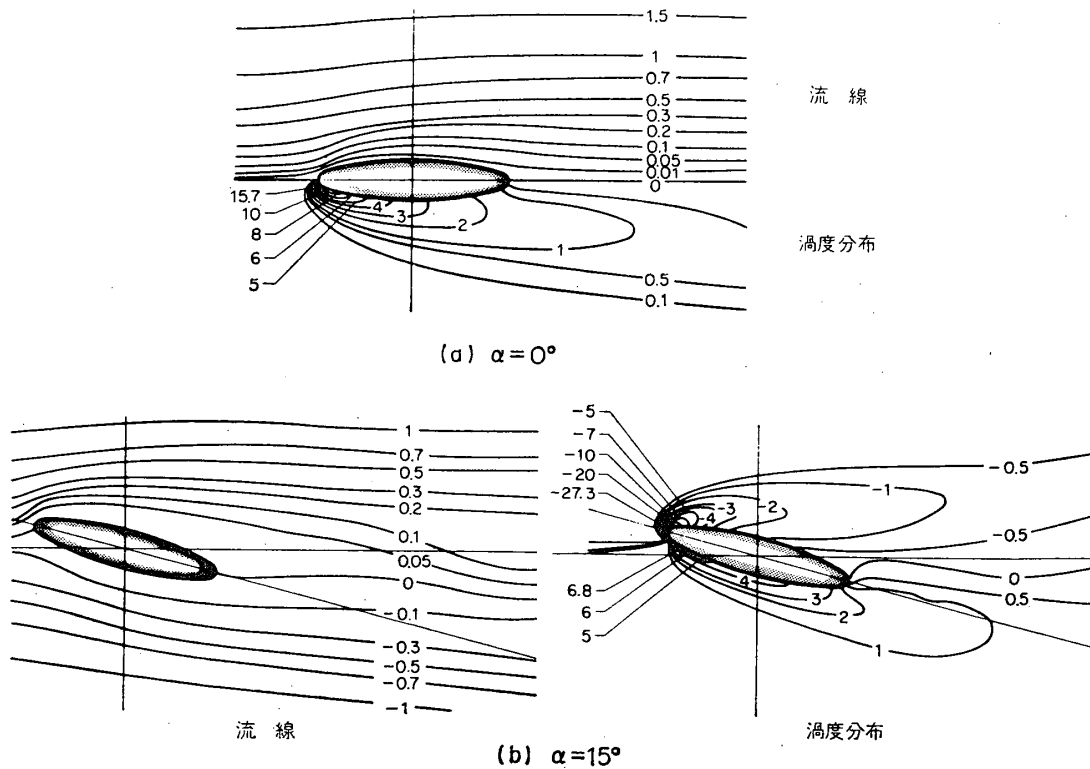


図7 静止20%楕円翼まわりの流れ (流線と渦度分布) ($Re=80$, $\alpha=0^\circ$ および 15°)

線力は比較的早い時刻 ($t=15$) にはほぼ収束して一定値となっているが, 50%翼の C_N の値は変動しており, $t > 15$ では, $\bar{C}_N \approx 0.52$ を中心に, 振幅 $|\tilde{C}_N| \approx 0.03$, 振動数 $S_{tk} (\equiv \frac{l f_k}{U}$, l は翼厚を採る) ≈ 0.1 で正弦関数的に変動している. それゆえ, 法線力がほぼ収れんしたと考えられる時刻, $t=15 \sim 30$ における静止楕円翼 (翼厚比 $\varepsilon=20\%$ および 50%) のまわりの流線および渦度分布の代表例を図 7, 8 に示す. 両図において $\alpha=0^\circ$ の場合, 翼の上下両面の流れはいずれも対称なので, 図の上半分は流線 ψ を, 下半分に渦度分布 ζ を示してある. また 20% 翼では翼面境界層のはく離はほとんど見られないが, 50% 翼の流れはすでに はく離しており, 静止円柱の場合と同様に, その後流には双子渦が生じている. 次に, 代

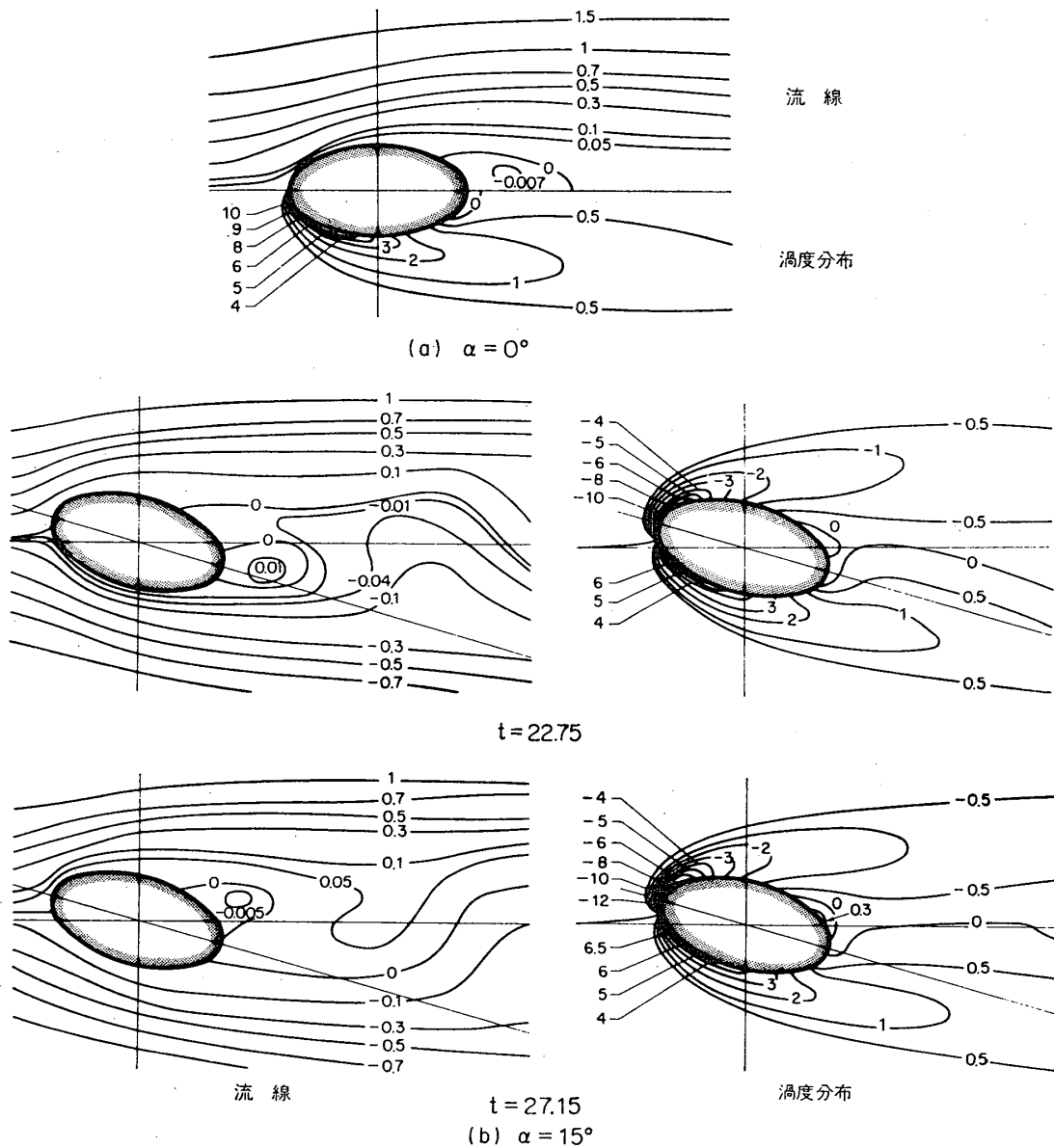


図 8 静止 50%楕円翼まわりの流れ (流線と渦度分布)
($R_s=80$, $\alpha=0^\circ$ および 15°)

表的な迎え角 $\alpha=15^\circ$ の場合、翼まわりの流れは上下面で非対称となるので、流線と渦度分布はそれぞれ分けて示してあるが、やはり 20% 翼まわりの流れには大きなはく離は見られない。しかし 50% 翼の場合では、当然のことながら、流れははく離し、その後流にはカルマン渦列を生じている。図8には、 $t=22.75$ と $t=27.15$ における流線と渦度分布が比較してある。円柱の場合には、回転運動などのかく乱を流れに与えることによりカルマン渦列を生じさせることができたが、この場合は、翼に迎え角をつけることによって流れは上下非対称となり、翼の後流にカルマン渦列を生じている。したがって、すでに図6で示したように、50% 静止楕円翼に働く法線力にはカルマン渦列により誘起される変動分もあり、その振幅は $|\bar{C}_N|=0.03$ で、定常分の 6% 程度である。

図9には、20%楕円翼まわりの翼面に沿う η 方向の速度成分 q_η の分布、すなわち $\alpha=0^\circ$ の楕円翼の前縁 ($j=17$) から後縁 ($j=2$) まで、翼背面側の 4 か所における速度分布が示してある。 Re 数が $Re=40$ と小さいので、翼面の境界層厚さはかなり大きく、下流へ行くに従って境界層は発達するが、いまだはく離を起していない。次に、同じ 20% 楕円翼の翼面に沿っての静圧分布 \bar{C}_p が翼の後縁の静圧 $\bar{C}_p(x/c=1.0)$ を基準として図10に示してある ($Re=80$)。 $\alpha=0^\circ$ では翼の中央部が最も低圧であるが、 $\alpha=5^\circ, 10^\circ$ と迎え角が大きくなると背腹両面に差圧が生じ、特に翼の前縁近傍でその差圧は大きくなる。そして $\alpha=15^\circ$ では翼背面側の前縁近傍が最も低圧となるが、その絶対値の大きさは Re 数が低いためそれ程大きくない。また、20%翼に働く粘性せん断力分布 \bar{C}_τ は図11に示すように翼面に沿って左まわりの方向を正とするために、 $\bar{C}_\tau=0$ となる前縁側よどみ点から後縁側まで背面側は負、腹面側は正となっている。そして、 $\alpha=15^\circ$ では、よどみ点は前縁から $\eta=-0.07\pi$ だけ腹面側へ移動しており、前縁における速度こう配は異常に大きくなるのでせん断力の値も非常に大きい。また図7の流線では翼面境界層のはく離は認められなかったが、図11に

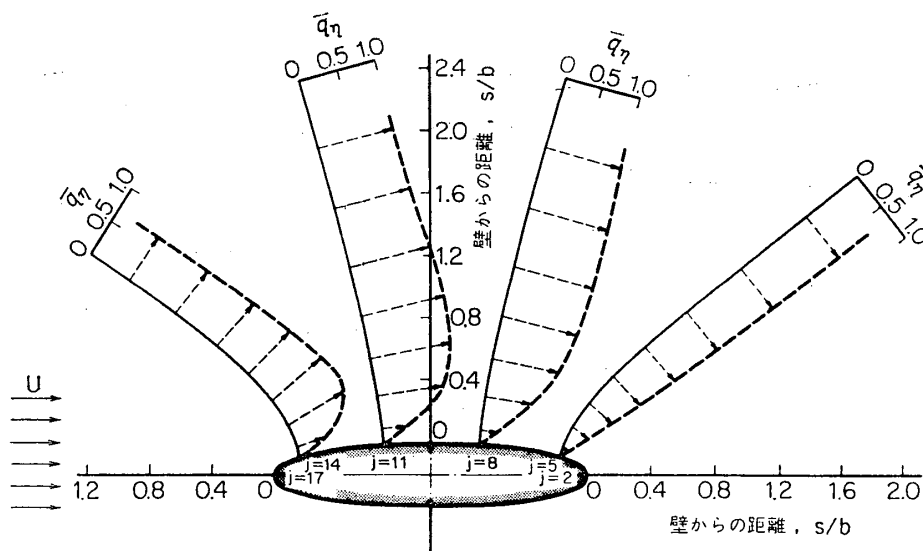


図9 静止 20%楕円翼まわりの速度分布 (周方向成分)
($Re=40, \alpha=0^\circ$)

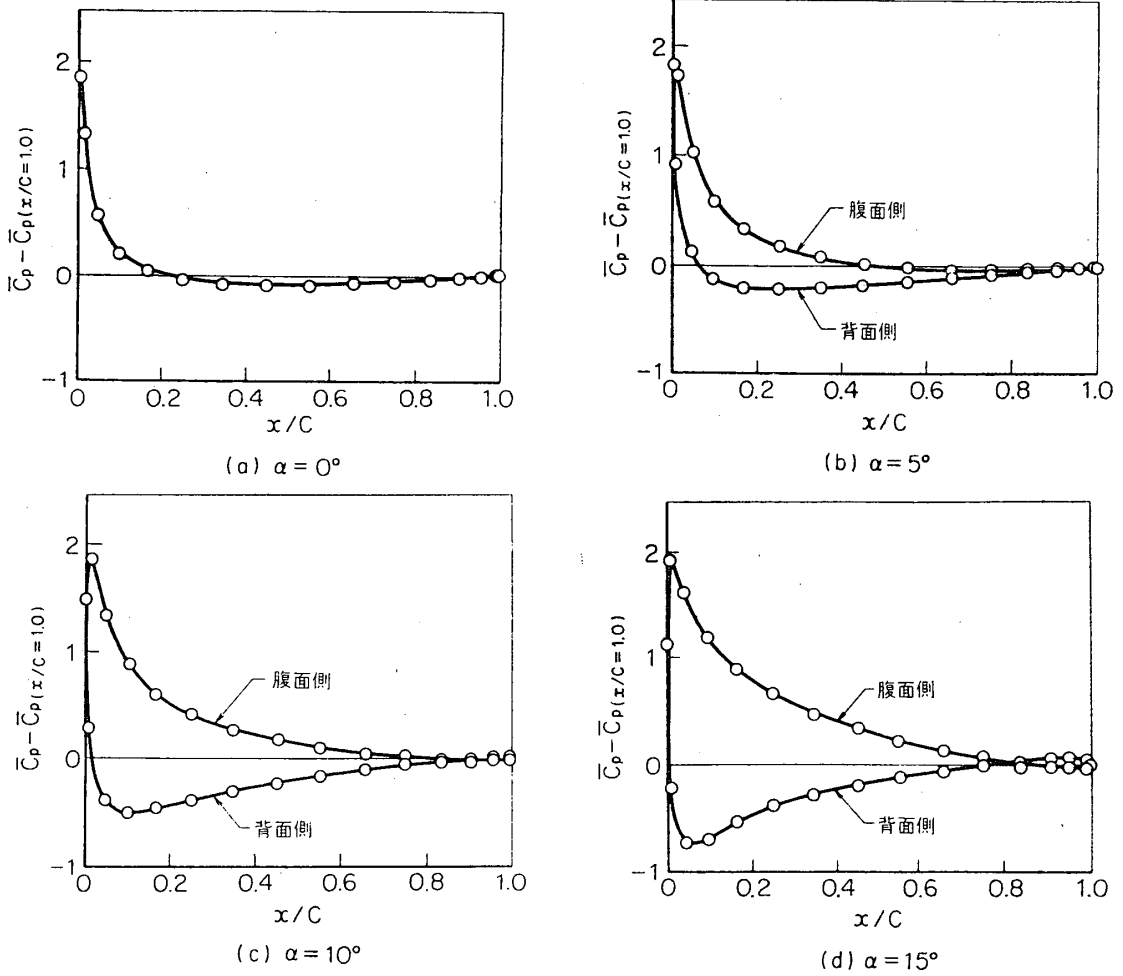


図 10 静止 20% 楕円翼面上の静圧分布 ($R_e=80$)

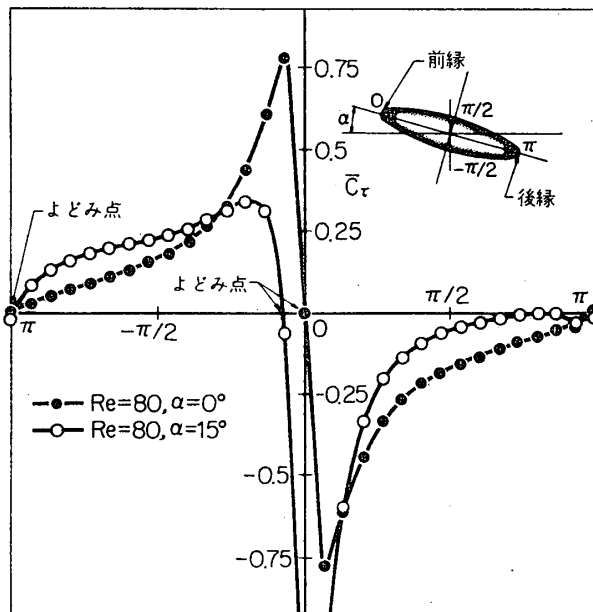


図 11 静止 20% 楕円翼面上の粘性せん断力分布 ($R_e=80, \alpha=0^\circ$ と 15°)

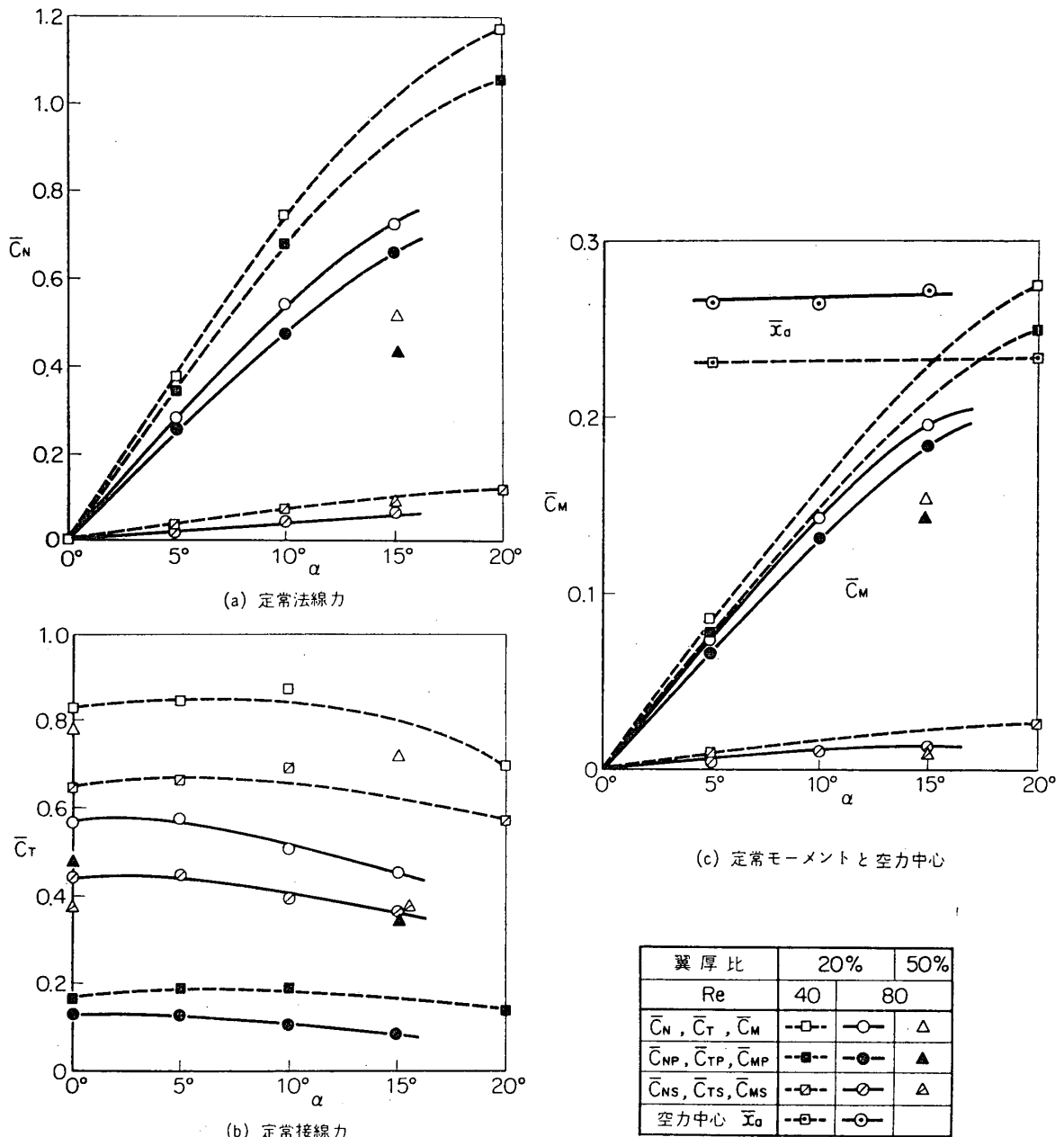


図 12 翼厚比 20% と 50% 静止楕円翼に働く定常法線力, 定常接線力 および定常モーメント ($Re=40$ と 80)

よると背面側の後縁近くで粘性せん断力は $\bar{C}_\tau=0$ であり, 詳細に見ると流れはまさにはく離せんとしていることがわかる. 他方腹面側の流れは後縁をまわり込むことなく, 後縁側よどみ点は後縁のごく近傍でむしろわずかながら腹面側にずれていることなどがわかる. しかし $Re=40$ では後で示すように (図 30) $\alpha=20^\circ$ でも流れはく離を起さず, むしろ後縁をまわり込んで, そのよどみ点は翼弦長の 0.4% 程度であるが背面側へ移動している.

翼弦に垂直に働く法線力 C_N (図 6) や, それに平行に働く接線力 C_T および中心軸まわ

りのモーメント C_M などの十分収れんした値を、それらの値の定常値として迎え角 α について示したものが図 12 である。なお、 \bar{C}_N , \bar{C}_T および \bar{C}_M の圧力による成分 (添字 P) と粘性せん断力による成分 (添字 S) とはそれぞれ区別して図示してある。 α の増加に伴い \bar{C}_N および \bar{C}_M は増大し、しかも迎え角に無関係にその約 90% は圧力による成分であり、これに対し \bar{C}_T のほぼ 80% は粘性せん断力による成分で占めており、迎え角によってほとんど \bar{C}_T は変化しない。そして \bar{C}_N , \bar{C}_M および \bar{C}_T の値は、 $Re=40$ のときの値の方が $Re=80$ に比べ常に大きく、宮城ら [12] による Oseen 近似による解析結果と定性的にはよく一致する。また空力中心 x_a は前縁よりほぼ 1/4 翼弦長点付近にあることがわかる。

次に、50% 楕円翼 ($Re=80$, $\alpha=15^\circ$) では、翼厚が大きいいため、法線力は 20% 楕円翼に比較してかなり小さく、約 57% 程度である。

4.2 並進振動する楕円翼まわりの流れ

a) 翼厚比 20% の楕円翼の場合

前節で述べたような静特性をもつ楕円翼が翼弦に垂直な方向へ並進振動する際、翼まわりの非定常流れの代表的な計算結果として、翼厚比 $\varepsilon=20\%$, $Re=40$, $\alpha=0^\circ$ そして $k=1.0$ の場合を図 13 a に示す。図には静止楕円翼まわりの流れを初期値として、翼が並進振動速度 $A_y=2\pi f\delta \sin 2\pi ft$ で振動を開始し、時刻 $t=19.2$ から 3/4 周期にわたる期間につき求めた翼まわりの流線と渦度分布の変化が示してある。翼の並進振動による非定常の渦は、高々半翼弦長の約 20 倍程度下流までしか流されないもので、いまだ過渡的状态であるにもかかわらず、翼に働く変動法線力 \tilde{C}_N 、接線力 C_T および変動モーメント \tilde{C}_M の時間的变化は、図 13 b に示すように、 C_T は一定値に \tilde{C}_N , \tilde{C}_M は規則的な正弦関数的変化に収れんしている。それゆえ、このような流体力は下流の影響はあまり受けず、主として翼近傍の流れに支配されるものと考えられる。ここに、 \tilde{C}_N と \tilde{C}_M は、振動の変位幅 (δ/c) を考慮して、単位スパン長さ当りの変動法線力 \tilde{N} と変動モーメント \tilde{M} をそれぞれ、 $[(1/2)\rho U^2 c (\delta/c)]$ および $[(1/2)\rho U^2 c^2 (\delta/c)]$ で無次元化し、 C_T は接線力 T を $[(1/2)\rho U^2 c]$ で無次元化してある。

いま、準定常の際の流体力変化 (すなわち振動速度 A_y と逆位相) と振動翼に働く非定常流体力との位相差を ϕ と定義する。図 13 b の場合、変動法線力は振幅 $|\tilde{C}_N| \approx 3.3$ で、 $\phi_N=9^\circ$ の位相進みを示しており、変動モーメントは振幅 $|\tilde{C}_M| \approx 0.86$, $\phi_M=0^\circ$ である。しかも \tilde{C}_N , \tilde{C}_M の値はいずれも大部分 (約 90%) が圧力による成分である。他方接線力 C_T は、静止の場合と同様に約 77% が粘性せん断力による成分で占められていることがわかる。

次に、振動数の大きい代表例 ($k=1.4$) として、20% 楕円翼まわりの流線と渦度分布を図 14 a ($Re=40$, $\alpha=0^\circ$) に示す。図によると、振動翼の後流はかなり明瞭に振動しており、それに対応して、変動法線力や変動モーメント \tilde{C}_N , \tilde{C}_M も、図 14 b に示すように、やはり正弦関数的に変動し、それらの位相は幾分進みを呈している。また $Re=40$, $\alpha=0^\circ$ で振動数の小さい場合 ($k=0.6, 0.2$) の計算結果 (図 15, 16) によると、いずれも図 14 b と同様の傾向を示していることがわかる。

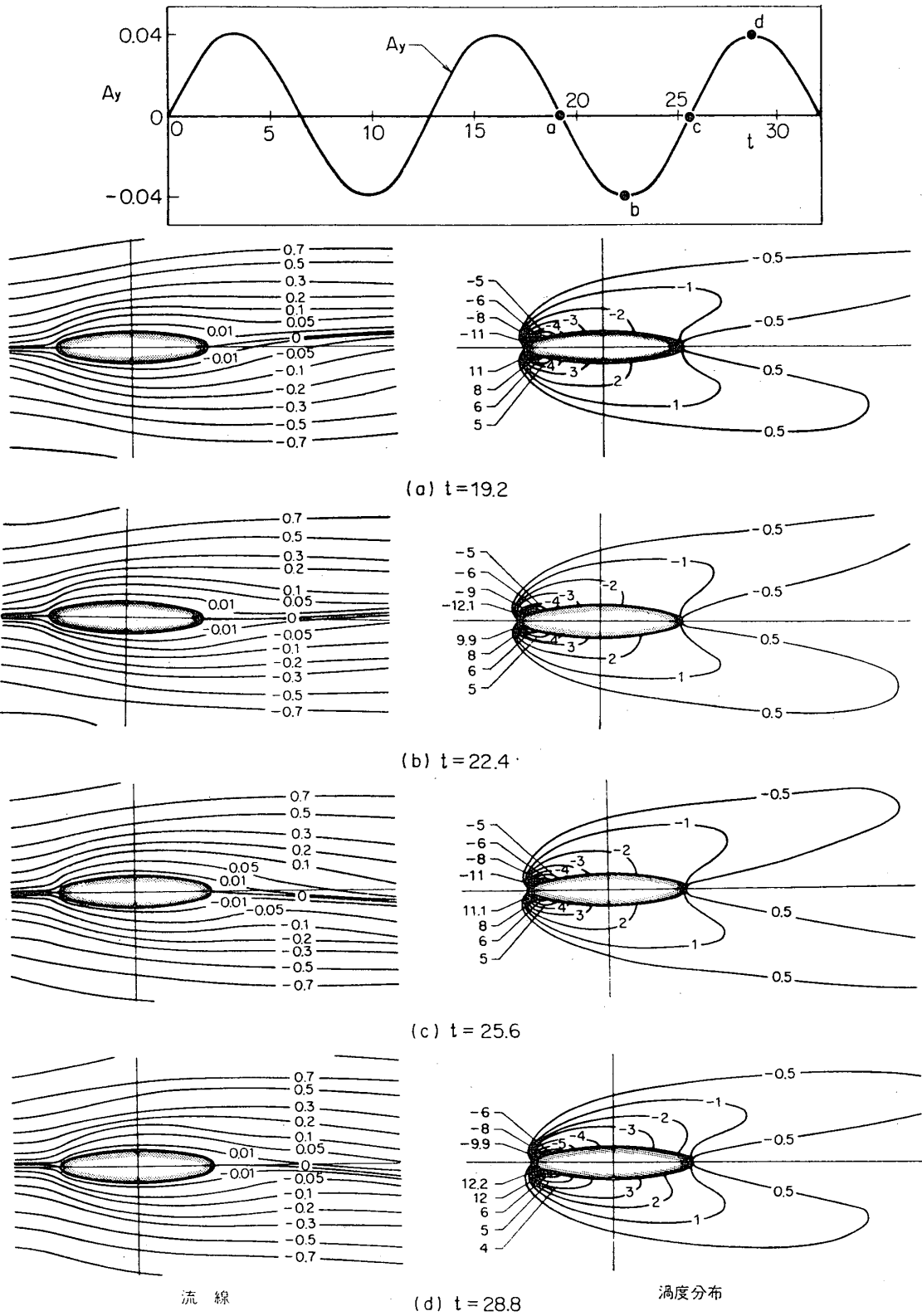
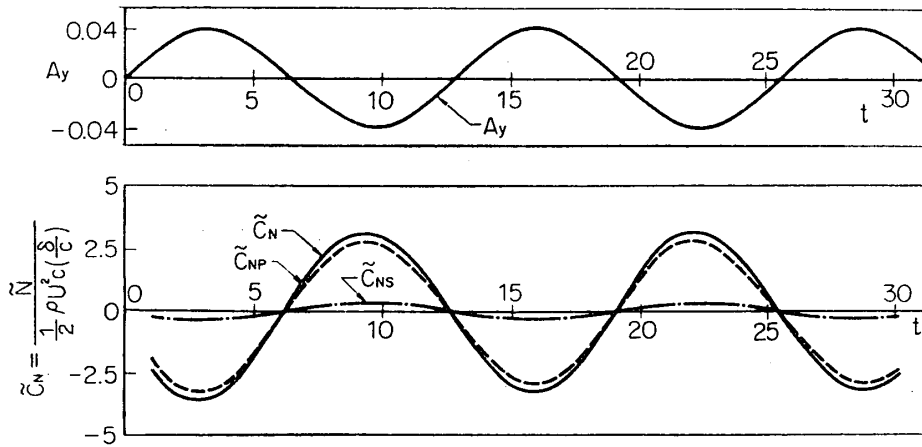
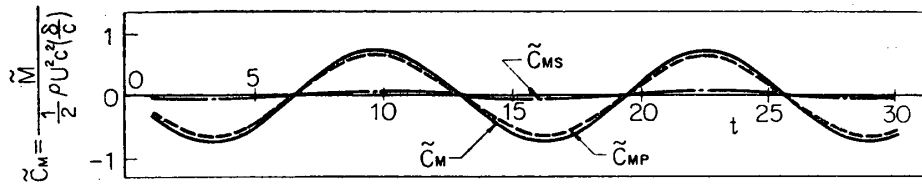


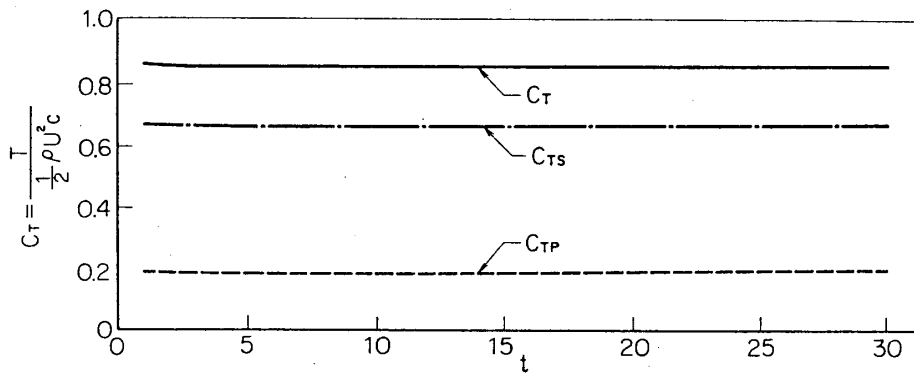
図 13 a 並進振動する 20% 楕円翼まわりの流れの時間的変化。
 ($R_e = 40, \alpha = 0^\circ, k = 1.0$)



(a) 変動法線力

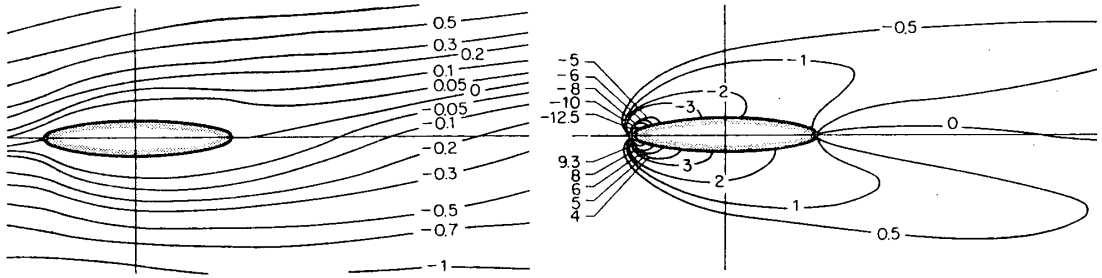
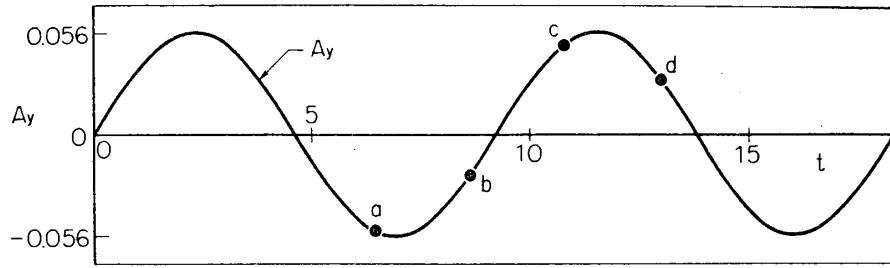


(b) 変動モーメント

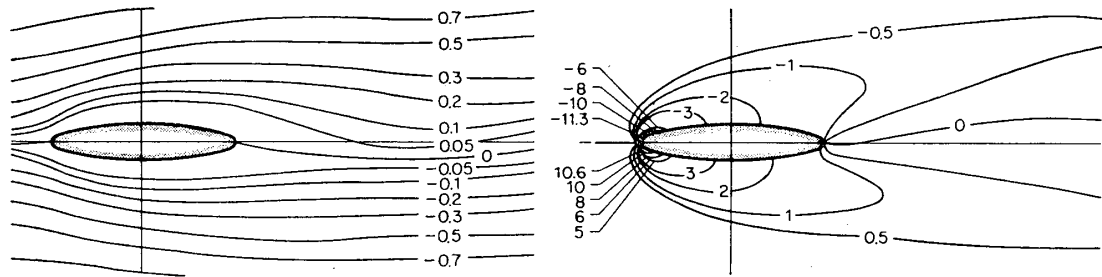


(c) 接線力

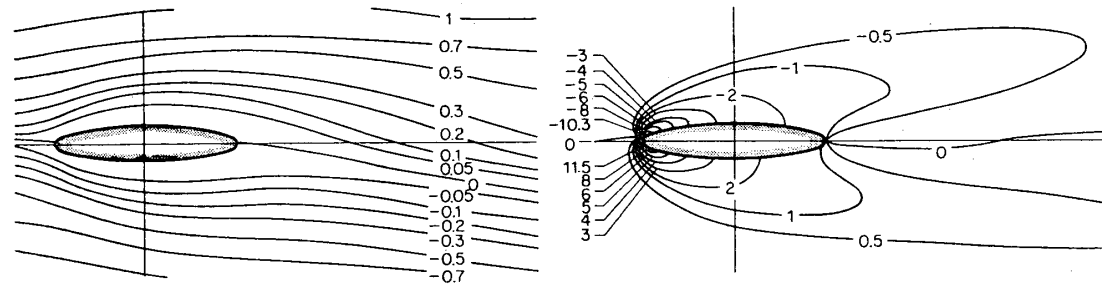
図 13b 並進振動する 20%楕円翼に働く変動法線力, 変動モーメントそして接線力.
($R_s=40, \alpha=0^\circ, k=1.0$)



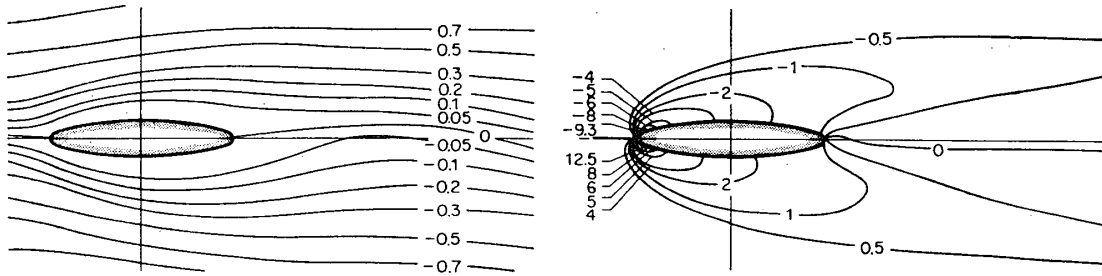
(a) $t = 6.4$



(b) $t = 8.6$



(c) $t = 10.8$



(d) $t = 13.0$

図 14 a 並進振動する 20% 楕円翼まわりの流れの時間的变化.
($R_e = 40$, $\alpha = 0^\circ$, $k = 1.4$)

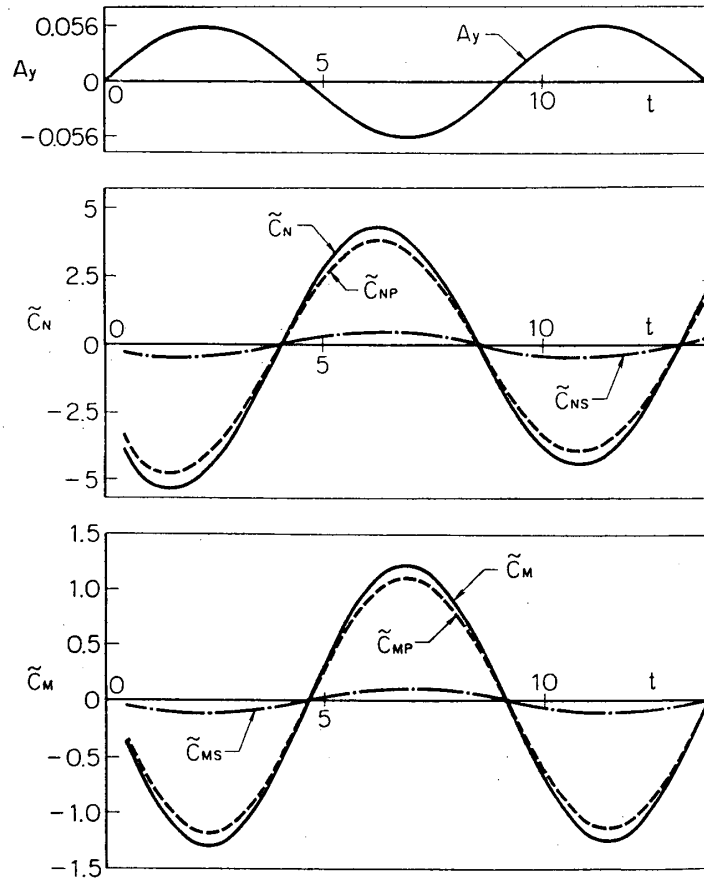


図 14b 並進振動する 20%楕円翼に働く変動法線力と変動モーメント。
($R_e=40, \alpha=0^\circ, k=1.4$)

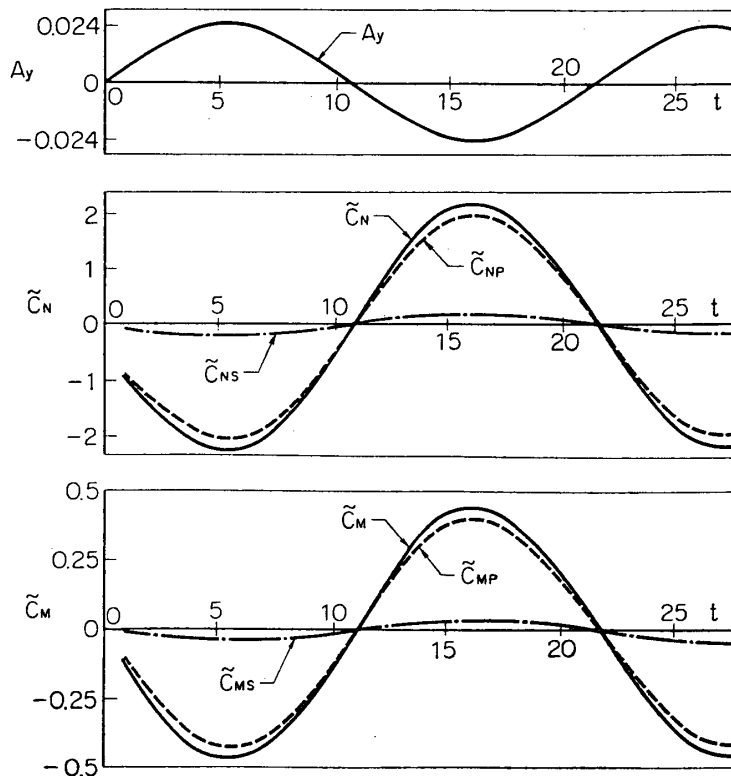


図 15 並進振動する 20%楕円翼に働く変動法線力と変動モーメント。
($R_e=40, \alpha=0^\circ, k=0.6$)

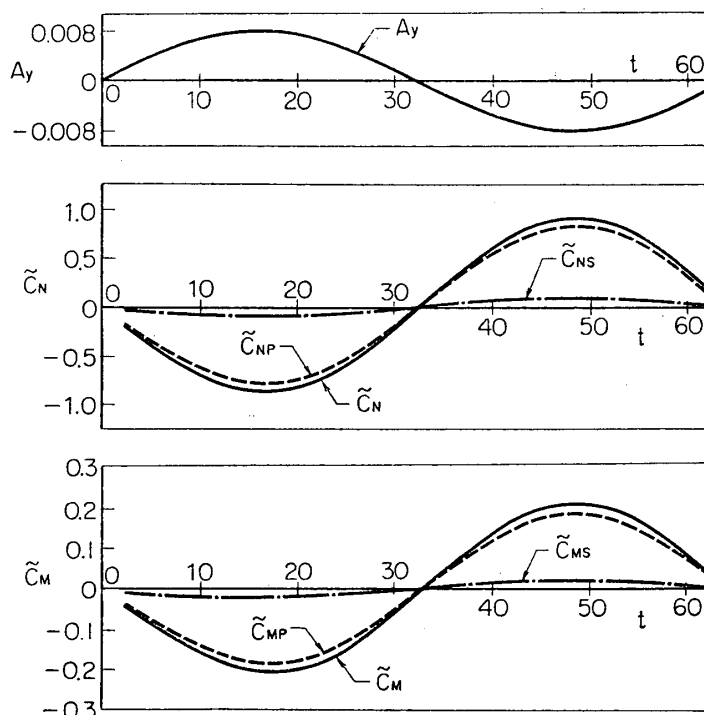


図 16 並進振動する 20%楕円翼に働く変動法線力と変動モーメント。
($R_e=40, \alpha=0^\circ, k=0.2$)

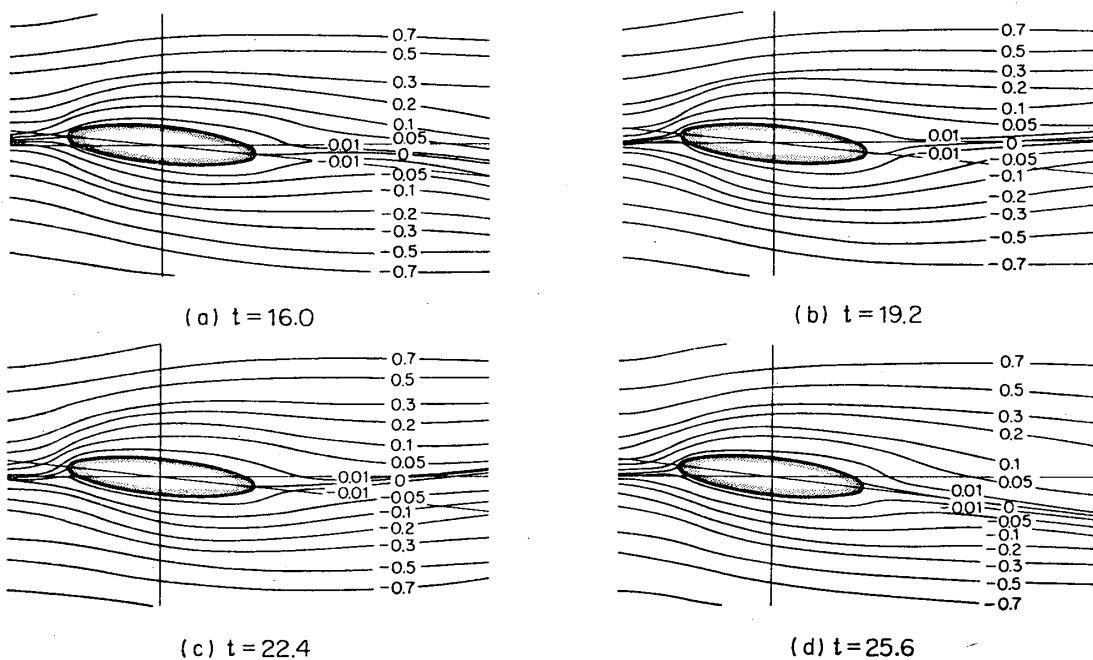
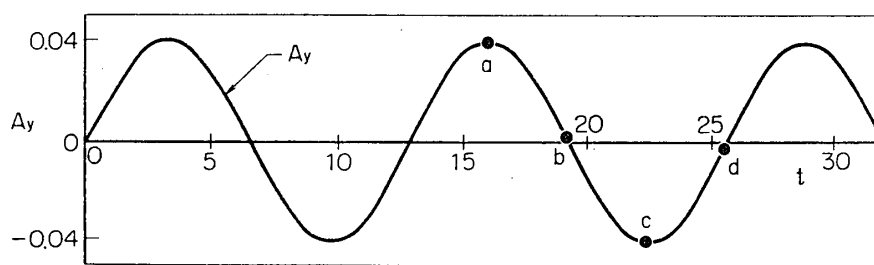


図 17 a 並進振動する 20%楕円翼まわりの流れの時間的変化。
($R_e=40, \alpha=5^\circ, k=1.0$)

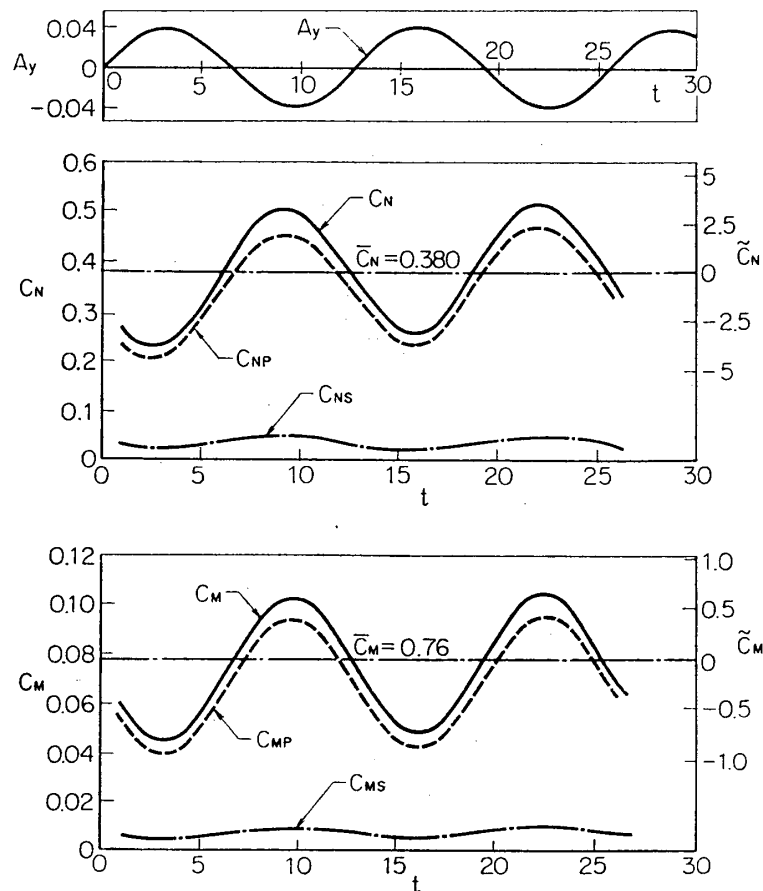


図 17b 並進振動する 20% 楕円翼に働く変動法線力と変動モーメント。
($R_e=40$, $\alpha=5^\circ$, $k=1.0$)

いま迎え角を $\alpha=5^\circ$ としても、図 17 ($R_e=40$, $\alpha=5^\circ$, $k=1.0$) に示すように振動翼まわりの流れはさほど大きく変化することなく、また翼に働く法線力も定常法線力 $\bar{C}_N=0.38$ のまわりに $\alpha=0^\circ$ のときとほぼ同振幅、同位相で変動しているにすぎない。しかしさらに迎え角を大きく ($\alpha=20^\circ$) すると、図 18 ($R_e=40$, $\alpha=20^\circ$, $k=0.6$) に示すように、翼背面の流れは、たとえ振動させてもはく離することなく、ただ翼背面側の減速領域が広がっている。そして C_N , C_M は図 18b のように、 $t=10$ までは過渡状態であるが、それ以後ほぼ正弦関数的に変動しており、迎え角 $\alpha=0^\circ$ の場合に比較してそれらの変動振幅はあまり変わらないが、位相差はかなり進むことがわかる。

以上はいずれも $R_e=40$ の場合であるが、 R_e 数が大きく $R_e=80$ の場合でも、図 19 ($k=1.0$) と図 20 ($k=0.6$) に示すように $\alpha=0^\circ$ では流線や渦度分布に対して R_e 数の影響はほとんど認められない。しかし迎え角を $\alpha=15^\circ$ とすると、図 21 に示すように、背面側後縁近傍で流れは一たんはく離するが、再付着して、いわゆる付着渦が発生している。時刻 $t=16.0$ においてその渦は最も大きくなり、その後減少し $t=21.4$ および 24.0 ではすでに消失している。この付着渦の生成、消失の過程は \tilde{C}_N の時間的变化とよく対応している。元来 $\alpha=15^\circ$ の静止翼の場合には、すでに図 11 に示したように、後縁近傍の背面側では

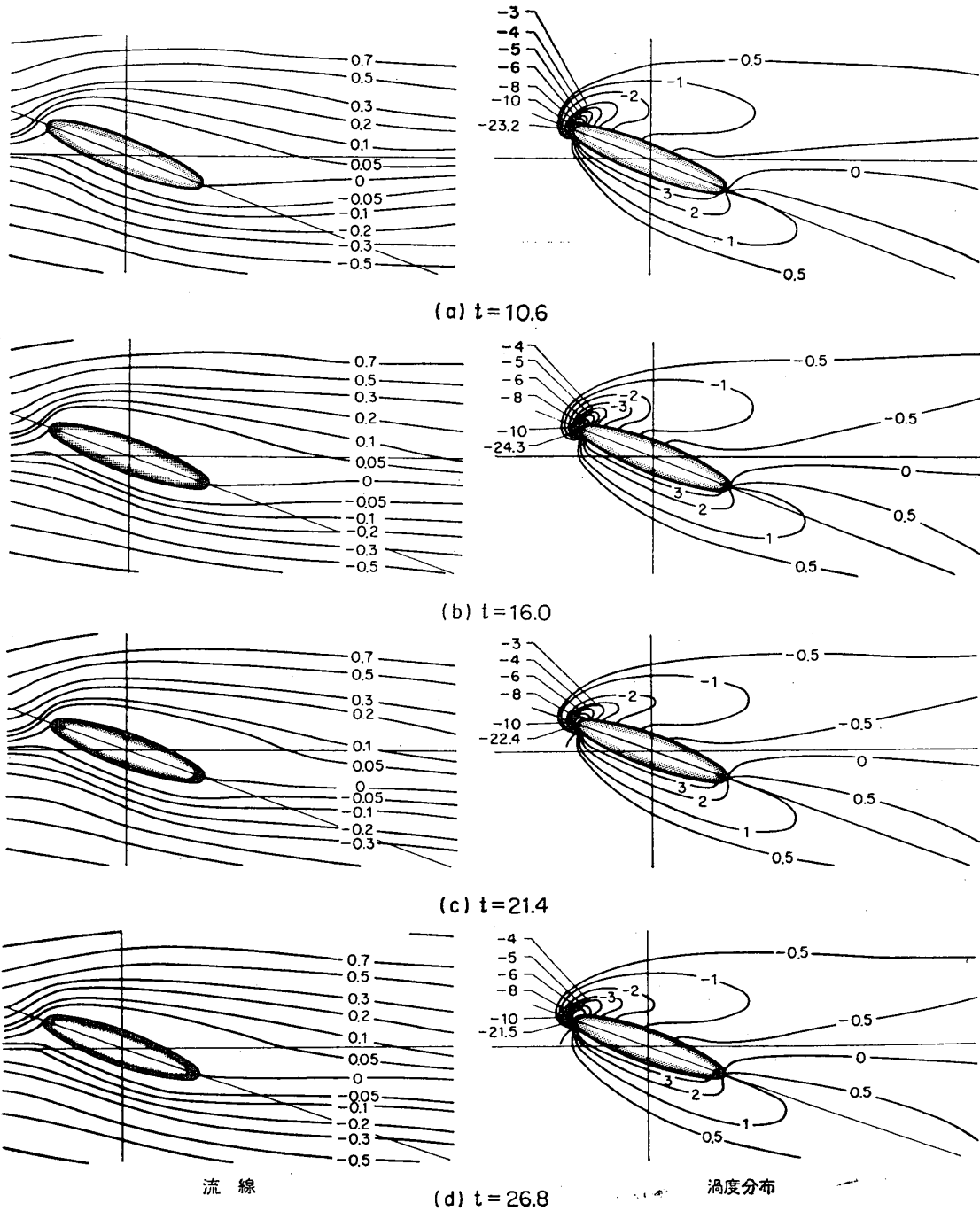
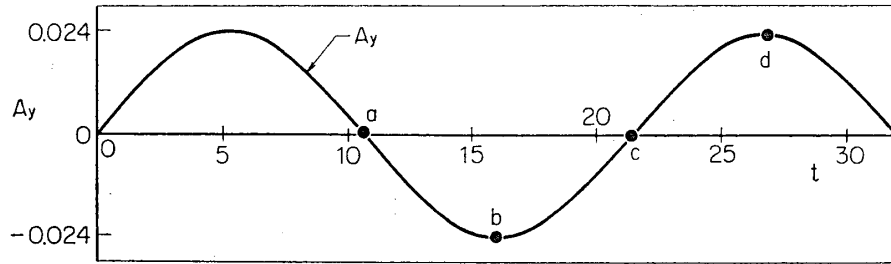


図 18 a 並進振動する 20% 楕円翼まわりの流れの時間的変化.
 $(R_e=40, \alpha=20^\circ, k=0.6)$

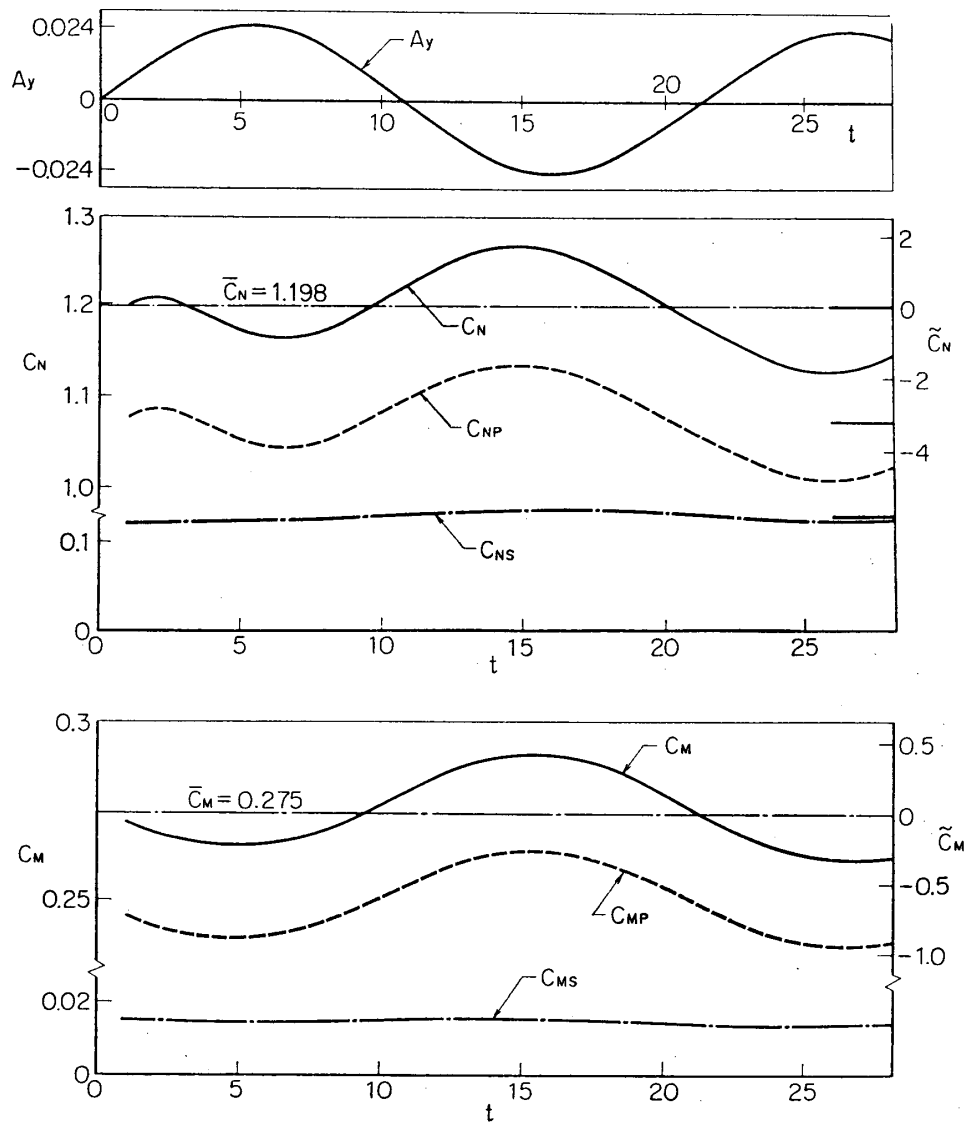


図 18 b 並進振動する 20% 楕円翼に働く変動法線力と変動モーメント.
 ($R_e=40, \alpha=20^\circ, k=0.6$)

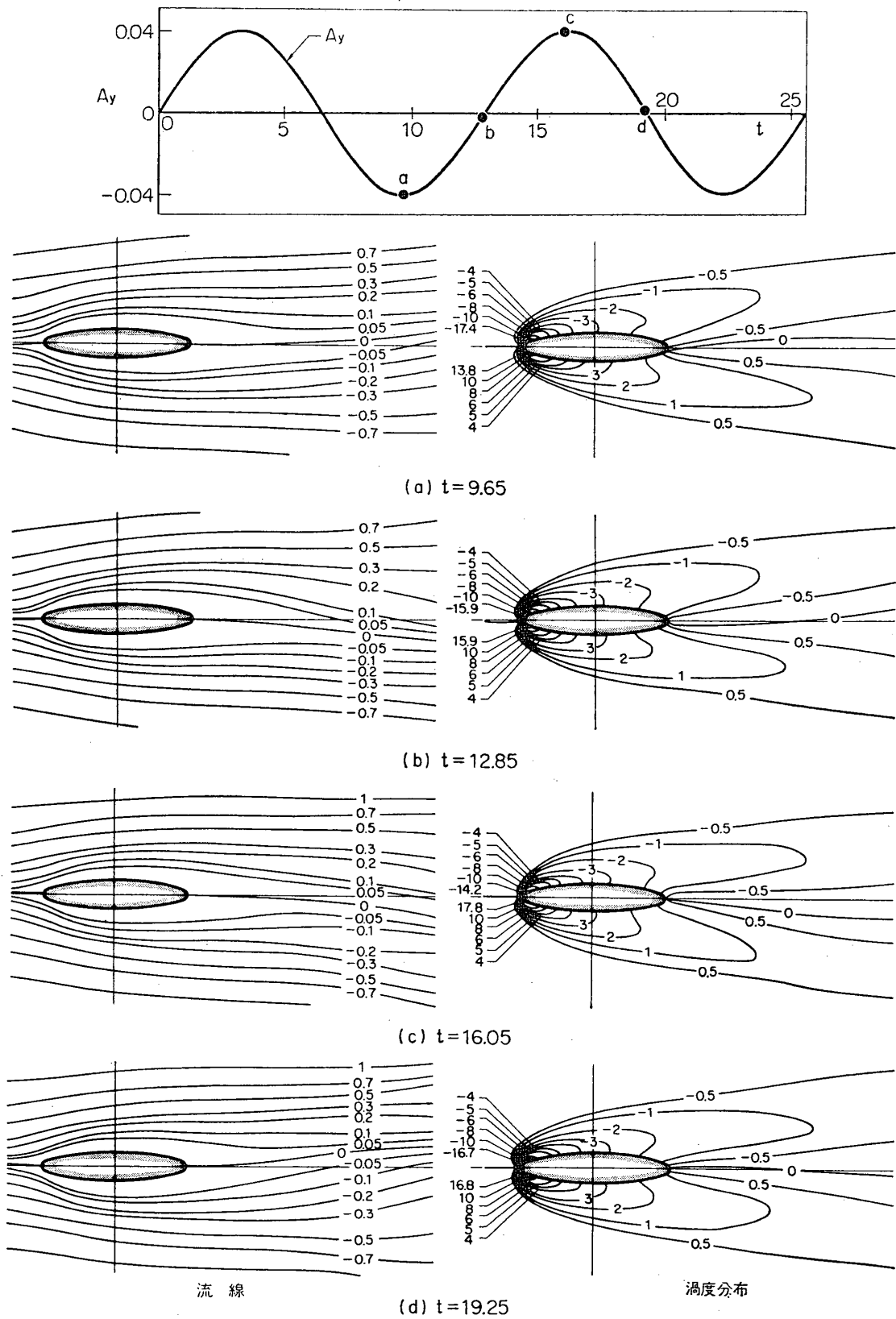


図 19 a 並進振動する 20% 楕円翼まわりの流れの時間的变化。
 ($R_e=80$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$)

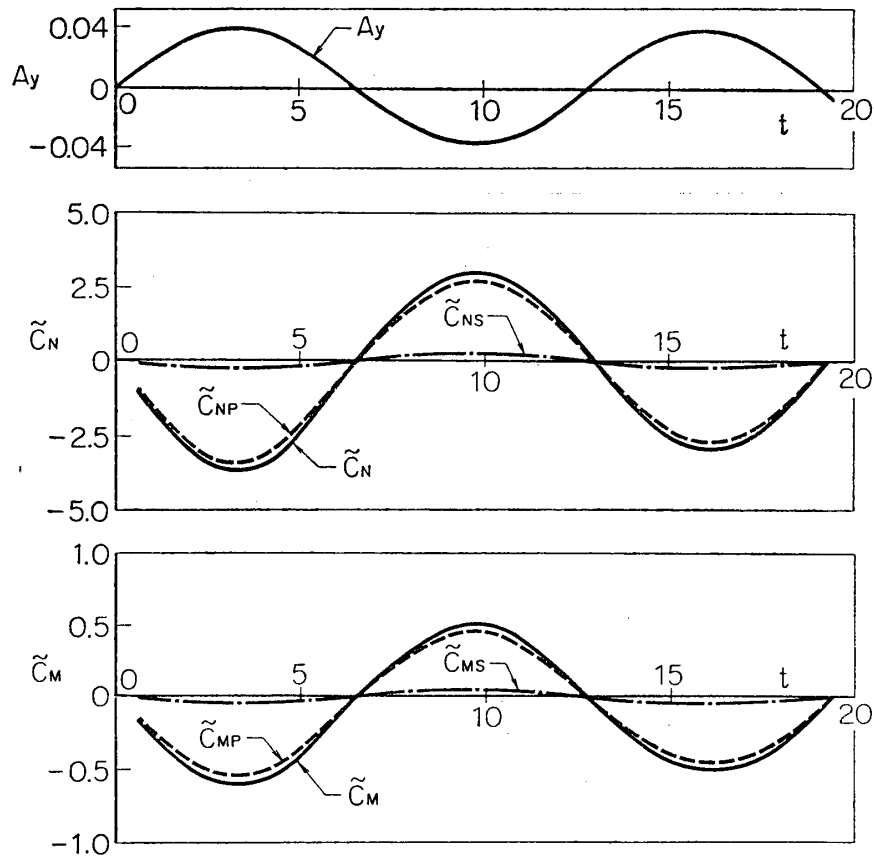


図 19b 並進振動する 20% 楕円翼に働く変動法線力と変動モーメント。
($R_e=80$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$)

$\bar{C}_e=0$ でありまさに流れははく離せんとしていたわけであるが、翼が振動することによって、このような渦が生成したものと考えられる。

翼厚比 20% の楕円翼に働く変動法線力 \tilde{C}_N の振幅と位相差が振動数 k に対して図 22 に示してある。図によると $R_e=40$ および 80 いずれの場合でも、振幅 $|\tilde{C}_N|$ の値は振動数 k の増加に伴い増加しているが、位相差 ϕ_N は、 k が小さいときはわずかに遅れ、 k が大きくなると進んでいる。また迎え角が極端に大きくなっても ($R_e=40$ のとき、 $\alpha=20^\circ$, $R_e=80$ のとき $\alpha=15^\circ$)、振幅 $|\tilde{C}_N|$ はほとんどその影響は受けないが、位相はかなり進む傾向のあることがわかる。

他方、変動モーメント \tilde{C}_M は、図 23 に示すように、 k の増加に伴い振幅 $|\tilde{C}_M|$ はほぼ直線的に増加しているのに対し、位相差 ϕ_M はほとんど変わらないで、迎え角がとくに大きくなるとかなりの位相進みを示している。

b) 翼厚比 50% の楕円翼の場合

次に翼厚比 50% の楕円翼が振動する場合、代表的な計算結果が図 24 に示してある。迎え

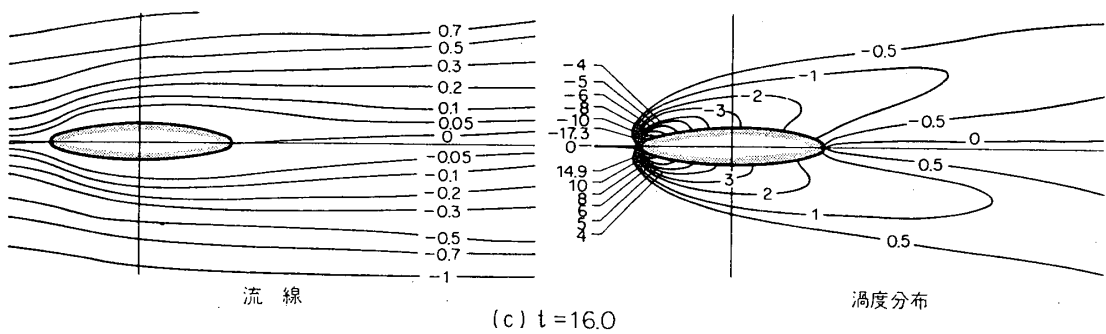
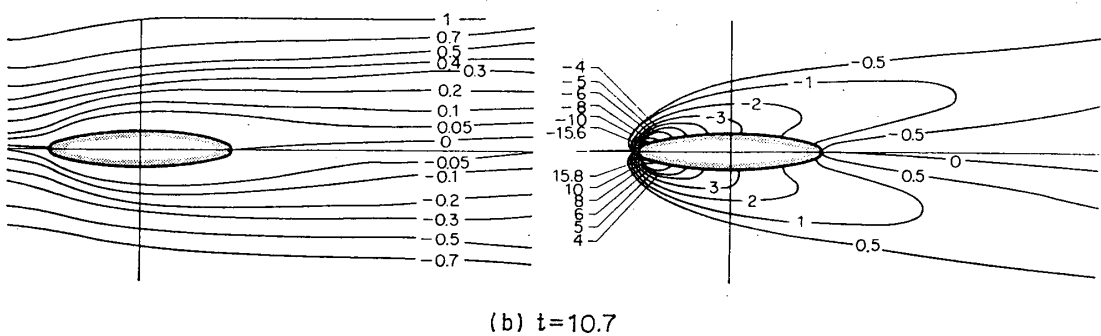
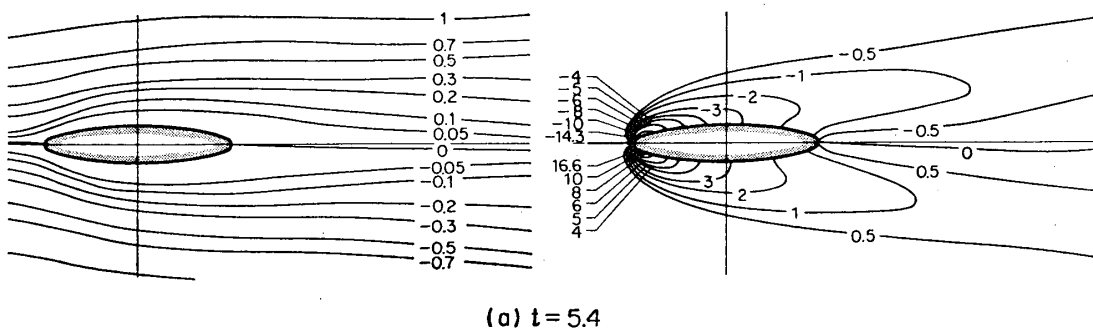
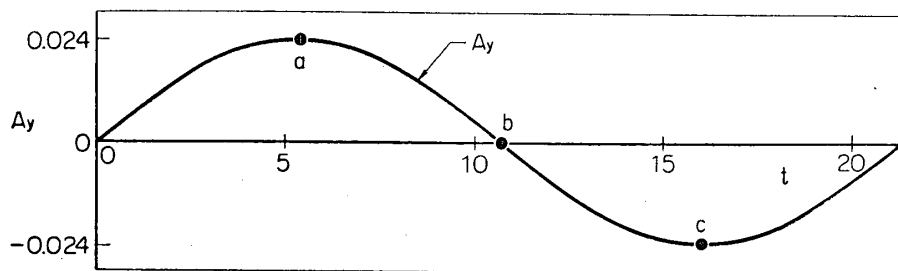


図 20 a 並進振動する 20% 楕円翼まわりの流れの時間的変化。
 ($R_e=80, \alpha=0^\circ, k=0.6$)

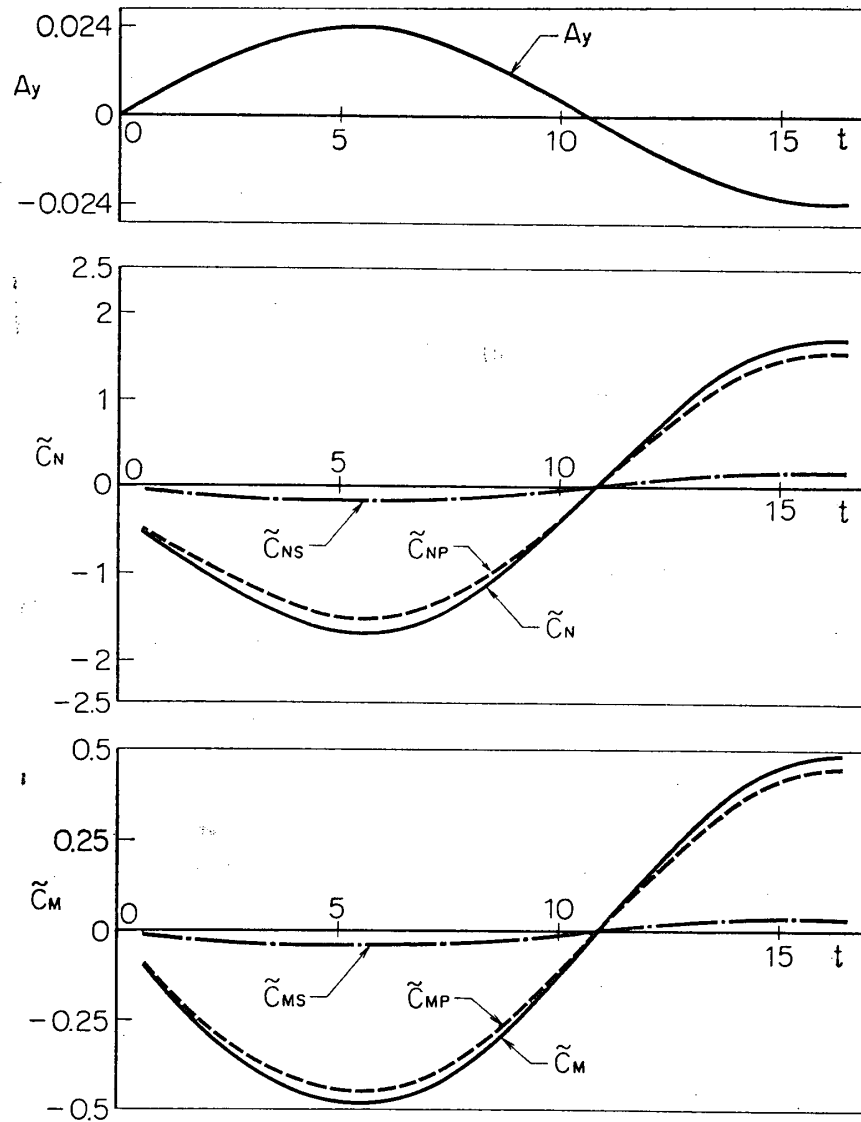
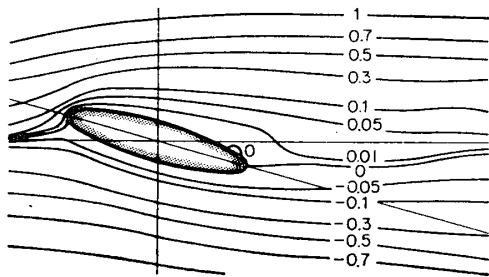
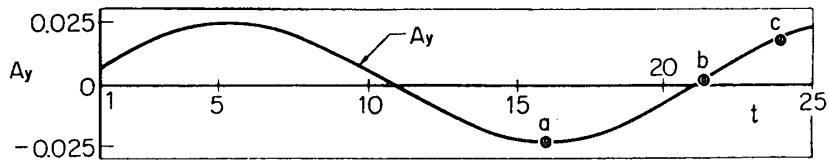
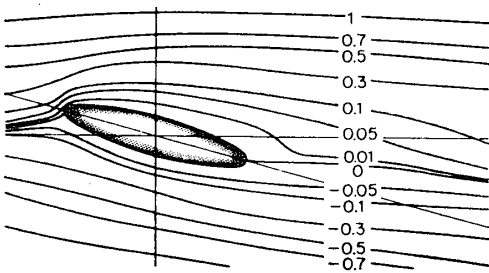
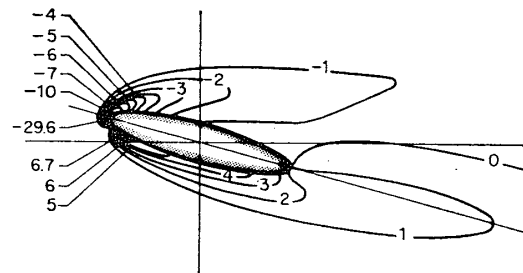


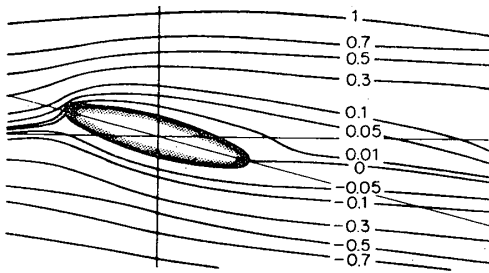
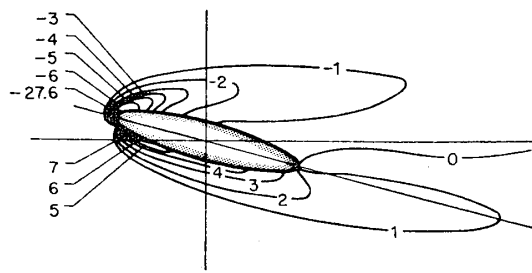
図 20b 並進振動する 20% 楕円翼に働く変動法線力と変動モーメント。
 ($R_e=80, \alpha=0^\circ, k=0.6$)



(a) $t=16.0$

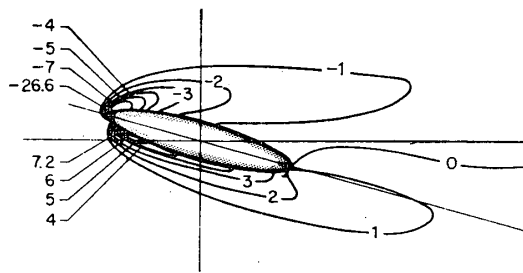


(b) $t=21.4$



流線

(c) $t=24.0$



渦度分布

図 21 a 並進振動する 20% 楕円翼まわりの流れの時間的変化
($R_e=80, \alpha=15^\circ, k=0.6$)

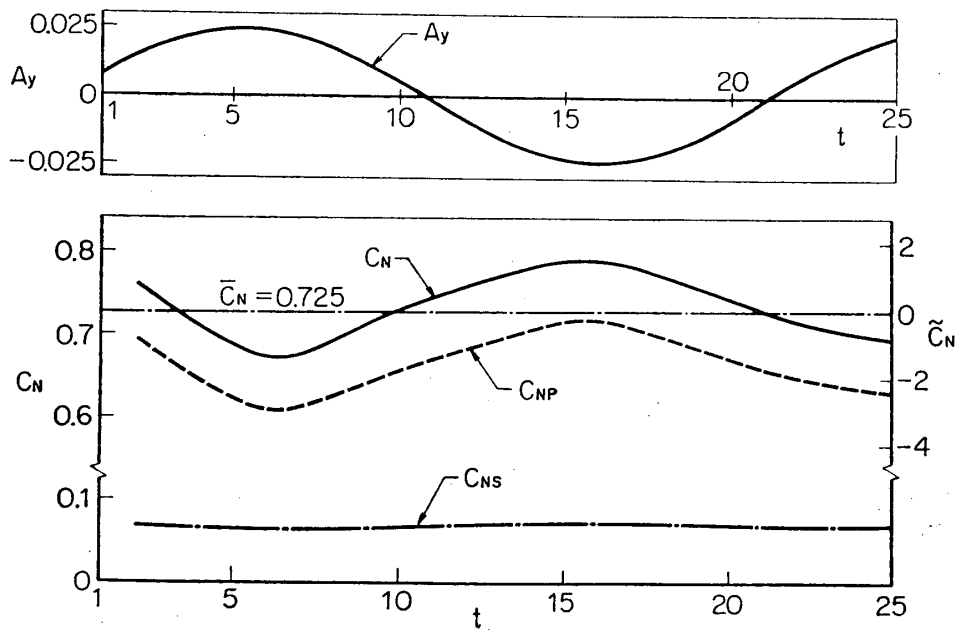


図 21 b 並進振動する 20% 楕円翼に働く変動法線力 ($R_e=80$, $\alpha=15^\circ$, $k=0.6$)

角 $\alpha=0^\circ$ の静止楕円翼の後方には図 8 に示したように双子渦が付着している。いまその翼が振動すると図 24 a に示すように渦が後流に吐き出され、その周期は翼の強制振動数に一致している。そのため翼に働く変動法線力 \tilde{C}_N もほぼ正弦関数的に変動しており、その振幅は $|\tilde{C}_N| \approx 5.0$ 、位相差は $\phi_N \approx -63^\circ$ である。次に迎え角を $\alpha=15^\circ$ ($R_e=80$, $k=1.0$) とすると、静止翼の場合は後流にカルマン渦が生じたが、翼が振動すると図 25 に示すように、渦は強制振動数で放出され、それに伴い翼に働く変動法線力の振幅も $|\tilde{C}_N| \approx 2.5$ となり、 $\alpha=0^\circ$ のときに比較してかなり小さい。すでに図 12 に示した静止翼に働く定常法線力傾斜が $\alpha=15^\circ$ の近傍で小さいことがその一因と考えられる。また位相差は $\phi_N \approx -57^\circ$ で、その位相遅れは 20% 翼に比較して非常に大きい。

次に、 R_e 数の低いものとして $R_e=40$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$ の場合の変動法線力 \tilde{C}_N の変化を図 26 に示す。 $R_e=80$ の場合に比べ、 $|\tilde{C}_N|$ の値は小さく、位相の遅れは減少している。これは、後述のよどみ点の移動振幅なども参考にして、 $R_e=40$ の場合の方が 50% 楕円翼から放出される後流渦列の強さが小さいためと推定される。

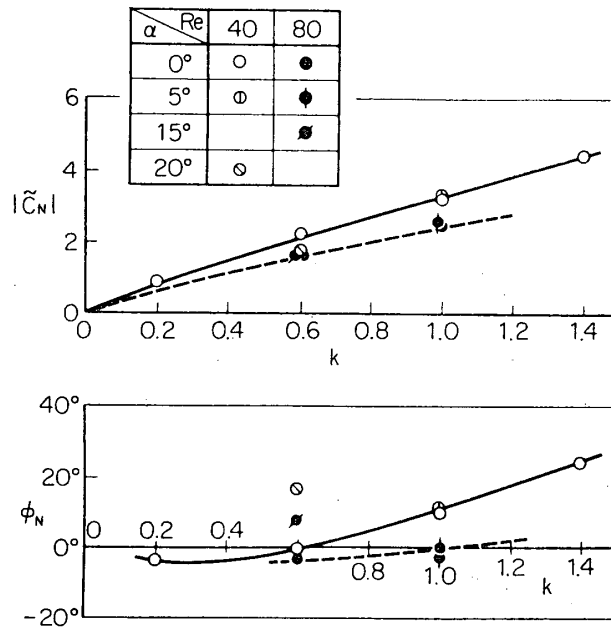


図 22 並進振動する 20% 楕円翼に働く変動法線力. ($R_e=40$ および 80)

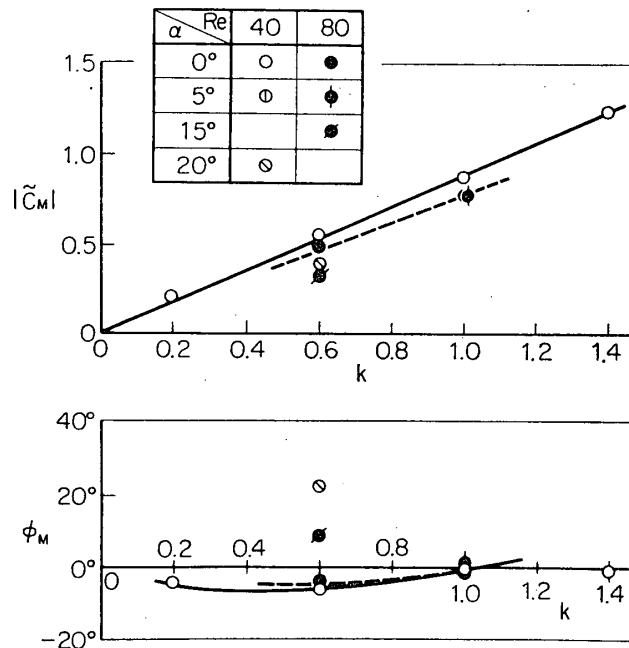
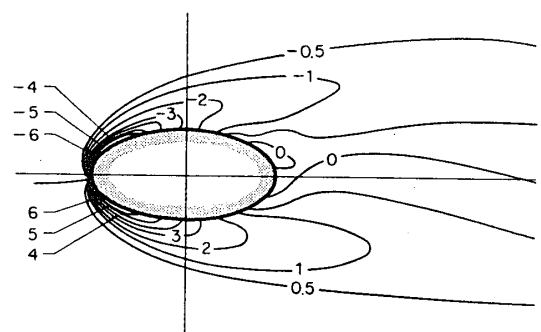
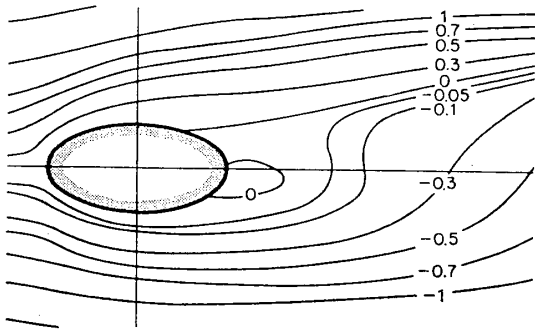
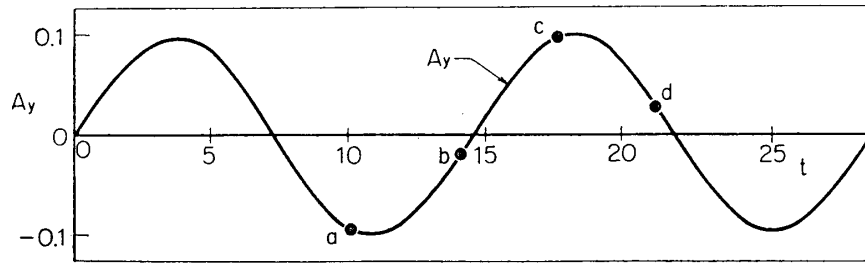
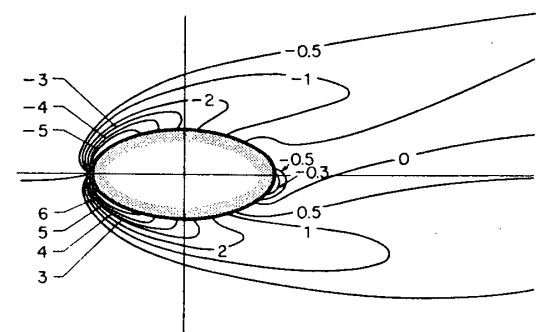
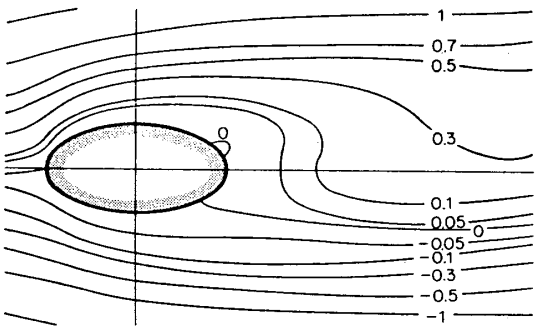


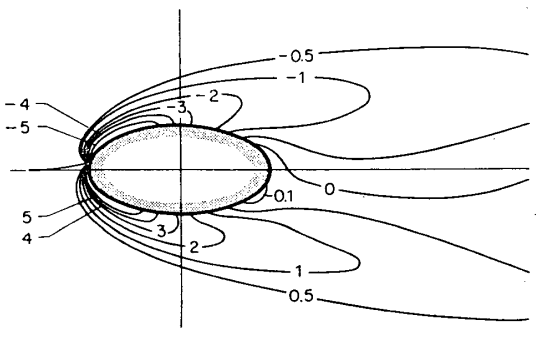
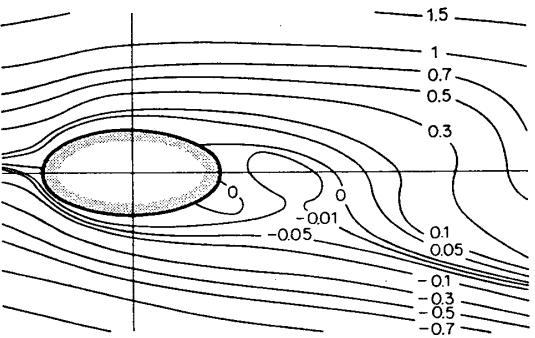
図 23 並進振動する 20% 楕円翼に働く変動モーメント. ($R_e=40$ および 80)



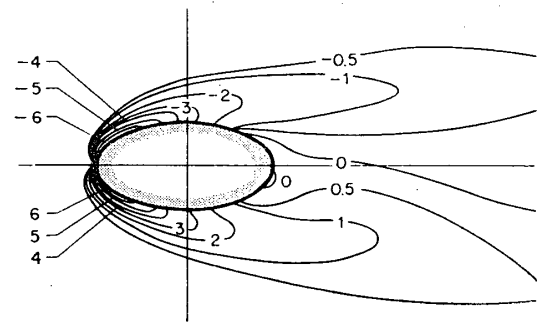
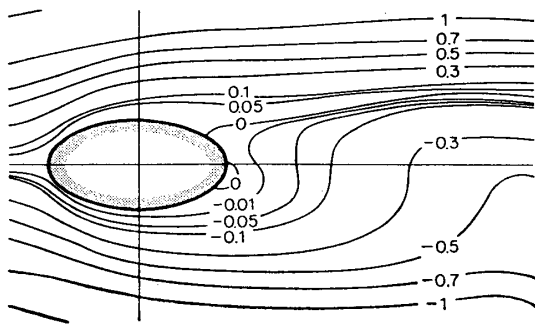
(a) $t=9.8$



(b) $t=13.6$



(c) $t=17.4$



(d) $t=21.2$

流線 (d) $t=21.2$
渦度分布
図 24 a 並進振動する 50% 楕円翼まわりの流れの時間的変化。
($R_e=80, \alpha=0^\circ, k=1.0$)

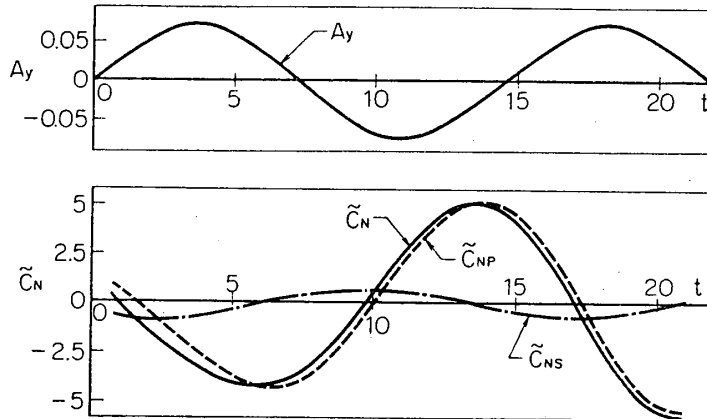


図 24 b 並進振動する 50% 楕円翼に働く変動法線力. ($R_e=80$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$)

5. 考 察

数値解法による計算結果, すなわち楕円翼まわりの流線や渦度分布および翼に働く非定常流体力の時間的変化などを基にして, まず振動する翼まわりの変動速度分布や翼面に働く粘性せん断力の変化などを求め, 翼面上のよどみ点やはく離点などの挙動を明らかにし, 非定常流体力におよぼす流れの粘性効果に注目しつつ考察を加える.

5.1 変動速度境界層

いま, 並進振動する楕円翼の翼面に沿う速度成分 q_η (η 軸方向の速度成分) を, その定常分 \bar{q}_η とその変動分 \tilde{q}_η に分ける. 定常分 \bar{q}_η は, すでに静止楕円翼の際に示した値 (図 9) と全く同じである. 変動速度成分 \tilde{q}_η は, ほぼ規則正しく正弦関数的に変化しており, 図 27 には, その振幅 $|\tilde{q}_\eta|$ を実線で, 翼の振動速度 A_y に対する位相差 ϕ_{q_η} を一点鎖線で示してある. なお, この \tilde{q}_η は, 振動する翼に対する相対的な速度であるので, 翼面上では $\tilde{q}_\eta=0$ であり, 翼から離れるに従って \tilde{q}_η は無限遠点における翼の振動速度の η 軸方向成分 $\tilde{q}_{\eta\infty}$ に等しくなる. しかし翼近傍では流れの粘性効果により \tilde{q}_η の振幅が変化するだけでなく位相の変化をも伴っている. このような領域を変動速度成分 \tilde{q}_η の境界層と見なすことができる. 翼の前縁近傍の境界層厚さはかなり薄く, しかも翼の振動速度とほぼ同位相で変動しているが, 前縁から少し下流 (たとえば $j=11$) では, この境界層内の \tilde{q}_η は外流の速度とは逆位相に近い動きをしており, 翼面に沿って下流へ行くにしたがい \tilde{q}_η の変動振幅は大きくなり, 位相はますます進んでいる.

次に, このような速度分布から, 振動する翼面上の速度こう配および粘性せん断力係数 $C_\tau (= \tau_s / (1/2 \rho U^2))$, ここで τ_s は翼面上の粘性せん断力) を算出する. 図 28 a には, 翼前縁 ($j=17$) から後縁 ($j=2$) まで 16 か所における C_τ の時間的変化が示してあるが, C_τ はその定常分 \bar{C}_τ と規則正しい正弦関数的変化をする変動分 \tilde{C}_τ とから構成されている. 当然のことながら定常分 \bar{C}_τ は翼前縁近傍 ($j=16$) で最も大きく, 下流へ行くにつれて漸次小さくなり, 変動分 \tilde{C}_τ も前縁 ($j=17$) で最大の振幅を示すが, 少し下流へ行くと ($j=16, 15$) 急激に減少し, 前縁から $0.12c$ (c : 翼弦長) の付近の $|\tilde{C}_\tau|$ は最低となり, 以後その振幅は余り変わらない. とくに後縁 ($j=2$) における $|\tilde{C}_\tau|$ の値は前縁 ($j=17$) の約 $1/10$

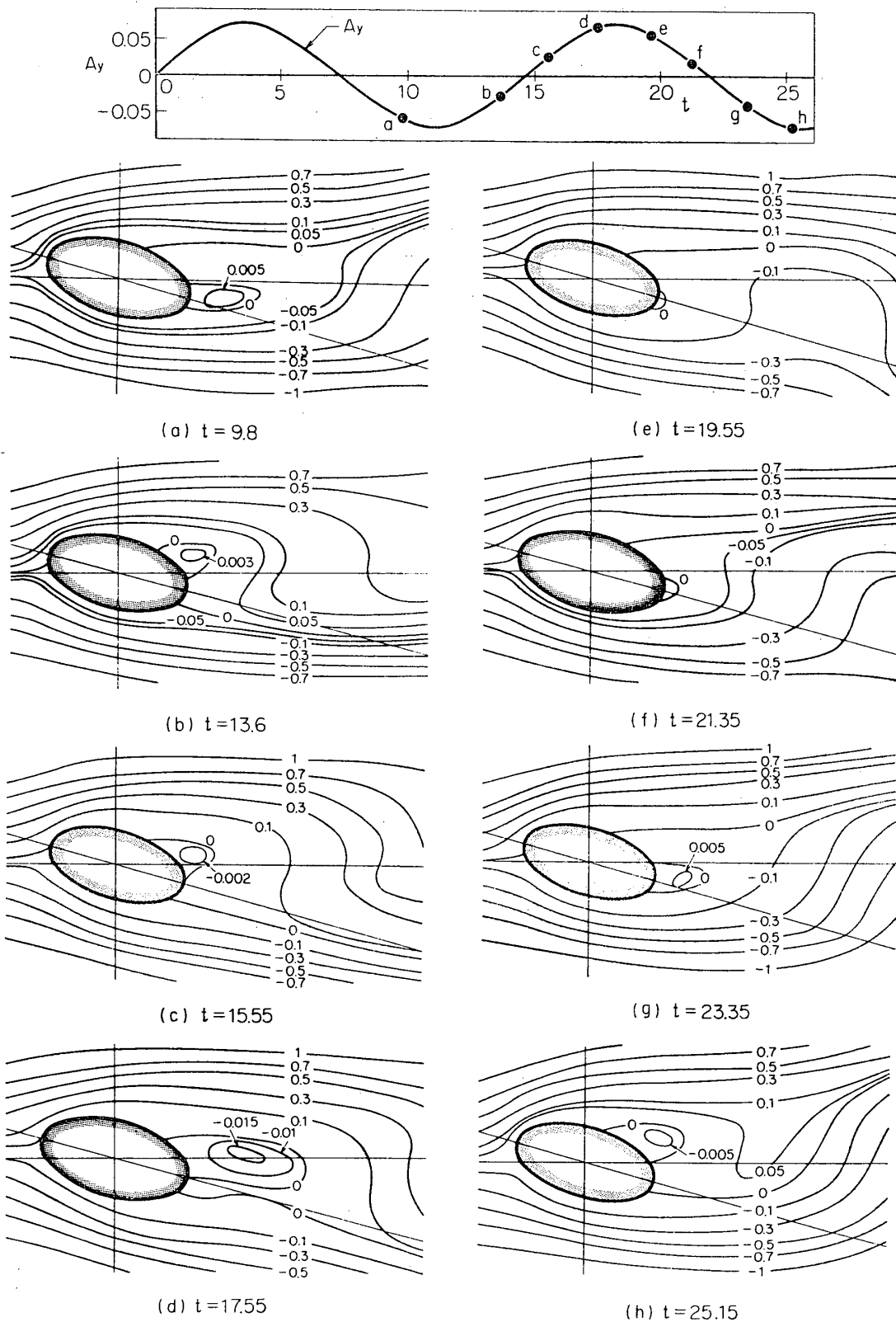


図 25 a 並進振動する 50%楕円翼まわりの流れの変化. ($R_e=80$, $\alpha=15^\circ$, $k=1.0$)

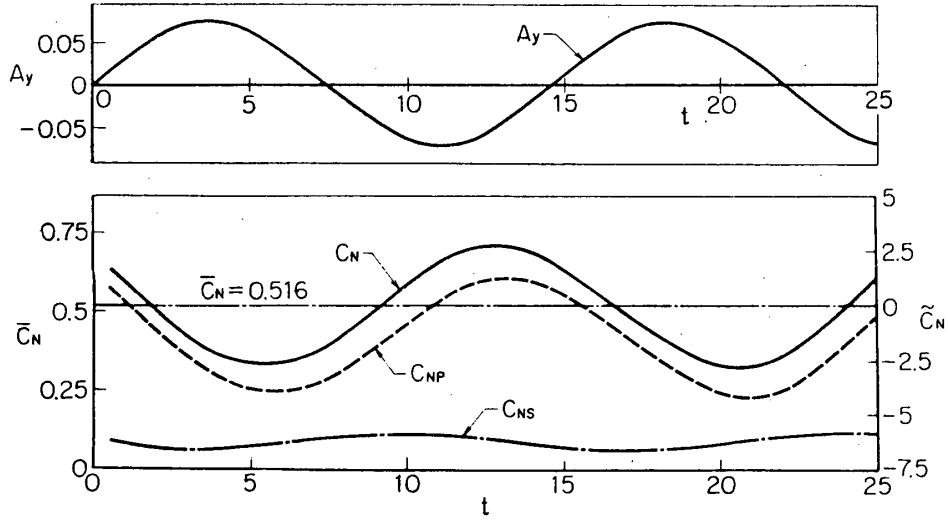


図 25 b 並進振動する 50% 楕円翼に働く変動法線力.
($R_e=80$, $\alpha=15^\circ$, $k=1.0$)

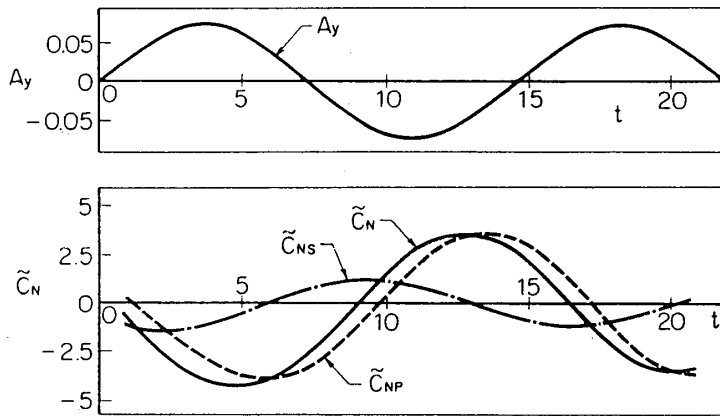


図 26 並進振動する 50% 楕円翼に働く変動法線力.
($R_e=40$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$)

程度であるので、図には後縁 ($j=2$) の \tilde{C}_r のみ 10 倍に拡大して点線で示してある。

また、これら変動粘性せん断力係数 \tilde{C}_r の振幅 $|\tilde{C}_r|$ 、および翼の振動速度に対する \tilde{C}_r の

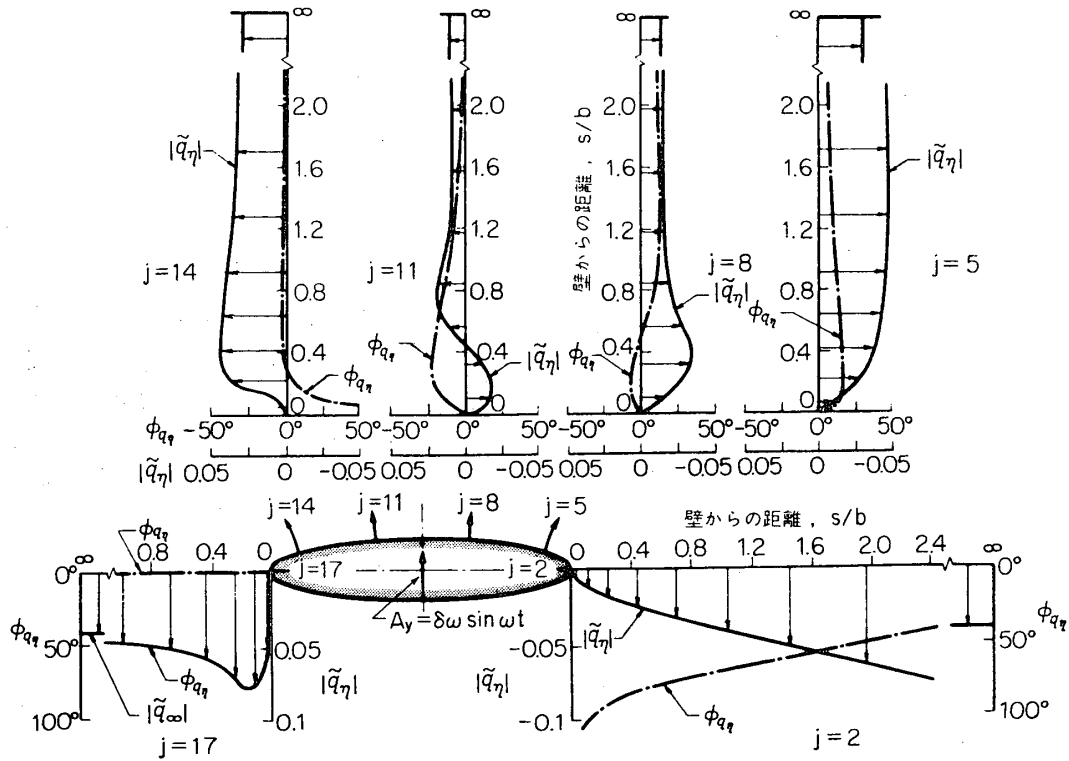


図 27 並進振動する 20% 楕円翼面上の変動速度分布 (周方向成分)
($R_e=40, \alpha=0^\circ, k=1.0$)

位相差 ϕ_{cc} とが図 28 b ($R_e=40, 80, \alpha=0^\circ, k=1.0$) に示しある。 $R_e=40, 80$ いずれの R_e 数でも、翼前縁近傍は変動速度境界層が比較的薄いため、振幅 $|\tilde{C}_t|$ は非常に大きく、その挙動は翼の振動速度 A_y とほとんど同位相である。しかしながら下流へ移るにつれ、すでに図 27 に示したように \tilde{q}_η の境界層は急に厚くなり、振幅 $|\tilde{C}_t|$ は図 28 b のように急激に減少し、その位相差 ϕ_{cc} も大幅な進みを示す。とくに後縁では $\phi_{cc} \approx 290^\circ$ ($R_e=40$) または $\phi_{cc} \approx 300^\circ$ ($R_e=80$) と大幅な進みを示している。さらに、このような翼面上における粘性せん断力の変化から、粘性せん断力が 0 となるいわゆるよどみ点の挙動を検討することができる。

5.2 20% 楕円翼におけるよどみ点の挙動

一般に R_e 数が低いほど、また翼の後縁の丸味半径の大きいほど流れは翼の後縁をまわり込みやすくなる。したがって、たとえば低い R_e 数範囲における 20% 楕円翼まわりの流れが明確なく離を示さない本数値計算の結果は、翼後縁における Kutta の条件に関連する翼後縁まわりの流れを吟味するのに好都合である。

本節では 20% 楕円翼を例にとり、翼が静止している場合と並進振動している場合につき、主としてよどみ点の挙動について考察しよう。なお 20% 楕円翼の場合、たとえば図 7 に示す翼まわりの流線において、 $\psi=0$ の流線と翼面との交点 (ここで、粘性せん断力 $\tau_s=0$ となる) のうち、上流側の交点を上流よどみ点 S_1 、下流側のそれを下流よどみ点 S_2 と呼ぶことにする。

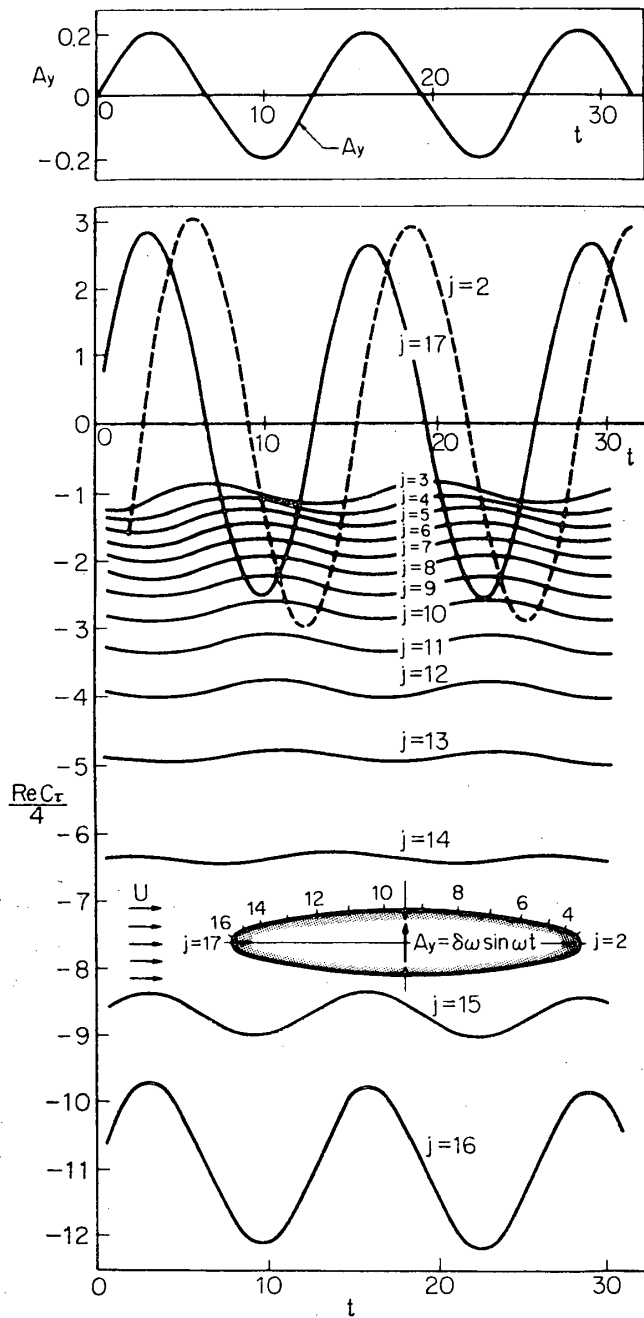


図 28 a 並進振動する 20% 楕円翼面上の粘性せん断力分布 ($R_e=40, 80, \alpha=0^\circ, k=1.0$)

a) 静止翼の場合

静止楕円翼まわりの粘性流れに対する数値計算は、既述のように楕円翼まわりの非粘性ポテンシャル流れを初期値として行なう。これは静止流体中を楕円翼が急に動き始めたことに相当する。図 29 には、そのときの翼まわりの流れの変化を具体的に示すものとして、上・下流よどみ点 (S_1, S_2) の時間的移動が△印で示してある。さらに図には、迎え角 $\alpha=0^\circ$ の楕円翼まわりの粘性流れを初期値とした $R_e=40, \alpha=20^\circ$ および $R_e=80, \alpha=15^\circ$ の場合のよどみ点 (S_1, S_2) の挙動も同時に示してある。

前者の場合、ポテンシャル流におけるよどみ点の位置 (S_1 は $\eta=13\pi/12, S_2$ は $\eta=\pi/12$) から上流よどみ点 S_1 は急速に、下流よどみ点 S_2 は比較的緩慢に移動し、 $t=0.4$ でほぼ定常の位置に落ちついている。これに対して後者のように粘性流中で急に迎え角をつける場合は、翼まわりの流れは最初から粘性流れであるために、 S_1 の方が $t=0.2$ で比較的早く落ちつくのに対して、 S_2 の方は $t=1$ でようやく定常の位置に落ちつき、かなりの時間を要している。このようにいずれの場合でも上・下流のよどみ点 S_1 と S_2 の移動速度の間に大きな相違のあること

は、翼が振動する際には、 S_1 と S_2 間の相互の位相差を生ずる一因になる。

なお、 $R_e=80, \alpha=15^\circ$ の場合、図 29 に示すように $t=4\sim 7$ では、急に粘性流中で迎え角を付けたために、翼の背面側に小さな付着渦 (S_3, S_3') が発生する。しかしその発生は周期的でなく、 $t>7$ では全く消滅するが、その点の近傍では先に示した図 11 で明らかのように粘性せん断力は非常に小さく、流れはまさにはく離せんとしている。一方 S_2 はわずかであるが腹面側にあり、 $\eta=-\pi/200$ の位置に落ちついている。したがって、翼に働く法線力 C_N

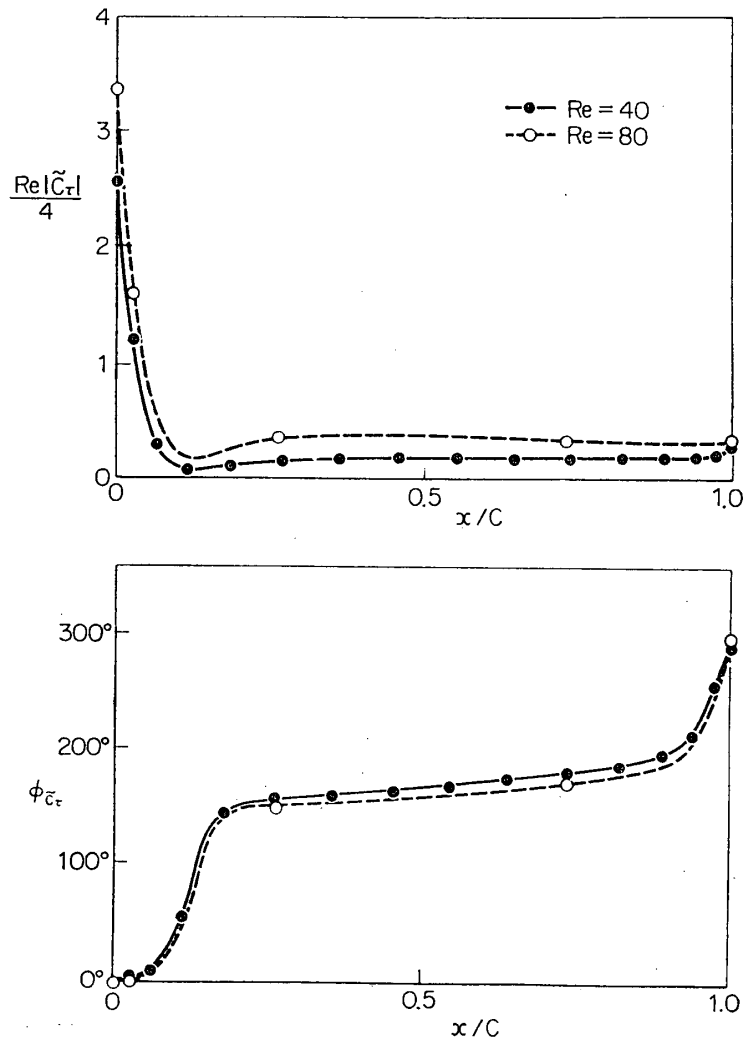


図 28b 並進振動する 20% 楕円翼面上の変動せん断力分布。
($Re=40, 80, \alpha=0^\circ, k=1.0$)

も一定値になっている。

次に、このようにして迎え角 $\alpha=0^\circ \sim 20^\circ$ の範囲につき、求めた上・下流のよどみ点 S_1, S_2 の翼面上における位置が、とくに翼の前・後縁部のみ拡大した図 30 に、三角印で示してある。上流よどみ点 S_1 の位置は、図中黒丸で示すポテンシャル流(楕円翼後縁をよどみ点と仮定)における S_1 の位置に比較して、かなり上流側にある。他方、下流よどみ点 S_2 は、たとえ迎え角を大きくしても翼後縁から高々翼弦長の 0.5% の範囲以内であり、 $Re=80, \alpha=15^\circ$ の場合を除き他は翼背面側にあることから、流れは後縁をわずかではあるがまわり込んでいることがわかる。これらのことは、静止楕円翼に働く法線力 \bar{C}_N の迎え角 α に対する傾斜が、図 12 に示すように $\partial \bar{C}_N / \partial \alpha = 1.3\pi$ と、ポテンシャル流における傾斜 2π に比べかなり小さくなっている原因の一つと考えられる。

b) 振動翼の場合

次に翼が並進振動する場合のよどみ点の挙動を、図 31 ($Re=80, \alpha=15^\circ, k=0.6$) の場合

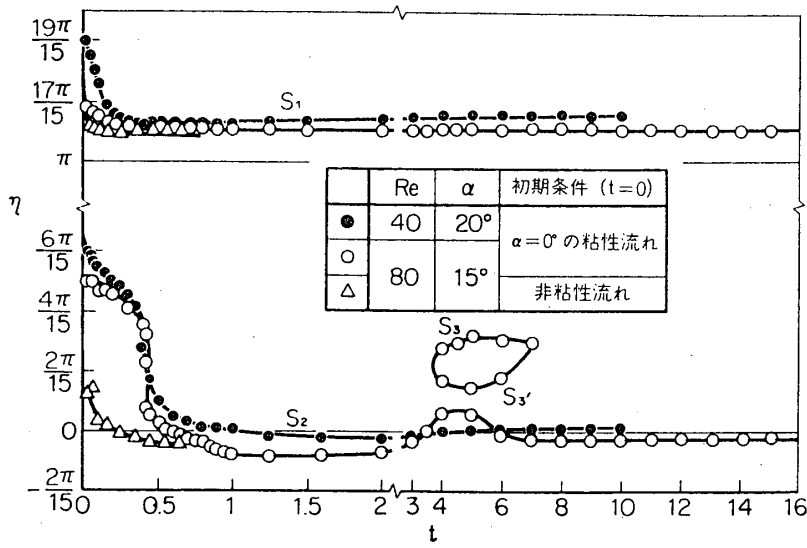


図 29 静止 20% 楕円翼におけるよどみ点の時間的移動。
($Re=40, \alpha=20^\circ$ と $Re=80, \alpha=15^\circ$ の場合)

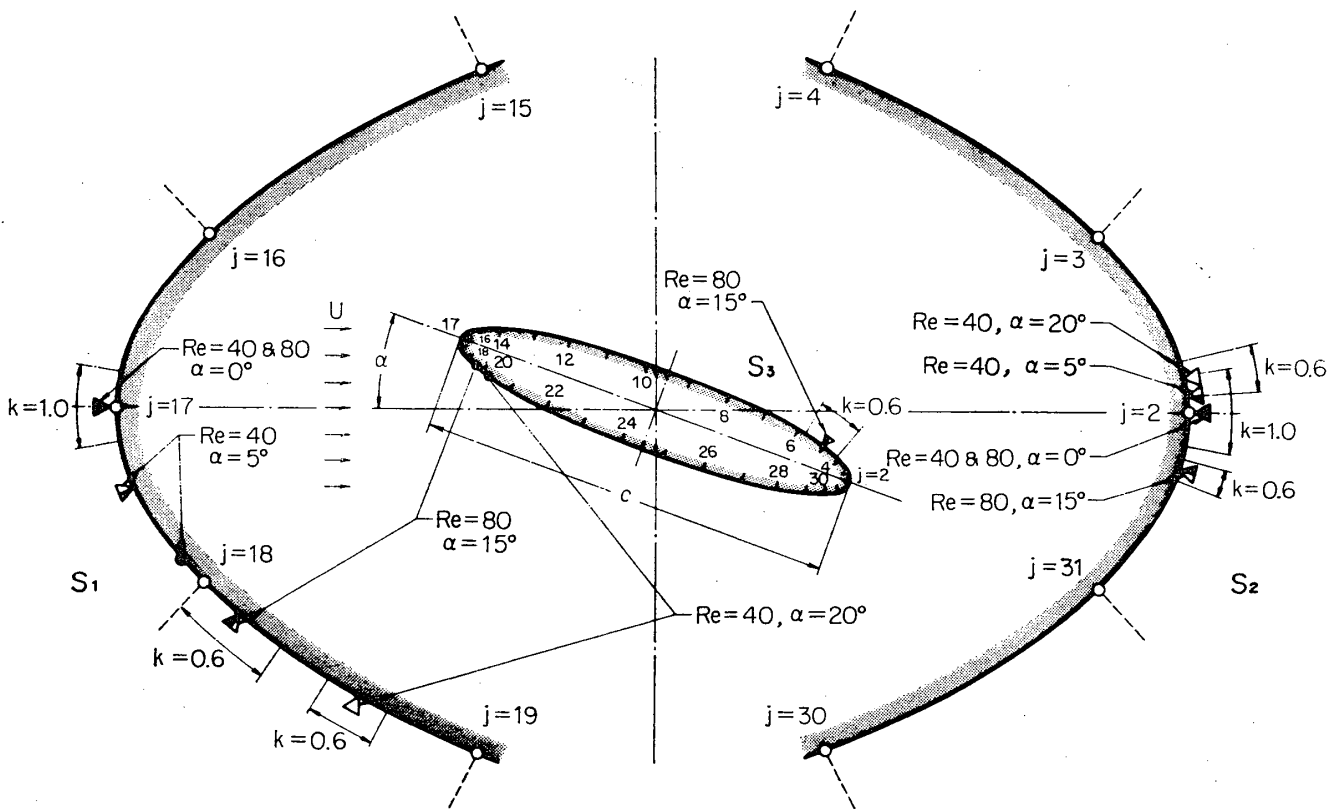


図 30 静止および並進振動する 20% 楕円翼面上のよどみ点 S_1, S_2 およびはく離点 S_3 の挙動

を例にして考察しよう。よどみ点 S_1, S_2 は、いずれもほぼ静止の場合の位置を中心に極くわずかに移動しているにすぎない。しかし翼背面側 $\eta=0.2\pi$ 近傍で、はく離点 S_3 と再附着点 S_3' で示される翼面に付着した小さな渦が、並進振動に伴い周期的に生成、消失している。すなわち $t < 10$ では渦はまだ発生していないが、 $t > 10$ から渦は次第に成長し、 $t \approx 16.0$ で最大となり、その後 $t \approx 20$ では再び消滅している。渦のこのような周期的変化は、翼に働く変動法線力 \tilde{C}_N とほぼ同位相であり、両者の関連性の深いことがよくわかる。

そこで、 $Re=40$ および 80 、迎え角 $\alpha=0^\circ \sim 20^\circ$ 、振動数 $k=0 \sim 1.4$ で並進振動する場合、上・下流のよどみ点 S_1, S_2 の翼面上を移動する振幅が、さきの図 30 に示してある。両よどみ点は、いずれもほぼ静止翼の場合の位置を中心として変動し、特に S_2 の移動振幅は S_1 のそれに比較して小さく、高々翼弦長の 0.4% 程度であることがわかる。

また一般に、翼の振動速度を基準とした上流よどみ点 S_1 の移動の位相差は、 $\phi_{S_1} \approx 0$ であるのに対して、下流よどみ点 S_2 は、かなりの位相進みで移動している。たとえば $Re=40, 80, \alpha=0^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ および $k=0.2 \sim 1.4$ の場合、 S_2 の位相差 ϕ_{S_2} は図 32 a に示すように、振動数 k の小さいときを除き、 $\phi_{S_2} = 110^\circ \sim 130^\circ$ とほぼ一定の位相進みを示している。これを無次元時間 $\tau_{S_2} (= T_{S_2} \cdot U/c$, ここで T_{S_2} は実際の時間) の形に直すと図 32 b のようになり、 τ_{S_2} は振動数 k の増加に伴い逆に減少し、迎え角が $\alpha=15^\circ$ または 20° と大きくなると、 τ_{S_2} の値はやや小さくなっている。

このように実際に翼が流体中で振動する場合、下流よどみ点 S_2 の移動振幅はわずかであるが振動速度 A_y に対し位相進みをもって移動していることがわかる。この現象につ

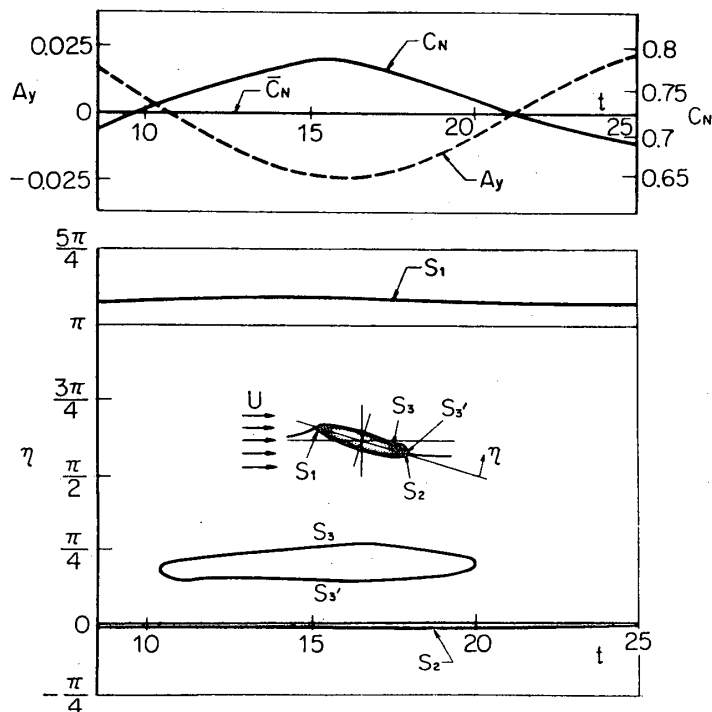
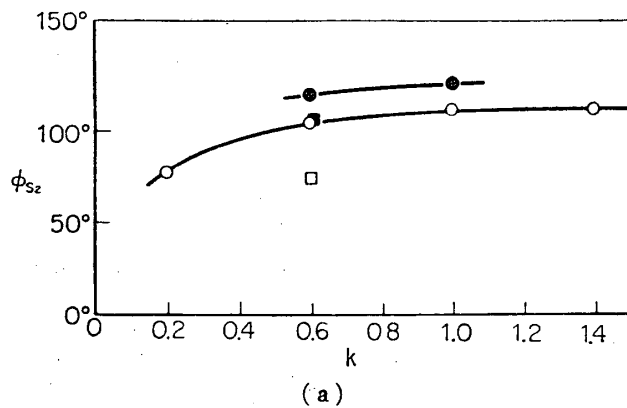
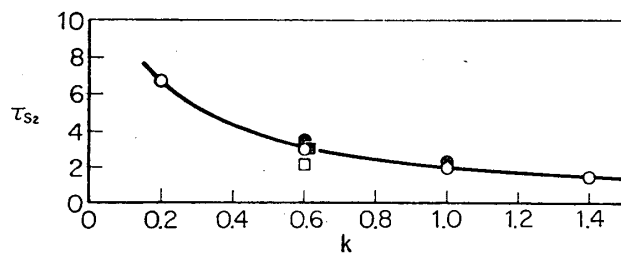


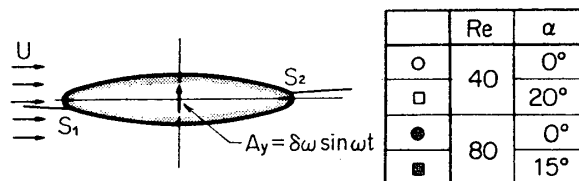
図 31 並進振動する 20% 楕円翼面上のよどみ点 S_1, S_2 およびはく離点 S_3, S_3' の挙動 ($Re=80, \alpha=15^\circ, k=0.6$)



(a)



(b)



	Re	α
○	40	0°
□		20°
●	80	0°
■		15°

図 32 並進振動する 20% 楕円翼面上の下流よどみ点 S_2 の位相差.
($Re=40, 80, \alpha=0^\circ\sim 20^\circ, k=0\sim 1.4$)

いては次のように考えることができる。いま静止翼の迎え角が急に変わった場合、すでに図 29 で示したように、上流よどみ点 S_1 は比較的すみやかに定常の位置へ移動するが、最初翼背面側にあった下流よどみ点 S_2 は、流れの粘性効果のためある時間遅れをもって後縁近傍の定常の位置まで移動し、ついにはほとんど後縁に近いところに位置するようになる。したがって翼が振動すると、流れがはく離しない限り、 S_1 は翼の振動速度 A_y とほぼ同位相で動くのに対して、 S_2 はある時間遅れをもって、しかも負の方向(右回り)に移動するので、見掛け上図 32 のように位相進みを示すものと考えられる。

5.3 50%楕円翼におけるよどみ点とはく離点の挙動

翼に働く流体力は流れによって大きく影響され、なかでも翼面境界層がはく離するかいはなかは最も重要な要因である。翼厚比 50% の楕円翼では、た

とえ翼が静止していても流れはすでにはく離し、後流にはカルマン渦列が生じている。ここでは静止および並進振動する 50% 楕円翼における翼面上のよどみ点とはく離点の挙動について考察する。

なお、この場合には、たとえば図 8 の静止楕円翼まわりの流線において、 $\phi=0$ と翼面との交点は 4 点ある。すなわち上・下流のよどみ点と背腹両面側のはく離点である。ここでは、流れが翼面に向う方向にあるものをよどみ点、逆に翼面から流れが離れていくような点をはく離点と呼ぶことにする。

a) 静止翼の場合

すでに図 8 で示したように、迎え角 $\alpha=0^\circ$ の 50% 楕円翼では、翼の後に対称な双子渦が付着しており、迎え角を付けた $\alpha=15^\circ$ の場合にはカルマン渦列が生じており、それによっではく離点 S_3, S_3' やよどみ点 S_1, S_2 は翼面上を移動している。それらの様子を図 33 に示してある。上流よどみ点 S_1 やはく離点 S_3, S_3' の移動振幅は比較的少ないが、下流よどみ点 S_2 の移動はかなり大きい。この S_2 の挙動は、後流への渦の放出と最も密接に関連しており、また翼に働く変動法線力 \tilde{C}_N とほぼ同位相で変化しており、 S_2 の移動が \tilde{C}_N の変化に対して支配的であることがわかる。一方カルマン渦列によって誘起されるはく離点 S_3, S_3'

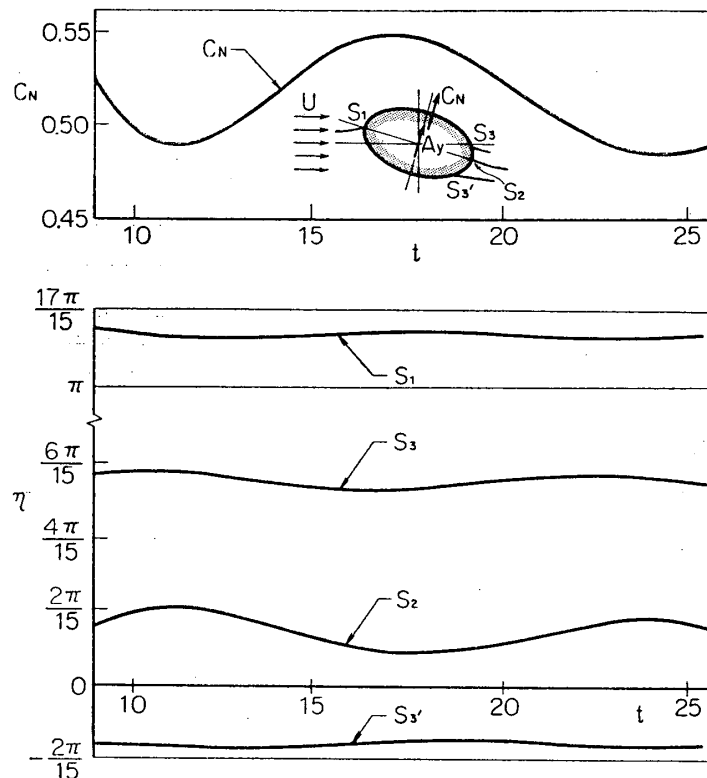


図 33 静止 50% 楕円翼面上のはく離点とよどみ点の挙動 ($R_e=80$, $\alpha=15^\circ$)

の移動振幅は非常に小さく、 S_3 , S_3' の変動による \tilde{C}_N の影響は小さいと考えてよい。

b) 振動翼の場合

翼が並進振動するとよどみ点はもちろんのことはく離点も翼面上をかなり大きく移動する。たとえば $R_e=40$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$ の場合、図 34 に示すように、はく離点 S_3 , S_3' と下流よどみ点 S_2 は互に一緒になり、大部分の時間はよどみ点のみではく離点がない。しかしたとえば時刻 $t=10$ や 17 の付近ではよどみ点とはく離点が共存し、翼面上に付着渦がある場合である。それらの変化を S_{23} として図 34 に示してあるが S_{23} は周期的に変化している。 $R_e=80$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$ のときは、図 35 に示すように $t=0\sim 10$ の過渡期を除き、はく離点 S_3 , S_3' と下流よどみ点 S_2 はそれぞれ独自に移動し、特に S_3 , S_3' は図中鎖線で示す静止翼におけるはく離点の位置を中心としてほぼ正弦関数的に移動し、背面側のはく離点 S_3 と腹面側のそれ S_3' とはほぼ同位相で、しかも、その移動の片振幅は翼弦長の約 6% にも達している。また両はく離点の間にある下流よどみ点 S_2 の移動は翼からの渦の放出と密接な関係があり、移動振幅もはく離点のそれに比べ、さらに大きく翼弦長の 10% にも達している。

次に 50% 楕円翼に迎え角をつけると、たとえば $R_e=80$, $\alpha=15^\circ$, $k=1.0$ の図 36 のように上流よどみ点 S_1 の移動振幅はやはり翼弦長の 1.6% でわずかであり、しかもその移動は翼の振動速度 A_y とほぼ同位相である。しかしはく離点 S_3 , S_3' の移動距離は、それぞれ翼弦長の 7.4% および 2% とかなり大きい。また下流よどみ点 S_2 の挙動を図 25 a の流線と比較してみると、後流の渦の放出と関連性の深いことがわかる。たとえば S_3' と S_2 の最

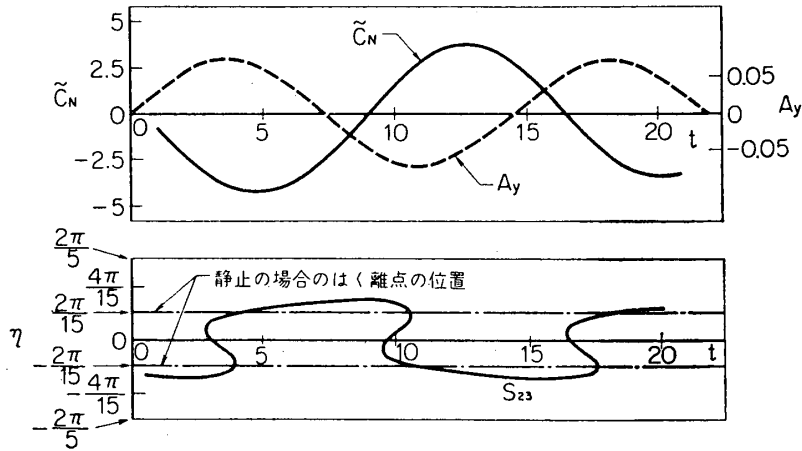


図 34 並進振動する 50% 楕円翼面上のはく離点とよどみ点の挙動。
($R_e=40$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$)

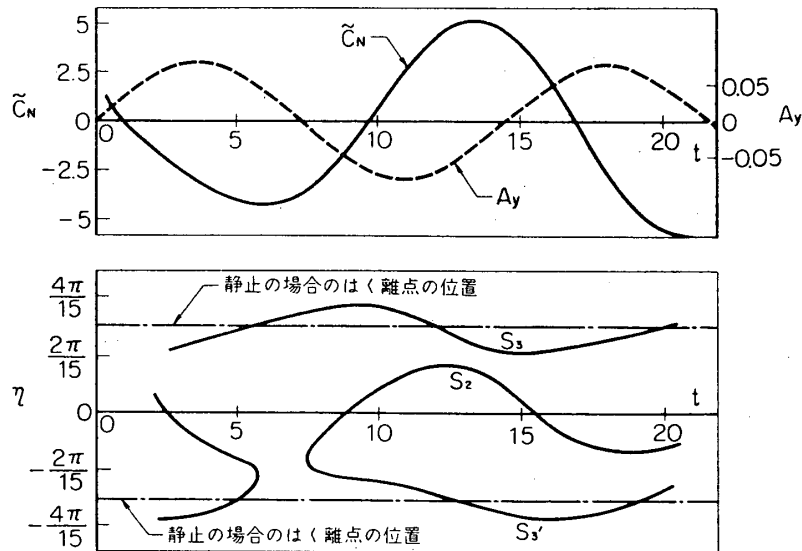


図 35 並進振動する 50% 楕円翼面上のはく離点とよどみ点の挙動。
($R_e=80$, $\alpha=0^\circ$, $k=1.0$)

も近づいた $t=19.55$ (図 25 a の (e)) では、すでに同図に示す (d) $t=17.55$ で背面側に大きく成長した付着渦は翼を離れ、腹面側に新しく小さい渦が発生し始めている。次にこれらよどみ点やはく離点の移動を翼の並進振動速度 A_y や翼に働く変動法線力 \tilde{C}_N の時間的变化との関連性を調べよう。角振動する円柱の場合にははく離点の移動と円柱に働く変動揚力の変化とはほぼ同位相であったが [11], 楕円翼の場合には図 35 に見るように、はく離点 S_3 , S_3' は互にほぼ同位相であるが、変動法線力 \tilde{C}_N の変化との間には位相の一致は見られず、 \tilde{C}_N は S_3 , S_3' に比べやや位相進みであり、また静止翼の場合とも相違し、よどみ点 S_2 の移動に対しても位相進みで変動している。これは静止の場合や円柱の場合には、見掛けの質量 (virtual mass) による法線力成分がないが、この場合には、見掛けの質量に相当する成分がかなり含まれてくるため、このように変動法線力 \tilde{C}_N は、よどみ点やはく離点などの移動に

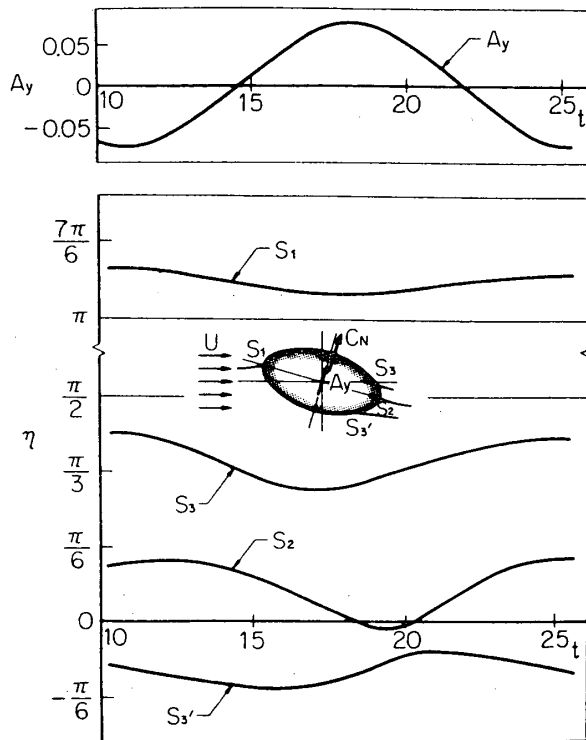


図 36 並進振動する 50% 楕円翼面上のはく離点とよどみ点の挙動。
($R_e=80$, $\alpha=15^\circ$, $k=1.0$)

対して、つねにかなりの位相進みを示すものと考えられる。

6. 結 論

軸流圧縮機におけるフラッタや旋回失速などに関連し、翼まわりの非定常流れに対する基礎的な研究の一環として、本報では、翼まわりの流れの挙動を詳細に検討する目的から、静止および並進振動する翼厚比 20% と 50% の楕円翼まわりの流線や渦度分布を $R_e=40\sim 80$, $\alpha=0^\circ\sim 20^\circ$ にわたって数値解法によって求めた。そしてそれから翼面圧力分布、粘性せん断力分布、翼に働く法線力、接線力およびモーメント、さらに翼面上のよどみ点やはく離点の挙動を検討した。得られた結果を要約すると次のとおりである。

静止楕円翼の場合：

a) 翼厚比 20% の楕円翼（はく離しない場合）について

- 1) 20% 楕円翼では、かなり迎え角を大きくしても、翼面境界層ははく離せず、下流よどみ点の位置は後縁からほとんど（翼弦長の 0.5% 以内）移動していない。
- 2) 20% 楕円翼で急に迎え角を付けると、上流よどみ点に比較して下流よどみ点が定常の位置にくるにはかなり時間を要する。
- 3) 20% 楕円翼に働く定常法線力 \bar{C}_N や定常モーメント \bar{C}_M は迎え角の増大に伴って単調に増加し、その 90% は圧力よる成分であるが、定常接線力 \bar{C}_T の約 80% は粘性せん断力による成分である。そして $R_e=80$ の場合の \bar{C}_N , \bar{C}_M , \bar{C}_T の値は、 $R_e=40$ の値より常に小さく、Oseen 近似による解析結果と定性的にはよく合う。

b) 翼厚比 50% の楕円翼（はく離を伴う場合）について

- 1) 50% 楕円翼では、 $\alpha=0^\circ$ でもすでに流れははく離して翼の後流には双子渦が生じ、 $\alpha=15^\circ$ になると、円柱の場合に似た明瞭なカルマン渦列を生じ、翼に働く法線力も正弦関数的に変動する。
- 2) 後流渦列によるはく離点の移動は非常にわずかで、むしろ渦の発生と関連の最も深い下流よどみ点の移動幅は比較的大きく、翼に働く変動法線力と同位相で変化している。

並進振動する楕円翼の場合：

a) 翼厚比 20% の楕円翼（はく離しない場合）について

- 1) 20% 楕円翼をたとえ振動させても、翼まわりの流れははく離せず、大きな変化はないが、下流よどみ点などは周期的に移動しており、たとえば $R_e=80$, $\alpha=15^\circ$, $k=0.6$

の場合など翼の背面の付着渦が強制振動とともに生成消失し、変動法線力の変化とよく対応している。

- 2) 振動翼面に沿う速度成分 q_n のうち定常分は、静止翼の場合と全く同じ値であり、変動分は振動翼と同じ振動数で正弦関数的に変化する。すなわち粘性効果のため翼面近傍では変動速度の振幅のみならず位相の変化を伴う変動速度境界層が形成されており、その境界層は下流へ行くにつれ厚くなり、位相は全般的に進んで行く。
 - 3) 振動翼面上のせん断力分布も翼の振動と同じ振動数で、その定常分のまわりに変動するが、前縁近傍で変動振幅が最も大きく、後縁における振幅の10倍程度もあり、後縁のせん断力変化は前縁のそれに比較して約 300° の位相進みを示す。
 - 4) 振動翼面上の速度分布や、粘性せん断力分布から流れのよどみ点の時間的変化を求めた結果、よどみ点は静止翼のよどみ点の位置を中心として強制振動数と同じ振動数で翼面上を移動している。とくに下流よどみ点の移動振幅は翼弦長の0.4%程度で上流よどみ点の振幅に比べて小さい。また上流よどみ点が翼の振動速度と同位相であるのに対し、下流よどみ点は $\phi_{s2} = 110^\circ \sim 130^\circ$ の位相進み、無次元時間表示にすると $\tau \approx 2$ 程度で移動している。
 - 5) 翼に働く変動法線力 \tilde{C}_N 、変動モーメント \tilde{C}_M は、翼の振動によって正弦関数的に変化するが、接線力 C_T には振動の影響は全く現われていない。
 - 6) \tilde{C}_N 、 \tilde{C}_M の振幅は振動数 k の増加に伴って増大し、位相差は k の小さい場合位相遅れ、 k の大きい場合位相進みを呈している。また迎え角が大きくなると、 \tilde{C}_N 、 \tilde{C}_M の振幅はあまり変わらないが、位相はより大きな進みを呈する。
- b) 翼厚比50%の楕円翼（はく離を伴う場合）について
- 1) 50%楕円翼が振動すると、静止翼の際のカルマン渦列のかわりに翼の強制振動と同じ振動数で渦が後流へ吐き出され、渦列が形成され、翼に働く変動法線力も同じ振動数でほぼ正弦関数的に変動する。
 - 2) 振動翼面上のはく離点や下流よどみ点の移動は大きく、翼弦長の10%にも達するが、見掛けの質量による成分の法線力などが大きいため、はく離点やよどみ点の挙動と変動法線力変化との間の位相の一致はみられない。

以上、静止および振動する楕円翼まわりの流れの様相とくに翼面上におけるよどみ点やはく離点の挙動について、低 Re 数に限られるけれども ($Re = 40 \sim 80$)、流れがはく離している場合も含めて、翼の迎え角、振動数そして翼厚比などを変えて検討した。これらの結果をもとにした非粘性振動翼理論に対する考察などについては、広範囲な Re 数にわたる実験結果と比較検討して、次報で述べる。

最後に、いろいろ有益な討論を頂いた谷田好通助教授に深く感謝の意を表わします。

また、いろいろお世話になった浅沼・谷田研究室の諸氏に厚くお礼申し上げます。なお計算は主として本研究所計算センターの大型電子計算機 HITAC 5020 F を使いました。

1971年5月30日 原動機部

付録 渦度の式 (2-9) に対する差分式の安定性

渦度の式 (2-9) を適当な初期値から始めて順次計算するような初期値問題の差分表示に当っては多くの方法がある。大別すると、ある時刻 t までの値から時間ステップ Δt 先の時刻 $(t+\Delta t)$ の値が直接計算できる explicit な方法と、差分式の中に求めようとする時刻 $(t+\Delta t)$ の値が入っているので、繰り返し計算を行なう必要のある implicit な方法とがある。式 (2-9) を線型化して、近似すると、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{U}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} + \frac{V}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} = \frac{\nu}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \eta^2} \right) \quad (A-1)$$

となる。各差分法によって (A-1) を差分式に直して、それぞれの式の安定性を調べてみると表 A 1 のようになる。表中 (4) は DuFort と Frankel によるものでよく用いられる方法であるが、比較的誤差が大きい欠点がある [13]。

本解法では、計算の安定性、誤差の小さいことなどを考慮して、(2) の差分法を用いる。

しかし実際に用いる (2-9) 式は非線型でもあり、近似式 (A-1) の差分式の安定性とは相違しており、結局、数値解法が安定か否かは実際に計算をして確認されるものである。

差分法	粘性項: $\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\nu}{h^2} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \eta^2} \right)$		慣性項: $\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \left(\frac{U}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} + \frac{V}{h} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} \right)$	
	差分式	安定性	差分式	安定性
(1) explicit	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} = \frac{\nu}{S^2 h^2} \nabla^2 \zeta^n$	$\Delta t < \frac{(Sh)^2}{4\nu}$ ならば、 安定	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} = - \left[U \frac{\Delta_i \zeta^n}{2Sh} + V \frac{\Delta_j \zeta^n}{2Sh} \right]$	不安定
(2) implicit	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} = \frac{\nu}{2S^2 h^2} (\nabla^2 \zeta^n + \nabla^2 \zeta^{n+1})$	安定	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} = - \left[\frac{U}{2} \left(\frac{\Delta_i \zeta^n}{2Sh} + \frac{\Delta_i \zeta^{n+1}}{2Sh} \right) + \frac{V}{2} \left(\frac{\Delta_j \zeta^n}{2Sh} + \frac{\Delta_j \zeta^{n+1}}{2Sh} \right) \right]$	中立
(3) implicit	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} = \frac{\nu}{S^2 h^2} \nabla^2 \zeta^{n+1}$	安定	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} = - \left[U \frac{\Delta_i \zeta^{n+1}}{2Sh} + V \frac{\Delta_j \zeta^{n+1}}{2Sh} \right]$	安定
(4) explicit	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{\nu}{S^2 h^2} \left[\zeta^n(i+1, j) + \zeta^n(i-1, j) + \zeta^n(i, j+1) + \zeta^n(i, j-1) - 2\zeta^n(i, j) - 2\zeta^{n-1}(i, j) \right]$	安定	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^{n-1}}{2\Delta t} = - \left[U \frac{\Delta_i \zeta^n}{2Sh} + V \frac{\Delta_j \zeta^n}{2Sh} \right]$	中立
(5) explicit	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{\nu}{S^2 h^2} \nabla^2 \zeta^n$	不安定	$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^{n-1}}{2\Delta t} = - \left[U \frac{\Delta_i \zeta^n}{2Sh} + V \frac{\Delta_j \zeta^n}{2Sh} \right]$	中立

注 S : 格子間隔
 h : scale factor
 ζ^n : $n\Delta t$ 時刻の ζ の値
 $\Delta_i \zeta = \zeta(i+1, j) - \zeta(i-1, j)$, $\Delta_j \zeta = \zeta(i, j+1) - \zeta(i, j-1)$
 $\nabla^2 \zeta^n = [\zeta^n(i+1, j) + \zeta^n(i-1, j) + \zeta^n(i, j+1) + \zeta^n(i, j-1) - 4\zeta^n(i, j)]$

表 A 1

参 考 文 献

- [1] Victory, M. (1943) "Flutter at high incidence." A. R. C. R & M. No. 2048.
- [2] Mendelson, A. (1948) "Effect of aerodynamic hysteresis on critical flutter speed at stall." NACA Rep. 496.
- [3] Haley, S. M. (1949) "Analysis of the aerodynamic reactions on airfoils oscillated in the stall range." M. I. T. Master's thesis.
- [4] Rott, N. and George, M. B. T. (1955) "An approach to the flutter problem in real fluids." Institute of the Aeronautical Sciences. Preprint No. 509.
- [5] Stenning, A. H., Kriebel, A. R. and Montgomery, S. R. (1956) "Stall propagation in axial-flow compressors." NACA TN 3580.
- [6] 高田浩之 (1961) 多段軸流圧縮機の旋回失速, 東京大学航空研究所集報 2, 6, 305-395.
- [7] Moore, F. K. (1955) "Lift hysteresis at stall as an unsteady boundary layer phenomenon." NACA TN 3571.
- [8] Wang, C. Y. (1966) "The impulsively started elliptic cylinder - origin of lift." M. I. T. Fluid Dynamics Research Laboratory Report No. 66-4.
- [9] Chu, W. (1962) "An aerodynamic analysis for flutter in Oseen type viscous flow" J. Aero. Sci. 29, 781-789.
- [10] Shen, S. F. and Crimi, P. (1965) "The theory for an oscillating thin airfoil as derived from the Oseen equations." J. Fluid Mech. 23, 585-609.
- [11] 岡島厚, 浅沼強, 高田浩之 (1971) 角振動する円柱まわりの非定常粘性流れ, 東京大学宇宙航空研究所報告 7, 2, 334-384.
- [12] Miyagi, T. (1964) "Oseen flow past a flat plate inclined to the uniform stream." J. Phys. Soc. Japan 19, 6, 1063-1073.
- [13] Pearson, C. E. (1965) "A computational method for viscous flow problems." J. Fluid Mech. 21, 4, 611-622.