

非共鳴高周波磁場による光ポンピング磁力計の誤差*

薮 崎 努**・塚 田 紀 昭**・小 川 徹**

Error of Optically Pumped Magnetometer Due to Nonresonant rf Field

By

Tsutomu YABUZAKI, Noriaki TSUKADA and Toru OGAWA

Abstract: Behavior of the optically pumped atoms in a static magnetic field and a nonresonant rf field is analyzed in terms of the macroscopic magnetization. Theory predicts that the atomic g-factor is modified by the nonresonant rf field, and hence the output frequency of the optically pumped magnetometer shifts by this field. Theoretical predictions are verified by the experiment with a self-oscillating magnetometer with cesium vapor. It is found that this kind of error can be neglected for the measurement of the geomagnetic field on the earth with a magnetometer whose precision is about 1 gamma, but it becomes important when the precision is improved to be less than 10^{-2} gamma. Moreover this kind of error should be taken into account when the magnetic field is measured at the altitude higher than 10^4 km, or when the magnetometer and a high power rf transmitter are on board the same space vehicle.

1. ま え が き

光ポンピング磁力計においてはアルカリ原子あるいはヘリウム原子のゼーマン効果を利用するものであるが、ゼーマン・スペクトルの幅の範囲よりはずれた周波数すなわちゼーマン周波数よりはるかに異なる周波数をもつ非共鳴高周波磁場の影響はないものと考えられてきた。しかし最近このような非共鳴磁場でもそれが強くなればゼーマン効果に種々の影響が現われることが見出されたので、それらが磁力計に与える誤差につき検討する必要が生じてきた。本論文ではまずこの効果の一般的な取り扱いについてのべ、ついで実際の磁力計についての実験結果を報告する。幸い現在の磁力計の精度には影響が無視できる程度であることが分ったが、将来精度向上の際、あるいは強力な高周波磁場発生器との相乗りによるロケット実験、また高さ $10,000$ km 程度より以上の宇宙空間における観測などの場合問題になってくる見込みである。

* 宇宙研特別事業費による論文

** 京都大学工学部

2. 理 論

非共鳴高周波磁場内におかれた原子のゼーマンスペクトルについては、 Cohen-Tannoudji らによる “dressed atom” [1], Pegg [2] などによる半古典的な取扱いがあるが、 これらはいずれも高周波磁場と静磁場とのなす角が直角かあるいはそれに近い場合に限られている。 ここでは最近筆者らが試みたより一般的な取り扱い [3] に基づくこととする。

よく知られているように地磁気程度の静磁場においては光ポンピング磁力計に用いられる原子のゼーマン副準位はほぼ等間隔に分裂しゼーマンスペクトルは、 ほとんど重なった多くのスペクトルの合成として与えられる [4]。 したがって合成スペクトルの対称性などを論ずる場合以外はゼーマン副準位は 2 本のみを考えればよく、 Bloch 方程式を用いる現象論的な取り扱いで十分となる。

すなわち原子の集団のもつ磁化 \mathbf{M} の時間的変化は次の式で表わされる。

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\frac{\mathbf{M} - \mathbf{M}_0}{T_p} - \frac{\mathbf{M}}{T} + \gamma_0 [\mathbf{M} \times \mathbf{H}] \quad (1)$$

ただし \mathbf{M}_0 は熱運動による緩和を無視したときの平衡状態の磁化、 T_p , T はそれぞれ光ポンピングの緩和時間および熱緩和時間である。 また γ_0 は磁回転比である。 \mathbf{H} は全磁場で

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h} \cos \omega t \quad (2)$$

ただし \mathbf{H}_0 は静磁場、 \mathbf{h} は非共鳴高周波磁場の振幅、 ω はその角周波数である。

したがって式 (1) の第 1 項は光ポンピングの効果を表わし、 第 2 項は熱緩和効果を表わし、 第 3 項は静磁場および非共鳴高周波磁場の効果である。

ここで図 1 の場合、 すなわちポンピング光が高周波磁場 \mathbf{h} に平行で、 静磁場 \mathbf{H}_0 は任意の方向にあると考える。

座標軸を図のようにとれば式 (1) より

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_x}{dt} &= -\frac{1}{\tau} M_x + (\omega_{\parallel} + \omega_h \cos \omega t) M_y \\ \frac{dM_y}{dt} &= -M_y - (\omega_{\parallel} + \omega_h \cos \omega t) M_x + \omega_{\perp} M_z \\ \frac{dM_z}{dt} &= -\frac{1}{\tau} (M_z - M_0') - \omega_{\perp} M_y \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\parallel} &= \gamma_0 H_{\parallel}, & \omega_{\perp} &= \gamma_0 H_{\perp}, & \omega_h &= \gamma_0 h \\ \tau^{-1} &= T_p^{-1} + T^{-1}, & M_0' &= M_0 (1 + T_p/T)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

原子によるポンピング光の吸収量は光の方向、 今の場合 z 方向の磁化に比例するから、 式

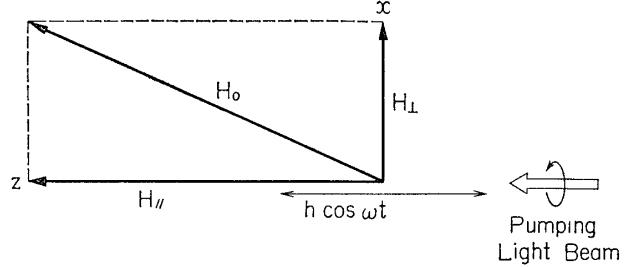


図 1 ポンピング光、 静磁場、 非共鳴高周波磁場の相対関係

(3) から M_z を求めればよい。その方法として静磁場 H_0 を軸とする回転座標系に変換する場合もあるが、 $\omega_h\omega^{-1} \sin \theta < 1$ でなければならぬので、高周波磁場 h を軸とする回転系に変換する。

$$\left. \begin{array}{l} M_+ = M_x + iM_y \\ M_- = M_x - iM_y \end{array} \right\} \quad (5)$$

定常状態における M_z の近似解を得るために次のように変換する。

$$\left. \begin{array}{l} M_+ = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M_+(k) e^{ik\omega t} \\ M_z = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M_z(k) e^{ik\omega t} \\ M_y = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M_y(k) e^{ik\omega t} \end{array} \right| \quad (6)$$

これらの項の中でポンピング光によって観測されるのは $M_z(0)$ である。式(3)と式(6)より

$$M_z(0) = M_0' - \omega_\perp \tau M_y(0) \quad (7)$$

$$M_+ = i\omega_\perp e^{-(i\omega_n + 1/\tau)t} \sum_m J_m \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) e^{-im\omega t} \times \int M_z e^{(i\omega_n + 1/\tau)t} \sum_n J_n \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) e^{in\omega t} dt \quad (8)$$

ここで J_m, J_n はベッセル関数である ($m, n = 0, 1, 2, \dots$)。式(8)に式(6)を代入し $M_+(0)$ の虚数部は $M_y(0)$ であることを考慮すれば

$$\begin{aligned} M_y(0) &= \omega_\perp \sum_m \sum_n J_n \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) J_n \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) \left[(\omega_n + m\omega)^2 + \left(\frac{1}{\tau} \right)^2 \right]^{-1} \\ &\quad \times [(1/\tau) R_e \{ M_z(m-n) \} + (\omega_n + m\omega) I_m \{ M_z(m-n) \}] \end{aligned} \quad (9)$$

式(7)より $M_y(0)$ は $M_z(0)$ のみの関数であるので、式(9)の和は $m=n$ についてのみ行なえばよい。したがって

$$M_y(0) = \omega_\perp \sum_n J_n^2 \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) \left(\frac{1}{\tau} \right) \left[(\omega_n + n\omega)^2 + \left(\frac{1}{\tau} \right)^2 \right]^{-1} M_z(0) \quad (10)$$

となり式(7)より

$$M_z(0) = M_0' (1 - \sum_n \Delta M_z^{(n)}) \quad (11)$$

ただし

$$\Delta M_z^{(n)} = \frac{\left\{ \omega_\perp J_n \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) \right\}^2}{\left\{ \omega_\perp J_n \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) \right\}^2 + (\omega_n + n\omega)^2 + \left(\frac{1}{\tau} \right)^2} \quad (12)$$

非共鳴高周波磁場の振幅 (ω_h/γ_0)、角周波数 (ω) および静磁場の垂直成分 (ω_\perp/γ_0) を一定とすれば、式(11), (12)からポンピング光によって観測される $M_z(0)$ は静磁場の平行成分 (ω_n/γ_0) の関数となり $\omega_n = -n\omega$ に共鳴中心をもつ多くのローレンツ曲線の重畠として表わされる。

もし

$$\omega^2 \gg \left\{ \omega_{\perp} J_n \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) \right\}^2 + \left(\frac{1}{\tau} \right)^2 \quad (13)$$

であれば各成分は分離されることとなる。そして各成分の振幅はベッセル関数によって与えられる。これはちょうど周波数変調のスペクトル分布と似た結果である。

一方式(12)より非共鳴磁場が大きくなれば磁気回転比はもはや一定とはならず

$$\gamma_{\perp} = \omega_{\perp} J_0 \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) / H_{\perp} = \gamma_0 J_0 \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) \quad (14)$$

となり零次のベッセル関数で変化することとなる。このような磁気回転比の変化はそのまま光ポンピング磁力計の場合も誤差となってくる。すなわち磁力計においては静磁場 H_0 に対して $\omega_0 = \gamma_0 H_0$ の角周波数をもち、十分に弱い磁場振幅の共鳴高周波がさらに加えられているが、しかし H_0 を軸とし ω_0 で回転する座標系へ変換すれば以上に論じたことをそのままあてはめることができる。非共鳴高周波磁場の H_0 方向成分は γ に影響を与えないから、

$$\gamma = \gamma_0 \left[J_0^2 \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \right]^{1/2} \quad (15)$$

ただし θ は非共鳴磁場したがってポンピング光と静磁場のなす角である。したがって磁力計の説差を δH_0 とすれば $\omega_h \ll \omega$ のとき

$$\frac{\delta H_0}{H_0} = \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} = - \left(\frac{\omega_h \sin \theta}{2\omega} \right)^2 \quad (16)$$

となる。地磁気観測の典型的な場合として

$$H_0 = 0.5 \text{ Gauss}$$

$$\gamma_0 = 2\pi \times 3.5 \times 10^5 \text{ rad/sec/Gauss}$$

$$\omega = 2\pi \times 10^6 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_h / \gamma_0 = h \cong 10^{-2} \text{ Gauss}$$

とすれば

$$\delta H_0 \cong 10^{-5} \text{ Gauss}$$

となる。

しかし 10^{-2} Gauss の磁場の強さは真空中においては 3×10^2 volt/m の電界強度に相当し、よほど強力な送信機の近傍でなければ発生しない程度である。一方、たとえば高度 10^4 km 程度の観測では H_0 が一けた小さくなり、式(13)により ω が一けた小さい場合でも影響が出てきて磁力計の精度を一定に保つためには $\omega_h / \gamma_0 \cong 10^{-4}$ Gauss となり、普通の発振器程度でも問題となってくる。また ($H_0 = 0.5$ Gauss の場合でも) $\delta H_0 \cong 10^{-7}$ Gauss 程度にするためには $\omega_h / \gamma_0 \cong 10^{-3}$ Gauss となりやはり問題となることがわかる。

3. 実験結果

非共鳴高周波磁場の一般的な効果を知るためセシウム原子を用いた通常の光ポンピングの実験装置に非共鳴磁場を光軸方向に加えるためのコイルを追加した実験を行なった。その結果の一例を図2に示す。横軸は静磁場であってほぼ 0.5 Gauss を中心として ± 40 mG の範囲に磁場掃引を行なっている。パラメータは周波数 3 kHz の非共鳴磁場の強さ h を

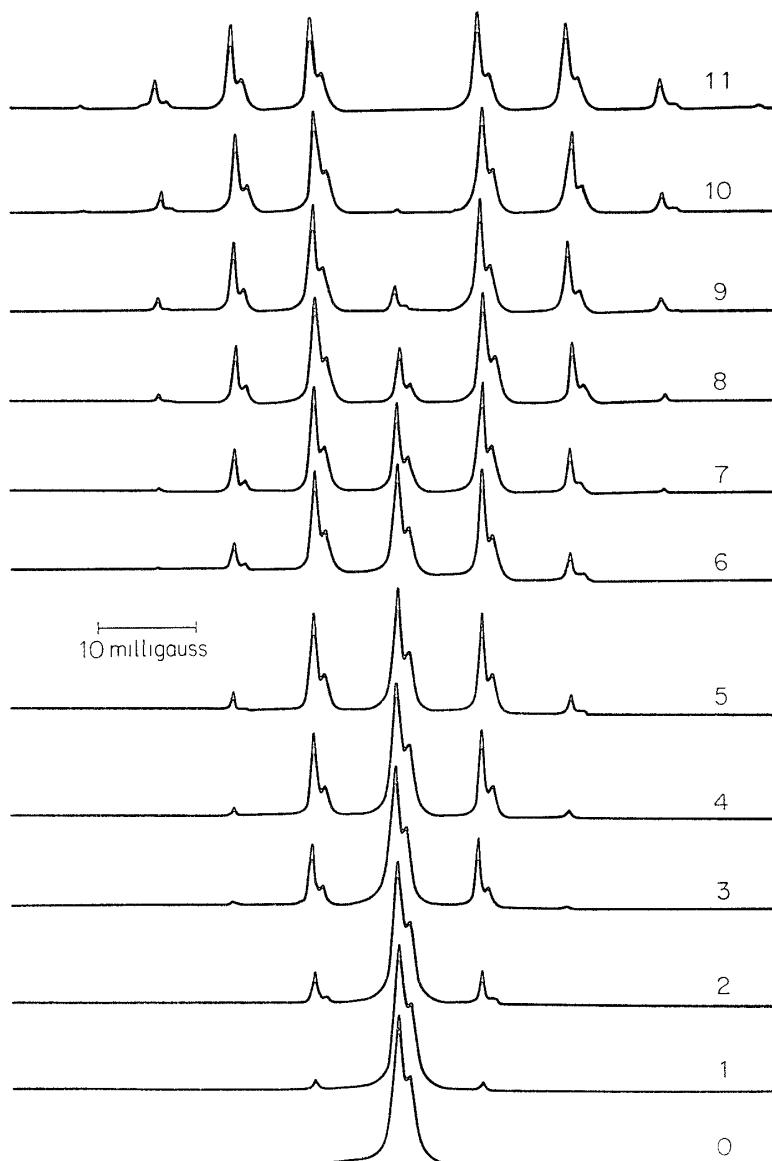


図2 非共鳴高周波磁場によるスペクトル (パラメータは非共鳴磁場である)

1.9 mG 単位で示している。 $h=0$ の場合は通常の光吸収のスペクトルとなっている。スペクトルは二つのピークをもつが高いピークは $F=4$ のスペクトル低いピークは $F=3$ のスペクトルである。 h が増加するに従って中央のスペクトルは徐々に小さくなり $h=1.9 \times 11$ mG で観測できなくなる。これは式 (11), (12) で分るように $J_0(\omega_h/\omega)$ によるものである。一方 h の増加につれて両側対称に J_1, J_2 などで表わされる側帯波が顕著になってくるのがわかる。これは式 (12) で示されるように非共鳴磁場によるパラメトリック共鳴であつて間隔は $\omega/\gamma_0 \approx 9$ mG である。これによって式 (11), (12) の妥当なことが実験的に証明された。

次に磁力計に対する誤差を確かめるために図3のような光ポンピング磁力計の高周波コイ

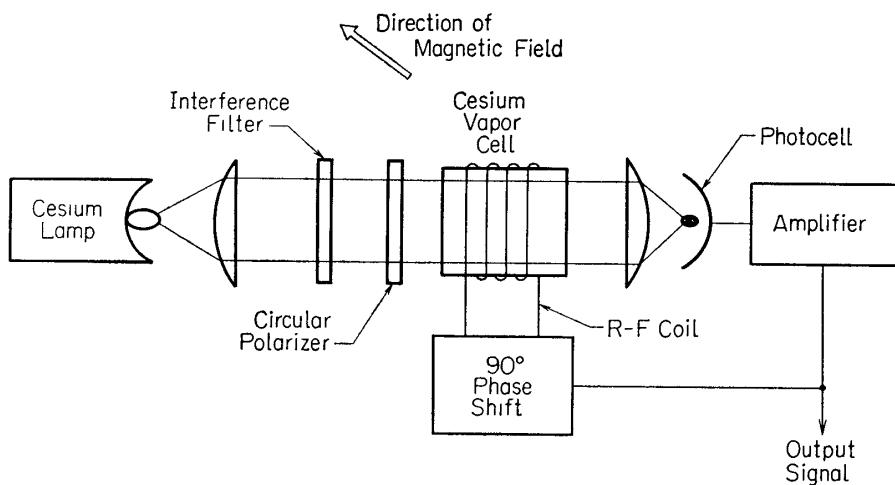


図3 光ポンピング磁力計構成図

ルのさらに外側に光軸方向に軸をもつ300回巻きのソレノイドコイルルを追加して非共鳴磁場を加えた。実験結果の一例を図4に示してある。静磁場は0.06 Gaussに固定し、 θ は約45°である。非共鳴周波数($f = \omega/2\pi$)として50 kHzから120 kHzまで5種類を選び、おのののについて高周波磁場振幅 h を80 mGまで変化させて磁力計の共鳴周波数 f_0 を観測したものである。図で明らかなように f が低くなるにしたがい、また h が大きくなるにしたがい f_0 は低下し実量的には式(16)で表わされる変化をしていることがわかる。ただ $h > 60$ mGの領域では図3の右端にある f_0 の増幅器に非共鳴周波数のリークが認められるので、 f_0 の真の値よりは高目になっているものと思われる。

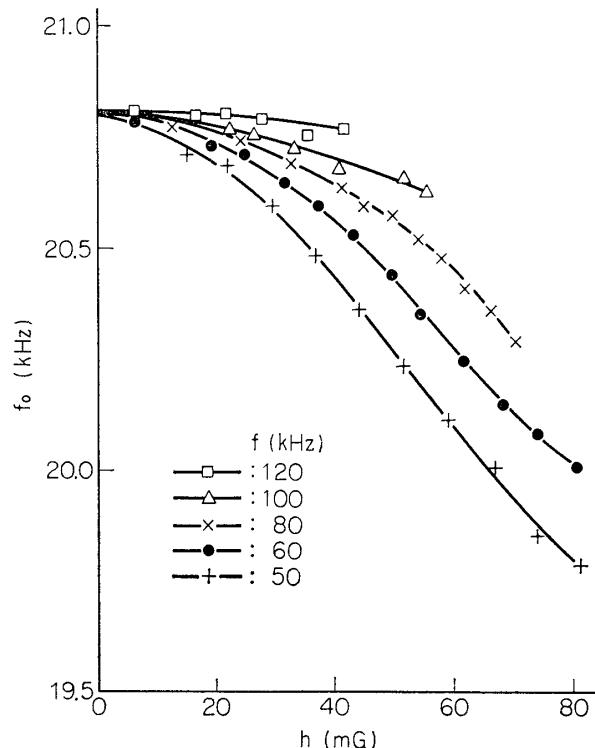


図4 非共鳴高周波磁場による磁力計の出力周波数の変化

4. おわりに

非共鳴高周波磁場が光ポンピングのゼーマンスペクトルに及ぼす効果を一般的に取り扱い高周波磁場の強い場合には相当の影響があることを示した。さらに実際の磁力計について2,3の実験を行ないその誤差の程度を確かめた。結論としては現在使用されているような条

件では誤差は無視できることがわかった。しかし、

- (1) 磁力計の感度を 10^{-7} Gauss 以上に向上させた場合
- (2) 高度約 10^4 km 以上の観測に用いる場合
- (3) 高出力の高周波送信機と同時に搭載される場合

には問題となってくることがわかった。

1972年1月14日

参考文献

- [1] C. Cohen-Tannoudji and S. Haroche, J. Phys. **30**, 153 (1969)
- [2] D. T. Pegg and G. W. Series, J. Phys. **B3**, L 33 (1970).
- [3] T. Yabuzaki, N. Tsukada, and T. Ogawa, Journ. Phys. Soc. Japan **32**, No. 4 (1972).
- [4] たとえば、藪崎, 塚田, 小川, 宇宙研報告, **6**, 149 (1970).
藪崎, 中段, 小川, 通信学会量子エレクトロニクス研究会資料 (1966年2月).