

136MHz ビーコン電波追跡による L-4S (M-4S) Main Rocket の軌道推定

野 村 民 也 ・ 石 谷 久
関 口 豊 ・ 田之頭 昭 徳
前 田 行 雄

1. ま え が き

L-4S (M-4S) ロケットの軌道追跡は、一般に、レーダによる range, azimuth 角, elevation 角の観測が主体になり、これを補う形で 296.7 MHz パイロット電波の 18mφ アンテナによる角度追尾データ、および 136.16 MHz ビーコン電波のドップラ周波数観測（3局）が行なわれている。

B₃ 軌道推定については、かなり長時間の楕円軌道上のデータがレーダにより観測されるので、これより noise reduction を行ない、精度よく軌道推定を行なうことが可能である。また、軌道推定に大きな影響を与える角度のオフセットに対しては、3局のドップラ観測により、その地理的・角度情報を利用して補正できる。（前文参照）

このさき、レーダトランスポンダは B₃ とともに落下するので、最終段軌道の推定に使用可能なデータは、パイロット電波の追尾角度、および 3 局のドップラ周波数観測値のみである。

本文では、これらのデータを用いて Main Rocket の軌道推定を行なう手法、およびそのときの問題点ならびに、L-4S-5 号機、および L-4S-4 号機について、これらの手法を適用した結果について報告する。

この手法は、大別して二通りに分けられるが、いずれも Main Rocket 燃焼終了後数分までのデータで、軌道推定を行ない、一周後の待ち受け角度を計算することを目的としている。一周以降のデータが追加されれば、当然、精度は向上することが期待される。

このうち、第一の手法は内之浦で得られるデータのみから推定することを目的としているので、速度（または range）に関する情報としてドップラデータ、角度情報としてパイロット電波の追尾角を用いる。

他の方法は、3局のドップラデータのみから、Powered flight の解析も同時に行なうことを目的とし、角度情報は、地理的なものを利用して推定する手法である。

両者の比較検討は、目的やデータの質が異なるため困難なので、おのおのについて、おもに誤差の面から検討を行なう。

2. 軌 道 推 定 法

飛しょう体が free flight に入ると、その軌道パラメータの自由度は 6 であるから、6 点の

独立なデータが与えられれば、その軌道は完全に決定される。Main Rocket の軌道に関しては、TM のパイロットによる角度追尾が行なわれているので、Noise がなければ三つの時点での角度が求まればよい。しかし、一局の角度のみで軌道を決定すると、その感度は非常に大きく、Noise の影響を受けやすいので、かなり誤差があっても、Range データを推定できれば、軌道精度は著しく改善される。

したがって、ドップラ観測値よりなんらかの手段で Range (または、その微分) の情報を加えてやれば、Main Rocket の軌道として、より確からしい推定が可能になり、一周目の待ち受け角を予測できる。この目的で開発した軌道推定プログラムの概要と誤差等の問題点を示す。

2.1 Main 軌道推定法

一点からの角度およびレンジのデータ系列から軌道パラメータを推定する方法についてはすでに述べたので (前文参照)、ここで必要なのはレンジの推定値のみである。今、時刻 t におけるドップラ受信周波数 f_R は、その前 1sec に変化したレンジの差を $RR(t)=R(t)-R(t-1)$ として、

$$f_R = \left[\frac{f_0 \left(1 - \frac{RR}{C} \right)}{f_{\text{set}}} 3000 - 2999.3 \right] \times 10^6 \text{ Hz} \quad (2-1)$$

である。

$t=t_0$ におけるレンジ、 $R_0=R(t_0)$ が観測され、以後レーダトランスポンダが離脱して f_R のみが観測される場合には、(2-1) より RR を求め、

$$R(t_0+n) = \sum_{k=1}^n RR(t_0+k) + R_0 \quad (2-2)$$

とすれば、ただちにレンジが推定される。

実際には、 $f_R(t)$ は、2 sec おきに観測されているので適当に内そうして

$$R(t_0+2n) = R_0 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [RR(t_0+2(k+1)) + 3RR(t_0+2k)] \quad (2-3)$$

により計算される。

ここでもう一つの未知数 $f_0(t)$ ($[t-1, t]$ の間のビーコン電波発振器の位相回転数) を推定しなければならない。 t_0 まではレーダによりレンジが求められているので、1 sec の差と f_R から逆算されて、 t_0 までの $f_0(t)$ は決定される。外力がない場合、短時間の間は、 $f_0(t)$ は t の 2 次程度の関数として表わされることが期待されるので、 $[t_0-\alpha, t_0]$ の間の $f_0(t)$ を二次近似して、この関数を用いて $[t_0, t_0+\alpha]$ までの $f_0(t)$ を外そうする。これと f_R から (2-1) を用いて、 $RR(t_0+2k)$ が算出される。

$f_0(t)$ が t_0 以後どの程度まで正しく外そうされるかは、発振器によるが、いずれにしても長い時間の外そうは、誤差が集積されるので、Range データの外そうは適当な時間で打ち切り、その後は角度のみを用いると、かなり推定の精度は上昇し、Range の情報も必要な分だけは取り入れることができる。

また、軌道推定の収束アルゴリズムについては、レーダによる B_3 推定のアルゴリズムをそのまま用いることができ、さらに 1 周、2 周の角度データが得られれば、それだけを追加

することにより、軌道精度はさらに上昇する。1 周以降のデータを用いる場合には、Secular term のみは考慮しているが、short period の perturbation は考えていない。

2.2 誤差および問題点

一般に Main Rocket 燃焼後は、レンジで 2,000 km 程度離れていて、ほとんど真後から観測するため、各データの軌道に関する定性的な特徴は次のようなものとなる。

(1) Range データ

レンジは、その地点を定めるために非常に重要であるが、角度データのうち、 A_z がほぼ正確だと、レンジの誤差はほとんど水平方向の誤差のみになる。軌道は位置、速度から計算され、特に長半径は、

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{R} - \frac{v^2}{\mu} \quad \mu \doteq 3.98 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{sec}^2 \quad (2-4)$$

であるから、 R , v におおの ΔR , Δv の誤差があるとき

$$\Delta a = +a^2 \left(\frac{\Delta R}{R^2} + \frac{2v}{\mu} \Delta v \right) \quad (2-5)$$

なる誤差を生じる。

水平方向の誤差では、 $\Delta R \doteq 0$ であり、かりに垂直方向に数 km の ΔR の誤差を生じても（これは特に El 角の誤差から生じる） $R \leq a$ であるため Δa の誤差としても数 km 程度でおさまる。

問題になるのは第 2 項で、 $a \doteq 9,000 \text{ km}$, $v = 8.5 \text{ km/sec}$ 程度の軌道でも、

$$\Delta a = 3.5 [\text{km/m/sec}] \Delta v$$

にもなり、 Δv がわずかでも誤差があると、著しく Δa に誤差を生じる。

離心率 e は、 a と相関が強いため、観測地点に一致するよう

$$\Delta e = \mp (1 \pm e)/a \quad (2-6)$$

に従って誤差を生じる。ここに複号は、遠地点、近地点に従って変化する。

速度情報はあとから観測する場合、角度からは得られず RR から求められる（データとしては Range の形になっている）ので、結局 (2-1) で計算する際の RR の誤差が、そのまま (2-5) で拡大されて a の誤差になることが示され、 $f_0(t)$ の推定が軌道精度を決定することが示される。

$f_0(t)$ と RR の関係は (2-1) に示されるので、およそ 136 MHz 当り 1 Hz の誤差が、 RR にして 2 m/sec の誤差を生じ、さらに観測地からロケットまでのベクトルと速度ベクトルの角度が θ のとき、速度誤差は $1/\cos \theta$ に拡大される。

(2) A_z 角データ

ロケットをあとから観測する際、 A_z の変化はほとんどなく軌道要素のうち、 Ω , i に影響を与える。しかし A_z 角は変化がないため、多くのデータは Noise Reduction に用いることができ、random noise はほとんど除去される。したがってオフセットさえなければ、軌道決定上、問題点はない。

(3) El 角データ

El 角は高度に対する感度が大きく、一般には近地点に関する情報を与える。

したがって El 角の誤差は τ_p , w に誤差を生じ, 近地点高度にも誤差を与える.

観測地を原点に, 飛しょう方向水平軸を x 軸, 垂直軸を y 軸にとると, レンジ R , El 角を θ として,

$$x = R \cos \theta, \quad y = R \sin \theta$$

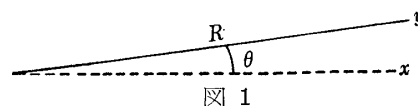


図 1

であるため, x - y 面内の速度ベクトルは近似的に (地球の自転は無視)

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{R} \cos \theta - R \dot{\theta} \sin \theta \\ \dot{y} = \dot{R} \sin \theta + R \dot{\theta} \cos \theta \end{cases} \quad (2-7)$$

と表わされる.

一般に θ が小さい場合, θ に $\Delta\theta$ の誤差があると

$$\Delta\dot{x} = R\dot{\theta}\Delta\theta$$

$$\Delta\dot{y} = \dot{R} \cdot \Delta\theta + \dot{R} \cdot \Delta\theta$$

なる誤差を生じるので, 特に $\Delta\dot{y}$ の誤差が問題になる. $\dot{R}=8$ km, $R=2,000$ km, $\theta=10^\circ$ 程度の場合 $\dot{\theta}=0.07^\circ/\text{sec}$ になるので, $y=3.8$ km/sec に対し, $\Delta\dot{y}=[8 \text{ km/sec} \cdot \text{rad}] \Delta\theta + 2,000$ [km/sec·rad] $\Delta\dot{\theta}$ となる. $\Delta\theta \doteq 0.2^\circ \doteq 0.0035$ rad はほとんど問題ないので, オフセットは余り軌道決定上問題にはならず, 近地点高度が変化するのみである. 軌道決定上問題なのは $\Delta\dot{y}$ の 2 項で $\Delta\dot{\theta}$ がある程度あると, Range が大きいとき $\Delta\dot{y}$ は著しい誤差をうける.

このような誤差は屈折による $\Delta\theta$ の変化の結果として現われ, 一般に θ の低い場合, $\Delta\theta$ は θ の低下とともに増加してゆくため, $\Delta\dot{\theta} > 0$ となり \dot{y} は実際より大きくなる. 近地点位置通過時刻は, その座標と \dot{y} によって決定されるので, これは τ_p , 従って w に対して大きな誤差となる. 特に \dot{y} が大きくなると τ_p は小さくなる傾向を示す.

以上より El 角はオフセット, および角度誤差変化までが軌道決定上大きな影響を与えることが示される. したがって El 角の低いデータしか使用できない場合には, 特に屈折の補正を行なう必要がある.

random noise は軌道推定のための Smoothing によって, データ数が多ければ容易に除かれる.

3. 136 MHz ビーコン電波のドップラ周波数観測による Main Rocket の運動追跡

前節の手法は, 1 局のデータのみから軌道推定が可能である反面, 角度データを利用しなければならぬためその誤差により推定軌道の精度が大きな影響を受ける.

現在, 136 MHz ビーコン電波は三つの異なる地点で受信され, その精度もかなりよく, また伝送系も完成しているので, これから角度情報を得ることが可能である. この場合, 速度に関する情報については, 前節と同様な問題点が残されるが, 角度に関しては地理的情報に基づくので, かなりの精度が期待される.

さらにハードウェアの精度が良いことにより, レーダに比べて (特に角度情報に関して不確定性がないことにより) smoothing による noise reduction の必要が少なく, 速度の時間的变化などかなり多くの情報を得ることが期待される.

以下にその手法と問題点, 誤差の検討を示す.

同様の考え方で、1局のレーダデータから、速度（あるいは加速度）まで算出することは、精度さえよければ当然可能であるが、レーダの場合、位置データから微分により速度を求めるため、誤差の影響は非常に大きく、さらに加速度まで計算する際には、データの誤差を十分除いておかなければならない。したがって error reduction のため相当な時間の smoothing（誤差の相関のなくなる範囲まで）を要し、この結果、情報量は失われることになり、短時間の変化まで求めるためには、データの質を著しく向上させる必要がある。ドップラ周波数観測では、周波数追尾のための Phase lock loop が比較的簡単なハードウェアで smoother の役を果しているので、直接速度情報が精度よく取り出せ、この結果、以下の処理が簡単になるのが特色である。レーダでは、band を広げた結果、むしろ noise の band まで広げてしまい、情報処理で除くことになるので計算が複雑になる。角度に関しては前述の通りである。

3.1 推定手法

ドップラ観測値は、本質的に飛しょう体の速度情報のみを与えるものであるから、軌道方程式に従うことがわかっているとしても、短時間のデータからでは、位置まで算出することは困難であり、ある一時点における位置基準を必要とする。

ある時刻における速度の自由度は3であるから、3局の観測データが独立であれば、誤差の範囲で速度は求め得る。ただし (2-1) を用いるため、 $f_0(t)$ が未知の場合には、未知数が一つ増加して、速度も求められなくなる。したがって $f_0(t)$ に対しては、なんらかの推定値を必要とする。

以上二つの要求を満すためには、Main Rocket 点火直前までの B_3 軌道データと、それまでの f_R を用いることができる。 B_3 軌道は、一般にレーダ観測による長時間のデータから noise reduction が行なわれ、その結果として精度の良い位置、速度が求められる。さらに軌道決定に際してドップラデータも用いることにより、1局のデータだけからでは困難な角度オフセットの補正も行なわれるので、 $f_0(t)$ もかなり精度良く求めることができる。 $f_0(t)$ は、おもに温度によって変動するため、短時間の間は適当な多項式に従うと仮定すれば、Main Rocket 点火後も、短時間であれば $f_0(t)$ を外そうできる。このような $f_0(t)$ を用いて、速度を3局の観測値から推定することは、前節の $f_0(t)$ の仮定とまったく同じことであるから、1局の角度情報の代わりに、3局の地理的角度情報を用いることにほかならず、速度に関する情報はほとんど差がないと考えられる。

したがって、いずれの手法が有利であるかどうかは、伝送系の問題のほか、ハードウェアの精度の問題になり、一般的には論じられない。3局のドップラ観測の精度が等しく、局間のスパンが大きければ、後者の方が当然有利になる。

今、前節と同様に B_3 の軌道が決定され、Main Rocket 点火直前の一時点 t_0 の位置、速度、 $\mathbf{x}(t_0)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t_0)$ が求められたとする。また同時に $f_0(t)$ も t_0 付近において t の2次式で近似され、

$$f_0(t) = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 \quad (3-1)$$

で表わせるものとし、点火後もこの式で表わせるものと仮定する。

注) $f_0(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ は、この観測器では、 t と $t-1$ sec の間の送信器の電界の位相回転数、

およびレンジの差を表わすものであるが、便宜上 $f_0(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ と表わす.

今, 時刻における観測地 i の位置を $\mathbf{x}_i(t)$, 飛しょう体位置を $\mathbf{x}(t)$ とする. ($i=1\sim 3$)

$$\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t) \quad (3-2)$$

$$\mathbf{v}_i(t) = \dot{\mathbf{x}}_i(t) \quad (3-3)$$

$$\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_i(t) \quad (3-4)$$

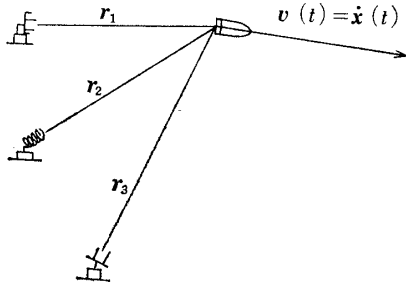


図 2

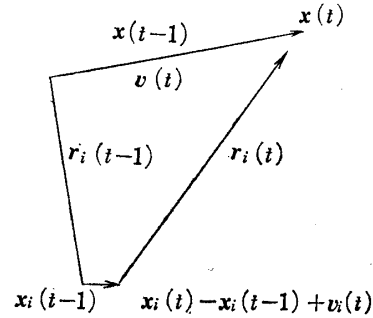


図 3

とすると, 観測値 i のレンジレート RR_i は

$$\begin{aligned} RR_i &= \|\mathbf{r}_i(t)\| - \|\mathbf{r}_i(t-1)\| \\ &= \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_i(t)\| - \|(\mathbf{x}(t) - \mathbf{v}(t)) - (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{v}_i(t))\| \\ &= \|\mathbf{r}_i(t)\| - \|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{y}_i(t)\| \end{aligned} \quad (3-5)$$

ここに,

$$\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{v}(t) - \mathbf{v}_i(t) \quad (3-6)$$

(3-5) は, t を省略すると,

$$\begin{aligned} RR_i &= \sqrt{\mathbf{r}_i^2} - \sqrt{\mathbf{r}_i^2 - 2\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{y}_i + \mathbf{y}_i^2} \\ &\doteq \frac{1}{r_i}(\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{y}_i) - \frac{1}{r_i} \left(\frac{\mathbf{y}_i^2}{2} - \frac{(\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{y}_i)^2}{2r_i^2} \right) + O\left(\frac{\mathbf{y}_i^2}{r_i^3}\right) \end{aligned} \quad (3-7)$$

このうち, 第2項は無視できないことが多いので, 線形近似で解くために, 外力のない free flight の軌道上にある場合の速度との差を求めると, 計算は著しく簡単になる. (3-2) の \mathbf{v} を, 外力のない場合の \mathbf{v}_0 とその他の項 $\Delta\mathbf{v}$ に分離し,

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0(t) + \Delta\mathbf{v}(t) \quad (3-2)'$$

とすると,

$$RR_i = \|\mathbf{r}_i(t)\| - \|\mathbf{r}_i(t-1)\| = \|\mathbf{r}_i\| - \|\mathbf{r}_i - \mathbf{y}_{i0} - \Delta\mathbf{v}\|$$

となる. ここに

$$\mathbf{y}_{i0} = \mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_i \quad (3-6)'$$

$$RR_{i0} = \|\mathbf{r}_i\| - \|\mathbf{r}_i - \mathbf{y}_{i0}\| \quad (3-5)'$$

とすると,

$$\Delta RR_i = RR_i - RR_{i0} = \|\mathbf{r}_i - \mathbf{y}_{i0}\| - \|\mathbf{r}_i - \mathbf{y}_{i0} - \Delta\mathbf{v}\| \quad (3-8)$$

さらに,

$$\mathbf{r}_i' = \mathbf{r}_i - \mathbf{y}_{i0}$$

とおくと,

$$\begin{aligned}\Delta RR_i &= \|\mathbf{r}_i'\| - \|\mathbf{r}_i' - \Delta \mathbf{v}\| \\ &= \sqrt{\mathbf{r}_i'^2} - \sqrt{\mathbf{r}_i'^2 - 2\mathbf{r}_i' \cdot \Delta \mathbf{v} + \Delta \mathbf{v}^2} \\ &= \frac{1}{r_i'}(\mathbf{r}_i' \cdot \Delta \mathbf{v}) - \frac{1}{r_i'} \left(\frac{\Delta \mathbf{v}^2}{2} - \frac{\mathbf{r}_i' \cdot \Delta \mathbf{v}}{2r_i'^2} \right) + O\left(\frac{\Delta \mathbf{v}^2}{r_i'^3}\right) \quad (3-7)'\end{aligned}$$

これは (3-7) に比べ $\|\mathbf{y}_i\| \gg \|\Delta \mathbf{r}\|$ であるため, 第2項は著しく小さくなり, 第1項で近似できる. 以上より近似的に次の式が成立する.

$$\mathbf{r}_i' \cdot \Delta \mathbf{v} = r_i' \cdot \Delta RR_i = r_i'(RR_i - RR_{i0}) \quad (i=1 \sim 3) \quad (3-10)$$

ここで, RR_i は (3-1) と f_{Ri} から計算され, RR_{i0} , \mathbf{r}_i' は, $\mathbf{x}(t_0)$, $\dot{\mathbf{x}}(t_0)$ から $\Delta \mathbf{v}$ とともに順次計算される.

したがって (3-10) より, \mathbf{r}_1' , \mathbf{r}_2' , \mathbf{r}_3' が 1 次従属にならない限り $\Delta \mathbf{v}$ を求めることができる.

3.2 誤差並びに問題点

(3-10) は

$$\mathbf{n}_i \triangleq \mathbf{r}_i' / r_i' \quad (3-11)$$

を用いることにより,

$$\mathbf{n}_i \cdot \Delta \mathbf{v} = \Delta RR_i = RR_i - RR_{i0} \quad (i=1, 2, 3) \quad (3-10)'$$

と表わせる. 今, \mathbf{v} を求めるために誤差を生じる原因になるのは

- i) (3-10) を誘導する際の (3-7)' の第2項以下, および RR_{i0} の誤差
- ii) $\mathbf{x}(t_0)$, $\dot{\mathbf{x}}(t_0)$ の誤差による \mathbf{n}_i の誤差 $\Delta \mathbf{n}_i$
- iii) RR_i を求める際の f_0 の誤差 Δf_0
- iv) f_R の観測値の誤差による RR_i の誤差

の四項である. これらの各項につき, 一般の軌道に対して, 誤差の Order を求めておく.

(1) 計算上の誤差

RR_{i0} に関しては, 前の観測値の \mathbf{v} から, 外力のない軌道上にある場合の速度変化を計算して求めるので, おもに \mathbf{r}_i' の変化を考慮しないことによる重力加速度の誤差により, RR_{i0} に誤差を生じる. この大きさは次節で検討するが, 一般に非常に小さい. 最悪の場合重力方向に進行して 1 sec 当り 8 km 位高度が変化したことを無視しても, 地球半径 6,000 km に対する誤差できくので, 5 cm/sec 程度の誤差にしかならない. 水平方向の誤差は, この cos できくため, 0 と考えてよい.

次に (3-7) 式の第2項は, かりに $R_i \doteq 700$ km, $\|\mathbf{y}_i\| = 8$ km/sec 程度とすると, $1/2 r_i (\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{y}_i \sin \theta)^2$ であるため, 横から見た時誤差は最大になって 50 m/sec 程度にもなる.

(3-7)' の第2項は $\|\Delta \mathbf{v}\|$ が, せいぜい 500 m/sec (25 g, 2 sec) 程度であるから, 0.2 m/sec 以下の誤差になり, 問題ない. 以後 (3-10)' のみを用いることとし, $\Delta \mathbf{v}$, ΔRR_i の Δ は省略し, 誤差を表わす量を Δ で表わす.

(2) f_0 の誤差 Δf_0

f_0 から計算される RR_i は, (2-1) より

$$RR_i = \left(1 - \frac{f \operatorname{set}(2999.3 + f_R \cdot 10^{-6})}{f_0 \cdot 3000}\right) C - RR_{i0}$$

であるから, f_0 に Δf_0 の誤差のある場合, RR_i の誤差, ΔRR_i は,

$$\begin{aligned} \Delta RR_i &\doteq \frac{\partial RR_i}{\partial f_0} \Delta f_0 \\ &= \frac{f \operatorname{set}(2999.3 + f_R \cdot 10^{-6})}{f_0 \cdot 3000} \cdot \frac{C}{f_0} \cdot \Delta f_0 \\ &\approx 2.2 \cdot \Delta f_0 [\text{m/sec} \cdot \text{Hz}] \end{aligned} \quad (3-12)$$

となり, i に関係なく一定となる.

$$N^t \triangleq [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3], \quad \mathbf{RR} \triangleq [RR_1, RR_2, RR_3]^t \quad (3-13)$$

とすると, ΔRR による速度誤差 $\Delta \mathbf{v}$ は

$$N\mathbf{v} = \mathbf{RR} \quad (3-14)$$

より,

$$\Delta \mathbf{v} = N^{-1} \Delta \mathbf{RR} \quad (3-15)$$

で与えられる. なお \mathbf{v} を求めるためには当然, N^{-1} の存在を仮定するので \mathbf{n}_i は一次独立でなければならない.

$\Delta \mathbf{v}$ は $\Delta \mathbf{RR}$ の各成分が (3-12) で与えられて, すべて等しいため, 各 \mathbf{n}_i との内積が等しいベクトルとなる. $\Delta \mathbf{v} / \|\Delta \mathbf{v}\|$ は, \mathbf{n}_i が一次独立であるため, \mathbf{n}_i の線形和で表わされ,

$$\mathbf{n}_0 \triangleq \Delta \mathbf{v} / \|\Delta \mathbf{v}\| = k_1 \mathbf{n}_1 + k_2 \mathbf{n}_2 + k_3 \mathbf{n}_3 \quad (3-16)$$

で表わされ, これと

$$\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n}_2 = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n}_3 \quad (3-17)$$

より,

$$\begin{aligned} k_1 : k_2 : k_3 &= (\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_3, \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2) \cdot (1 - \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n}_3) : (\mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_3, \mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_1) (1 - \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n}_3) \\ &\quad : (\mathbf{n}_3 - \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_3 - \mathbf{n}_2) \cdot (1 - \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2) \end{aligned} \quad (3-18)$$

と表わされ, $\|\mathbf{n}_0\| = 1$ および (3-16) から k_1 , 従って \mathbf{n}_0 は求められる.

また誤差の大きさ $\|\Delta \mathbf{n}\|$ は,

$$\|\Delta \mathbf{n}\| = \Delta RR_i / \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n}_i \quad (3-19)$$

からただちに求められる.

\mathbf{n}_0 の方向は幾何学的には, $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$ の 3 点を結ぶ三角形の外接円の中心を通る方向であるから, 観測地と飛しょう体の位置関係によって, どの方向に速度誤差が出るかは決定される.

(3) \mathbf{n}_i の誤差

\mathbf{r}_i のうち, 観測地に関しては, 位置測定により, $\mathbf{x}_i(t), \mathbf{v}_i(t)$ が正しく計算されるので, $\mathbf{x}(t)$ の誤差が問題になる. もし $\mathbf{x}(t)$ に $\Delta \mathbf{x}$ の誤差があると \mathbf{r}_i' にも同じだけの誤差を生じ, \mathbf{n}_i に, 大体 $\Delta \mathbf{x} / \mathbf{r}_i$ の誤差を生じる. これを $\Delta \mathbf{n}_i$ とし, このための速度誤差を $\Delta \mathbf{v}$ とすれば, (3-10)' より

$$\begin{aligned} (\mathbf{n}_i + \Delta \mathbf{n}_i)(\mathbf{v} + \Delta \mathbf{v}) &= RR_i = \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{v} \\ \therefore \mathbf{n}_i \cdot \Delta \mathbf{v} &= -\Delta \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{v} - \Delta \mathbf{n}_i \cdot \Delta \mathbf{v} \end{aligned} \quad (3-20)$$

$\Delta \mathbf{n}_i$ は i によらず、方向は一定であり、特に r_i がほぼ等しいと、(3-20) 右辺は等しくなり、 f_0 の誤差と同じ方向に $\Delta \mathbf{v}$ の誤差を生じる。 $\|\Delta \mathbf{x}\| \approx 2 \text{ km}$, $r_i = 700 \text{ km}$ とすると $\|\mathbf{v}\| = 400 \text{ m/sec}$ でも最大 1.1 m/sec のレンジレートの誤差しかなく f_0 の 0.5 Hz の誤差程度である。したがってこの項はほとんど無視しうるものと考えて良い。ただし、全推力を計算するときは積分されるので、十分 $\Delta \mathbf{x}$ を小さくしなければならない。

(4) ドップラ観測値の誤差

これは、本来の観測誤差であって、 f_R に誤差 Δf_R が加わると、(2-1) を用いて計算した RR_i に、 $f_R + 1 \text{ Hz}$ 当り -0.1 m/sec の誤差を生じる。この誤差を3局まとめて ΔRR で表わすと、一般に観測誤差は1局のみに表われるため、 $\Delta RR_i = \Delta$, $\Delta RR_j = 0 (i \neq j)$ の形になる。したがってこれより計算される速度誤差 $\Delta \mathbf{v}$ は

$$\mathbf{n}_j \cdot \Delta \mathbf{v} = \Delta_{ij} \cdot \Delta \quad (3-21)$$

となるので、

$$\Delta \mathbf{v} = k(\mathbf{n}_j \times \mathbf{n}_k) (i \neq k, i = j) \quad (3-22)$$

の形になる。すなわち $\Delta \mathbf{v}$ は、 \mathbf{n}_j , \mathbf{n}_k で張る面に垂直な方向であって、その大きさは、

$$\|\Delta \mathbf{v}\| = \Delta / \|(\mathbf{n}_j \times \mathbf{n}_k) \cdot \mathbf{n}_j\| \quad (3-23)$$

で表わされる。したがって $\mathbf{n}_i (i=1 \sim 3)$ が互いに直交しているとき、 Δ に対して誤差 $\Delta \mathbf{v}$ は最も小さくなる。(Δ になる) このとき、方向は $\Delta \mathbf{v}$ に一致する。したがって、3局の観測を行なう場合には、観測対象までのベクトル \mathbf{n}_i が、互いに直交するような観測が最も望ましく、平面的には、正三角形の三頂点に観測地が分布していて、一辺が飛しょう体高度の $100/40$ 倍くらいであることが理想的である。(500 km の高度では、一辺 $1,200 \text{ km}$) の正三角形が良い。) 逆に、 \mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 , \mathbf{n}_3 がほとんど平行している場合には (3-23) 右辺の分母は非常に小さくなるので誤差は拡大される。

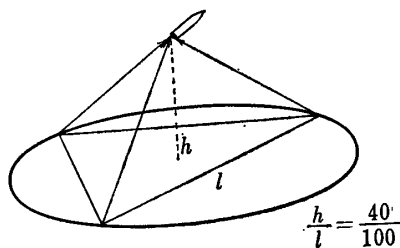


図 4

136 MHz ビーコン電波の三つの観測地のうち、勝浦は方向、距離とも比較的よい所にある。地理的条件で止むを得ないが、内之浦、沖縄は、方向がほとんど等しく、平行に近くなるため、沖縄、内之浦のデータは特に精度が要求される。沖縄は、いかにも西に寄りすぎているので、もし東南に観測地があれば、観測精度は向上する。B₃ b.o. 付近では、今の3局でも比較的誤差の影響を受けない。

4. B₃ および Main 軌道からの Main Rocket 解析

4.1 推定手法

前節に示したように、精度の高い地上観測系による Range (または Range Rate) データや角度データが利用できれば、慣性座標系で運動を記述し、その2回微分として加速度(推力による)を計算することは、容易である。しかし、ドップラ観測値では、 $f_0(t)$ が不確かであるとき誤差を生じ、また Range データでは誤差のため、遠距離では微分値の変動が非常に大きくなる。そこで、多くのデータによって誤差を除いた結果である軌道要素間の差と

して、その間のロケットの推力を除いた結果を求めれば、軌道要素を求めた場合と同じく、誤差を小さくできる。その代わり、情報量は減少し、加速度の時間変化は不明になる。

L-4S (M-4S) 実験で特に必要なのは、最終段がいかなる方向で打ち出され、total thrust として、どのくらい加速されたかという点であるので、この量だけを求めるためには、軌道の差として速度の変化だけを求めれば十分であり、精度も良くなる。

機上に精密な加速度計、方向基準が搭載されていれば、その値から簡単に求められるが、ここでは、むしろ、方向基準としてのジャイロ (2 自由度 free gyro) の精度を求めるのが目的であり、そのためには、固定した座標系の運動から速度変化を求める必要がある。以下に、その推定法および計算精度を示す。

今、 B_i 軌道を $\mathbf{x}_i(t)$ 、軌道上の速度を、 $\mathbf{v}_i(t)$ 、実際の軌道を $\mathbf{x}(t)$ 、速度を $\mathbf{v}(t)$ とし、Main Rocket の燃焼時間を $[t_0, t_f]$ とすると、

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_3(t_0) \quad \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}_4(t_f) \quad (4-1)$$

$$\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_3(t_0) \quad \mathbf{v}(t_f) = \mathbf{v}_4(t_f) \quad (4-2)$$

である。

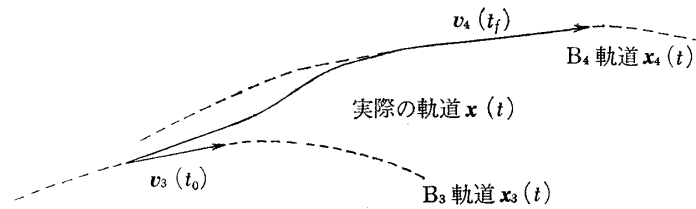


図 5

\mathbf{x} における重力加速度を

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = -\frac{k\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^3} \quad (4-3)$$

で表わす。

Main Rocket による加速度を $\mathbf{a}(t)$ とすると、その方向はスピン安定のため一定 \mathbf{n} として

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{n} \cdot a(t) \quad \|\mathbf{n}\| = 1$$

$$\mathbf{T} \triangleq \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{a}(t) dt = \mathbf{n}T \quad (4-4)$$

で表わすことができる。定義より

$$\mathbf{v}_i(t) = \mathbf{v}_i(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{g}(\mathbf{x}_i) dt$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_3(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{g}(\mathbf{x}) dt + \int_{t_0}^t \mathbf{a}(t) dt$$

$$\therefore \mathbf{v}(t_f) = \mathbf{v}_3(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dt + \mathbf{n}T = \mathbf{v}_4(t_f) = \mathbf{v}_4(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}_4) dt$$

以上より、

$$\mathbf{v}_4(t_f) - \mathbf{v}_3(t_f) = \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dt - \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}_3) dt + \mathbf{n}T \quad (4-5)$$

$$\mathbf{v}_4(t_0) - \mathbf{v}_3(t_0) = \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dt - \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}_4) dt + \mathbf{n}T \quad (4-6)$$

一般に, $t \in [t_0, t_f]$ に対して

$$\mathbf{v}_4(t) - \mathbf{v}_3(t) = \left\{ \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dt - \left[\int_{t_0}^t \mathbf{g}(\mathbf{x}_3) dt + \int_t^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}_4) dt \right] \right\} + \mathbf{n}T \quad (4-7)$$

(4-7) 右辺第1項より第3項までの和は, 一般には十分小さいので, (4-5)~(4-7)の値はほぼ一致して $\mathbf{n}T$ を示す. 一般に $\int_{t_0}^{t_f} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dt$ が $\mathbf{n}T$ に比べて十分小さい場合は, この計算で $\mathbf{n}T$ を精度よく求めることができる. 特に, $t_f = t_0$ すなわち推力がインパルス状に与えられれば, 正しく $\mathbf{n}T$ を求めることができる.

$\mathbf{n}T$ が慣性座標系で求まれば, 座標変換により容易に発射時, 発射地点の局地座標系に対する \mathbf{n} の成分 (すなわち発射時のジャイロの座標系), また, 飛しょう地点の局地座標系における \mathbf{n} の成分 (その地点の方位, 上下角) などが求められる. T は速度増分の総和を表わす.

4.2 誤 差

(4-5)~(4-7) を $\mathbf{n}T$ とするときの計算誤差 ΔT は

$$\Delta T = \int_{t_0}^t [\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_3)] dt + \int_t^{t_f} [\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_4)] dt \quad (4-8)$$

で表わされる.

\mathbf{x} は, \mathbf{x}_3 (または \mathbf{x}_4) に比べて十分近い位置にあるので,

$$\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}(t) + \Delta \mathbf{x}_i(t) \quad (4-9)$$

として ΔT の大きさを求める. 第1近似では,

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_i) = -\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x}_i \quad (4-10)$$

と表わされる. (4-3) より, $r = \|\mathbf{x}\|$, $\mathbf{n}_x = \mathbf{x}/r$ とおいて

$$\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} = -k \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{\mathbf{x}}{r^3} \right) = -k \left(\frac{\mathbf{E}}{r^3} - \frac{3\mathbf{x}}{r^4} \mathbf{n}_x^t \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{-k\mathbf{E}}{r^2} - 3\mathbf{g} \cdot \mathbf{n}_x^t \right) \quad (4-11)$$

であるから (4-10) は

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{r} \left(+\frac{k}{r^2} \Delta \mathbf{x}_i + 3\mathbf{g} \cdot \mathbf{n}_x^t \cdot \Delta \mathbf{x}_i \right)$$

(\mathbf{E} は単位行列)

このうち, 第2項の $\mathbf{n}_x^t \cdot \Delta \mathbf{x}_i$ は $\Delta \mathbf{x}_i$ の重力成分であるが, L-4S(M-4S) の Main Rocket が正常に飛しょうすると, ほぼ水平方向に打ち出されるためほとんど0になり, かりに重力方向に打ち出されても, $\Delta \mathbf{x}_i$ (60 km 以内) である. $\mathbf{g} \doteq 10 \text{ m/sec}^2$ で $r \doteq 6,400 \text{ km}$ である

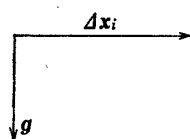


図 6

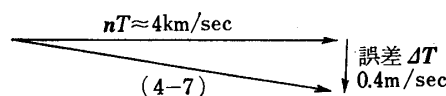


図 7

ため、この項は最大 0.3 m/sec^2 以内におさまる。

燃焼時間はおよそ 30 sec として、定常的にうえの加速度誤差を生じると、 9 m/sec 程度（方向は重力方向で進行方向に直交）の差になるが、実際の軌道は、 $\mathbf{x}_3(t_0)$ から $\mathbf{x}_4(t_f)$ に変化するため、 $\Delta \mathbf{x}_3(t_0) = \Delta \mathbf{x}_4(t_f) = 0$ であり、(4-5) (4-6) を用いても、 $\Delta \mathbf{x}_i$ はほぼ二次的に変化する（thrust 一定として）最大値が 60 km 程度である。したがってこの誤差は、大きくとも 3 m/sec で進行方向と直交している。実際には \mathbf{n}_x と $\Delta \mathbf{x}_i$ も直交から 10° 以内にあるので、さらに小さく、 T , \mathbf{n} を (4-7) から計算しても T は 10^{-7} 程度、 \mathbf{n} も 0.01° 以内の誤差を生じるだけで問題はない。

第 1 項は、進行方向に表われる加速度誤差であり、 $\Delta \mathbf{x}_i$ が 1 km のとき、その方向に $1.5 \times 10^{-3} \text{ m/sec}^2$ 程度の大きさとなる。 60 km では、 0.09 m/sec^2 となるので、うえと同じ仮定により、 0.9 m/sec 程度の速度誤差となる。

一般に、これは進行方向になるので、 T に対する誤差としてきくが、 \mathbf{n} には影響はない。

一般には、進行方向に関して、 x , x_i の関係は右のようになるので、 Δx_i は斜線で表わした量となり、燃焼時間の中央付近、 x_3 , x_4 が最も近づく時刻、 t_m において (4-7) を計算すると、最も誤差は少なくなる。上記の、 0.9 m/sec は (4-5) または (4-6) の最悪の場合である。

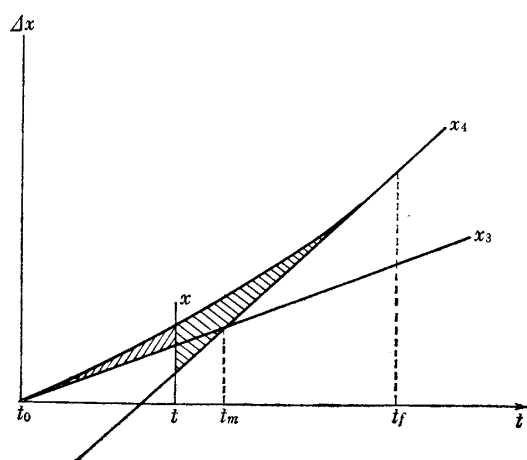


図 8

5. L-4S-5 号機における推定結果

5.1 B₃

B₃ の軌道推定は、L-4T-1 および L-4S-4 号機の B₃ と同様、 1.68 GHz レーダトランスポンダの $4 \text{ m}\phi$ レーダ追跡結果を用い、最小二乗評価によった。（角度、レンジデータを用い、B₃ Sep 後、Main 点火直前までが一つの楕円軌道に乗っていると仮定して推定する。）

また、レーダの角度データに一定のオフセットを仮定することによって、沖縄、内之浦、勝浦 3 局による 136 MHz ビーコン電波のドップラ周波数観測値に矛盾のないような軌道を求めた。（前文参照）

この結果、3 局の受信周波数 f_R から逆算される送信周波数 $f_0(t)$ の推定値は $\pm 1 \text{ Hz}$ 以内に一致した。このずれの様子から B₃ 飛しょうの各種 event の解析も可能であるが、ここでは Main の軌道推定が目的であるので、特に Main Rocket 点火時 ($x+407 \text{ sec}$) 付近の $f_0(t)$ を推定するため $t \in [x+300, x+400]$ における $f_0(t)$ を t の二次式で近似した。

以上の結果を表 5-1 にまとめて示す。

なおレーダのレンジデータは、 600 km 、および $1,200 \text{ km}$ 付近のゲート切換時に 200 m 程度の誤差が出て、Smoothing にあたり、その前後 50 km のデータは除去してあるがレンジの標本分散は大きくなっている。

表 5-1 L-4S-5 B₃ (燃焼後) 推定軌道

発 射 日 時	1970年2月11日 (水) 4h 25 m (2440629日)
	Jul Angle 207.0723°
使 用 デ ー タ	4 mφ レーダ Range および角度データ X+165 sec, より X+380 sec ただし, 前後 5 sec の間のデータ (0.1 sec おきの 50 点) を最小二乗近似し, その中点の値を取るという前処理を行なっている.
データ推定分散 (評価分散)	Range 0.12 km (0.2) A _z 0.07° (0.06) El 0.03° (0.03)
推 定 軌 道	

種 別	オンライン* (x+400 sec)	オフセットなし	オフセット (A _z -0.5°, El -0.3°)
軌 道 要 素 a km	4105.5829	4115.743	4111.644
ε	0.6405	0.637001	0.6362719
(x+)τ _p (sec)	-889.5	-890.0849	-893.1444
Ω°	243.875	243.9579	244.7994
i°	31.192	31.1686	31.14365
w°	287.842	287.9251	287.0419
最高地点 時刻	418.8	423.80	418.78
高度**	355.68	359.32	349.61
落下地点*** 時刻	774.56	782.55	772.47
位置 E	159.05°	160.39°	160.14°
N	25.97°	25.85°	26.15°

* オンラインデータは 4mφ レーダデータをオンライン処理して, 位置・速度より求めたもの. x+400 sec における値を用いた.

** Mainの近地点と比較するため, 地心との距離から, 赤道半径6378.16 km を減じたもの, (local には約+7 km 高くなる)

*** 大気を無視して, 軌道が地表と交わる点を落下地点としたもの.
以上の内, オフセットをかけたものについては, 3局のドップラ周波数から推定した $f_0(t)$ (136 MHz ビーコン発振周波数) は Respin 後 240~404 sec において, 1 Hz 以内で一致した. このうち, X+300 sec より X+400 sec の間の $f_0(t)$ を二次近似して, 送信周波数は次の式に従うと推定される.

$$f_0(t)\text{Hz} = 136.1587 \times 10^6 + 47.90495 - 0.0497218 \times (t-400) + 0.000036657 \times (t-400)^2$$

5.2 Main 軌道

Main の軌道推定は, 2, または 3 の方法で行なわれる. 2 の方法は1周目以降のデータで改善され得る.

○ 発射当日, 一周目の待ち受け角を計算するため, 宇宙研においては 2 の手法により, 軌道推定を行なった. この結果を 0-1 として表 5-2 に示す. 内之浦から東京までのデータ

表 5-2 L-4S-5, Main (Ohsumi) 推定軌道

1970 年 2 月 11 日 4h25m 打上げ

Jul. Angle 207.0723°

種 別	0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-11	参 考 NASDA	参 考 NASA
使用データ (または計算可) (能時)	(推 定) 4h35m	0 周の角度および 推定 Range	0-1 のうち $f_0(t)$ を外挿して Range 推定	0-1 のほか 1 周 目の角度のみを 用いる.	0-2 のほか 1 周 目の角度のみを 用いる.	3 局ドップラ $f_0(t)$ 外挿		2 月 22 日受信
		(4h38m) 本 番	(7h38m)	(7h00m)	(7h00m)	(4h38m)		
軌道要素 a km	8472.8	9006.62236	9003.71646	9121.7239	9122.1446	9067.0906	9124.999	9125.25
e	0.2066	0.253488	0.2535574	0.2639778	0.2638553	0.2597894	0.26253	0.264346
τ_p (sec)	435	506.78075	515.36770	543.1572	545.48133	541.07218	550.776	537.0292
$\Omega^*(^{\circ})$	242.4021	244.57262	245.288	245.288	245.29371	245.60611	245.3773	245.305
i	31.4554	31.06748	31.04369	31.1138	31.11304	31.03984	31.181	31.081
w^*	117.8001	112.56321	113.21184	115.5010	115.71241	115.13061	116.3310	115.188
Epoch Time							7 h 00m24 s	4 h 32.25m
Mean An.							4.087°	355.766
$\dot{\Omega}$		-2.91357		-2.82077°/min	-2.81626		-2.81143	-2.8156
\dot{w}		4.53839		4.401351	4.38307		4.37143	4.3847
周 期 min		141.77366	141.70862	144.50379	144.51281	143.20742	144.579	144.58549
近 地 点**		342.140	342.601	335.629	333.400	333.400	350.663	334.86
遠 地 点**		4914.784	4908.512	5151.498	5150.908	5044.465	5142.425	5159.31

* 0 周換算 (Epoch time \approx 4h32m)

** 赤道半径 6378.16 km を差引いたもの

伝送量を減少するため、 $f_0(t)$ としては、発射直前の送信周波数 136.15874 MHz を固定して用いた。使用データは、Main b. o. とみられた $X+436 \text{ sec}$ から El 角が 3° 以下になる $X+466 \text{ sec}$ までの 2 sec おきのデータを用いた。Smoothing の初期値としては、レーダの計算機が B_3 の推定軌道およびの Main Rocket 方向、推力の予定値から計算した軌道 0-0 を用いた。

- さらに、 B_3 軌道を推定し直し、その結果から求めた $f_0(t)$ (表 5-1) を用いて、レンジの外そう値を修正したデータから求めた軌道を 0-2 として示す。結果的にはほとんど 0-1 と差はなく、1 周目の予測に関しては、むしろ悪くなっている点もある。これは 0-1 の場合、 f_0 の推定が非常によく、b. o. 付近の値と一致していることを示す。

以上二つの軌道は内之浦のみの 0 周目のデータから推定可能な Main 軌道である。

- Main 追跡に関するデータとしては、さらに、1 周目の $18 \text{ m}\phi$ アンテナによる角度追尾データがある。2 周目以降はデータとして信頼性が少ないので、内之浦のデータのみから推定される Main 軌道は、0 周目のレンジと角度データおよび 1 周目の角度データから最終的に決定される。この結果を 0-3 として示す。これは 0 周目のレンジを外そうする際、 $f_0(t)$ を固定したもので、0-1 のレンジと同じものを用いている。0-2 のデータに 1 周目の角度を加えて推定した結果を 0-4 として示す。なお、地球の偏平による軌道の Perturbation に関しては、Secular term のみを考慮している。

- 参考として NASDA (宇宙開発事業団)、NASA (米国航空宇宙局) の発表した軌道を表 5-2 に示す。前者は平均 6 要素を表わし、後者は接触軌道で表わされる。

- 最後に 3 に示した推定法により 3 局のドップラ周波数観測値から推定した軌道を 0-11 として示す。 $f_0(t)$ としては表 5-1、すなわち 0-2 と同じものを用い、 $X+400 \text{ sec}$ における B_3 軌道上の $\mathbf{x}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ を初期値として沖縄の観測が不可能になる 10 sec 前の 468 sec までの速度を求めた。この結果、ほとんど推力がなくなり軌道にのったと考えられる最後 20 sec の位置、速度を Smoothing し、 $X+458 \text{ sec}$ における $\mathbf{x}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t)$ から軌道決定を行なったものである。これは 3 局のデータを必要とするが、ほとんどオンラインで軌道推定が行なわれるので、0-1、または 0-2 と同じく、オンラインで処理可能な手法である。表 5-2 には、各軌道要素に対応する遠近地点、周期等も示してある。

5.3 ジャイロ、推力

3、あるいは 4 より Main Rocket の打ち出された方向および総推力が計算される。Main Rocket の射出方向は、ジャイロの基準と実際の射出方向との差が、テレメータデータから求まっているので、そのままジャイロの基準軸の変化、すなわちドリフトを示すことになる。

(実際に、打ち出し時のジャイロ基準軸と打ち出し角度の差は 0.5° 以内と推定され、打ち出し角度は、その範囲内でジャイロのドリフトを示すと考えられる。)

また、推力に関しては、高空で実験された結果を示すデータであり、地上の実験との差を表わすものである。

3、4 の両者の結果から推定した Main Rocket の打ち出し状況を表 5-3 にまとめて示す。総推力に関するデータは、当然、4 の手法による方が精度がよい。推力の変化については、3 によらなければ求められない。この変化の結果を図 9 に表わす。

表 5-3 Main Rocket 打ち出し状況 (L-4S-5)

手 法	予 定 値	0-4 より 4 による	NASA より 2 による	3 による
ジャロイ基準軸* {Yaw°	94.05	91.12	91.08	
打出し角 {Pitch°	-15.50	-17.83	-17.77	
速 度 増 分** km/sec	3.841	4.005	4.010	(3.994)
軌 道 間 最 短 距 離 km		6.88	2.18	
時 刻 X+sec		426	423	
440 sec における Main 速度 km/sec		8.648	8.653	8.615
		$\begin{bmatrix} 1.163 \\ 8.439 \\ -1.491 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.166 \\ 8.444 \\ -1.488 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.135 \\ 8.411 \\ -1.476 \end{bmatrix}$
打 ち 出 し 速 度 x		0.481	0.484	0.486
y		3.914	3.919	3.908
z		-0.700	-0.697	-0.667
方 向 成 分 x		0.1201	0.1207	0.1217
y		0.9773	0.9774	0.9784
z		-0.1747	-0.1797	-0.1670
ドリフト推定値 *Yaw°		2.93°	2.97°	
Pitch°		-2.33°	-2.27°	
速度増分誤差推定値 %		+4.27	+4.40	

* 角度に関しては、軌道精度、設定角精度より 0.1° 以下は保証されない

** 速度増分に関しては、4 の近似計算による誤差は、 ± 0.5 m/sec 以内である。

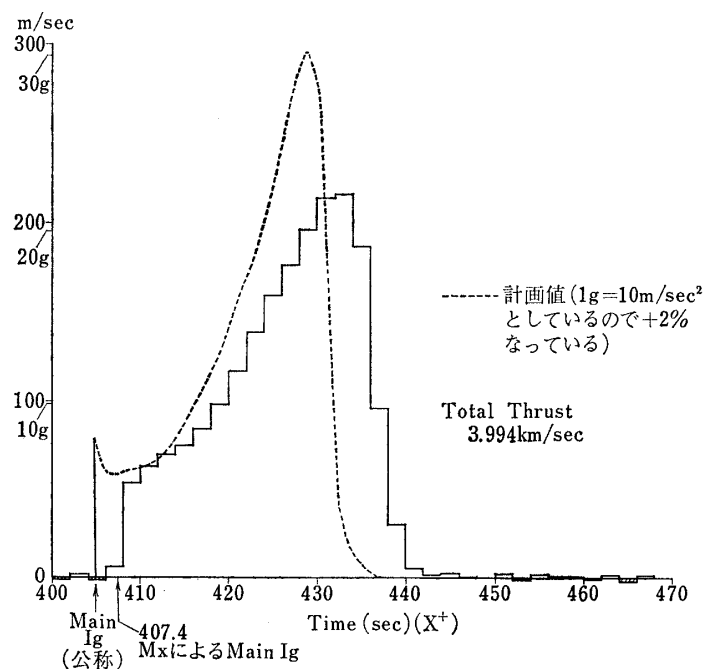


図 9 L-4S-5, ドップラ周波数より推定される Main 加速度変化 $f_0(t)$ の推定が狂うと 1 Hz 当り 1 m/sec^2 ずれる. 最大 4 Hz くらいずれる可能性がある.

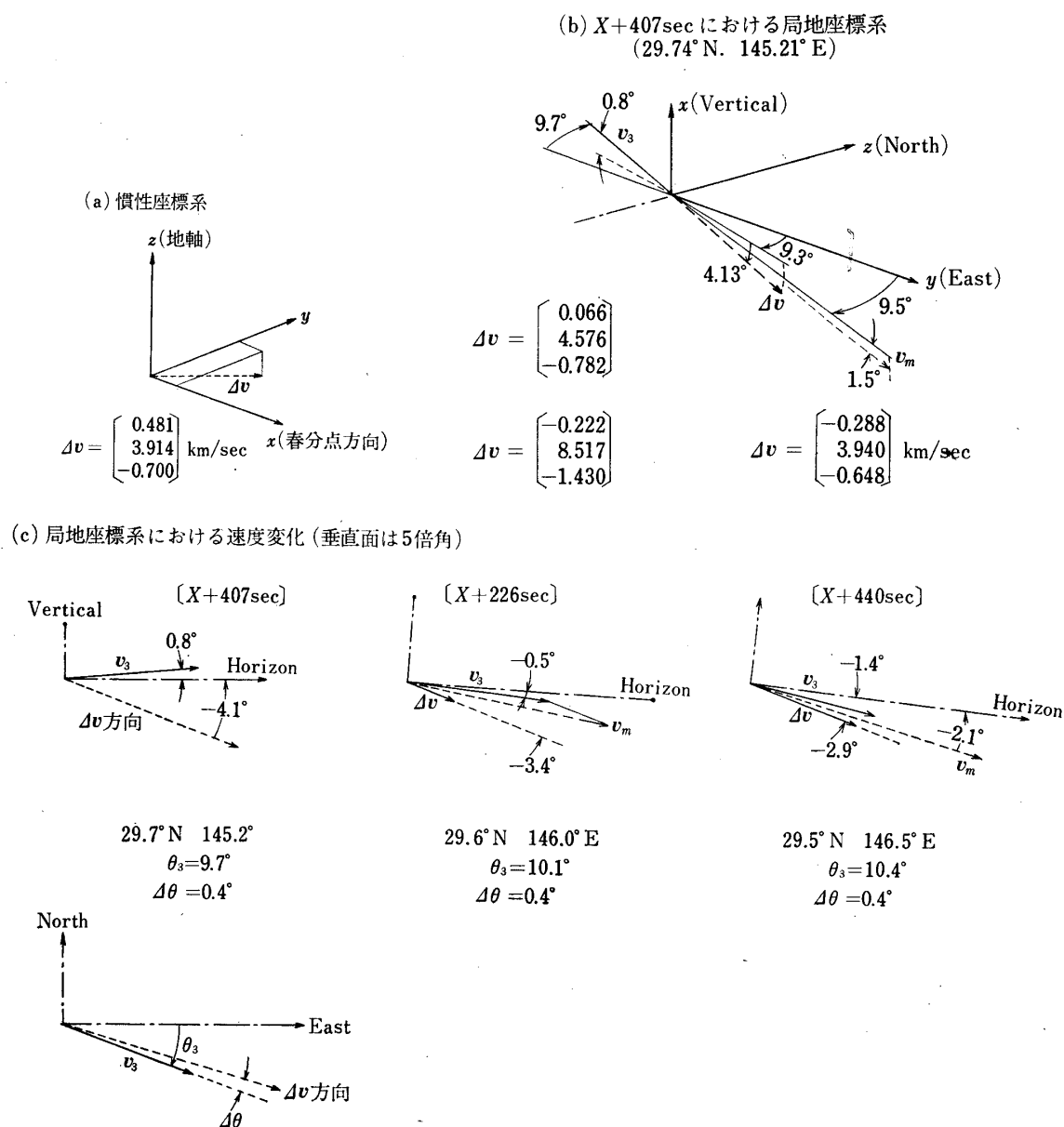


図 10 L-4S-5, Main Rocket 打ち出し角度

打ち出し角度は、慣性座標系で論じるより、局地座標系で考える方が直感的であるので、局地座標系における関係を図 10 に示す。

5.4 Main 軌道推定に関する問題点 (L-4S-5)

(a) 0 周目データによる 1 周目待ち受け角度予測 (0-1, 0-2)

0-1, または 0-2 は 1 周目の待ち受け角度を予測するため、追跡上重要な意味を持つものであるが、最終的に決定された軌道 0-4, NASA, NASDA 等 비해、次のような点に問題がある。

(1) 長半径 a (したがって e , および周期) の著しい差

(2) 近地点付近を観測しているにもかかわらず、 τ_p 、および ω の誤差

このうち (1) は前述のように、速度の誤差によるものであり、 $f_0(t)$ の推定の誤差にもよるが、L-4S-5 号機の場合には、その燃焼の速度によるもので止むを得ない。2 によるレンジの外そうは、 $f_0(t)$ のずれ、および El 角の制限から 470 sec 付近まで行ない、これから軌道を求めている。Main に搭載された精密加速度計によれば、少なくともこの後残留推力で 12 m/sec 程度は増速しているので、この軌道では、(2-5) により 40 km 以上 a が短くなる。

ロケットが正常に飛行して、高度 500 km 程度の軌道にのっていれば、 El も高く、十分燃焼した結果から軌道推定ができるので、問題はなくなる。

(2) に関しては (2-7) に示したように、 El 角の低いデータを屈折の補正なしに用いたことによる屈折の影響と考えられる。 θ が主であると、実際より \dot{y} は大きく推定されて近地点が手前になる。これは El 角が高いデータが使える場合には問題がなくなるが、将来、データが蓄積されて屈折に対する実験式のパラメータが明らかにされれば改善することができる。近地点の誤差は e にも影響を与え、 a にも影響する。

以上の 2 点が改善されれば、オンラインの予測としては、一応満足できる推定が行なわれることと思われる。

(b) ドップラ周波数観測のみによる軌道予測

0-11 に対しては、結果的には長半径 a が短い点が問題になるが、これは前述のように、残留推力の結果と考えれば、数値的にも一致する。近地点に関する情報も誤りが少なく、0 周目データのみから求まる推定軌道としては非常に有効のように思われるが、オンライン予測を行なうためには次の点に問題がある。

(1) $f_0(t)$ を予測しなければならないこと。

(2) $\mathbf{x}(t_0)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t_0)$ を正しく知らなければならないこと。

このうち (1) は 0-1、0-2 に関しても同じ条件であるが、(2) は B_3 軌道をオンライン (またはそれに近い状態) で正しく求める必要を示している。0-11 は実際にはレーダのデータをオフラインで処理し、最も確からしい軌道を求めた結果から、 $\mathbf{x}(t_0)$ 、 $\dot{\mathbf{x}}(t_0)$ を求めている。オンラインで得られる軌道は、大きな誤差があって、各時点の速度増分、 \mathbf{v} を算出するたびに (3-20) で表わされる誤差を生じ、1 回の誤差は少ないが、 $\mathbf{x}(t_0)$ が大きくずれていると、最後までこの誤差は積分され、それから求めた軌道は、特に速度に関して相当の誤差を生じる恐れがある。 $(f_0(t))$ などその他の誤差は積分性ではないので問題にならない。軌道の出発点の誤差は、2 sec ごとに 0.5 m/sec でも 100 sec では 25 m/sec の誤差になる)

したがって、オンラインで 0-11 の精度をあげるためには、レーダデータを伝送し、 B_3 軌道の Smoothing まで行なわなければならない。精測レーダでは、精度は 1 けた以上よいので、かなり有利になる。

また、この速度データと角度データの併用も当然考えられるが、いずれが有利かは、軌道によっても異なる。場合により、両データの併用によって精度は向上することもある。

(C) ドップラ観測による推力曲線の推定

図 9 は、3 による手法で、L-4S-5、Main Rocket の速度変化を 2 sec おきに示したもの

である。加速度計(進行方向)のデータがとれていないので、計画値と比較(秒時は公称の Main Rocket 点火時刻 $X+405 \text{ sec}$ にあわせてあるため、 2.4 sec ずれている。)してある。定性的には一致しているが、ピーク付近の値、および終了付近は時間がずれている。

今、速度変化の誤差を求めるため、特に誤差の大きい $f_0(t)$ の影響を考える。 $f_0(t)$ はあとから加速度を受けると、 $2\sim 3 \text{ Hz}$ 程度急変することが、地上試験で確かめられているので、 4 Hz 程度は低く推定されている可能性がある。

この場合 (3-12) により、 ΔRR_i は、最大 8 m/sec になる。(3-13) の n_i は、この場合、

$$n_1 = \begin{bmatrix} 0.4141 \\ 0.9102 \\ -0.0079 \end{bmatrix} \quad n_2 = \begin{bmatrix} 0.2859 \\ 0.9348 \\ 0.2107 \end{bmatrix} \quad n_3 = \begin{bmatrix} 0.6723 \\ 0.6532 \\ -0.3484 \end{bmatrix}$$

であるから、(3-16)~(3-19) より

$$a = \begin{bmatrix} 0.9545 \\ 0.05643 \\ 0.2928 \end{bmatrix} \quad |\Delta v| \leq 18 \text{ m/sec}$$

となる。

表 5-3 より thrust 方向成分と a は、ほとんど直交しているため、推力の大きさに対する誤差は、 $m = [0.1217, 0.9784, -0.1670]^t$ として

$$|\Delta v| a \cdot n \leq 2.2 \text{ m/sec}$$

でほとんど問題がないことがわかる。

n_i の誤差も前述のように 1 m/sec 程度で方向も a にほぼ等しい。したがって図 9 は、およそ 1 m/sec^2 の範囲で正しいものと考えてよい。特に MX の記録で $1g$ に下るのは、 $X+440 \text{ sec}$ で、よく一致する。また後述のように、L-4S-4 では、 x -加速度計の測定値は、計画値よりピークがやはり小さく、**3** による推定値と x -加速度計の結果は比較的よく一致しているので、地上と高真空の燃焼の差を示していると考えても誤りはなさそうである。

最後に、 $X+454 \text{ sec}$ および $X+466 \text{ sec}$ に $|v| = 15 \text{ m/sec}$ が計算されているが、この方向成分は、 $n_e = [0.6, -0.3, 0.7]^t$ になって、本来の thrust 方向と著しく異なる。試みに $n_1 \times n_3$ を計算すると、

$$n_1 \times n_3 = [-0.6457, 0.2877, -0.7073]^t$$

となり、これは第 2 観測地(沖縄)の観測誤差による結果であると推定される。沖縄は、 $X+480 \text{ sec}$ で受信不能になっているので、 El 角はほとんど 0 になっていると考えられ、この付近のデータの使用が危険なことを示している。

RR は屈折の影響を受けにくいはずであるが、 El 角が極端に低いときにはこれを考慮する必要がある。

総推力に関しては、前述のように $x(t_0)$ の誤差によって 30 m/sec 程度の誤差を生じる可能性がある。

6. L-4S-4 号機の Main Rocket の軌道推定

1969 年 9 月に発射され、 B_3 の追突のため、Main Rocket の発射方向のずれた、L-4S-4

号機の Main 部については、精度のよい軌道推定が行なわれていない。

L-4S-5 号機の推定結果より、2, 3 の推定法で一応の成果が得られたと考えられるので、同様の手法を、L-4S-4 号機に応用し、4 号機の Main Rocket による実験成果を明らかにし、落下地点の推定も行なった結果を示す。

6.1 B₃ 軌道 (省略, 前文および表 6-1 参照)

6.2 Main 軌道

2 による推定軌道 (0-1) および 3 による推定軌道 (0-11) を、表 6-1 に示す。なお、 $f_0(t)$ の推定、および 0-11 推定の $\mathbf{x}(t_0)$, $\dot{\mathbf{x}}(t_0)$ の計算に用いた B₃ 推定軌道、ならびに、この B₃ の軌道上 $[X+390, X+490]$ の間の f_R から推定した $f_0(t)$ も表 6-1 にまとめて示す。

L-4S-4 号機は後述のように、Main Rocket が異常な方向に打ち出された結果、内之浦からは非常に観測しやすくなり、相当長時間にわたって角度追尾が行なわれた。外そうのレンジデータは、 $f_0(t)$ の誤差が積算して危険なので、0-1 の推定にあたって、レンジは短時間で

表 6-1 L-4S-4 Main 推定軌道

発 射 日 時	1969年 9 月 22 日 2 h 10 m (2440487 日)
	Jul Angle 33.26800°
B ₃ 推 定 軌 道	($X+490$ sec 付近の $f_0(t)$ の一致するもので Respin 後の軌道)
	$a=4113.706$ km $\varepsilon=0.7099789$ $\tau_p=X-762.3105$
	$\Omega=76.39684^\circ$ $i=30.99314^\circ$ $w=285.2025^\circ$
推定 $f_0(t)$	($t \in [390, 490]$ sec の値から最小二乗近似による)
	$f_0(t)$ Hz = $136.161 \times 10^6 + 93.0771 - 0.22899 \times (t-498)$ $-0.00006836 \times (t-498)^2$

Main 軌道推定

種 別	0 — 1	0 — 11
使用データ	[552, 620] の外挿レンジおよび [552, 848] の角度データ	[490, 570] の 3 局ドップラデータ 560 sec の位置、速度で推定
評価分散	10 km, 0.02°	
推定分散	0.01°, 0.02°	
6 要素 a	4628.835	4633.623
e	0.6157063	0.6120979
τ_p	-603.4753	-608.08625
Ω	152.5089	152.0579
i	48.9074	48.5279
w	237.7014	23.9727
Apegee 時刻	X+963.61 (2/26/4) 39.57°N, 161.33°E, $r=7478.838$ km (1106 km h)	
着 水 地 点	X+1661.59 (2/37/42) 48.62°N, 165.86°W	

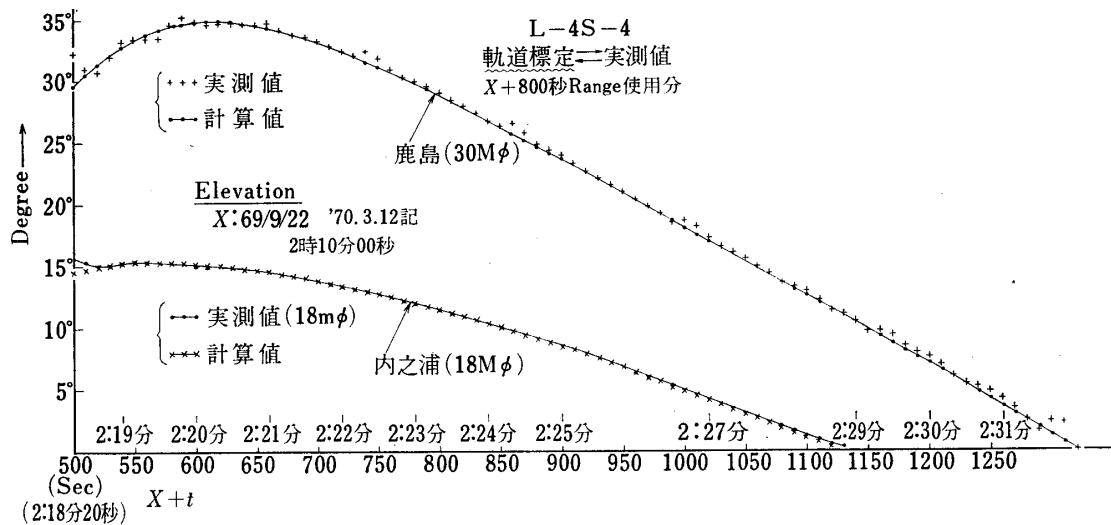


図 11

打ち切り，角度については El 角が 10° 以下になる $X+848 \text{ sec}$ までを利用した。

なお，この軌道は，勝浦，鹿島からも長時間にわたり観測できたので，中から，変動の少ない鹿島の角度追尾データと，0-1 から推定される鹿島からの角度を図 6-1 に示した。内之浦についても，図 11 に示してあるが，この角度を用いて推定したため， $X+848 \text{ sec}$ までは，当然一致する。軌道の検定としては，それ以後を検討しなければ意味がない。

Main 軌道として，最も確からしいと思われる 0-1 より遠地点，および着水地点を計算し，表 6-1 に示した。このうち，後者は，大気の影響を考慮していない。

6.3 Main 打ち出し方向，推力

5.3 と同様にして，Main Rocket の出した速度増分を計算した結果を，表 6-2 に示す。ジャイロは，追突のため，ジンバルロックを起こしたと考えられ，また fine synchro は overscale したため，ジャイロ基準からのずれは不明であり，ドリフトは求められない。

Main Rocket 打ち出し時には，追突の影響によるタンブリングが，リスポンモータのジェットダンピングでかなりおさまっていたので，平均の速度増分がそのまま推力による速度増分と考えられる。 $X+490 \text{ sec}$ において，Pitch Yaw. Rate 信号は $5 \sim 7^\circ/\text{sec}$ の振幅 (p-p) で，スピン速度は， $1300^\circ/\text{sec}$ である。慣性モーメントは Rolling 方向 5.5 kg-m-sec^2 以上，Pitching 方向 0.86 kg-m-sec^2 以下と推定されているので，coning 角度 θ は， $\tan \theta \leq 0.017$ であり，総推力の 99.9% 以上が速度増分の方

表 6-2 Main Rocket 打ち出し状況 (L-4S-4)

推 定 法	0-1 による	ドップラによる
速度増分 $\Delta v \text{ km/sec}$	$\begin{bmatrix} 0.267 \\ 0.374 \\ 4.132 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.260 \\ 0.334 \\ 4.130 \end{bmatrix}$
速度増分 $\ \Delta v\ $	4.158	4.152
打ち出し方向 n	$\begin{bmatrix} 0.0641 \\ 0.0900 \\ 0.0039 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.0626 \\ 0.0804 \\ 0.9948 \end{bmatrix}$
$x+560 \text{ sec}$ における Main 速度 v_m	$\begin{bmatrix} 0.292 \\ -3.638 \\ 3.546 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.287 \\ -3.674 \\ 3.536 \end{bmatrix}$
ジャイロ基準 Yaw	-6.82°	
Pitch	28.92°	
$x+500 \text{ sec}$ の B_3 速度	$[-0.387, -4.035, -0.344]'$	

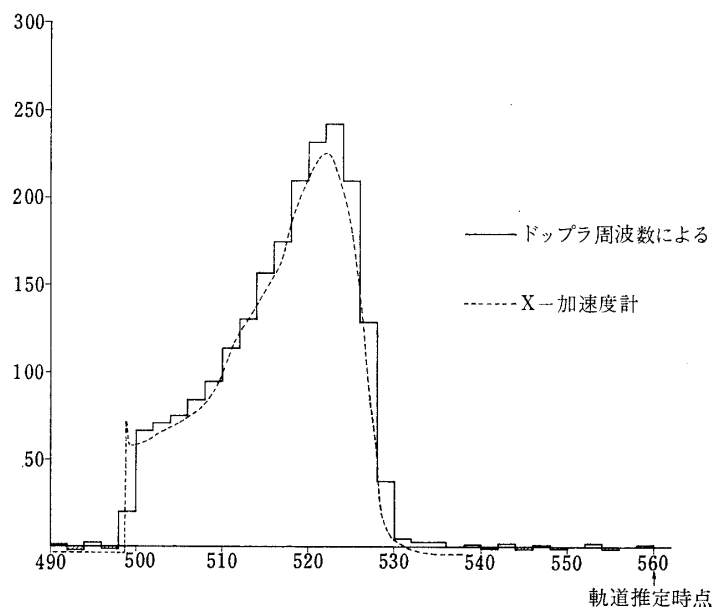


図 12 ドップラ周波数より推定される Main Rocket 加速度変化

たと考えてよい。さらに、Main Rocket でも、ジェットダンピングがかかるので、coning の影響は完全に無視できる。

図 12 にドップラ周波数による速度変化の推定値、および、 x -加速度計による値を示す。

図 13 に打ち出し角度を局地座標系で示す。この結果より Main Rocket はほとんど北極星の方向に打ち出されたことが示される。

6.4 Main 軌道推定に関する問題点

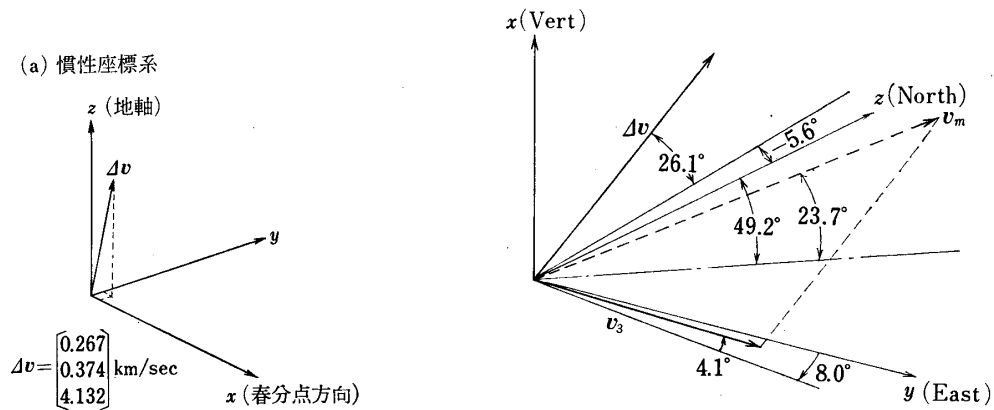
(a) 0-1 に対する問題点

L-4S-4 号機は、 B_3 でかなり高くあがったので、5 号機と異なり、 El 角の誤差が少なく、遠地点に関する情報も、それほど誤差はないと推定される。また Main Rocket は B_3 軌道からほとんど垂直方向に打ち出されたため、Range Rate にはほとんど変化なく、その大きさはおもに、 Az 角、 El 角の変化から推定されることになる。しかも、 El 角は高くなるため、非常に長い期間測定可能で、角度データはオフセットを除き、noise reduction される。したがって、これから推定された軌道は、5 号機の 0-2 に比べ、かなり信頼できるものと思われる。ただし、 $f_0(t)$ の外そう値には、やはり誤差を含むと考えられるから、 B_3 進行方向に関する速度変化に関しては、多少の誤差の残る可能性がある。

0-1 と 0-11 の打ち出し速度を見ても、レンジに関する情報以外、相当異なるデータを用いて推定したにもかかわらず、よく一致していて、慣性系の y 方向のみに大きな差がでている。この方向は、 B_3 の進行方向を示し、角度データでは最も感度の悪いところで、0-1 の誤差ということも十分考えられる。かりに、30 m/sec y 方向速度が狂っていると、落下までの 1000 sec で 40 km 位の誤差（着水地点が東方へ寄る）になる。

鹿島の実測値と、0-1 からの計算値は一応一致して、差は 0.2° 以内である。3000 km もはなれると、 0.2° でも 10 km の誤差になるので、この程度の範囲で正しい軌道であると考

(b) X+500sec 局地座標系 (30.0° N 146.7° E)



(c) 局地座標系における速度変化

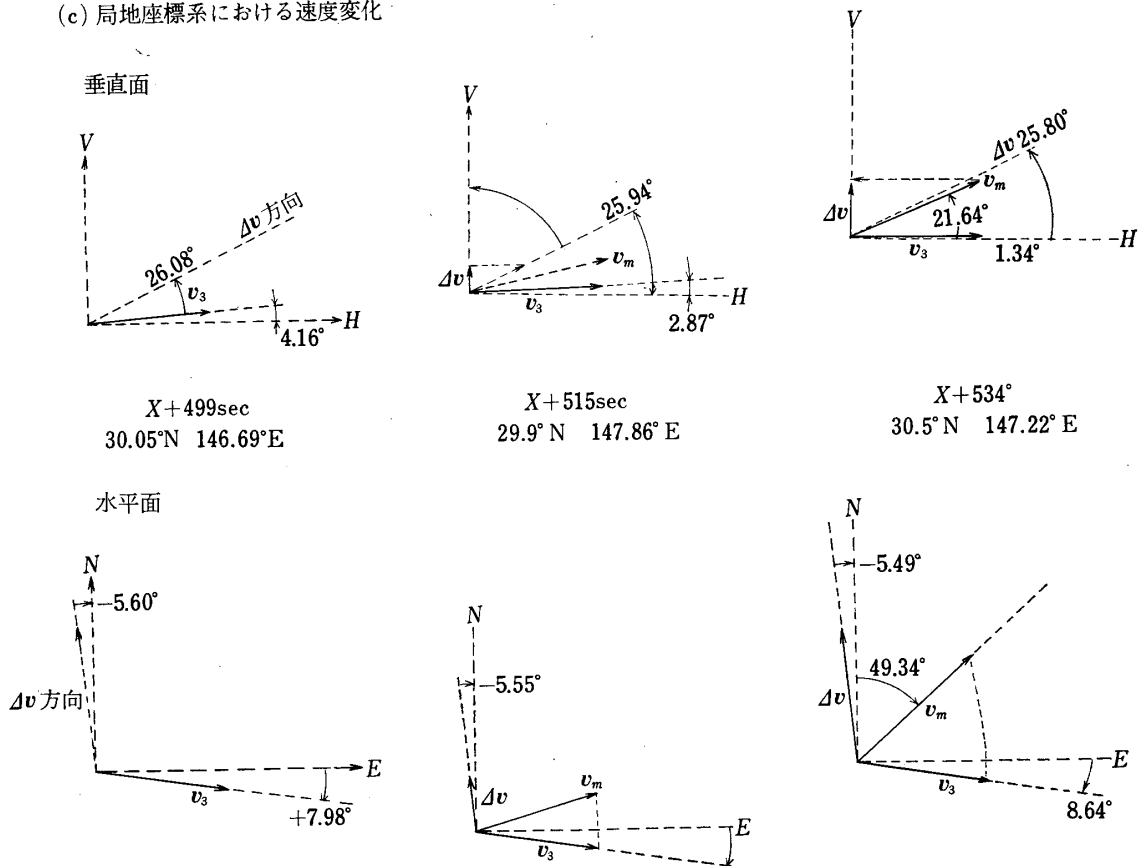


図 13 L-4S-4, Main Rocket 打出し角度

えてよい。前述の方向に関しては、鹿島の角度も感度が低いので、 y 方向速度に関しては新しい情報は得られない。

z 方向に関しては、内之浦より近いだけ感度がよく、鹿島の A_z 角は、Main Rocket の打ち出し速度の情報を与える。したがって、 z 方向（局地座標系北方）の大きさ、したがっ

て打ち出し速度の大きさについては、かなり良い精度で推定されたものと考えられる。

(b) 0-11

全推力について、0-1 とよく一致したのは、最も大きな誤差原因である B_3 の誤差が少なかったことによると考えられる。

$f_0(t)$ の誤差方向は、(3-16) による n_0 が、

$$n_0 = [-0.6483, -0.5147, 0.5610]^T$$

であるため、4 Hz 程度の誤差でも、10 m/sec 程度にしかならない。また、角度が高いため、観測誤差もなく、図 6-2 の加速度変化は、かなり良い精度で求めたと考えてよい。 $f_0(t)$ の誤差による加速度への影響は、 z 成分が問題になるが、これは 6 m/sec 程度の誤差になる。したがって加速度では、3 m/sec² 以内である。

X-加速度計の指示は、ランチャ上の指示 ($1g \times \cos \theta$ を受けている。) を 0 とするため、約 9 m/sec² 程度低くなっている。これを補正すると、200 m/sec² 程度までよく一致する。最大値付近では、25 m/sec² も差があるが、これだけ低いと、少なくとも全体で 100 m/sec くらい速度増分が少ないはずであり、0-1 の結果にも矛盾し、予定値とも合わなくなるので、これは X-加速度計の指示が飽和等により、低目にでたと考える方が無理がない。

(3) Main 速度増分

Main の速度増分に関しては、L-4S-5 号機と同じ I_{sp} で計算した値および地上観測による推定値を示す。

機 名	L-4S-4 号機	L-4S-5 号機
計算値	3.956	3.841
実測推定値	4.152	4.010
実測値の増加分	+4.94%	+4.40%

これらと、L-4T-1 号機等の結果から考えて、およそ 3~5% 程度、地上の実験値より推力がでていていると考えられるが、さらに実験が進めば、一層精度の高い数値が得られることが期待される。

7. あ と が き

以上で、飛しょう体のいわゆる電波追跡によるデータ処理の報告を終わる。レーダトランスポンダ、ビーコン電波のドップラ周波数(3局)、パイロット電波等、異質のデータでハードウェアの精度も異なるため、全体の情報をすべて使って、最も確からしい軌道追跡を行なうことは困難であり、いたずらに計算量を増加させるのみである。特に、同じ地点から、二種以上の精度の異なるデータを得ても意味がないので、目的により、最も精度のよいと思われる情報のみを用いて処理を行なった。したがって、統一した情報処理の流れがなく、考え方が不明瞭になる恐れがあるので、最後にデータ処理の流れを示し、ハードウェア、ソフトウェア上の問題点を列挙する。

(1) レーダよりの B_3 軌道推定は、オンラインで処理しようとする、相当問題があり、 $f_0(t)$ の推定に誤差を生じる最小二乗法による recursive filtering (Kalman Filter が、計算が簡単になる。) により、精度をあげることが望ましい。

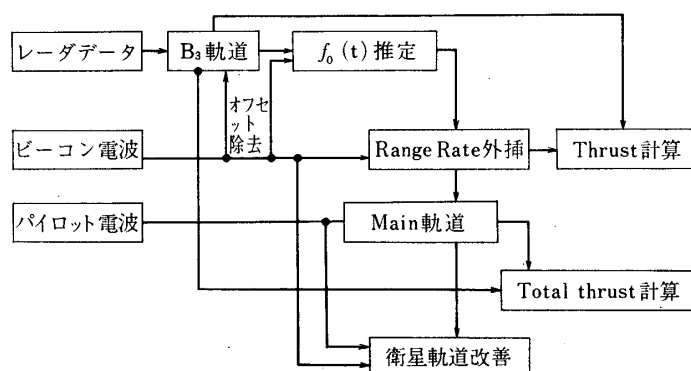


図 14

- (2) 各データとも、系統誤差や電離層の屈折の実態がつかめていない。したがってデータの蓄積を待って（特に精度のよい衛星軌道追跡が望ましい）これを除いてゆく必要がある。
- (3) 軌道モデル（特に一周以上飛ばすもの）が、現在まで不完全であり、Perturbation の term を完全に考慮する必要がある。
- (4) $f_0(t)$ が急変すると、軌道の推定精度は低下する。発振器の安定度の向上が望ましいのは当然であるが、近く Range System（一局のみ）が完成すれば、データ処理上は f_0 の推定に用いられるので精度は向上する。
- (5) $f_0(t)$ の情報を得れば、ドップラ周波数の多点観測から、飛ばす中の追跡精度も著しく上昇する。この場合、一局でも短い時間間隔で観測されれば、得られる情報は一層多くなる。
- (6) 角度レンジの観測が1地点にあるため、軌道決定上の精度は非常に悪くなる。ハードウェアを著しく改善するか、多点観測により、精度は向上する。
- (7) 搭載計器（特にジャイロ、加速度計）の精度が向上すれば、このような地上観測の必要はまったくなくなる。将来、誘導も考えることになれば、軌道精度によっては、地上観測による制御は不可能になる。したがって軌道推定にあたっては、搭載計器の信号をテレメータで受けて、これから地上で軌道推定を行なう必要も生じる。この場合には伝送路さえ確保されれば、計器の精度はすでにかなりよい精度まで行なっているので、ほとんどソフトウェアには負担がかからない。

以上のような問題点があるが、当分の間は、現在のようなデータ処理を行なう必要があると思われるので、現在各種のプログラムを routine で行なえるように変更している。

終わりに、ドップラ周波数観測に御協力いただき、また衛星軌道推定に関して御検討下さった宇宙開発事業団追跡部の松本、鳥海両氏に謝意を表する。また、各種の計算上、御助力いただいた宇宙研 DPC の方々に感謝する。

1972 年 4 月 8 日新設部（工学）