

# 人工衛星光学追跡用 コーナ・キューブ・レーザ・リフレクターの解析

大西 晃・二宮敬虔・藤井陽一※・斉藤成文  
関口 恒※・小西信彰※

An Analysis of Corner Cube Laser Retro-Reflector  
for Optical Tracking of Satellite

By

Akira OHNISHI, Keiken NINOMIYA, Yoichi FUJII, Shigebumi  
SAITO, Nobutoshi SEKIGUCHI and Nobuaki KONISHI

**ABSTRACT:** This paper describes the diffraction theory of a corner cube reflector and its influence on the reflected patterns in space. The reflective pattern of the corner cube complicatly changes by the incident angle. A computer program for calculation of reflective pattern as a function of the incident angle is developed. The results agree with the measured values.

For the case when a satellite has a set of the corner cube reflector on board, it is discussed that the arrangement of the corner cube reflectors and it's reflective pattern as a function of the spacing. The corner cube reflector array must be arranged in axial as the reflective pattern would not change by the change of attitude of the satellite, and the spacing of the reflector must be as small as possible.

## 概 要

短時間で高精度の距離測定の方法として、人工衛星とレーザを利用した測距方式が近年諸外国で研究され、実用化が進められてきている。この測距方式を用いるに当たっては、地上系、伝達系及び反射系において種々の問題が考えられるが、本文では、特に反射素子として重要な役割をもつコーナ・キューブ・レーザ・リフレクターの光学的性質について論ずる。

コーナ・キューブの光学的性質の中で、特に反射パターンに大きな影響を及ぼす回折効果について、これまで行われてきた円孔及びびし形孔のような近似孔による解析方法と異なる、実際のコーナ・キューブの形状に即した孔について解析を行った。また、コーナ・キューブの反射パターンは、入射角度に大きく依存し、複雑に変化するため、任意の入射角における反射パターンを算出するプログラムを製作し、実験値と比較した結果良好一致をみる事ができた。さらに、搭載の際に問題となる、コーナ・キューブの配列方法及び配列間隔の変化による反射パターンに及ぼす影響を検討した結果、姿勢変化に対してパターンへの影響の少ない回転対称形に配列し、その間隔は、パターンの分散を避けるため、可能な限り近づけて搭載することが望ましいという結果が得られた。そして最後に、東京天文台の送受光系を用いたときの、コーナ・キューブの搭載個数と距離との関係をレーザ・レーダ方程式より論じた。

---

※東大生産研

※千葉工業大学電子工学科

## 1. はじめに

人工衛星とレーザを用いた測距方式は、測定困難な大陸移動、極運動、自転周期の変動、地表流動等の周期を短時間で高精度な測定を可能とした。

しかしながら、このシステムを形成している地上系、伝達系及び反射系において検討すべき問題がまだ多く残されている。そこで本文では、同システムの反射系である、コーナ・キューブの光学特性の回折効果について十分な検討がなされていないので、その点を考慮し解析を行った。

コーナ・キューブの特徴は、入射光に対して反射光が常に点対称であり、 $180^\circ$ の位相差をもつ反射素子である。したがって、本文で論じるところの Far-Field 反射パターンは、Near-Field 反射パターンでみられる形状の孔の回折効果によるものと仮定し解析を行った。この反射パターンは、入射角度に依存して変化するため、任意の入射角における Far-Field の反射パターンを算出するプログラムを作製し、実験値と比較した結果良好一致をみることができた。

さらに、コーナ・キューブの Near-Field 反射パターンを正六角形の孔に近似し、衛星搭載の際に問題となるコーナ・キューブの配列方法を正方形、長方形及び正六角形の例にとり、反射パターンへの影響を検討し、加えて、正六角形配列におけるコーナ・キューブ同志の間隔の変化による反射パターンへの影響をも検討した結果、ランダムな配列よりも回転対称、軸対称等の対称性のある配列が望まれた。それは、光軸上にそのピーク値が現われ、パターンが単純化し受光が容易であると考えられるからである。さらに  $\phi$  方向の姿勢変化に対して、パターンへの影響の少ない回転対称の配列方法が軸対称よりも望ましいといえる。そして、コーナ・キューブ同志の間隔は、パターンの分散を避けるため、可能な限り近づけて配列することが望ましいという結果を得た。

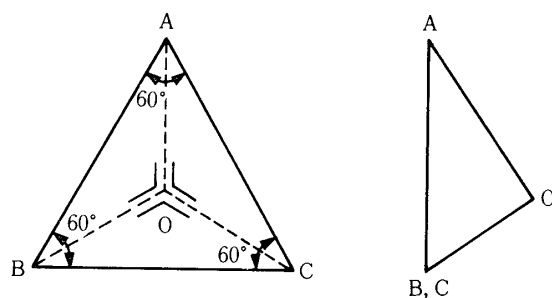
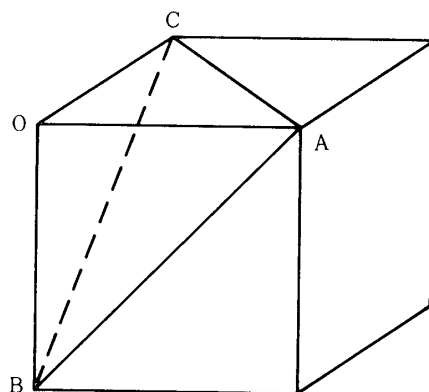
衛星に搭載されるコーナ・キューブの必要個数は、観測点から衛星までの距離、大気透過率、地上局のレーザ送信電力及び送受光系の伝達係数の値によって決まるが、本文では、東京天文台で現在使用している送受光器を元に、搭載個数と距離との関係をレーザ・レーダ方程式より求め、さらに、搭載に必要と思われる、96個のコーナ・キューブを正六角形に配列し、そのときの反射パターンを算出し、受光時の一考察とした。

## 2. コーナ・キューブ基本特性

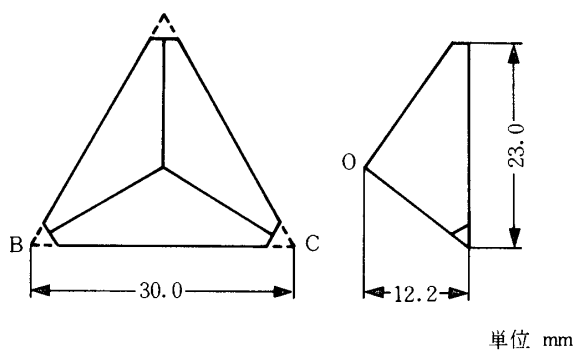
コーナ・キューブとは、立方体の一つの角を斜めに切り取ることによって得られる三角錐であり、その内面の三面が反射面となる。そして、その材質は、製造上適当な精度を得るために、通常、光学ガラス、あるいは熔融石英の単体でできている。この素子は、いかなる方向から入射した光でも光源の方向に反射し、あたかも光源に対して、その反射面の方向が大きな範囲で変化するような動作をし続ける。そして、その反射パターンは、入射角に大きく依存し、複雑に変化する。ここでは、コーナ・キューブの基本特性及び反射パターン解析の手法を述べる。

### 2.1 コーナ・キューブの形状

形状は、第1図に示すように、立方体の一つの角を切り取った三角錐である。すなわち、



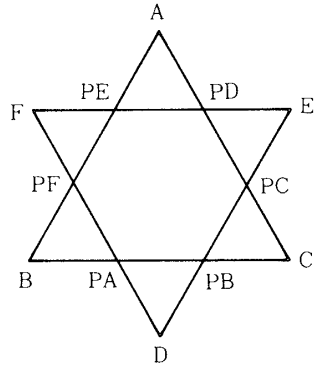
第1図 コーナ・キューブの形状



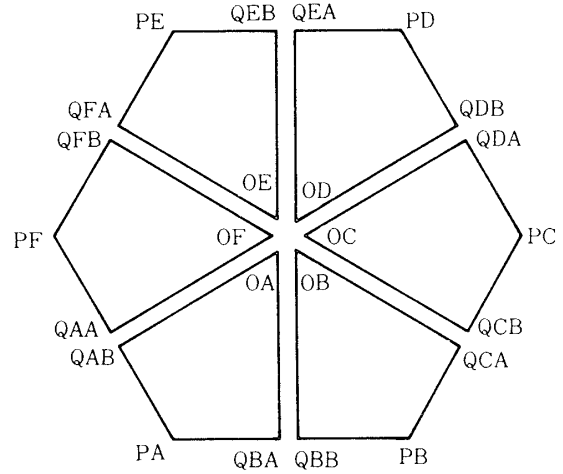
単位 mm

第2図 測定用コーナ・キューブ

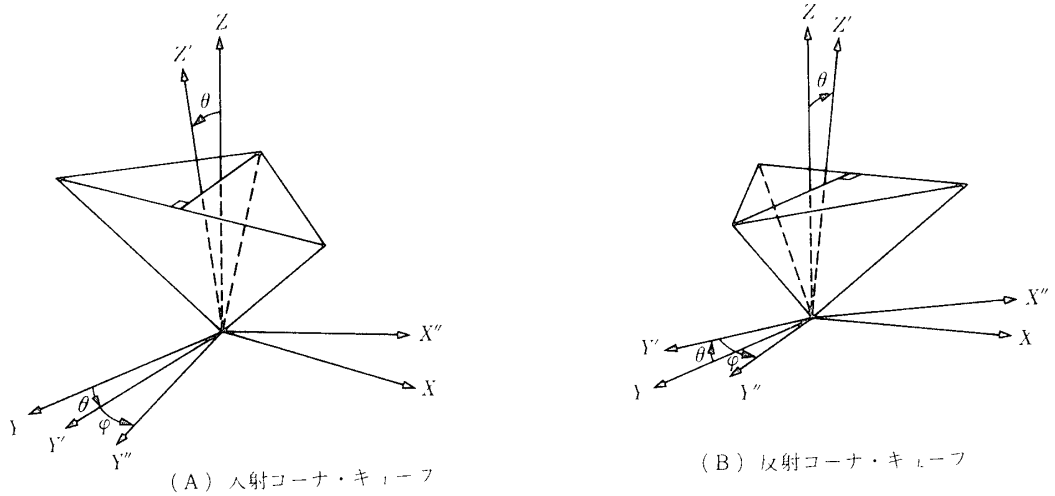
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ である。また、面ABCを入射面とし、反射面は残りの面OAB、OBC及びOCAとなる。本文で使用したコーナ・キューブは、辺ABの長さが30mmで、97%の反射率をもち、入射面ABCの表面には反射防止膜（透過率98.5%）が施されている。な



第3図 入反射コーナ・キューブ



第4図 実際の有効反射断面



第5図 入反射コーナ・キューブの三次元座標

お、このコーナ・キューブは、第2図で示すように、垂直入射における有効反射断面積に影響を与えない程度に、各頂点A、B、Cを切り取ってある。このことにより、コーナ・キューブの製作上の強度及び軽量化を計ることができる。

## 2.2 一個のコーナ・キューブの Near-Field 反射パターン

コーナ・キューブには、次の二つの性質がある。

- (i) 入反射光は、ベクトル的に  $180^\circ$  の位相差を有する。
- (ii) 入反射光は、前面ABCの中心に対して点対称である。

この性質により、有効反射断面の形状を求める上で、第3図に示すような入射コーナ・キ

キューブ $\triangle ABC$ に対して、反射コーナ・キューブ $\triangle DEF$ を考えることができる。その時、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ との共通部分、面 $PA \cdot PB \cdot PC \cdot PD \cdot PE \cdot PF$ が有効反射断面となる。さらに、コーナ・キューブの稜線が有限な幅をもつために、実際の反射断面の形状は、第4図に示されるようになる。したがって、任意の入射角におけるコーナ・キューブの有効反射断面の形状を求めるには、入射コーナ・キューブの各頂点の座標を求め、さらに、これらの頂点座標より各交点座標を求めることにより、反射断面の形状を決定することができる。そこで、入射コーナ・キューブを第5図に示す三次元座標で考えると、任意の入射光は $z'$ 軸となり、その時の入射角は $\theta$ 、 $\varphi$ で表わされる。但し、 $\sqrt{2} \leq \tan \theta \leq 1/\sqrt{2}$ 、 $-1/2 \leq \cos \varphi \leq 1/2$ である。よって、三角形の頂点 $A, B, C$ 及び $D, E, F$ は、任意の入射角をもった座標へ変換され、さらに、 $X-Y$ 平面に射影された点 $A' \sim F'$ が求めるべき頂点となる。そこで(1)式に、任意の入射角における各頂点 $A' \sim F'$ の座標を示す。

$$\left. \begin{aligned}
 A' & \left( \frac{a}{\sqrt{3}} \sin \varphi, \frac{a}{2\sqrt{3}} (2 \cos \varphi \cdot \cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta) \right) \\
 B' & \left( -\frac{a}{2\sqrt{3}} (\sin \varphi + \sqrt{3} \cos \varphi), -\frac{a}{2\sqrt{3}} \left\{ (\cos \varphi \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \sqrt{3} \sin \varphi) \cdot \cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta \right\} \right) \\
 C' & \left( -\frac{a}{2\sqrt{3}} (\sin \varphi - \sqrt{3} \cos \varphi), -\frac{a}{2\sqrt{3}} \left\{ (\cos \varphi \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \sqrt{3} \sin \varphi) \cdot \cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta \right\} \right) \\
 D' & \left( -\frac{a}{\sqrt{3}} \sin \varphi, -\frac{a}{2\sqrt{3}} (2 \cos \varphi \cdot \cos \theta \right. \\
 & \quad \left. + \sqrt{2} \sin \theta) \right) \\
 E' & \left( \frac{a}{2\sqrt{3}} (\sin \varphi + \sqrt{3} \cos \varphi), \frac{a}{2\sqrt{3}} \left\{ (\cos \varphi \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \sqrt{3} \sin \varphi) \cdot \cos \theta - \sqrt{2} \sin \theta \right\} \right) \\
 F' & \left( \frac{a}{2\sqrt{3}} (\sin \varphi - \sqrt{3} \cos \varphi), \frac{a}{2\sqrt{3}} \left\{ (\cos \varphi \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \sqrt{3} \sin \varphi) \cdot \cos \theta + \sqrt{2} \sin \theta \right\} \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

但し、一辺 $AB = a$ とした。

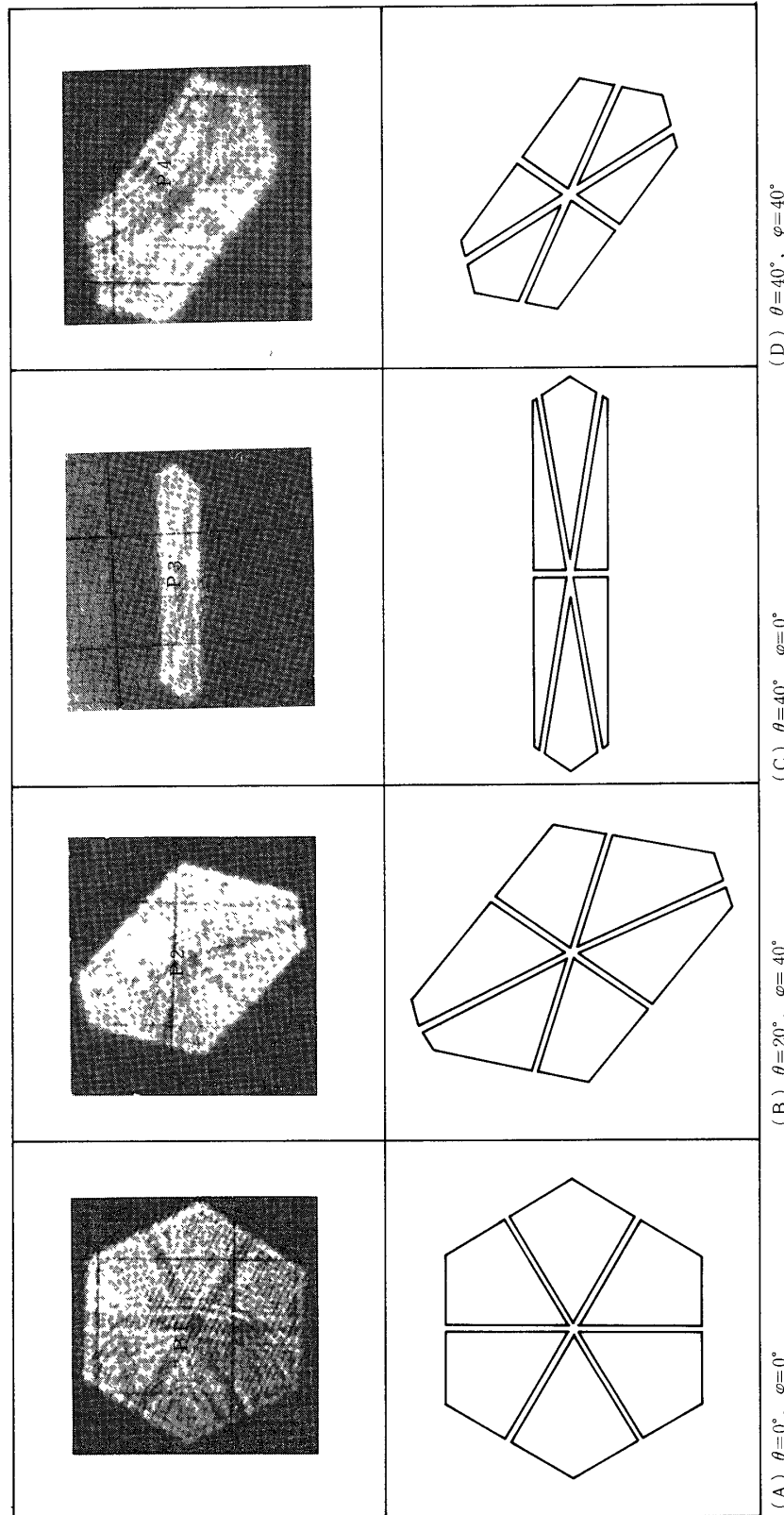
次に、(1)式より、第3図に示される各交点座標 $PA$  ( $PA_X, PA_Y$ ),  $PB$  ( $PB_X,$

PBY), ..., PF (PF X, PF Y) を直線方程式より求めると, (2) 式のようになる. 但し, A (XA, YA), ..., F (XF, YF) とした.

$$\left. \begin{aligned}
 PA & \left( \frac{(Y_B X_C - Y_C X_B)(X_F - X_D) - (Y_D X_F - Y_F X_D)(X_C - X_B)}{(Y_F - Y_D)(X_C - X_B) - (Y_C - Y_B)(X_F - X_D)}, \right. \\
 & \left. \frac{(Y_B X_C - Y_C X_B)(Y_F - Y_D) - (Y_D X_F - Y_F X_D)(Y_C - Y_B)}{(Y_F - Y_D)(X_C - X_B) - (Y_C - Y_B)(X_F - X_D)} \right) \\
 PB & \left( \frac{(Y_B X_C - Y_C X_B)(X_E - X_D) - (Y_D X_E - Y_E X_D)(X_C - X_B)}{(Y_E - Y_D)(X_C - X_B) - (Y_C - Y_B)(X_E - X_D)}, \right. \\
 & \left. \frac{(Y_B X_C - Y_C X_B)(Y_E - Y_D) - (Y_D X_E - Y_E X_D)(Y_C - Y_B)}{(Y_E - Y_D)(X_C - X_B) - (Y_C - Y_B)(X_E - X_D)} \right) \\
 PC & \left( \frac{(Y_A X_C - Y_C X_A)(X_E - X_D) - (Y_D X_E - Y_E X_D)(X_C - X_A)}{(Y_E - Y_D)(X_C - X_A) - (Y_C - Y_A)(X_E - X_D)}, \right. \\
 & \left. \frac{(Y_A X_C - Y_C X_A)(Y_E - Y_D) - (Y_D X_E - Y_E X_D)(Y_C - Y_A)}{(Y_E - Y_D)(X_C - X_A) - (Y_C - Y_A)(X_E - X_D)} \right) \\
 PD & \left( \frac{(Y_A X_C - Y_C X_A)(X_F - X_E) - (Y_E X_F - Y_F X_E)(X_C - X_A)}{(Y_F - Y_E)(X_C - X_A) - (Y_C - Y_A)(X_C - X_E)}, \right. \\
 & \left. \frac{(Y_A X_C - Y_C X_A)(Y_F - Y_E) - (Y_E X_F - Y_F X_E)(Y_C - Y_A)}{(Y_F - Y_E)(X_C - X_A) - (Y_C - Y_A)(X_C - X_E)} \right) \\
 PE & \left( \frac{(Y_A X_B - Y_B X_A)(X_F - X_E) - (Y_E X_F - Y_F X_E)(X_B - X_A)}{(Y_F - Y_E)(X_B - X_A) - (Y_B - Y_A)(X_F - X_E)}, \right. \\
 & \left. \frac{(Y_A X_B - Y_B X_A)(Y_F - Y_E) - (Y_E X_F - Y_F X_E)(Y_B - Y_A)}{(Y_F - Y_E)(X_B - X_A) - (Y_B - Y_A)(X_F - X_E)} \right) \\
 PF & \left( \frac{(Y_A X_B - Y_B X_A)(X_F - X_D) - (Y_D X_F - Y_F X_D)(X_B - X_A)}{(Y_F - Y_D)(X_B - X_A) - (Y_B - Y_A)(X_F - X_D)}, \right. \\
 & \left. \frac{(Y_A X_B - Y_B X_A)(Y_F - Y_D) - (Y_D X_F - Y_F X_D)(Y_B - Y_A)}{(Y_F - Y_D)(X_B - X_A) - (Y_B - Y_A)(X_F - X_D)} \right)
 \end{aligned} \right\} (2)$$

ここで, 有限な稜線幅のために生ずる分割線は, 第4図のように取ることができる. そして, 各点は, 隣り合った交点の midpoint から, 原点Oを中心として反時計方向にABとする. すなわち, PA・PFの midpoint をQAとし, PFに近い点をQAA, PAに近い点をQABと称する. 以下同様にして座標を決めることができる. 但し, 上述の事柄によって反射パターンの作図ができるのは

$$\tan \theta \cdot \cos\left(\varphi + \frac{2}{3}\pi\right) > -\frac{1}{2\sqrt{2}} \quad (3)$$



実測値

計算値

第6図 コーナ・キューブ Near-Field 反射パターン

を満たす領域であって、その他の領域では、先に述べたように、頂点欠損部の作用によって形状はやや異なったものとなる。また、 $\theta$ は、屈折効果によってコーナ・キューブの媒質の屈折率を $n$ とすれば、実際の入射角 $\theta'$ との関係は、

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{\sin \theta'}{n} \right) \quad (4)$$

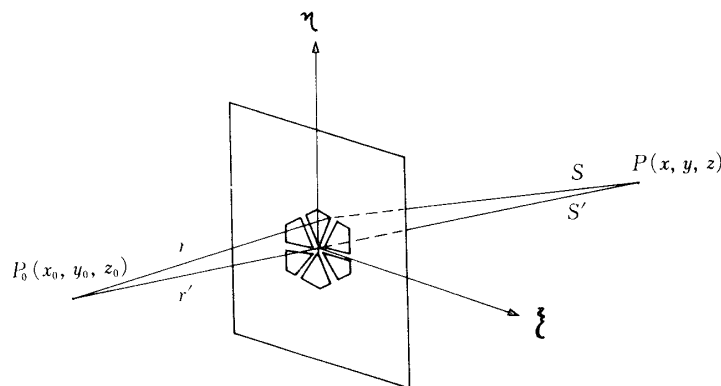
となる。

以上の条件を考慮すると、コーナ・キューブの Near-Field 反射パターンは容易に算出することが可能となる。そこで、第6図の(A)～(D)に、 $(\theta, \varphi) = (0^\circ, 0^\circ), (20^\circ, 40^\circ), (40^\circ, 0^\circ)$  及び  $(40^\circ, 40^\circ)$  についての Near-Field 反射パターンの算出結果と写真測定結果を示す。これらは、いずれも算出結果と測定結果とが非常に良く一致していることが認められる。

一個のコーナ・キューブは、先に述べたように六つの反射面、つまり、六つの孔をもつものと考えられる。すなわち、不透明スクリーンが存在し、これらの孔に平面電磁波が入射した時の回折孔と考えられる。ここでは、単色・スカラー波の回折現象を取扱うので、ホイヘンス-フレネルのスカラー理論を拡張した形のキルヒホッフの回折理論で十分考え得る範囲にあるものとして論じる。

さて、キルヒホッフの回折理論によれば、第7図において、点光源  $P_0$  を出た単色・スカラー波が、平面状の不透明スクリーン上の開口に向かって伝播し、スクリーンを挟んで  $P_0$  と反対の領域にある観測点  $P$  に達したとする。また、開口の大きさは、波長に比べて十分大きく、スクリーンから  $P_0$  及び  $P$  点までの距離に比べて十分小さいと仮定すると、光軸近傍の  $P$  点における波の複素振幅は、次式によって与えられる。

$$U(P) = -\frac{1 \cdot \cos \delta}{\lambda} \frac{A \cdot e^{jk(r'+s')}}{r' s'} \iint_S e^{jkf(\xi, \eta)} d\eta d\xi \quad (5)$$



第7図 平面スクリーン内開口による回折



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{但し,} \\ \cos \delta = \frac{1}{2} \{ \cos (n, r) - \cos (n, s) \} \\ f(\xi, \eta) = -\frac{x_0 \xi + y_0 \eta}{r'} - \frac{x \xi + y \eta}{s'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2r'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2s'} + \dots \\ A ; \text{入射光振幅} \\ k ; \text{波数, } j ; \text{虚数単位} \\ n ; \text{孔面にとつた法線ベクトル} \\ \text{である.} \end{array} \right.$$

ここで、本文では、比強度のみを問題とするために、(5)式の積分の前の項はまとめて定数Cで表わし、便宜上1とおく。また、 $r' \rightarrow \infty$ 及び $s' \rightarrow \infty$ ならば、 $f(\xi, \eta)$ の $\xi, \eta$ の二次以上の項を無視できるため、積分は簡単になる。このような条件を満足する場合を、フラウンホーファ領域と呼ばれ、本文におけるFar-Field領域と一致する。その時、Far-Field領域の境界条件として、

$$\frac{1}{2} k \left| \left( \frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) \cdot (\xi^2 + \eta^2) - \frac{(l_0 \xi + m_0 \eta)^2}{r'} - \frac{(l \xi + m \eta)^2}{s'} \right| \ll 2\pi \quad (6)$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{但し,} \\ l_0 = -x_0/r', \quad l = x/s' \\ m_0 = -y_0/r', \quad m = y/s' \\ \text{である.} \end{array} \right)$$

が成り立つ領域、すなわち、

$$|r'| \gg \frac{(\xi^2 + \eta^2)_{\max}}{8\lambda}, \quad |s'| \gg \frac{(\xi^2 + \eta^2)_{\max}}{8\lambda} \quad (7)$$

の条件を満足する領域でなければならない。そこで、次式のように置き換えることによって、

$$l_0 - l = p, \quad m_0 - m = q \quad (8)$$

(5)式は、(9)式のように書き変えることができる。

$$U(P) = C \iint_s e^{-jk(p\xi + q\eta)} d\eta d\xi \quad (9)$$

すなわち、複素振幅は、孔面上の微小要素における位相を孔全体にわたって加え合せれば求められる。そこで、コーナ・キューブの垂直入射の場合を例にとると、回折孔の形状が、第4図に示すNear-Field反射パターンと等しい形状と考えられるから、複素振幅は次式で求められる。

$$\begin{aligned}
U(P) = & \int_{Q_{A B X}}^{P A X} \int_{Q_{A B \cdot P A}}^{\overline{Q_{A B \cdot O A}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi + \int_{P A X}^{Q_{B A X}} \int_{P A \cdot Q_{E A}}^{\overline{Q_{A B \cdot O A}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi \\
& + \int_{Q_{E A X}}^{P D X} \int_{O D \cdot Q_{D E}}^{\overline{Q_{E A \cdot P D}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi + \int_{P D X}^{Q_{D B X}} \int_{O D \cdot Q_{D B}}^{\overline{P D \cdot Q_{D B}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi \\
& + \int_{Q_{F A X}}^{P E X} \int_{Q_{F A \cdot O E}}^{\overline{Q_{F A \cdot P E}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi + \int_{P E X}^{Q_{E B X}} \int_{Q_{F A \cdot O E}}^{\overline{P E \cdot Q_{E B}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi \\
& + \int_{Q_{B B X}}^{P B X} \int_{Q_{B B \cdot P E}}^{\overline{O B \cdot Q_{C A}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi + \int_{P B X}^{Q_{C A X}} \int_{P B \cdot Q_{C A}}^{\overline{O B \cdot Q_{C A}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi \\
& + \int_{P F X}^{Q_{A A X}} \int_{P F \cdot Q_{A A}}^{\overline{P F \cdot Q_{F B}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi + \int_{Q_{A A X}}^{O F X} \int_{Q_{A A \cdot O F}}^{\overline{Q_{F B \cdot O F}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi \\
& + \int_{O C X}^{Q_{C B X}} \int_{O C \cdot Q_{C B}}^{\overline{O C \cdot Q_{D A}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi + \int_{Q_{C B X}}^{P C X} \int_{Q_{C B \cdot P C}}^{\overline{Q_{D A \cdot P C}}} e^{-j k(p \xi+q \eta)} d \eta d \xi
\end{aligned} \tag{10}$$

(但し、—— は、線分を表わし、この場合には  $\xi$  の一次関数となる.)

また、P点における光の強度は

$$I = |U(P)|^2 \tag{11}$$

によって近似できる.

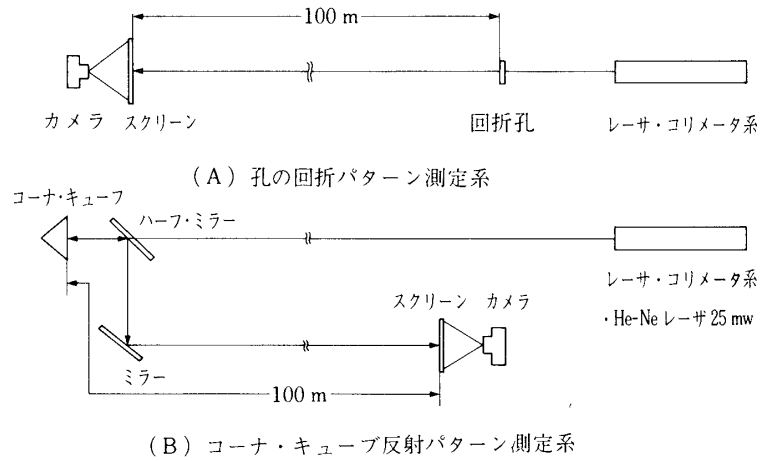
そして、コーナ・キューブに関して特徴的なことは、光軸上に強度のピークを生じ、その値は孔面積の二乗に比列することがわかる. そして、当然のこととして、そのFar-Field 反射パターンも点対称図形となる.

### 3. 一個のコーナ・キューブの Far-Field 反射パターン

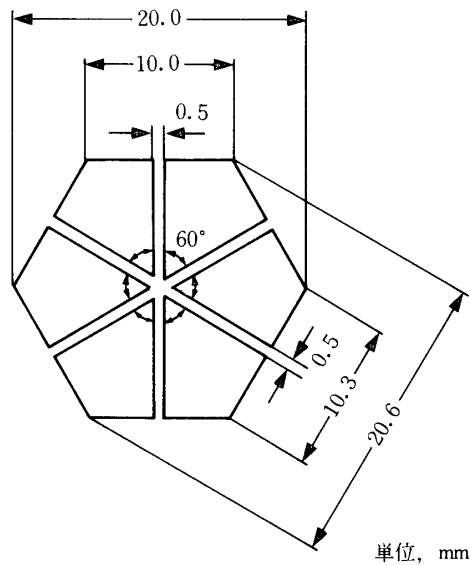
2.3.にて述べたように、コーナ・キューブの Far-Field 反射パターンは、Near-Field 反射パターンと合同な回折孔による回折パターンと相等しく、その光強度は、(11)式によって与えられ、(10)式で振幅が与えられるが、その時の積分範囲は、コーナ・キューブの入射角度に大きく依存し、複雑に変化する. ここでは、まず、垂直入射の場合におけるコーナ・キューブの反射パターンと合同な回折孔による回折パターンとの相違を実験的に比較し、さらに、理論より算出した回折孔による回折パターンを付加し検討を行う. 次に、コーナ・キューブの入射角度を変化させた場合について理論と観測結果との比較検討を行う.

#### 3.1 コーナ・キューブ及び回折孔の垂直入射の Far-Field 反射パターン

コーナ・キューブ及び回折孔の Far-Field 反射パターンの測定は、第8図(A)、(B)に示す測定系を用いて行った. なお、これらの実験は、千葉生研実験所の斉藤研の100mのトンネルを使用して測定を行った. 光源には25mWのHe-Neレーザを使用し、コリメータ・レンズで平行光を作り、それをコーナ・キューブ及び孔に照射し、その回折パターンを約100m程の先のスクリーン上に捕らえ写真撮影を行った. 但し、コーナ・キューブの垂直入

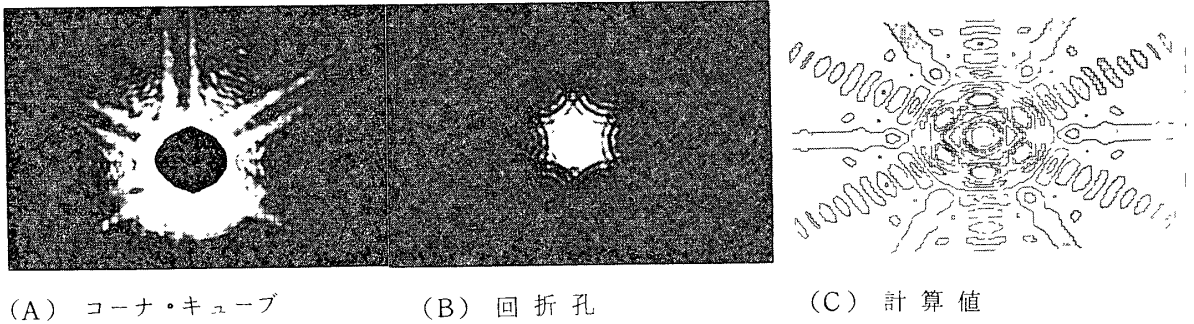


第8図 コーナ・キューブ及び孔のパターン測定システム



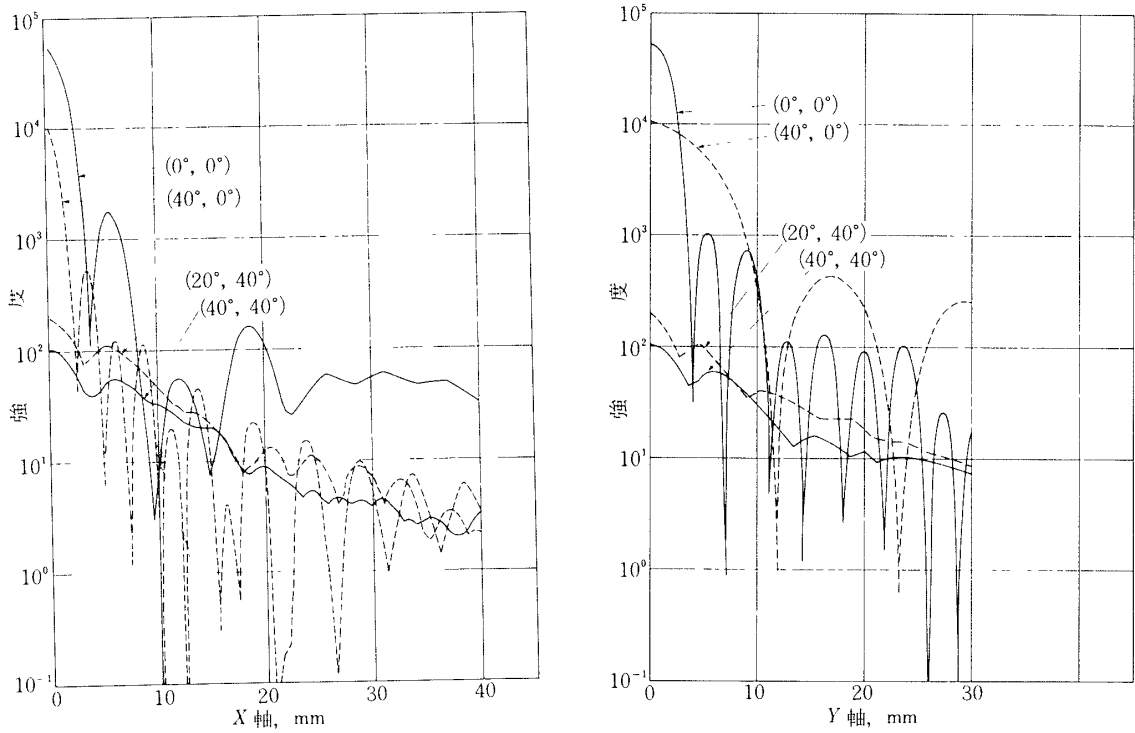
第9図 測定用孔の形状

射の写真撮影については、反射パターン全体を捕えるためハーフミラーを取り除き、その反射パターンをそのまま入射方向に返えし、100 m 程の所に光軸上に穴を開けたスクリーンを立て、撮影を行った。なお、ここで使用されるコーナ・キューブの形状は先の第2図に示す物を用いる。また、回折孔の形状は第9図に示す通りであり、これは、真鍮に黒色艶消しが施されている。第10図(A)、(B)、(C)には飛距離100 mの垂直入射時のコーナ・キューブ及び孔の回折パターンの写真撮影の結果と孔の振幅の計算結果を示す。この計算結



飛距離:  $L = 100 \text{ m}$ , コーナ・キューブ稜線幅:  $D = 0.5 \text{ mm}$   
 入射角:  $\theta = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$

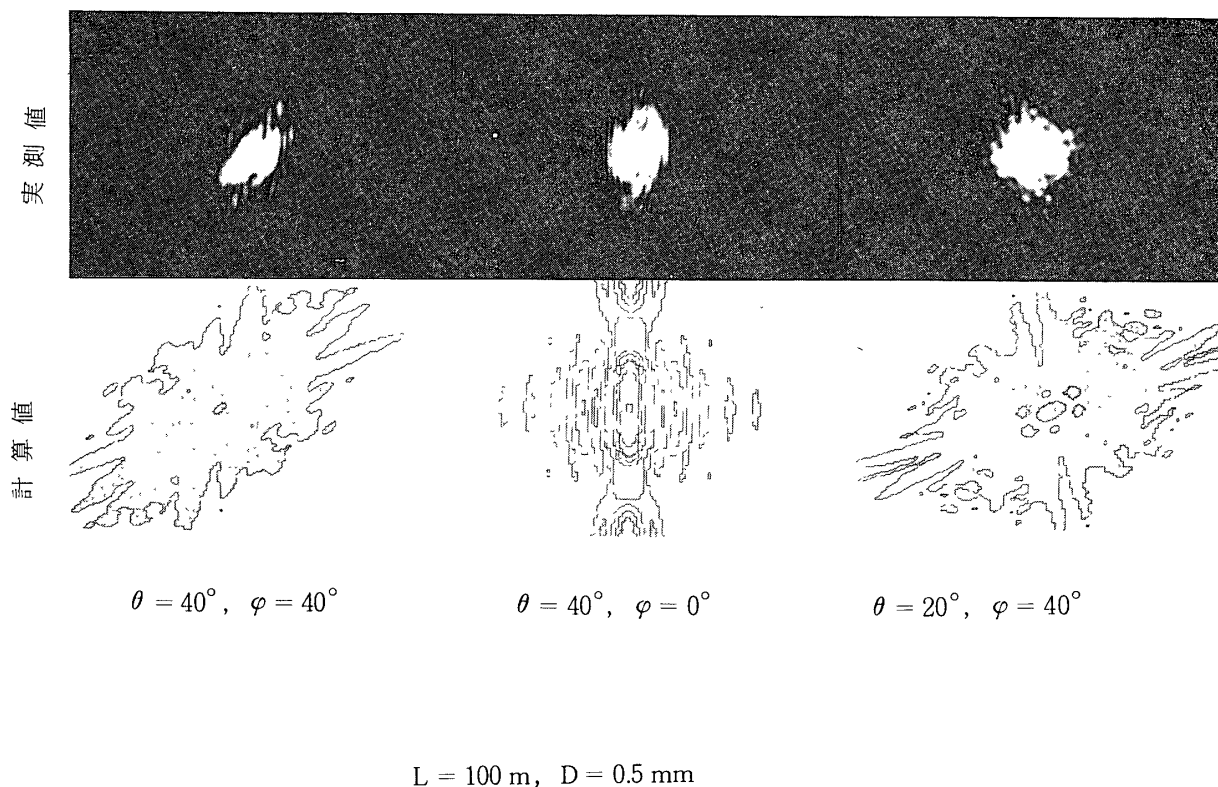
第10図 コーナ・キューブ及び回折孔の反射パターン実測値と計算値



$L = 100 \text{ m}$ ,  $D = 0.5 \text{ mm}$

第11図 入射角変化による  $X = Y = 0$  軸方向の強度曲線

果の観測面の大きさは、タテ 6 cm、ヨコ 8 cm の長方形のものを  $136 \times 136$  のメッシュに区切り、各点の強度の対数を取り、その小数点以下を切り捨てることにより示したパターン



第12図 コーナ・キューブへの入射角変化による反射パターンへの依存性

である。すなわち、数値が1だけ異なる点の間には、20 dBの強度差がある。そして、異なる数値間を曲線で結ぶことによって、20 dB間隔の等強度曲線が得られる。通常、光のdetectorとして用いられるのは、眼とか写真乾板等であるが、これらは全て、ほぼ対数的な感度をもっているのだから、実験データや写真等と対照させる際に便利である。また第11図は、パターンの特徴的な方向、すなわち、この場合には、 $X=0$ 、 $Y=0$ 方向における強度曲線を示す。但し、グラフ内で示すカッコ内の数値は、入射角 $\theta$ 、 $\varphi$ の値を示す。

### 3.2 コーナ・キューブの入射角変化による反射パターンへの依存性

第8図に示した測定システムにて、コーナ・キューブへの入射角を $(\theta, \varphi) = (20^\circ, 40^\circ)$ 、 $(40^\circ, 0^\circ)$ 及び $(40^\circ, 40^\circ)$ に変化させた時の測定結果と計算結果を第12図(A)～(C)に示す。なお、この時の $X=Y=0$ 方向の強度曲線は第11図に示されている。

### 3.3 比較検討

以上によって得られた結果について検討を行う。コーナ・キューブの反射パターンと、回折孔による回折パターン及び理論計算との間には、強度のダイナミック・レンジが極めて広

く、写真観測によって見分けにくいのが、細かいパターンに関しては、回折孔によって近似した場合と比べてやや誤差を生じている。

その理由として、次の事柄が考えられる。

(i) 垂直入射の誤差の影響

本実験で使用したコーナ・キューブには、入射面反射防止膜を塗布してあるにもかかわらず、入射面での反射光を避けることができなかった。そのため、垂直入射の際、その光との干渉を避けるため、垂直よりややずらして実験を行なった。中心近傍におけるパターンの僅かなゆがみはそのためである。すなわち、入射角を変化させた時、現われる傾向である。

(ii) 角度誤差による影響

コーナ・キューブの反射面が互に直角でないためにおこる現象で、直角よりやや開いている場合(+)には、パターンは広がり、閉じている場合(-)には、ある点で焦点を結ぶことになる。したがって、 $180^\circ$ の角度誤差には、通常相関がない為、そのパターンには、それぞれ独自にかなりの影響を与える。100m程度では、その影響は少ないが、本実験に使用したコーナ・キューブは、正の角度誤差を有しているため、僅かではあるが、回折孔の場合に比べて、パターンに広がりが生じている。

(iii) 大気ゆらぎによる影響

100m近傍では、もはや、測定者等の影響で大気にゆらぎが生じ、強度のふらつきの原因となった。

(iv) コーナ・キューブの面精度の影響

コーナ・キューブの各面が、ある曲率をもつためにパターンに変化を受ける。

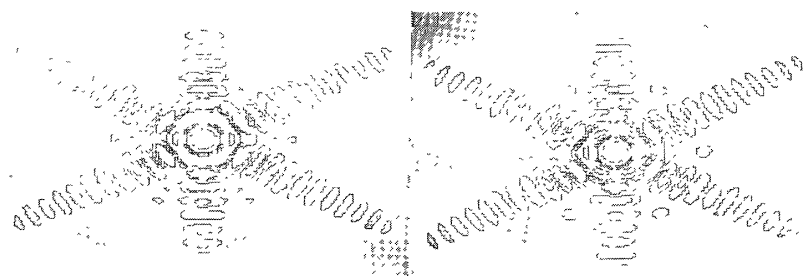
以上のような理由を考慮すると、コーナ・キューブの反射パターンは、回折孔によるパターンとして、充分近似され得ると考えられる。つまり、中心付近に、六個の明点が生じている点や、中心外のパターンの傾向が似かよっている等、パターンの傾向の合致がみられるからである。

このように、コーナ・キューブの反射パターンは、極めて複雑なものとなり、これらの算出は、円孔その他のモデルで解析することは困難である。それは、特に、入射角を変化させた場合に著しいことがわかる。

#### 4. 多数個のコーナ・キューブの垂直入射における Far-Field 反射パターン

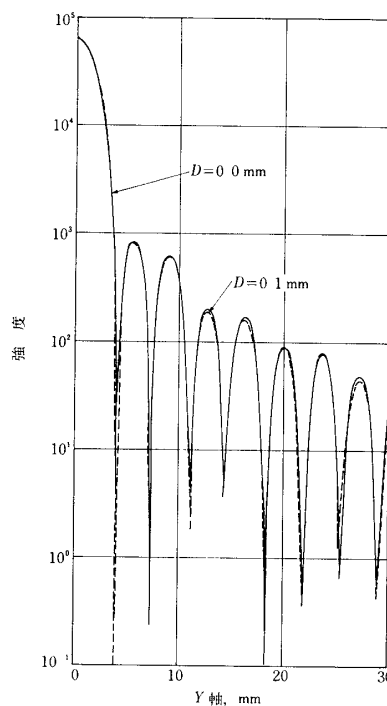
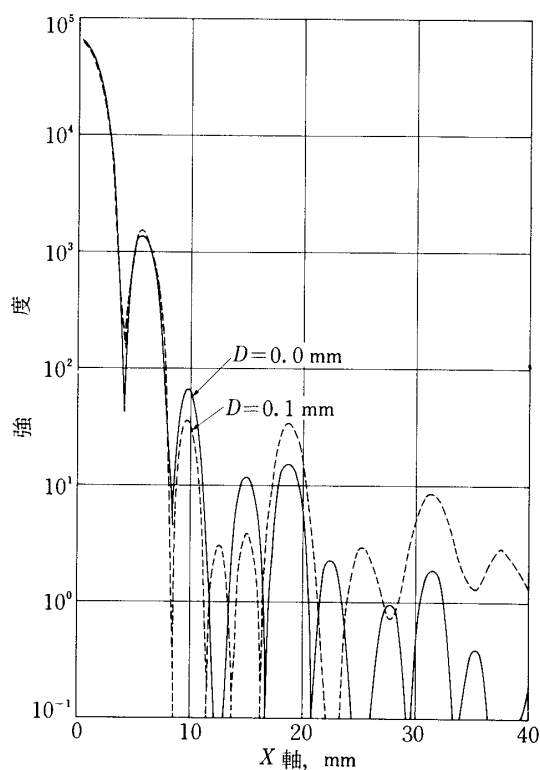
##### 4.1 正六角形孔近似

多数個のコーナ・キューブの反射パターンの解析においても、以前と同様に、第4図に示されるような実際の形状にそくした形によって行えば、いかなる配列に対しても計算は可能であり問題はない。しかしながら、その計算式は極めて複雑なものとなり、計算機による計算時間が非常に長くなるため算出が困難である。故に、ここでは、垂直入射の場合に限り、先に述べた稜線幅を省略し、孔を正六角形として近似し、省略しない場合と比べて、反射パターン及び強度が、どの程度異なるかについて考察を行う。(10)式を用いて、第4図なる形状で、その稜線幅を、0 [mm] 及び 0.1 [mm] と変化させた時のそれぞれの Far-Field



(A)  $D = 0.0 \text{ mm}$

(B)  $D = 0.1 \text{ mm}$



(C)  $X = Y = 0$  軸方向の強度曲線

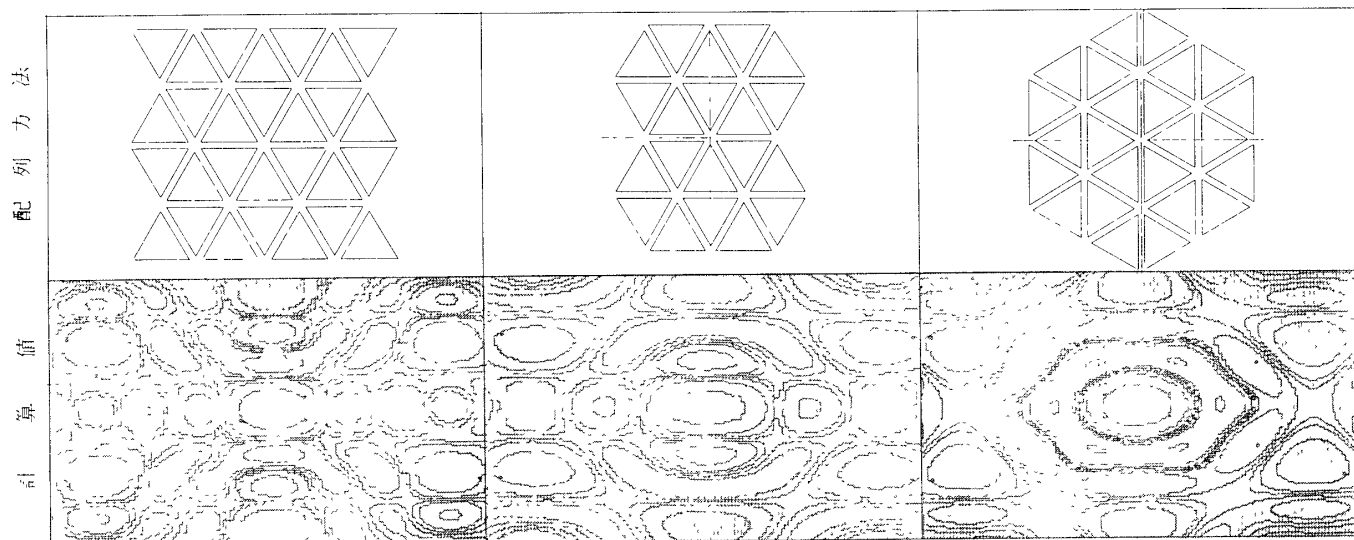
$$\theta = 0^\circ, \varphi = 0^\circ, L = 100 \text{ m}$$

第13図 コーナ・キューブ稜線幅変化による反射パターンへの依存性

反射パターンの計算結果と  $X = 0, Y = 0$  上の強度曲線を第13図 (A) ~ (C) に示す。ここで、稜線幅  $0 \text{ mm}$  とは、すなわち、正六角形孔を意味する。なお、稜線幅  $0.5 \text{ mm}$  については第10(c), 11図を参照されたし。

これらと比較してわかることは、稜線幅が  $0.1 \text{ mm}$  以下であれば正六角形孔に近似しても、そのパターンに対してあまり影響を与えないことがわかる。また、第一次暗線及び第二次暗線に関しては、どの場合についても、殆んど変化していないことがわかる。次に強度曲線か

©宇宙研



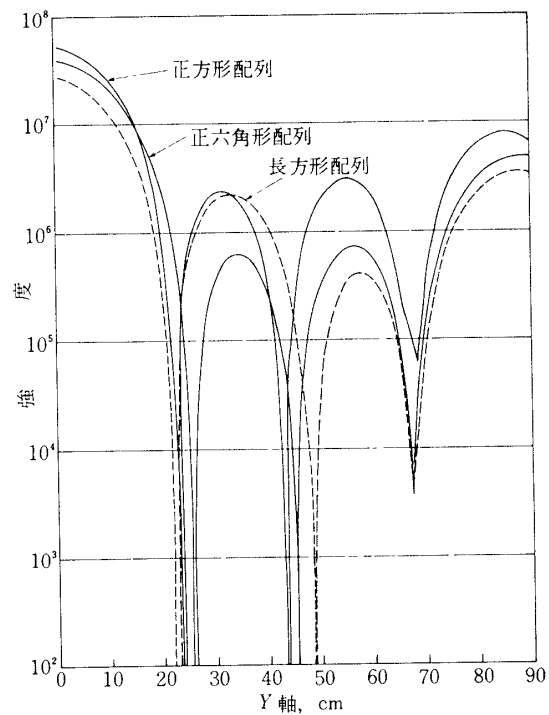
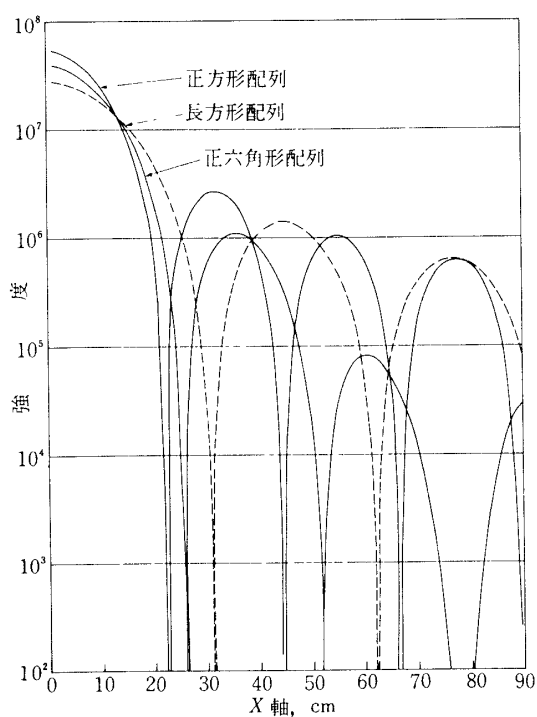
(A) 正方形

(B) 長方形

(C) 正六角形

$\theta=0^\circ, \varphi=0^\circ, L=50 \text{ km}$

コーナ・キューブの配列 間隔:  $D=3 \text{ mm}$



(D)  $X=Y=0$  軸方向の強度曲線

第14図 コーナ・キューブ配列方法による反射パターンへの依存性



らは、光軸近傍ではほとんど等しく、周辺部においてもオーダ的に一致していることがわかる。さらに人工衛星等長い距離においては、強度の弱い部分の分布は、大気による減衰によってほとんど問題にならないことが明らかである。また、工作上稜線幅を0.1 mm以下にすることは容易であるため、多数個のコーナ・キューブに関する強度計算を以下では正六角形孔近似で行うことにする。

#### 4.2 コーナ・キューブ配列方法による反射パターンへの依存性

ここでは、コーナ・キューブの配列方法の変化による反射パターンへの影響の検討を正方形、長方形及び正六角形の3種類の形状について行う。

第14図(A)、(B)、(C)では、コーナ・キューブ同志の配列間隔を3mm一定にし、飛距離50 kmの点におけるそれぞれの垂直入射の反射パターンを示す。但し、観測面は、光軸を原点にし、 $X = Y = \pm 1$  mの正方形断面である。さらに第14図(D)では、 $X = Y = 0$ 方向の強度曲線の計算結果を示す。これらの結果によると、(A)のように正方形に配列されたものは、反射パターンの第一次暗線の形状も正方形であるが、(B)のように縦長の長方形配列にもかかわらず、反射パターンの第一次暗線の形状は横長の長方形である。また、その周辺部の特徴は、両者とも $X = 0$ 、 $Y = 0$ 方向に強度の峰が生じている。そして、これらは、長方形孔及び正方形孔にみられるパターンと類似している。次に、(C)の正六角形状配列においては、第一に、光軸上に円型の明部が現われており、そのまわりは暗線によって囲まれている。第二に、第二暗線内に六つの明点が現われていることも注目される。そして、第三に、周辺部のパターンは、光軸中心に $60^\circ$ 間隔で強度の峰が放射状に分布している。これは正六角形孔パターンにみられる傾向とよく似かよっている。

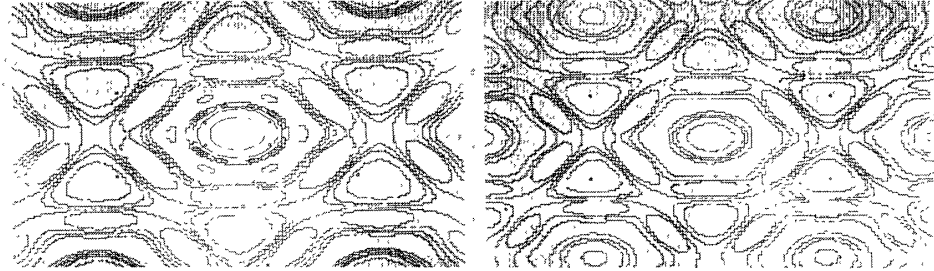
上述のごとく、その反射パターンは、コーナ・キューブ全体の配列形状に依存しているが中心強度は、第14図(D)で示すように、有効反射断面積のみに依存するので大差はない。しかし、ランダムな配列よりも、回転対称・軸対称等対称性をもつ配列が望まれる。それは、光軸上にそのピーク値が現われ、パターンが単純化し、受光が容易であると考えられるからである。さらに、 $\phi$ 方向の姿勢の変化に対して、パターンへの影響の少ない回転対称形の方が軸対称よりも望ましいといえる。

#### 4.3 コーナ・キューブ配列間隔の変化による反射パターンへの依存性

ここでは、正六角形状配列において、コーナ・キューブ同志の間隔を変化させた場合の反射パターンに着目する。第14図(C)において、コーナ・キューブ同志の間隔を6mm及び9mmと変化させたときの反射パターンの算出結果を第15図(A)(B)にそれぞれ示す。なお、3mm間隔については第14図(C)を参照されたし、また、第15図(C)は、それぞれ特徴的な方向における強度曲線を示す。この結果についていえることは、パターンの分散である。すなわち、パターン全体は相似的に小さくなり、各ピークの強度が強くなっている。これは間隔を広げるにつれて、しだいに顕著に現われてくる。したがって、コーナ・キューブ同志の間隔はパターンの分散を避けるため、可能な限り近づけて配列することが望ましい。

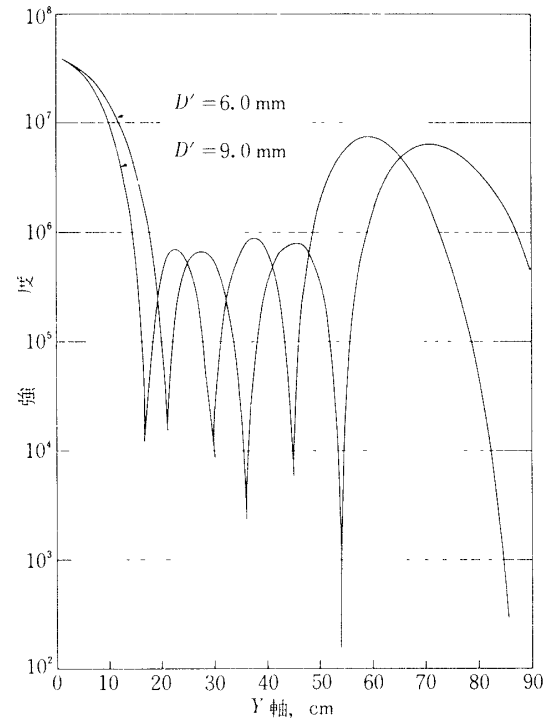
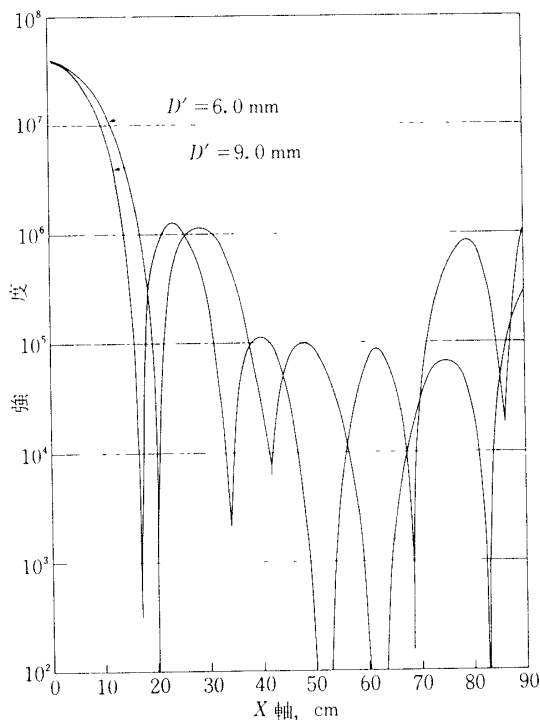
#### 4.4 実用例

ここで、実際の衛星搭載に必要な数と思われる、96個コーナ・キューブを3mm間隔で



(A)  $D' = 6 \text{ mm}$

(B)  $D' = 9 \text{ mm}$

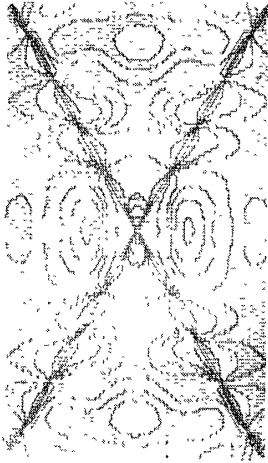


(C)  $X = Y = 0$  軸方向の強度曲線

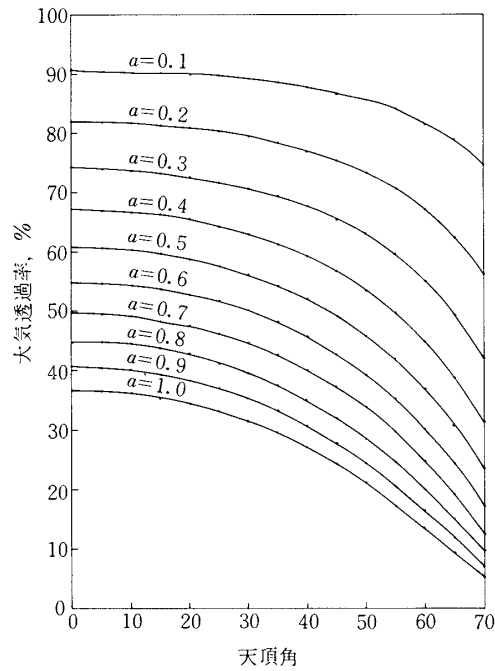
正六角形配列  $L = 50 \text{ km}$   $\theta = 0^\circ, \varphi = 0^\circ$

第15図 コーナ・キューブ配列間隔の変化による反射パターンへの依存性

正六角形状に配列し、その飛距離を 1 000 km にとった時の反射パターンを、以前と同様な方法で算出し、その結果を第 16 図に示す。この垂直入射における反射パターンは、タテ18



$D = 3 \text{ mm}$   $L = 1000 \text{ km}$   
 垂直入射  
 第16図 96個の正六角形配列の反射パターン



第17図 aをパラメータにした天頂角と透過率の関係

×ヨコ30 m の範囲の観測断面の図で、そのピーク値は、横長の長方形（タテ26.4 × ヨコ441 cm）となる。但し、この値は、コーナ・キューブの直角度誤差がないものとして計算を行っている。したがって、実際のピーク値の観測面は、これよりも広がると思われる。そして、軌道衛星であるならば、速度変差効果によって、受光地点は、送信器よりその速度方向に  $R \cdot 2V / C$  だけずれて観測される。（R：観測点から衛星までの距離，V：衛星の速度，C：光速）

### 5. 搭載個数の概算

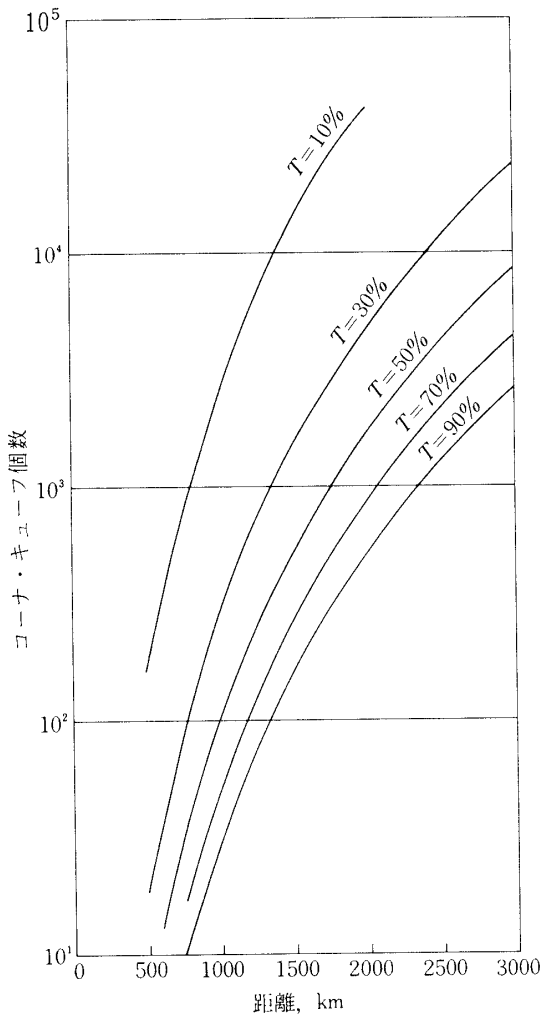
ここでは、人工衛星に搭載するコーナ・キューブの個数について検討を行う。この搭載個数は、観測点から衛星までの距離、大気の透過率、地上局のレーザ送信電力及び送受光系の伝達系数等の値によって決定される。しかし、搭載に必要な最小個数は、受光系の光電子増倍管の動作可能な受光エネルギー、つまり受光光量子数で決まる。この受光光量子数は、一般的に次式で示すレーザ・レーダ方程式で与えられる。

$$S = E \cdot \frac{T}{\pi/4(R \cdot \theta_1)^2} A_s \cdot \rho \cdot \frac{T}{\pi/4(R \cdot \theta_2)^2} A_r \quad (12)$$

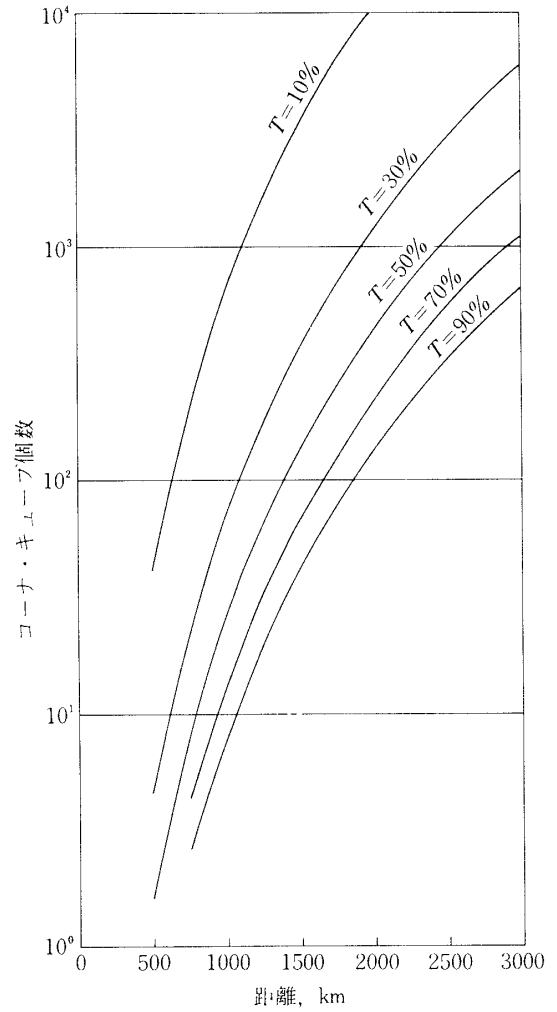
但し、

S : 受光光量子数  
 E : レーザ・送信エネルギー  
 $A_s$  : コーナ・キューブ  
 有効反射断面積

東京天文台送受光器諸元  
 $10^4$   
 0.1 J  
 $\text{m}^2$



(A) 角度誤差  $\Delta = +1.6$  秒



(B)  $\Delta = +3.3$  秒

第18図 コーナ・キューブ搭載個数と飛距離の関係

$A_r$ : 受信望遠鏡面積	0.125	$m^2$
$\theta_i$ : 送信ビーム拡がり角	$1.5 \times 10^3$	rad
$\theta_s$ : コーナ・キューブ 拡がり角		rad
$\rho$ : コーナ・キューブ 反射率	97	%
$R$ : 観測点から衛星までの距離		m
$T$ : 大気透過率		%

である。

なお、ここでいう大気透過率は、天頂角  $Z$  と天候  $a$  (快晴 = 0.1 ~ 霧 = 1.0) によって決まる値である。第17図には、 $a$  をパラメータにした透過率と天頂角との関係を示す。

そこで、(12)式を用いて、現在東京天文台で使用されている送受光器を使用し、コーナ・キューブの直角度誤差が+1.6秒と+3.3秒のときの大気透過率をパラメータにした、距離と搭載個数との関係を第18図(A)、(B)に示す。ここで使用した、東京天文台の送受光器の諸元は、上述に示す通りである。なお、コーナ・キューブ1個の垂直入射時の有効反射断面積は、 $1.15\text{ cm}^2$ で1辺が2cmの物を用いて計算を行った。この結果、搭載個数を決定する上で、コーナ・キューブの直角度誤差の要因が大きく左右していることがわかる。そして、当然のことながら直角度誤差を小さくすることにより、距離に対する搭載個数も少なくなる。

## 6. おわりに

以上の検討より、コーナ・キューブの反射パターンに最も大きな影響を与える要素である任意の入射角におけるFar-Field反射パターンの回折効果について、十分な解析がなされたと思う。この応用例として、測距システムの反射素子として用いられる場合、衛星などに多数のコーナ・キューブが搭載される。そして、その時の配列方法と配列間隔によって、Far-Fieldにおいていかなる反射パターンが得られるかを検討した。その結果、観測点で観測容易な反射パターン、すなわち、中心強度の反射パターンが単純で分散の少ないパターンを得るには、回転対称となる配列方法で、その配列間隔はできるだけ近づけて搭載することが望ましいという結果を得た。そして、さらに搭載個数と飛距離の関係を、大気透過率とコーナ・キューブの角度誤差をパラメータにして、レーザ・レーダ方程式より算出し、測距システムを形成する上での一考察とした。

上述のごとく、コーナ・キューブの反射パターンの回折効果について論じて来たが、さらに厳密に反射パターンを解析するには、大気ゆらぎ、天候、コーナ・キューブの角度誤差及び外圧などによる経年変化についても考慮せねばならず、本文で述べた以上の詳細な検討は、あまり実用的でないと考えられる。故に、実用に当っては、本文で述べたことをふまえた上で、確率論的な立場から反射パターンについて考察を行い、その方面からのシステム全体に対する検討が今後望まれると思う。そのような観点から本文を理解していただければ幸である。

最後に、終始御指導及び御助言をいただいた林友直教授をはじめ東京天文台の富田弘一郎講師、ならびに実験に際して、御協力いただいた生産研横山幸嗣助手、大林周逸技官に謝意を表する次第である。

1977年11月16日新設部(工学)

## 参考文献

- [1] 藤井陽一, 中嶋邦宏「光コーナリフレクターの解析」生産研究 第21巻第11号 昭和44年11月
- [2] T.S. Johnson, H.H. Plotkin, and P.L. Spadin "2.5a-A Laser Satellite Ranging System - Part I: Equipment Description" IEEE JOURNAL OF QUANTUM ELECTRONICS, November 1967.
- [3] P.H. Anderson, C.G. Lehr, L.A. Maestre, and G.L. Snyder "2A10-Laser Experi-

ments for Determining Satellite Orbits” IEEE JOURNAL OF QUATUM ELECTRONICS. Vol. QE-2, No. 8, August 1966.

- [ 4 ] H.H. Plotkin “Laser Reflection from the Beacon Explorer Satellites”.
- [ 5 ] G.C. Weiffenbach, and T.E. Hoffman” A Passive Stable Satellite for Earth-Physics Applications” Smithsonian Astrophysical Observatory, SPECIAL REPORT 329.
- [ 6 ] C.A. Northend, R.C. Honey, and W.E. Evans “Laser Radar for Meteorological Observations” Volume 37, No. 4, April 1966.
- [ 7 ] Born, and Wolf “Principles of Optics”.
- [ 8 ] 富田弘一郎, 神田泰「東京天文台における人工衛星のレーザ・トラッキング試作機の概要」東京天文台報 第16巻第3冊
- [ 9 ] 齊藤引義「光学系における異常回折像に関する研究」東京大学 生産研究 第9巻第3号  
june. 1960