

# ポストリミタの 3 次元非構造格子への拡張と FaSTAR への実装

○北村圭一, 青柿拓也  
横浜国立大学

橋本敦  
宇宙航空研究開発機構

## Extension of Post Limiter to 3D Unstructured Grids and Its Incorporation into FaSTAR

by

Keiichi Kitamura, Takuya Aogaki (Yokohama National University), and Atsushi Hashimoto (JAXA)

### ABSTRACT

The “Post Limiter (simple a posteriori slope limiter),” which tries to keep spatially second order as much as possible, has been successfully extended to three-dimensional (3D) unstructured grids. Then, this 3D-extended version of Post Limiter (‘Post Limiter 3’) has been incorporated into “FaSTAR,” a 3D unstructured grid flow solver. By taking account of cell-geometric qualities (i.e., aspect-ratio-like number), the Post Limiter 3 can handle general 3D cells including ‘dirty’ (=ill-shaped) ones in which the original Post Limiter fails to continue flow computations. Numerical examples demonstrate its applicability to a wide spectrum of aerodynamic problems of high engineering importance.

### 1. はじめに

近年、圧縮性 CFD (Computational Fluid Dynamics) は航空宇宙機等の設計に積極的に使用され、その工学的な役割はますます重要になっている。その信頼性が特に高いマッハ 0.1 オーダの速度域では、1 カウント (抵抗係数  $10^{-4}$ ) の数値誤差の低減が議論になる<sup>1,2)</sup>。こうした空力解析においては通常、対象形状が複雑であることから、物体適合性に優れた非構造格子が利用される。そして複雑な流れを伴う箇所には局所的に多くの計算要素 (セル) を配置し、計算コストの低い空間 2 次精度手法<sup>3)</sup>を用いて効率的に計算を行う。この方法が、近年の多くの空力設計において採用されている<sup>4,7)</sup>。

こうした中、著者らは空間 2 次精度の範疇で簡単に高解像度の数値解が得られる手法『*a posteriori* 制限関数 (以下、**ポストリミタ (Post Limiter)** と呼ぶ)』を提案している<sup>8)</sup>。この方法は可能な限り制限関数 (=空間精度を 1 次に抑える事で、計算を安定化させる) を用いない事で、本来の空間 2 次精度を最大限維持するものである。詳しくは文献 8) に譲るが、ポストリミタにより従来法に比べ 1 次元で 4 倍相当、2 次元で約 16 倍の解像度が得られた (‘ポストリミタ 1’)。更には収束性の向上や数値振動の回避と言った利点も示された。ただしその有効性が実証されているのは 2 次元非構造格子 (‘ポストリミタ 2’) までである。一方で、実用問題は言うまでもなく 3 次元であり、3 次元ではセルの品質 (3 次元幾何形状)<sup>9)</sup>を考慮する必要がある (3 節にて詳述)。

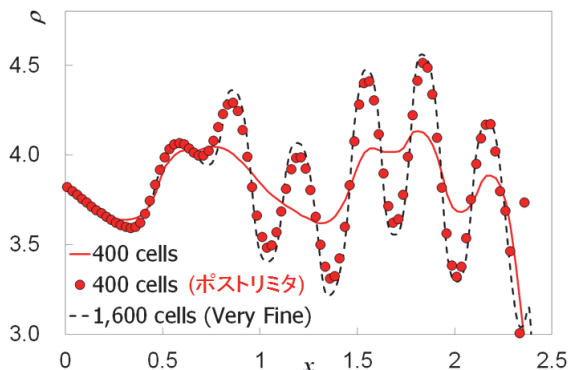


図 1 1 次元衝撃波・エントロピー波干涉<sup>8)</sup>

そこで本稿では、セル品質を考慮する事でポストリミタを 3 次元非構造格子に拡張し (‘ポストリミタ 3’), これを JAXA の 3 次元非構造格子流体解析ソルバ “FaSTAR”<sup>9)</sup> に実装する。そして種々の空力問題へ適用し、その有用性を調べる。FaSTAR のように国内で広く空力解析に使われているコードに実装する事で、本手法および FaSTAR が工学的に重要な様々な場面 (例: ソニックブーム解析<sup>10)</sup>) でより多くのユーザに使用される事を目指す。

### 2. 支配方程式

支配方程式は圧縮性 Euler もしくは Navier-Stokes 方程式であり、下記のように書ける (例えば 3 次元では下添字  $k, l, m, n$  に 1, 2, 3 が代入される)。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_k}{\partial x_k} = \frac{\partial \mathbf{Fv}_k}{\partial x_k} \quad (1a)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_l \\ \rho E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \rho u_k \\ \rho u_l u_k + p \delta_{lk} \\ \rho u_k H \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Fv}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{lk} \\ u_m \tau_{mk} + (\kappa + \kappa_t) \frac{\partial T}{\partial x_k} \end{bmatrix} \quad (1b)$$

$$\tau_{lk} = (\mu + \mu_t) \left[ \left( \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_n}{\partial x_n} \delta_{lk} \right] \quad (1c)$$

ここで、 $\rho$  は密度、 $u_i$  は速度成分 ( $i = 1, 2, 3$  はそれぞれ  $u, v, w$  に対応)、 $E$  は全エネルギー、 $p$  は圧力、 $H$  は全エンタルピー ( $H = E + (p/\rho)$ )、そして  $T$  は温度である。気体は完全気体の空気 (比熱比  $\gamma = 1.4$ )、プラントル数は  $Pr = 0.71$  である。分子粘性  $\mu$  はサザーランドの式から算出する。熱伝導係数  $\kappa$  とは  $\kappa = c_p \mu / Pr$  の関係がある ( $c_p$  は定圧比熱)。更に、乱流粘性  $\mu_t$  と乱流プラントル数 ( $Pr_t = 0.90$ ) から  $\kappa_t = c_p \mu_t / Pr_t$  の関係がある。一方で、非粘性計算 (Euler 方程式) の場合は  $\mu_t = 0$  である。これらは有限体積法 (FVM) 表記で次のようになる。

$$\frac{V_i}{\Delta t} \Delta \mathbf{Q}_i + \sum_j (\mathbf{F}_{i,j} - \mathbf{Fv}_{i,j}) S_{i,j} = 0 \quad (2)$$

ここで、 $V_i$ はセル  $i$  の体積、 $\Delta t$  は時間刻み、 $\Delta Q_i$  は保存量の時間変化、 $\mathbf{F}_{ij}$  および  $\mathbf{F}_{vij}$  はセル  $i$  とその隣接セル  $j$  との界面  $S_{ij}$  を通るそれぞれ非粘性（数値）流束および粘性流束である（図 2 を参照）。

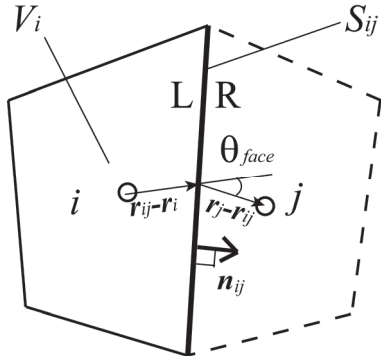


図 2 セル形状や記号の模式図

### 3. ポストリミタ（簡単な *a posteriori* 制限関数）

#### 3-1. ポストリミタ 1: 構造格子ポストリミタ

ポストリミタは非構造格子で通常用いられる空間 2 次精度を対象にしている。このため、セル境界で用いられる値の候補は制限関数無し の 2 次精度値  $q^{unlim}$ 、および制限関数有りの 1 次精度値  $q^{lim}$  の 2 つのみとなる。そしてポストリミタでは、 $q^{unlim}$  および  $q^{lim}$  からの選択においては、i) positivity および ii) DMP (Discrete Maximum Principle) に基づく判定<sup>11)</sup>に加え、iii) 周囲の圧力比を判定条件に加えた。具体的には、圧力比の関数である Gnoffo の補助制限関数  $\phi'_G$ <sup>12)</sup> を組み合わせ、圧力比が大きい場合には 1 次精度が選択され易くなるよう、滑らかに空間精度を変化させた（図 3）。こうして下記のように、制限関数無し の 2 次精度値  $q^{unlim}$ 、および制限関数有りの 1 次精度値  $q^{lim}$  の 2 つのみを用いた簡素な手法を提案できた（ポストリミタ 1）。

```

if  $p^{unlim} > 0$  and  $p^{unlim} > 0$  then ! positivity
  if  $\min(\rho_i, \rho_j) < p^{unlim} < \max(\rho_i, \rho_j)$  and  $\min(p_i, p_j) < p^{unlim} < \max(p_i, p_j)$  then
    ! Discrete Maximum Principle
     $\phi'_G = 1$ 
  endif
else
   $\phi'_G = 0$ 
endif

 $\phi_G = \phi'_G \dots (*)$ 
 $q = \phi_G q^{unlim} + (1 - \phi_G) q^{lim}$ 
  
```

(3)

この手法の詳細や検証については、文献 8) を参照されたい。

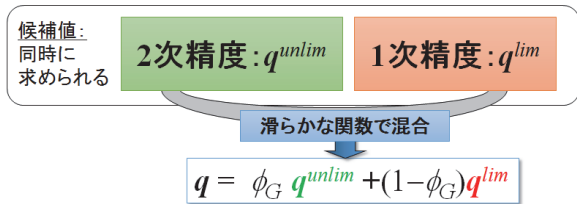


図 3 ポストリミタの概要

#### 3-2. ポストリミタ 2: 非構造格子ポストリミタ

ポストリミタ 1 は 1 次元もしくはこれに準ずる（滑らかで品質の良い）構造格子用に考案されたものであった。一方で三角形メッシュに代表される 2 次元非構造格子では、

セル界面の法線方向にセル中心が存在するとは限らないため、1 次元的な扱いが困難となる。このため、以下のわずかな修正が必要となる事が分かった。具体的には、式(3)の(\*)部分を以下のように書き換える（ポストリミタ 2）。

$$\phi_G = \min(\phi'_G, \phi_{face}) \quad (4a)$$

$$\phi_{face} = 0.25(\cos(\theta_{face}) + |\cos(\theta_{face})|)^2 \quad (4b)$$

つまり式(3)で得られた Gnoffo の補助制限関数  $\phi'_G$  の値を  $\phi_G$  に修正する。ここで  $\theta_{face}$  は図 2 に示されるセル偏向角であり<sup>13)</sup>、 $(\mathbf{r}_{ij} - \mathbf{r}_i)$  および  $(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_{ij})$  ベクトルの内積から与えられる  $(\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}_i)$  および  $\mathbf{r}_j$  はそれぞれセル界面中心  $ij$ 、セル中心  $i$ 、セル中心  $j$  の位置ベクトル。もしこれら 3 点が一直線上にあれば（1 次元、もしくは直交格子） $\theta_{face} = 0$ 、よって  $\phi_{face} = 1$  となるため修正無し、すなわちポストリミタ 1 に帰着する。一方で、 $\theta_{face}$  が 90 度を超えると  $\phi_{face} = 0$  となり、ポストリミタは機能しない。そして  $0^\circ \leq \theta_{face} \leq 90^\circ$  については、 $\phi_{face}$  は式(4b)により滑らかに接続される。よってここでの修正は依然、簡単かつ局所的である。

#### 3-3. ポストリミタ 3: 三次元非構造格子ポストリミタ

三次元ではダーティ・セル、すなわち品質の悪いセルが現れる事がある<sup>14)</sup>。これは二次元と異なり、三次元では例えば

- ・面を形成すべき複数点が同一平面上に無い
- ・セルを構成する面の同士の位置関係の反転
- ・セルを構成する面と辺が交差

といった状況が生じ得るためである（図 4）。

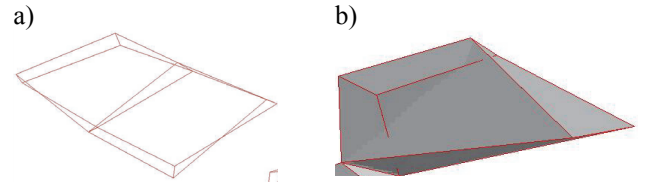


図 4 ダーティ・セルの例 (a) 面の位置関係が反転、(b) 面と辺が交差

この場合、例えばセル体積は負、もしくはとても小さく計算されてしまい、流体計算の破綻の原因になりうる。そしてこうした状況は、上記のパターン以外にも膨大に存在する。しかしながら、これらを個々に検知する指標は存在するものの<sup>14)</sup>、全てを実装する事は計算コードを大変複雑化してしまい、現実的でない。特に非構造格子コードにおいては、リミタの計算時にセルや面の幾何データ全てを容易に参照できるとは限らない。そこで本研究では、ダーティ・セルの中でも特に計算破綻の原因となり得るセル形状を可能な限り網羅する簡便な指標として、以下を提案する。

$$AR \equiv \max \left( \frac{V_i^{2/3}}{S_{i,j}}, \frac{V_j^{2/3}}{S_{i,j}}, \frac{S_{i,j}}{V_i^{2/3}}, \frac{S_{i,j}}{V_j^{2/3}} \right) < 4 \quad (5)$$

この「アスペクト比に類似し、これに相当する値(aspect-ratio-like number)」が閾値を超えていれば、ポストリミタを使用しない、すなわちリミタを使用できるようにする。この方法の利点は3つある。

・利点 1: 「アスペクト比の大きなセルではポストリミタを用いない」という分かりやすい指標に基づいている。ポストリミタは本来、直交格子（アスペクト比が 1）のような品質の良いセルに用いるための手法であり、今回の指標はこの思想に合致する。

表 1 ポストリミタ 1～3 のまとめ

バージョン	主な適用先 (計算格子)	数式	説明
ポストリミタ 1	1D, 2D 構造格子	式(3)	-
ポストリミタ 2	2D 非構造格子	式(3)+(4)	ポストリミタ 1 に加え, セル偏向角 (図 2) を考慮
ポストリミタ 3	3D 非構造格子	式(3)+(4)+(5)	ポストリミタ 2 に加え, ダーティ・セルに対応すべく 「アスペクト比相当値」を考慮

・利点 2: セル・サイズが急激に変化する箇所や、六面体から逸脱したセル形状においても、このアスペクト比に類似した値は 1 から離れるため、ポストリミタが使われにくくなる (リミタが使われる)。

・利点 3: 追加情報の少なさ。ここでアスペクト比に近い値を得るために使われる「セル界面の面積  $S_{ij}$ 」と、それを挟む 2 つの「セルの体積  $V_i, V_j$ 」はいずれも非構造格子ソルバに最低限、必要な情報である。よってリミタ計算時には既に分かっているか、データ構造上、入手しやすいはずである。

なお試計算の結果より、本研究では閾値を 4 とする。これを超えるセル形状は、例えば壁近傍では数多く現れるはずであり、そこではポストリミタが使われなくなるが、この事は大きな問題にならない。なぜなら、例えば球のような「曲面」上では、アスペクト比の大きなセルでは勾配計算自体が難しく、これを適切に扱わないと数値誤差が生まれてしまう<sup>15)</sup>。つまりここでポストリミタを使わない (= 積極的にリミタを使う) 事による精度の低下は、勾配計算法の選択による影響に比べれば小さな問題である。

以上より、このアスペクト比に類似した値をポストリミタ 2 中の「リミタ使用／不使用の判定条件」に加える。具体的には、式(5)を満たさない場合にはダーティ・セルの可能性があるので、強制的に  $\phi_g = 0$ 、すなわち制限関数有りの 1 次精度値  $q^{lim}$  を採用する。以降、このポストリミタを「ポストリミタ 3」と呼ぶ。ポストリミタ 1～3 をまとめる表 1 のようになる。

#### 4. 数値例

以下の数値例において特に断らない限り、空間再構築 (勾配計算) には Green-Gauss 法<sup>16)</sup>を採用する。勾配制限関数については個別に後述する。セル中心における物理量とその勾配を用いてセル界面の値  $q$  を内挿し、これを用いて数値流束を SLAU<sup>17)</sup>で計算する。時間発展には LU-SGS<sup>18)</sup>を用いる。乱流計算を行う場合は Spalart-Allmaras モデル<sup>19)</sup> (Tripping Term 無し<sup>20)</sup> (SA-nof2 モデルとも呼ばれる) もしくは DDES<sup>21)</sup>を用いて乱流粘性  $\mu_t$  を求める。

##### 4-1 亜音速流れ

###### 4-1-1 球周り流れ (M=0.1, Re=118)

最初にマッハ 0.1, レイノルズ数 118 の球周り低速流れを扱う。この流れは双子渦を作り定常状態に至る事が実験<sup>22)</sup>・計算<sup>23)</sup>の両面から知られている。また衝撃波が発生しないため、この計算ではリミタが機能しない事が理想的である。

ここではリミタとして minmod<sup>24)</sup>を選定し、ポストリミタ 3 を組み合わせた効果を調べる。なおレイノルズ数が 118 と小さいため乱流モデルは用いない。

計算領域は半裁とし ( $y \leq 0$ )、HexaGrid<sup>25)</sup>を用いて球の周囲に主として六面体から成る直交・物体適合格子を生成した (図 5a)。この時、球の直径を 1 としたときの最小格子

幅は  $1.e-3$ 、遠方境界は直径の 20 倍の大きさとした。球はそのほぼ中心部に位置する。総セル数は 396,010 である。

計算はクーラン数 1,000 で 10,000 ステップ行った (定常計算)。図 5b に密度の残差履歴を示した。この結果より、ポストリミタ 3 を用いる事で収束性が向上し、残差が 1～2 桁ほど低下する事が分かった。これは構造格子ソルバの場合と同様、不要な箇所でも minmod リミタが使われなくなった<sup>8)</sup>事によるものと考えられる。また図 6 に示した圧力の可視化結果より、解はポストリミタ 3 による悪影響を受ける事無く、実験<sup>22)</sup>と同じく後流で双子渦が形成されている事が確認できる。更にポストリミタ 3 の有無によらず抵抗係数は  $C_D=1.02$  であり、Schlichting<sup>25)</sup>のまとめた球の抵抗値 ( $Re=120$  で  $C_D \approx 1.0$ ) にほぼ一致する。ちなみにポストリミタ 1 および 2 を用いた場合も解や残差履歴はポストリミタ 3 の場合とほぼ一致した (図は省略)。

###### 4-1-2 二次元翼周り流れ (M=0.2, Re=23000, $\alpha=6\text{deg.}$ )

次にマッハ 0.2, レイノルズ数 23000, 迎角 6 度の二次元翼 (フクロウ翼) 周り流れを解く。この流れは層流であり、この条件においては「前縁剥離+後縁再付着」という複雑かつ数値計算で捉えにくい現象が過去の研究で観察されている<sup>26)</sup>。

ここでは Hishida (vL) リミタを使用し、ポストリミタ 3 と組み合わせる。数値流束は SLAU、勾配計算には GLSQ<sup>15)</sup>を用いた。乱流モデルは用いていない。

計算格子は  $615 \times 101$  点 (Baseline) もしくは  $307 \times 51$  点 (Coarse) の C 型格子である (図 7a)。いずれも層流境界層を十分解像できるように、最小格子幅は翼弦長を 1 として  $0.01/Re^{0.5}=6.59 \times 10^{-5}$  である。また遠方境界は翼から 50 とした。なおフクロウ翼の翼面形状は定式化されており<sup>27)</sup>、ここで用いた形状は翼根からスパン方向に 40% 位置に対応する。

図 7b-7d に計算結果 (約 15 周期の平均場) を示す。この図より、Coarse 格子でポストリミタ無しの場合 (図 7b) には前縁剥離は起こるものの、後縁再付着が捉え切れなかった事が分かる。一方でポストリミタ 3 を使用すると後縁再付着が再現され (図 7c)、これは Baseline 格子で (ポストリミタ無しで) 計算を行った場合 (図 7d) と一致する。つまり、この再付着現象を従来法で捉えるためには (Coarse 格子の 2x2 倍解像度を持つ) Baseline 計算格子を用いる必要があるが、ポストリミタ 3 を利用すれば Coarse 格子で十分である事が示された。

###### 4-1-3 三次元細長物体 (ロケット形状) 周り流れ

(M=0.086, Re= $6 \times 10^5$ ,  $\alpha=50\text{deg.}$ )

今度は実用的な流れとして、三次元ロケット形状周りの流れ (迎角 50 度) を扱う (図 8)。この形状は再使用ロケットを想定しており球頭一円錐一角柱 (注: 円錐から角柱へは滑らかに変化) から成る。形状・周囲流れ・空力特性の詳細については文献 28, 29) を参照されたい。マッハ数は

0.086 と小さいため、数値流束は全速度スキームである SLAU を、時間積分には前処理付き LU-SGS<sup>30)</sup>を用いる。勾配計算には GLSQ を用いている。また機体全長に基づくレイノルズ数は  $6 \times 10^5$  であるため、SA-nofit2 モデルで乱流計算を行う。

計算格子はおよそ 175 万セルから成り、大迎角時に発生する渦を捉えるために風下側にセルを集めてある (図 8)。また最小格子幅は  $y^+ = 0.78$  となるように設定している。なお図 8 では機体周辺のセルのみを表示しているが、遠方境界は機体から全長の 25 倍離れている。

ここでは minmod リミタを使用し、ポストリミタ 3 の有無の影響を調べる。なお扱う流れが低速であるので、「リミタ無し」の計算結果も比較対象とする。

図 9 に計算結果を示す。ここでは圧力、軸方向渦度、そして横力係数 (動圧、機体全長、そして底面積で無次元化した横力) の絶対値  $|C_y|$  を示している。まず図 9a, b は minmod リミタのみを用いた場合であり、流れはほとんど対称となっており、横力係数は  $|C_y| = 0.052$  と小さい。これ

に対し図 9c, d のポストリミタ 3 を併用した場合には、明らかに非対称性が現れており、 $|C_y| = 0.312$  の横力が発生している。このように 50 度程度の大迎角時に細長物体周り流れが非対称となる事は、過去の研究においても知られている<sup>31)</sup>。そして図 9e, f のリミタ無しの場合には、更に非対称性が顕著となっており、この時の横力係数は  $|C_y| = 0.812$  である。つまりポストリミタ 3 を使用する事で、低速流れの三次元非構造格子計算においても、不要な箇所で minmod リミタの働きが抑制され、リミタ無しで得られる本来の非対称流れにより近い数値解が得られたと言える。なお同様の傾向は、機体に 45 度のロール角を持たせた場合においても見られた (図は省略)。

このように「リミタ無し」で計算可能である事があらかじめ分かっている場合においては、もちろんリミタ無しで計算する事が望ましい。しかし実際の多くの解析対象においては低速から高速の流れが混在し、高速領域で現れる衝撃波を安定に計算するためには結局、全計算領域に対しリミタが必要となる。よってリミタを使用しつつ、一部の低

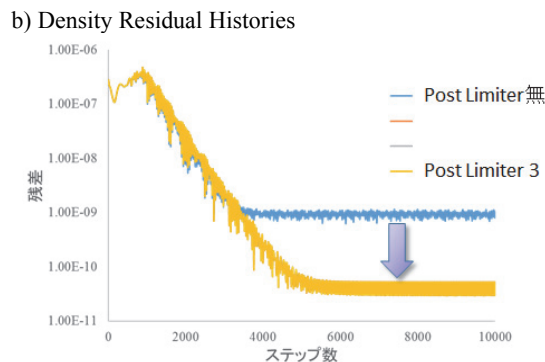
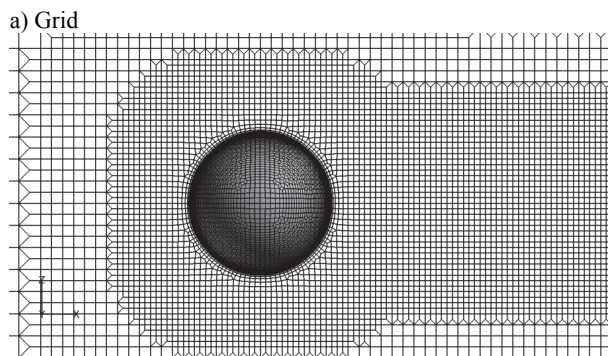


図 5 M=0.1, Re=118 球周り流れ (a) 計算格子, および (b) 密度残差履歴。

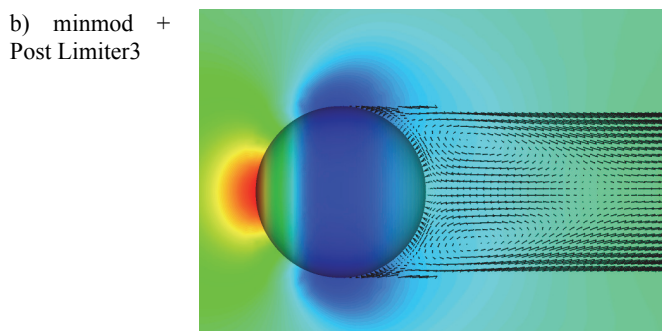
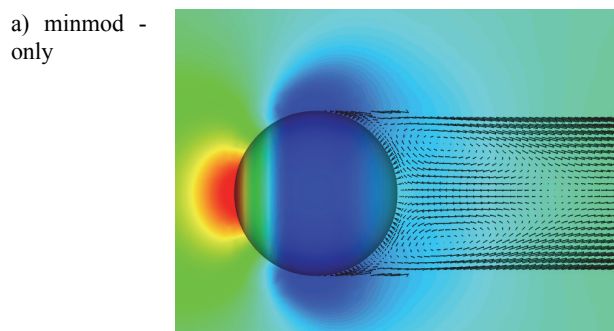


図 6 M=0.1, Re=118 球周り流れの圧力分布 (a) minmod のみ, (b) minmod + ポストリミタ 3。

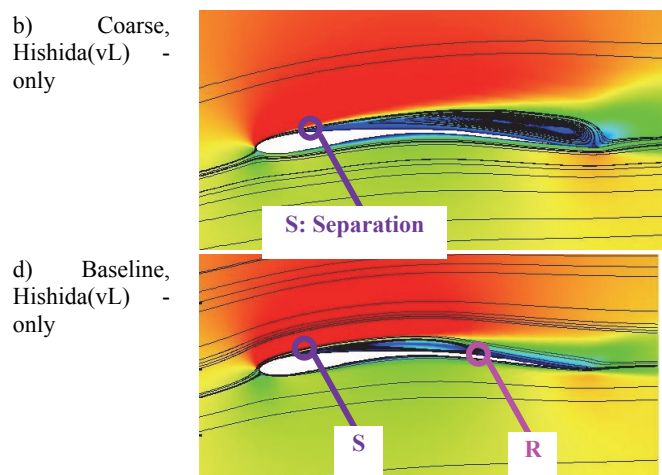
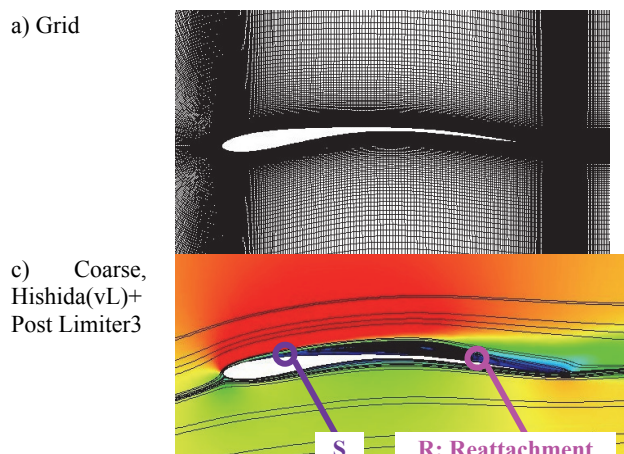


図 7 M=0.2, Re=23000,  $\alpha=6$  deg. のフクロウ翼 (a) 計算格子, および (b) Coarse (Hishida(vL)のみ), (c) Coarse (Hishida(vL) + ポストリミタ 3), (d) Baseline (Hishida(vL)のみ) の計算結果。

速領域においてリミタを不活性化するポストリミタは解像度・ロバスト性の両面から良い手段と言える。

#### 4-1-4 三次元航空機周り低速パフェット流れ ( $M=0.25$ , $Re=1.16 \times 10^7$ , $\alpha=18\text{deg.}$ )

ここでは実用的な流れとして三次元航空機周りの非定常乱流を扱う<sup>32)</sup>。機体および計算格子の形状は図 10a に一部示す通りであり、総セル数は 2280 万程度である。またこの計算格子の特徴として、ダーティ・セル、すなわち品質の悪いセル (図 4) を壁付近に多く含んでいる。こうしたセルが作られる事は実用計算では珍しくなく、通常そこではリミタが用いられる事で計算が安定化する。

制限関数は Hishida (vL) リミタ<sup>33)</sup>、数値流束は SLAU、勾配計算は Green-Gauss、乱流モデルは DDES、時間積分に LU-SGS+後退差分 (内部反復 5 回,  $CFL \approx 100,000$ ) を用いて非定常計算を行った。その結果、「リミタ無し」や「Hishida (vL) リミタ+ポストリミタ 1」, 「Hishida (vL)

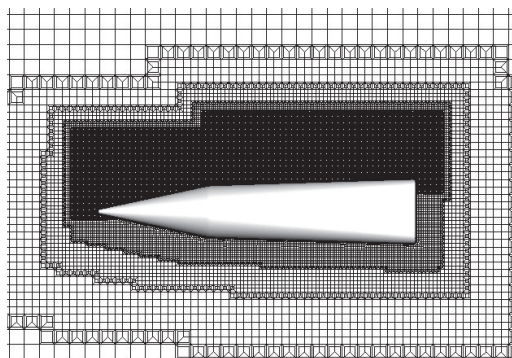
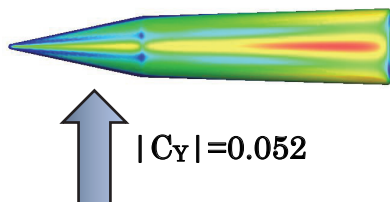
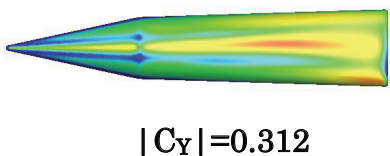


図 8 再使用ロケット形状に対する計算格子

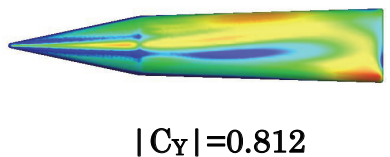
a) minmod -only (pressure)



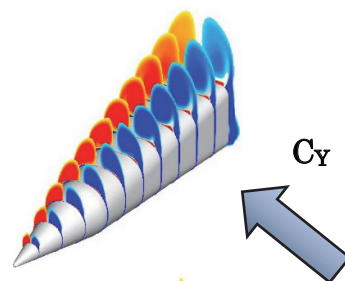
c) minmod + Post Limiter3 (pressure)



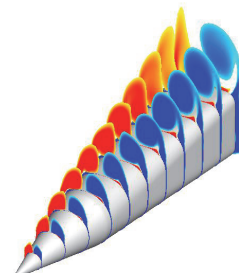
e) no limiter (pressure)



b) minmod -only (axial vorticity)



d) minmod + Post Limiter3 (axial vorticity)



f) no limiter (axial vorticity)

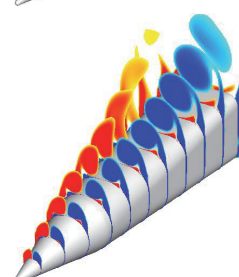
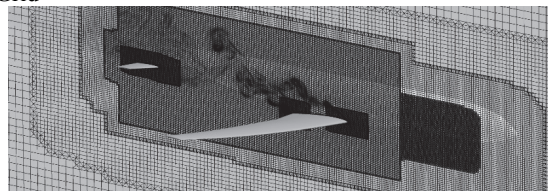


図 9  $M=0.08643$ ,  $Re=6 \times 10^5$ ,  $\alpha=50 \text{ deg.}$  の再使用ロケット形状周り流れの計算結果 (a) minmod のみ (圧力), (b) minmod のみ (軸方向渦度), (c) minmod + ポストリミタ 3 (圧力), (d) minmod + ポストリミタ 3 (軸方向渦度), (e) リミタ無し (圧力), (f) リミタ無し (軸方向渦度)

リミタ+ポストリミタ 2」では計算が途中で発散してしまっった。これはダーティ・セルで計算が不安定化したためと考えられる。一方で「Hishida (vL) リミタのみ」, もしくは「Hishida (vL) リミタ+ポストリミタ 3」では計算を行う事ができた。この時、両者の計算結果はほぼ一致した (翼後流におけるパワースペクトル密度分布がほぼ一致, 図 10b: 縦軸は  $1/Hz$ , 横軸は周波数  $[Hz]$ )。つまりこの場合, 「ポストリミタ 3 はダーティ・セルを適切に検知し, リミタを有効化する事に成功した」と言える。

a) Grid



b) Power Spectral Densities

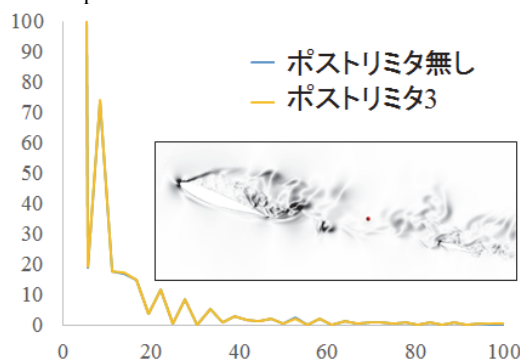


図 10 三次元航空機周りの (a) 計算格子および (b) 計算結果 (主翼後流のパワースペクトル密度分布)。

#### 4-2 超音速流れ

超音速流れにおいては、i) ポストリミタ 3 を用い、ii) 衝撃波と格子形状の位置関係に留意する（すなわち、セル・サイズの変化が大きい箇所を衝撃波が通過しないようにする）事で、従来法（ポストリミタ無し）に比べて高い解像度を有する数値解を安定に得られる事が確認された。紙面の都合上、結果の詳細は講演集論文（1D12）に譲る。

#### 5. まとめ

可能な限りリミタ（制限関数）を使わない事で空間 2 次精度を極力維持するポストリミタを、三次元非構造格子に拡張した。このとき、「セル界面の面積」およびこれを共有する「セルの体積」のみを用いて「セル・アスペクト比に相当する値(cell-aspect-ratio-like number)」を導入し、この簡単な指標を利用して品質の悪いセル（＝ダーティ・セル）を検出した。

こうしてダーティ・セル以外でのみポストリミタが働く「ポストリミタ 3」を提案し、JAXA の三次元非構造格子流体ソルバ「FaSTAR」に実装した結果、品質の良い計算格子では解像度が向上した。一方で品質の悪い格子でも、計算を正常に行えるようになった。更にセル・サイズが大きく変化する箇所を衝撃波から離して配置すれば、超音速流れでも高解像度の計算を安定に行う事ができた。

#### 謝辞

本研究の流体計算には JAXA 開発の FaSTAR を、一部の計算格子生成には同 HexaGrid を利用した。また計算の一部は JAXA スパコン JSS2 を利用して行った。横浜国立大学の高濱俊匡氏、高林航輝氏、山形龍介氏、稲富彩乃氏、原田敏明氏、福本堪太氏には計算の一部を実行いただいた。菱友システムズの林謙司氏にはダーティ・セルの抽出、可視化を行っていただいた。ご協力いただいた皆様に感謝の意を表する。

#### 参考文献

- Mavriplis, D. *et al.*: Grid Quality and Resolution Issues from the Drag Prediction Workshop Series, *J. Aircraft*, Vol.46, pp. 935-950, 2009.
- Hashimoto, A. *et al.*: Drag Prediction on NASA Common Research Model Using Automatic Hexahedra Grid-Generation Method, *J. Aircraft*, Vol.51, pp. 1172-1182, 2014.
- Van Leer, B.: Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second-Order Sequel to Godunov's Method, *J. Comput. Phys.*, Vol. 32, pp.101-136, 1979.
- Gnoffo, P. *et al.*: "Aerothermodynamic Analyses of Towed Ballutes," AIAA 2006-3771, 2006.
- Pandya, S., *et al.*: "Capsule Abort Recontact Simulation," NAS Technical Report, NAS-06-005, 2006.
- Catalano, P., Marini, M., Nicoli, A. and Pizzicaroli, A.: CFD Contribution to the Aerodynamic Data Set of the Vega Launcher, *J. Spacecr. Rockets*, Vol. 44, pp.42-51, 2007.
- Kitamura, K. *et al.*: Numerical and Experimental Investigations of Epsilon Launch Vehicle Aerodynamics at Mach 1.5, *J. Spacecr. Rockets*, Vol.50, pp.896-916, 2013.
- Kitamura, K. and Hashimoto, A.: Simple *a posteriori* slope limiter (Post Limiter) for high resolution and efficient flow computations, *J. Comput. Phys.*, Vol. 341, pp.313-340, 2017.
- 橋本敦ら：高速な非構造格子流体ソルバFaSTARの開発，日本航空宇宙学会論文集，Vol.63, pp.96-105, 2015.
- 金森正史ら，“D-SEND#2飛行試験におけるソニックブームの大気乱流効果に関する数値解析”，第48回流体力学講演会／第34回ANSS，1B01，2016.
- Clain, S., Diot, S., and Loubère, R.: A high-order finite volume method for systems of conservation laws— Multi-dimensional Optimal Order Detection (MOOD), *J. Comput. Phys.*, Vol.230, pp.4028-4050, 2011.
- Gnoffo, P.A., "Updates to Multi-Dimensional Flux Reconstruction for Hypersonic Simulations on Tetrahedral Grids," AIAA 2010-1271, 2010.
- Kitamura, K. and Hashimoto, A.: Reduced dissipation AUSM-family fluxes: HR-SLAU2 and HR-AUSM<sup>+</sup>-up for high resolution unsteady flow simulations, *Computers and Fluids*, Vol. 126, pp. 41-57, 2016.
- Stimpson, C.J. *et al.*, "The Verdict Geometric Quality Library", SANDIA REPORT, SAND2007-1751, Sandia National Laboratories, 2007.
- Shima, E., Kitamura, K., and Haga, T.: Green-Gauss/Weighted-Least-Squares Hybrid Gradient Reconstruction for Arbitrary Polyhedra Unstructured Grids, *AIAA J.*, Vol.51, pp.2740-2747, 2013.
- Mavriplis, D. J., "Revisiting the Least-Squares Procedure for Gradient Reconstruction on Unstructured Meshes," AIAA 2003-3986, 2003.
- Shima, E. and Kitamura, K.: Parameter Free, Simple, Low-dissipation AUSM-family Scheme for All Speeds, *AIAA J.*, Vol.49, pp.1693-1709, 2011.
- Jameson, A. and Turkel, E.: Implicit Schemes and LU Decompositions, *Math. of Comput.*, Vol. 37, pp.385-397, 1981.
- Spalart, P., and Allmaras, S., "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," AIAA 1992-439, 1992.
- Rumsey, C. L.: Apparent Transition Behavior of Widely-used Turbulence Models, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 1460-1471, 2007.
- Spalart, P. R. *et al.*: A New Version of Detached-Eddy Simulation, Resistant to Ambiguous Grid Densities, *Theor. and Comput. Fluid Dynamics*, Vol. 20, pp. 181-195, 2006.
- Taneda, S.: Experimental Investigation of the Wake behind a Sphere at Low Reynolds Numbers, *J. Physical Society of Japan*, Vol.11, pp.1104-1108, 1956.
- Sun, Y., Wang, Z.J. and Liu, Y.: High-Order Multidomain Spectral Difference Method for the Navier-Stokes Equations on Unstructured Hexahedral Grids, *Commun. Comput. Phys.*, Vol.2, pp.310-333, 2009.
- Roe, P.L.: Characteristic-based schemes for the Euler equations, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol.18, pp.337-365, 1986.
- Schlichting, H. and Gersten, K., *Boundary-Layer Theory*, 8th Edition, Springer, p.14, 2000.
- Kondo, K. *et al.*: Analysis of Owl-like Airfoil Aerodynamics at Low Reynolds Number Flow, *Trans. JSASS Aerosp. Tech. Jpn.*, Vol. 12, No. ists29, pp. Tk\_35-Tk\_40, 2014.
- Liu, T. *et al.*: Avian Wing Geometry and Kinematics, *AIAA J.*, Vol.44, pp.954-963, 2006.
- Aogaki, T., Kitamura, K., and Nonaka, S., "Computational Study of Aerodynamic Characteristics of Reusable Rocket at High-Angle-of-Attack," AIAA 2017-1212, 2017.
- 稲富彩乃，北村圭一，野中聡，“再使用ロケットに向けた形状の異なる細長物体の空力解析”，日本航空宇宙学会 第48期年会講演会，2C05，2017.
- Weiss, J.M. and Smith, W.A.: Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Flows, *AIAA J.*, Vol. 33, pp. 2050-2057, 1995.
- Ericsson, L. E. and Reding, J. P.: Steady and Unsteady Vortex-Induced Asymmetric Loads on Slender Vehicles, *J. Spacecr. Rockets*, Vol. 18, pp. 97-109, 1981.
- Waldmann, A. *et al.*, "Unsteady Wake Flow Analysis of an Aircraft under low-speed Stall Conditions using DES and PIV", AIAA 2015-1096, 2015.
- 菱田学ら：高速非構造CFDソルバFaSTARにおける新勾配制限関数，JAXA-SP-10-012，pp. 85-90, 2011.