

CFRP ロケットモーターの開発研究

植村 益次・井山 向史・福永 久雄
生田 義光*・守田 正弘**

Developmental Research on Carbon-Fiber-Reinforced Plastic Rocket Motorcase

By

Masuji UEMURA, Hisashi IYAMA, Hisao FUKUNAGA,
Yoshimitsu IKUTA and Masahiro MORITA

Abstract: A fiber-reinforced plastic rocket chamber was designed and manufactured by using a filament-winding technique with high specific strength and stiffness carbon fibers. This was launched successfully as a kickmotor for M-3H-3 rocket to put the scientific satellite EXOS-B (JIKIKEN) in a long elliptical orbit and played the function meeting our expectations in September in 1977.

The developmental research work, especially on the theoretical analyses for structural optimal design and the various kinds of experimental results are described in the present paper.

和 文 概 要

最近開発された高比強度・高比剛性のカーボン繊維を用い、フィラメント・ワインディング法によって、軽量の強化プラスチック複合材料製ロケットモーターケースを研究開発した。これは、M-3H-3号機のキックモーターBとして用いられ、科学衛星EXOS-B（じきけん）をほぼ予定の長楕円軌道に投入するのに成功し、その機能を十分に果した。本文は、その開発過程における主として圧力容器としての力学的最適設計の理論解析および各種試験結果について述べる。

1. ま え が き

ロケットの性能向上に貢献する軽量化が、最も効果的なのは上段であることはいうまでもない。M-3H-3号機でEXOS-B衛星を長楕円軌道（近地点250 km，遠地点30,000

* 日産自動車・宇宙航空部

** 住友電工・プラスチック事業部

km)に投入するためのキックモーターを、最近開発された高比強度・高比剛性材料のカーボン繊維強化プラスチック(CFRP)で初めて設計製作し、キックモーターの軽量化に貢献した。このCFRPキックモーターはM-3H-3号機に搭載され、EXOS-B衛星(じきけん)をほぼ予定の長楕円軌道に投入し、その機能を十分に果した。フィラメントウィンディング(FW)法による繊維強化プラスチックチャンバーの利点は、高比強度・高比剛性による軽量性であることはもちろんであるが、製作上の見地からはそれ程設備投資をしないで、極短期間に製作できることである。

今回のCFRPチャンバーの設計は、以前に行ったガラス繊維強化プラスチック(GFRP)による球形チャンバー(L用480φ[1][2],M用800φ),円筒形チャンバー(L用500φ,K用420φ[3]…K-10-8号2段ロケットとして実用された)の研究成果と経験を活かしたものであるが、カーボン繊維を用いた飛しょう実用チャンバーとして世界でも余り類を見ないものであり、本文はこの開発研究の経過をまとめたものである。

2. M-3H-3号キックモーターの仕様と材料選定

2.1 要求仕様

キックモーターBはM-3H-3号機に搭載され、EXOS-B衛星を加速して近地点250 km,遠地点30,000 kmの長楕円軌道に投入することを目的とする。

(1) キックモーターの仕様としては

- ① 全力積 約70 ton-sec
- ② 全重量 約300 kg (ポリブタジエン系推進薬241 kg)
- ③ M-3型ノーズフェアリングに収納可能なことであり、これより、

(2) モーターケース仕様としては、

- ① ケース内容積 160 l 以上
- ② ケース長さ 600 mm 以下
- ③ ケース内径 700 mm
- ④ ケース重量 約12kg
- ⑤ モーター耐内圧 55 kg/cm²

という仕様が設定された。

2.2 材料選定

特に軽量性を要求される最上段キックモーターケースの材料を選定するに際して、現用あるいは候補材と考えられる高比強度材料の得失を述べてみる。

① 鉄鋼 (マルエージング鋼)

比重約7.9の重量をカバーするには抗張力150 kg/mm²以上のマルエージング鋼等を使用する必要があり、0.5~0.7 mm程度の薄肉に切削しなければならない。このためには高度な加工技術を必要とし、また、微細なクラックなどが致命的な欠陥につながる恐れがあるため、これを使いこなすのは難しい。

② GFRP (ガラス繊維強化プラスチック)

世界的に見ると、実績もあり、曲げモーメントの小さい上段モーターとして有利である。

日本においても、主として東大宇航研が球形 [1] [2] あるいは円筒形モーター [3] の開発研究を行い、フィラメントワインディングによる一体巻き成形法で製作され、軽量性と高耐圧性が実証され、特に 420 φ 円筒形モーターケースは K-10-8 号・2 段ロケットとして用いられ従来のスチール製に較べて約 30 kg の重量を軽量化したことに伴い、約 26 kg のペイロード増、約 25 km の到達高度増に貢献した [3]。

しかし、ヤング率が低く、ケース変形が大きいことに起因して内圧による推薬の伸びが大きく、グレインデザインに制限を与えることとライニング施工の難しさ等に工夫を要する。

③ Ti 合金

耐酸化性に弱いので熱処理が難しく、この欠点を除くためには高価な設備を必要とする。材料特性としては強度が高く、ヤング率も比較的高く、靱性も適当にあって望ましいが、材料加工が難しく、設備投資が必要なことが難点である。

④ CFRP (カーボン繊維強化プラスチック)

CFRP は GFRP に比較してさらに比強度・比剛性が高く、近年素材価格も低下し、ワインディング技術も急速に進歩してきた。外国でも試作の経験が報じられているが、モーターケースとしての飛ばしう実用例は少ない。GFRP での開発経験に基づけば、ヤング率が高く Ti 合金に近いので実用の可能性がある。製作上の見地から、それ程設備投資をしないで、短期間にモーターケースを製作できる利点もある。

そこで新技术を開発し、将来のより高度なモータ設計開発の 1 ステップとするため、キックモーター材料として CFRP を採用することにした。

2.3 開発経過

CFRP キックモーターの開発研究を行った経過をまとめて表示すると、表 1 のようになる。

3. フィラメント・ワインディング圧力容器設計の理論解析

3.1 FW 圧力容器の設計理論の概説

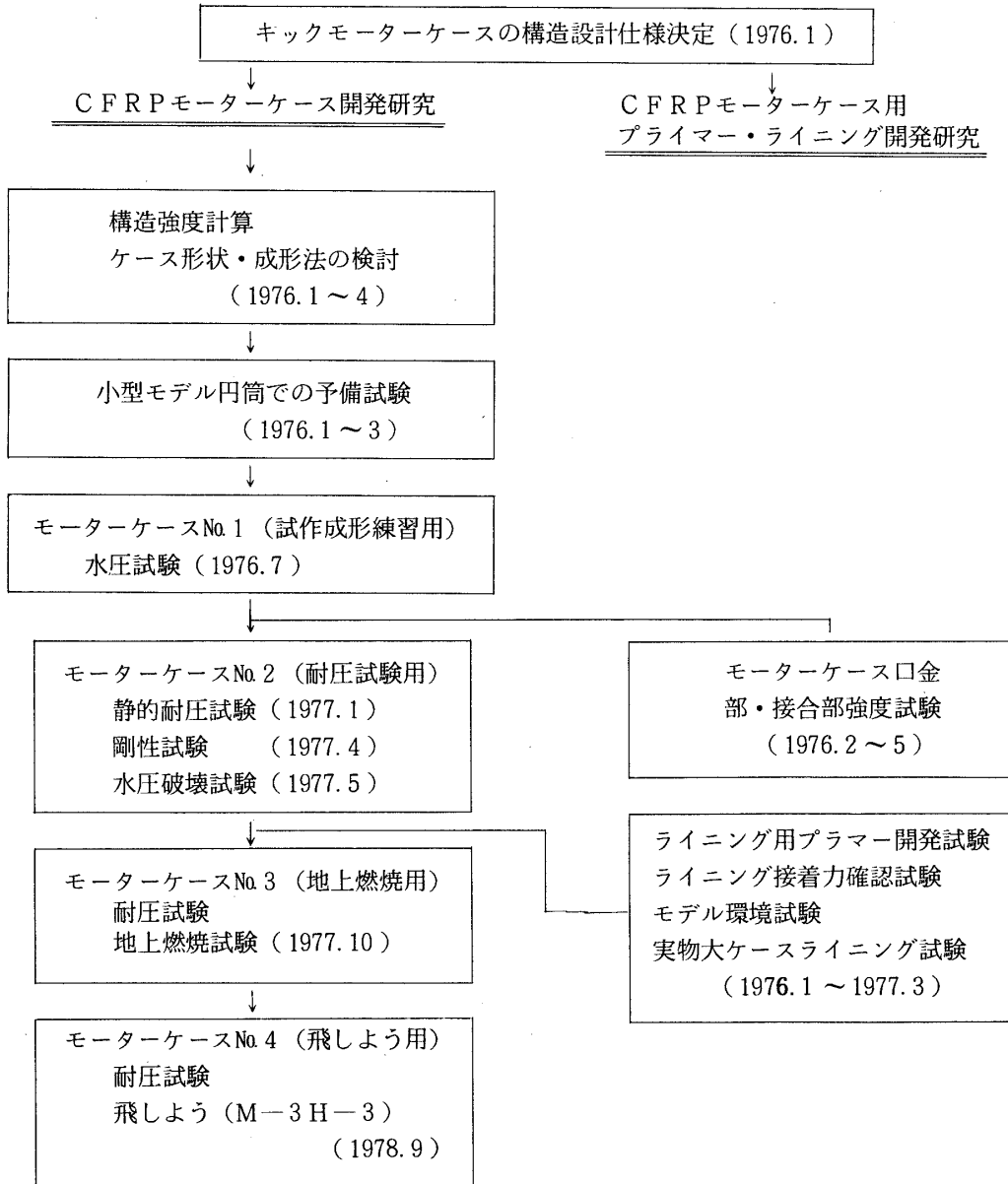
FW 機は特に引張特性に優れているので、主として引張応力をうける圧力容器に適しており、FW 法によって一体成形できるので望ましい。しかし、FW 法による繊維強化圧力容器の力学解析と形状をきめるための最適構造設計法は、

- ① 繊維強化材の破壊基準と圧力容器としての設計基準
- ② 複雑な形状と異方性のため塑性変形後の強度計算法
- ③ 成形技術と成形法

などが未開拓で整備されていない段階にある。すなわち、FW 圧力容器の応力・歪分布は①ドーム部を含む容器形状、②繊維巻き機械と FW 方法、③その他補強積層の有無など多くのパラメータによって異なる。たとえ、これらが解析されても、最適形状を決める基準が最終破壊時なのかクラック発生時なのかによっても異なるし、また、このような破損を発生させる基準も明らかでない。そこで、現在は適当な基準・仮説の下に設計するほかない現状である。

FW 圧力容器の強度・構造計算法としては、大別して、

表1 キックモーターの開発経過



- (i) 網目理論 (netting analysis) に基づく方法
- (ii) 直交異方性膜理論 (membrane theory) による方法
- (iii) 曲げを考慮した異方性シェル理論 (shell theory) による方法

がある。以下順を追って本キックモーターの形状決定設計に際して検討した経過を述べる。

3.2 網目理論による等張力曲面

3.2.1. 網目理論によるモーターケース設計の意義

網目理論は曲げ剛性を考えないで、膜応力の内でも、特に繊維方向にのみ耐荷能があり、

強化方向以外の方位には、繊維方向の引張応力の分布が寄与すると考えたもので、母材樹脂の力学的寄与は無視した抽象化理論である。実際のFW材は繊維方向以外にも面内剛性をもち、曲げ剛性をもっている。従って、開口部とか中央円筒部との接続部近傍などは、薄肉でも不連続モーメントが発生するのが普通である。網目理論で、内圧をうけた場合繊維方向応力を一定とすると、静定問題としてドーム形状は決定され等張力曲面 (isotensoid) となる[4]。

網目理論による等張力曲面は上述のように欠点があるが、ロケットモーターとしては次の二つの理由で基本的に意義がないことはない。

先ず第一の理由を述べる。一方向強化FW材は、繊維と直角方向の引張強さ F_T 、繊維に沿ってせん断強さ F_{LT} は、繊維方向の引張強さ F_L に較べて遙かに低く、負荷初期には繊維に沿ってクラックが入るのが普通である。従って、商用製品としての民需压力容器は網目理論に基づいて設計されることは不適當であるが、ロケットモーターケースとしては、クラックが入っても耐圧能を保持し、推進薬に悪影響を及ぼさないで異状燃焼の恐れがないならば、繊維の引張破壊のみを唯一の破壊メカニズムとして最終破壊圧を高める設計をしてもよいことになる。繊維に沿ってクラックが入った状態は、 E_T 、 G_{LT} 等の剛性係数が零と近似的における状態に対応し、網目理論は弾性膜理論解析の極限状態に対応するからである。また、本来球形に近い压力容器の製作は、ヘリカル巻きよりインプレーン巻きの方が適しているが[1][2]、本キックモーターケースの製作を担当した住友電工社には、ヘリカル巻き成形機械しかなかった。そこでヘリカル巻きでドームを一体成形するとき、自然に測地線に沿って巻き付けられ、等張力曲面では繊維は測地線に沿っているので、上下開口部口径が同じである本キックモーターでは、等張力曲面を基本形状と考えることにした。これが等張力曲面を基本形態とした第2の理由である。

以上の理由からキックモーターの基本形態を等張力曲面とし、直交異方性膜理論とか曲げを考慮したシェル解析で曲面を修正して最適設計する立場をとった。以下先ず網目理論によるドーム形状について述べる。

3.2.2 網目理論によるドーム形状

図1に示すように、 $r=r(z)$ を母線とする回転かくドームが内圧 p を受けるとき、ある曲面上の一点の主応力すなわち子午線方向応力を σ_s 、周方向応力を σ_θ とする。

子午線面内の曲率半径を R_1 、子午線に垂直な断面内の周方向曲率半径を R_2 、ドーム厚を h とすると、次の平衡式が成り立つ、

$$(\sigma_s/R_1) + (\sigma_\theta/R_2) = p/h \quad (1)$$

また、面内平衡の条件式から面内応力成分は次式で与えられる。

$$\sigma_s = \frac{p R_2}{2 h}, \quad \sigma_\theta = \frac{p R_2}{2 h} \left(2 - \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (2)$$

中心対称軸から垂直の半径方向に r 軸、ドーム部と円筒部との接合面から軸方向に Z 軸をとる。

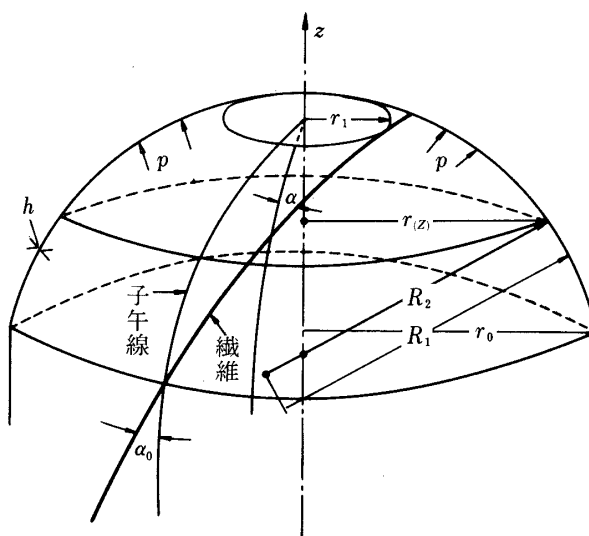


図1 回転かくドーム

接合部（円筒部）半径 r_0 に対して無次元化する.

$$\rho = r / r_0, \quad \zeta = z / r_0 \quad (3)$$

曲面の主曲率半径は次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} R_1 / r_0 &= -(1 + \dot{\rho}^2)^{3/2} / \ddot{\rho} \\ R_2 / r_0 &= \rho (1 + \dot{\rho}^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで “ \cdot ” は ζ に関する微分を表す.

ドーム部の肉厚 h は, 軸に垂直な断面で切り取られた円周を通過する繊維の数は等しいという条件から繊維含有率を一定とすれば,

$$h = h_0 \cos \alpha_0 / \rho \cos \alpha \quad (5)$$

となる.

ここで α は子午線方向と繊維方向のなす角であり, α_0 は円筒部での α 値である. 網目理論により繊維応力 σ_L の分力が両主軸方向に寄与するとして,

$$\sigma_s = \sigma_L \cos^2 \alpha, \quad \sigma_\theta = \sigma_L \sin^2 \alpha \quad (6)$$

なので, (2), (4) 式の関係を用いて

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_\theta} = 2 - \frac{R_2}{R_1} = 2 + \frac{\rho \ddot{\rho}}{1 + \dot{\rho}^2} = \tan^2 \alpha \quad (7)$$

一方 (2), (4), (5), (6) 式から

$$\begin{aligned}\sigma_L &= \frac{\sigma_s}{\cos^2 \alpha} = \frac{p R_2}{2 h} \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{p r_0}{2 h} \frac{\rho (1 + \dot{\rho}^2)^{1/2}}{\cos^2 \alpha} \\ &= \frac{p r_0}{2 h_0 \cos \alpha_0} \frac{\rho^2 (1 + \dot{\rho}^2)^{1/2}}{\cos \alpha}\end{aligned}\quad (8)$$

となり,

$$\sigma_L \cdot 2 h_0 \cos \alpha_0 / p r_0 = \bar{\sigma}_L$$

の無次元応力を導入し, 繊維方向張力一定 ($\bar{\sigma}_L = \text{const}$) とすると, (7), (8) 両式から

$$\rho^4 [3(1 + \dot{\rho}^2) + \ddot{\rho} \rho] = \bar{\sigma}_L^2 = \text{const} \quad (9)$$

を得る. この非線形微分方程式の各辺に $2 \rho \dot{\rho}$ を掛けて積分し, 積分常数を

$$\rho = 1 ; \quad \dot{\rho} = 0 \quad (10)$$

の境界条件から決定すると, 次の曲面方程式となる

$$\rho^6 (1 + \dot{\rho}^2) = 1 - (1 - \rho^2) \bar{\sigma}_L^2 \quad (11)$$

(8), (11) 式から $\dot{\rho}^2$ を消去すると

$$\rho^2 \sin^2 \alpha = \frac{\bar{\sigma}_L^2 - 1}{\bar{\sigma}_L^2} = \text{const} = \rho_0^2 \quad (12)$$

の関係式が得られる. この $\rho \sin \alpha = \rho_0$ の関係式は実は回転面上の測地線 (geodesic) を表わす Clairaut の定理であり, 張力一定の繊維は, ドーム上で測地線に沿って配向されていることを意味する. 繊維に張力をかけて凸面上に巻きつければ測地線に沿うが, (11) 式から求められる等張力曲面では繊維張力が一定となる. (12) 式からの ρ_0 は $\sin \alpha = 1$ ($\alpha = \pi/2$) での ρ 値であり, 開口部では繊維は切線として通過するので, 開口部半径を r_1 とすれば

$$\rho_0 = r_1 / r_0 \quad (13)$$

で表わされる.

(11) 式の $\bar{\sigma}_L^2$ を (12) 式を用いて消去すると

$$\dot{\rho}^2 = [-1 + (\rho^2 - \rho_0^2) / (1 - \rho_0^2) \rho^6] \quad (14)$$

となり, これを解いて等張力曲面形状は次式で与えられる.

$$\zeta = \frac{1}{2} \int_{\rho^2}^1 \left\{ \rho^2 / \sqrt{(1-\rho^2)(\rho^2-\rho_1^2)(\rho^2-\rho_2^2)} \right\} d(\rho^2) \quad (15)$$

$$= [\rho_2^2 F(\psi, k) + (1-\rho_2^2) E(\psi, k)] / \sqrt{1-\rho_2^2}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \rho_1^2 &= \left\{ \sqrt{(1+3\rho_0^2)/(1-\rho_0^2)} - 1 \right\} / 2 \\ \rho_2^2 &= \left\{ \sqrt{(1+3\rho_0^2)/(1-\rho_0^2)} + 1 \right\} / 2 \\ F(\psi, k), E(\psi, k) &\text{は第2種の楕円積分} \\ \sin^2 \psi &= \frac{1-\rho^2}{1-\rho_1^2}, \quad k^2 = \frac{1-\rho_1^2}{1-\rho_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$\rho_0 = 0.2, 0.3, 0.4$ の場合について等張力曲面のドーム形状を図2に示す.

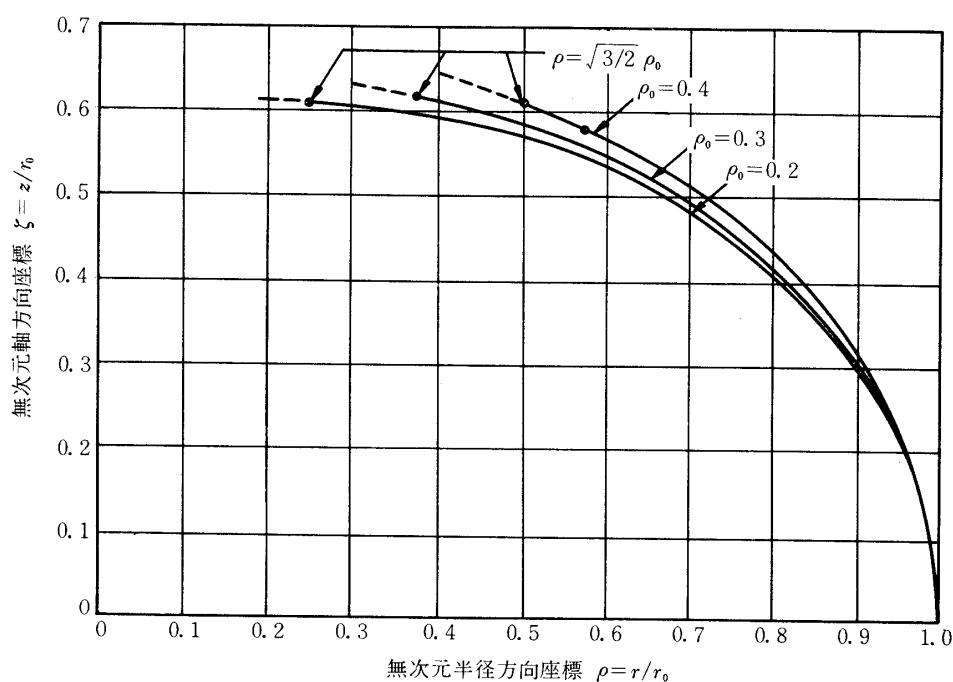


図2 等張力曲面ドーム形状

等張力曲面では、開口比 ρ_0 が与えられれば、形状、繊維の径路、巻き角度、肉厚が自動的に決まることになる。

なお、等張力曲面は $\rho = \sqrt{3/2} \rho_0$ で子午線面内の曲率半径が無限大となり、外側に向って凹面を形成するので、(15) 式は図2の実線部のみに適用される。本圧力容器では、 $\rho_0 \leq \rho \leq \sqrt{3/2} \rho_0$ の範囲は、 $\rho = \sqrt{3/2} \rho_0$ で接続する円錐状とし、詳しくは後述の曲げを考慮した解析によって最適化することにした。

3.3 直交異方性膜理論によるドーム形状の検討

3.3.1 直交異方性膜理論による最適化の意義

網目理論は、3.2節で述べたように網構造のように繊維方向の引張剛性と強度のみを考えた理論であるが、実際のFW材は硬化樹脂を母材とする複合材料であり、繊維と直角方向の引圧あるいは繊維に沿うせん断にも剛性と耐力を有している。従って圧力容器の弾性破損を設計基準にするときは、各種の破壊メカニズムを考え、材料の剛性を考慮した直交異方性膜理論によらざるを得ない。しかし、FW圧力容器の最終破壊は、繊維の引張破壊によるものであり、最大耐圧力に達する前の各種の破損を無視し、最終耐圧力を大きくすることに主眼をおいて、前述のように等張力曲面を採用した。しかし、一般に長期間用いるFW圧力容器では、弾性破損限界をもって設計基準とすべきである。ここでは等張力曲面との比較の意味もあり、薄肉構造なので曲げモーメントを無視した膜理論ではあるが、直交異方性弾性理論によって各種の基準からドーム形状を設計段階で検討した結果の概略を示しておく[5]。

3.3.2 各種の設計条件によるドーム形状の検討

$r = r(z)$ を母線とする回転かくが、内圧 p を受ける時の子午線方向主応力 σ_s と周方向主応力 σ_θ は(2)式で与えられる。

いま子午線方向、周方向に s, θ 軸をとる。FWによってある曲面上で $\pm \alpha$ のアングルブライ層 ($i = 1, 2$) が作られるが σ_s, σ_θ によって、 $i = "1"$ 層 ($+\alpha$, 上符号) と $i = "2"$ 層 ($-\alpha$, 下符号) の両層に発生する応力成分は次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{hsi} \\ \sigma_{h\theta i} \\ \tau_{hs\theta i} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \pm M \\ 0 & 1 & \pm N \\ \pm \chi_1 G_{s\theta o} & \pm \chi_2 G_{s\theta o} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_s \\ \sigma_\theta \\ \tau_{s\theta} \end{Bmatrix} \quad (i = 1, 2) \quad (17)$$

$$\text{ここで, } M = \frac{(\chi_1 + \chi_2 \nu_{\theta o}) E_{so}}{1 - \nu_{\theta o} \nu_{\theta o}}, \quad N = \frac{(\chi_2 + \chi_1 \nu_{so}) E_{\theta o}}{1 - \nu_{so} \nu_{\theta o}}$$

$$\frac{1}{E_{so}} = \frac{l^4}{E_L} + \frac{m^4}{E_T} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) l^2 m^2$$

$$\frac{1}{E_{\theta o}} = \frac{m^4}{E_L} + \frac{l^4}{E_T} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) l^2 m^2$$

$$\frac{1}{G_{s\theta o}} = \left(\frac{1+\nu_L}{E_L} + \frac{1+\nu_T}{E_T} \right) 4 l^2 m^2 + \frac{1}{G_{LT}} (l^2 - m^2)$$

$$\frac{\nu_{s\theta}}{E_{s\theta}} = \frac{\nu_{\theta o}}{E_{\theta o}} = \frac{\nu_L}{E_L} (l^4 + m^4) + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} \right) l^2 m^2 \quad (18)$$

$$\chi_1 = \left\{ \frac{m^2}{E_T} - \frac{l^2}{E_L} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) (l^2 - m^2) \right\} 2 l m$$

$$\chi_2 = \left\{ \frac{l^2}{E_T} - \frac{m^2}{E_L} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_L}{E_L} \right) (l^2 - m^2) \right\} 2 l m$$

$$l = \cos \alpha, \quad m = \sin \alpha$$

次に $i = 1, 2$ の構成各層における繊維方向を基準とする応力成分は、座標変換によって次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{hLi} \\ \sigma_{hTi} \\ \tau_{hLTi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & \pm 2 l m \\ m^2 & l^2 & \mp 2 l m \\ \mp l m & \pm l m & l^2 - m^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{hsi} \\ \sigma_{h\theta i} \\ \tau_{hs\theta i} \end{Bmatrix} \quad (i = 1, 2) \quad (19)$$

ここで次に示す各種の設計条件からドーム形状を検討する。

(1) 繊維と直角方向の応力 ($\sigma_{hTi} = 0$ の条件)

繊維と直角方向の応力 σ_T により、繊維と母材間の分離破損を生じ易い、軸対称問題で $\tau_{s\theta} = 0$ であり、(17) (19) 両式から

$$\sigma_{hTi} = (m^2 - 2 l m \chi_1 G_{s\theta o}) \sigma_s + (l^2 - 2 l m \chi_2 G_{s\theta o}) \sigma_\theta = 0 \quad (20)$$

より、(2) 式を用いると

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 + \frac{m^2 - 2 l m \chi_1 G_{s\theta o}}{l^2 - 2 l m \chi_2 G_{s\theta o}} \quad (21)$$

の関係が得られる。ここで、右辺は巻き角度 α と弾性係数のみの関数となり、 α は (12) 式より座標の関数なので後で述べる図式解法により、ドーム形状を決定することができる。

(2) 繊維と直角方向の歪 ($\varepsilon_{hTi} = 0$ の条件)

$$\varepsilon_{hTi} = \frac{\sigma_{hTi}}{E_T} - \nu_L \frac{\sigma_{hLi}}{E_L} = 0 \quad (22)$$

より,

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 + \frac{(m^2 - \nu_T l^2) - 2(1 + \nu_T) l m \chi_1 G_{s\theta_0}}{(l^2 - \nu_T m^2) - 2(1 + \nu_T) l m \chi_2 G_{s\theta_0}} \quad (23)$$

(3) HillあるいはHashinの直交異方性降伏条件による方法

① $\sigma_T = 0$, ② $\varepsilon_T = 0$ の条件では τ_{hLTi} によるせん断破壊モードを考慮していない欠点があるので, 次の降伏条件を用いる.

まず, 直交異方性材料に対する Hill の降伏条件は,

$$U = \left(\frac{\sigma_{hLT}}{F_L} \right)^2 - \frac{\sigma_{hLi} \sigma_{hTi}}{F_L^2} + \left(\frac{\sigma_{hTi}}{F_T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{hLTi}}{F_{LT}} \right)^2 = 1 \quad (24)$$

となる. U を最小にする R_2/R_1 は

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 + \frac{b}{c} \quad (25)$$

ここで,

$$\begin{aligned} b = & (m^2 - 2 l m \chi_1 G_{s\theta_0}) (l^2 - 2 l m \chi_2 G_{s\theta_0}) + \{ -l m + (l^2 - m^2) \\ & \times G_{s\theta_0} \} \{ l m + (l^2 - m^2) \chi_2 G_{s\theta_0} \} (F_T/F_{LT})^2 \\ & + \{ (l^2 + 2 l m \chi_1 G_{s\theta_0}) (m^2 - 2 l m \chi_2 G_{s\theta_0}) \\ & - \frac{1}{2} (l^2 + 2 l m \chi_1 G_{s\theta_0}) (l^2 - 2 l m \chi_2 G_{s\theta_0}) \\ & - \frac{1}{2} (m^2 + 2 l m \chi_2 G_{s\theta_0}) (m^2 - 2 l m \chi_1 G_{s\theta_0}) \} (F_T/F_L)^2 \\ c = & (l^2 - 2 l m \chi_2 G_{s\theta_0})^2 + \{ l m + (l^2 - m^2) \chi_2 G_{s\theta_0} \}^2 (F_T/F_{LT})^2 \\ & + \{ (m^2 + 2 l m \chi_2 G_{s\theta_0})^2 - (m^2 + 2 l m \chi_2 G_{s\theta_0}) \\ & \times (l^2 - 2 l m \chi_2 G_{s\theta_0}) \} (F_T/F_L)^2 \end{aligned} \quad (26)$$

次に, Hashin らは破壊メカニズムとして, 繊維の破断と繊維の破断によらないモードとを分離して, 前者の場合には,

$$\sigma_{hLi}/F_L = 1 \quad (27)$$

後者の場合には

$$U = \left(\frac{\sigma_{hTi}}{F_T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{hLTi}}{F_{LT}} \right)^2 = 1 \quad (28)$$

の降伏条件を考えた。FW容器のように、 σ_{hLi}/F_L にくらべて σ_{hTi}/F_T 、 τ_{hLTi}/F_{LT} が大きい場合には、後者の(28)式だけを考慮すればよい。 U を最小にする R_2/R_1 は次式で与えられる。

$$\frac{R_2}{R_1} = 2 + \frac{b'}{c'} \quad (29)$$

ここで、

$$\begin{aligned} b' = & (m^2 - 2lm\chi_1 G_{s\theta_0}) (l^2 - 2lm\chi_2 G_{s\theta_0}) + \\ & + \{ -lm + (l^2 - m^2)\chi_1 G_{s\theta_0} \} \times \{ lm + (l^2 - m^2)\chi_2 G_{s\theta_0} \} \\ & \times (F_T/F_{LT})^2 \end{aligned}$$

$$c' = (l^2 - 2lm\chi_2 G_{s\theta_0})^2 + \{ lm + (l^2 - m^2)\chi_2 G_{s\theta_0} \}^2 (F_T/F_{LT})^2$$

(28), (29) 式を比較すると、当然ながら、CFRP材のように、 $F_T/F_L \ll 1$ の材料に対してはHill及びHashinの降伏条件は同じとなる。また、(21), (29)式を比較すると、 $F_T/F_{LT} \ll 1$ なら、Hashinの降伏条件と $\sigma_T = 0$ の条件とは同じ式を与えることになる。

(4) ドーム形状の図式解法

以上各種の設計基準による基礎式(21), (23), (25), (29)式および網目理論での(7)式を用いて図式解法により容器形状を求める。まず、図3に示すようにドーム部と円筒部と

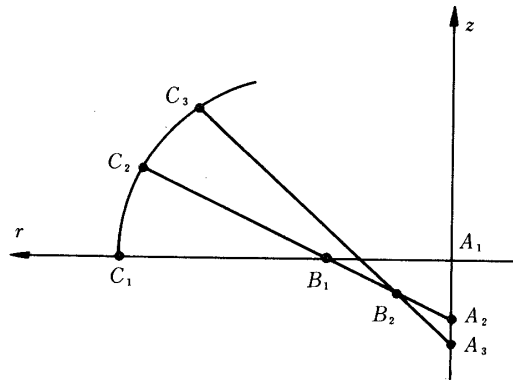


図3 ドーム形状の図式解法

の接合点 C_1 では, $R_2 = \overline{A_1 C_1} = r_0$ であり R_2 / R_1 の式より $R_1 = \overline{B_1 C_1}$ が求まる. B_1 点を中心に半径 R_1 の円弧 $\widehat{C_1 C_2}$ を描き円弧の長さを適当にとり C_2 点が定まると $\overline{C_2 B_1}$ を延長して Z 軸上の点 A_2 が求まる. 点 C_2 では $R_2 = \overline{C_2 A_2}$ であり, R_2 / R_1 の式より R_1 が求まると, $C_2 A_2$ 上に $\overline{C_2 B_2} = R_1$ として B_2 点が定まる. 次に, 点 B_2 を中心に半径 R_1 の適当な長さの円弧 $\widehat{C_2 C_3}$ を描く. この手順をくり返すとドーム形状が決定できる.

(5) 数値計算例とその検討

数値計算例として, 開口比 $\rho_0 = 0.4$, 繊維含有率 $V_f = 0.6$ の CFRP 材の場合を計算した. CFRP 材の材料特性を次に示すが, 材料実験で確認されたものである [6].

弾性係数 ; $E_L = 13940 \text{ kg/mm}^2$, $E_T = 833 \text{ kg/mm}^2$, $G_{LT} = 484 \text{ kg/mm}^2$

$$\nu_L = 0.316 \quad (\nu_T = 0.0189) \quad (30)$$

基本破壊強さ ; $F_L = 140 \text{ kg/mm}^2$, $F_T = 3.5 \text{ kg/mm}^2$, $F_{LT} = 7.0 \text{ kg/mm}^2$

上述の 4 条件に基づくドーム形状を比較して図 4 に示す. 等張力曲面の軸方向高さは最も長く, $\sigma_T = 0$ の条件による曲面が最も低い. しかし一見して 4 条件でそれ程大きな曲面形状の相異はない.

また $\rho_0 = 0.4$, 内圧 $p = 10 \text{ kg/cm}^2$ の場合の応力 σ_L の分布を図 5 に, σ_T , τ_{LT} の分布を図 6 に, 4 条件を比較して示す.

ただし, r_0 ; 円筒部半径 = 100 mm, h_0 ; ヘリカル層最小肉厚 = 1 mm とした.

ドーム形状決定の立場としては, 上述のように F_T , F_{LT} による弾性破損を問題とするか, 網目理論のように最終破壊のみを問題にするかの 2 通りがある. 弾性破損後も圧力容器としての崩壊を意味しないので, 最終破壊までの解析法としては, 筆者の一人が提案した方法, すなわち弾性解析式で樹脂のヤング率 $E_m \rightarrow 0$ 近付ける方法が簡単で有効であるが [7], この場合には E_T , $G_{LT} \rightarrow 0$ となり, 結局網目理論解に一致するようになる.

図 5, 図 6 は 2 次元直交異方性弾性解析結果なので, 網目理論によるドーム形状の場合でも σ_L は均一ではないが, σ_T , τ_{LT} も大きくなることもなく, 他の設計条件による場合よりも望ましく, 結局等張力曲面を採用し, 不連続部近傍は曲げを考慮した有限要素法で検討することにした.

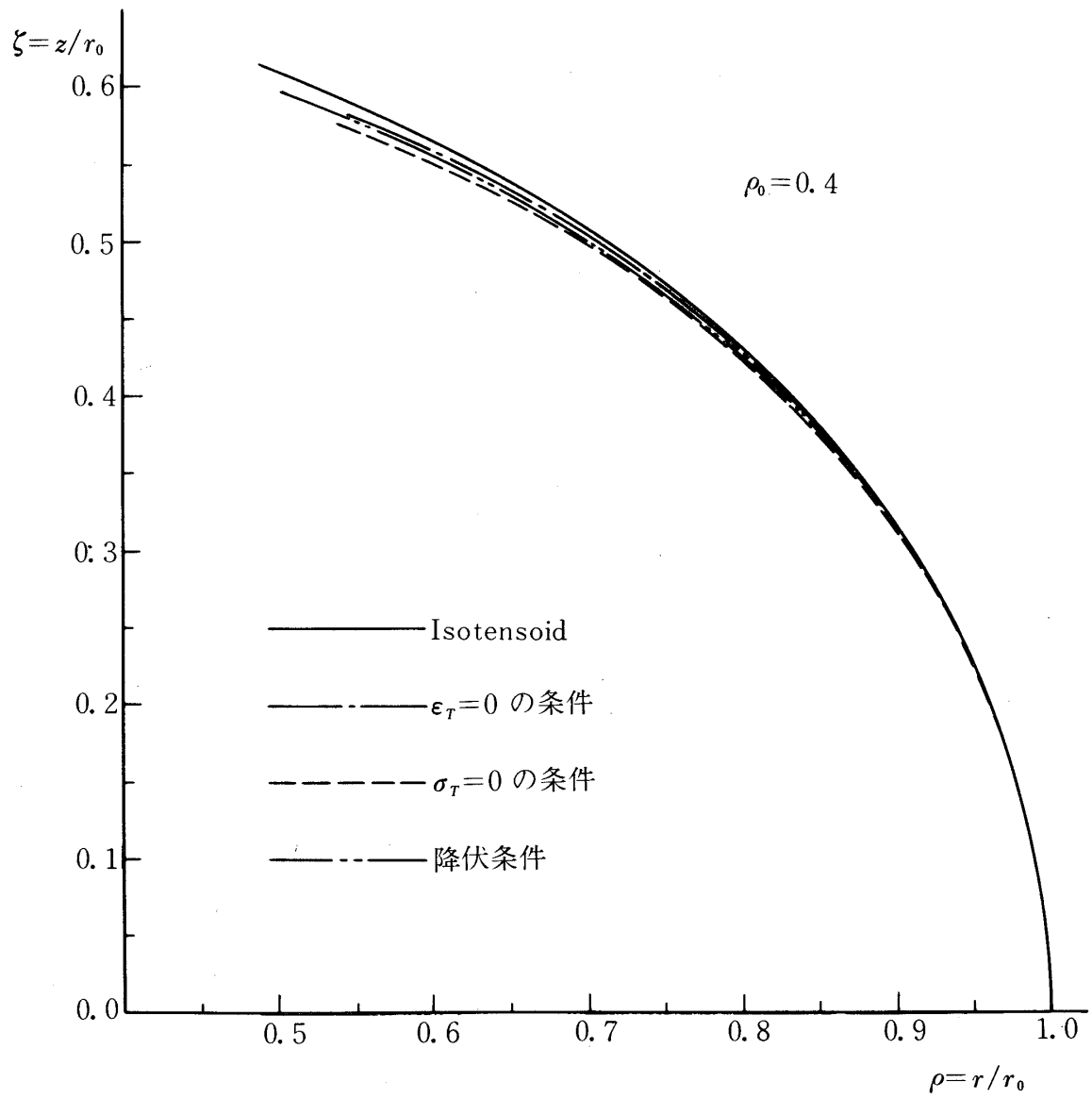


図4 ドーム形状

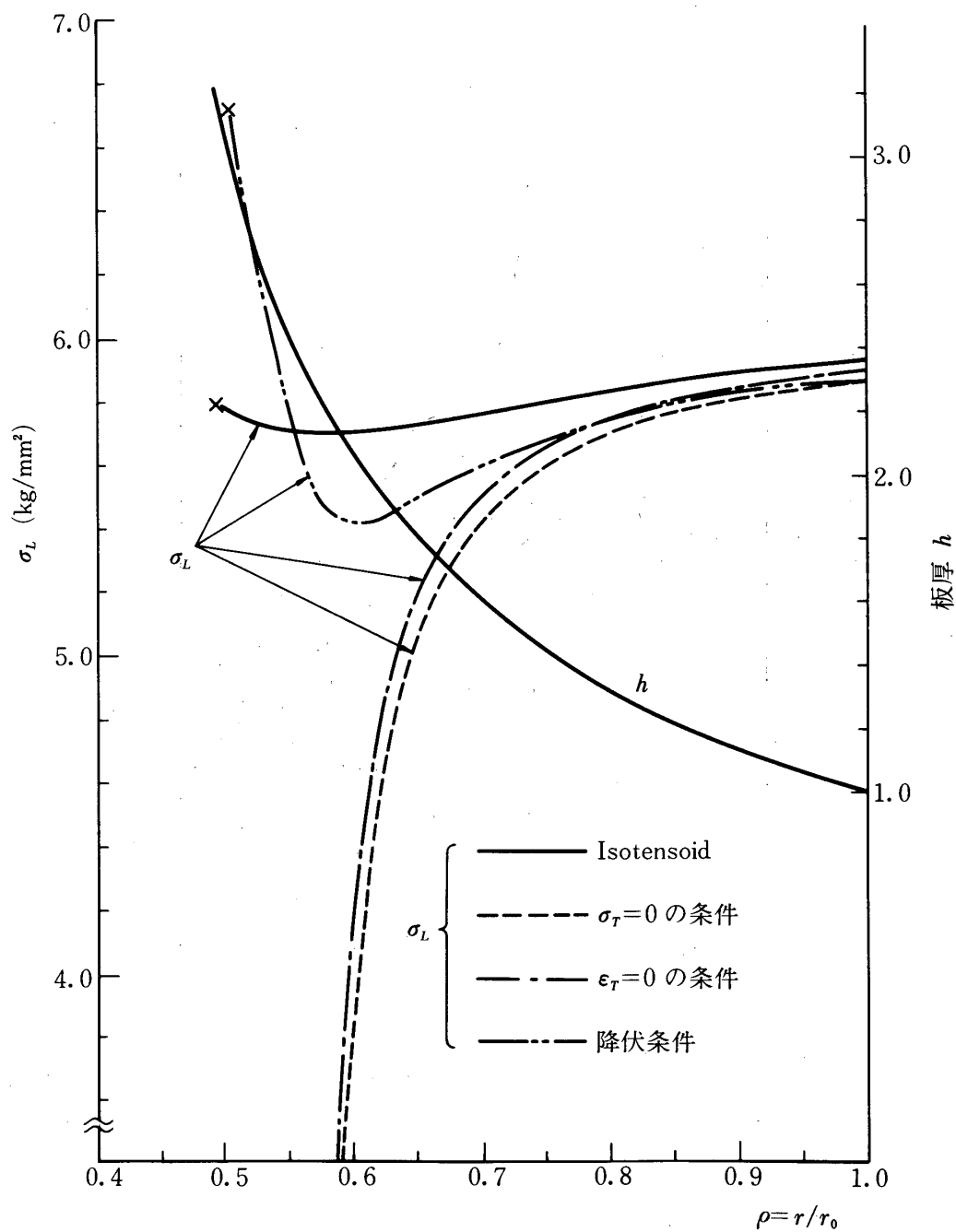


図5 σ_L の応力分布 ($\rho = 0.4$, $p = 10\text{kg/cm}^2$)

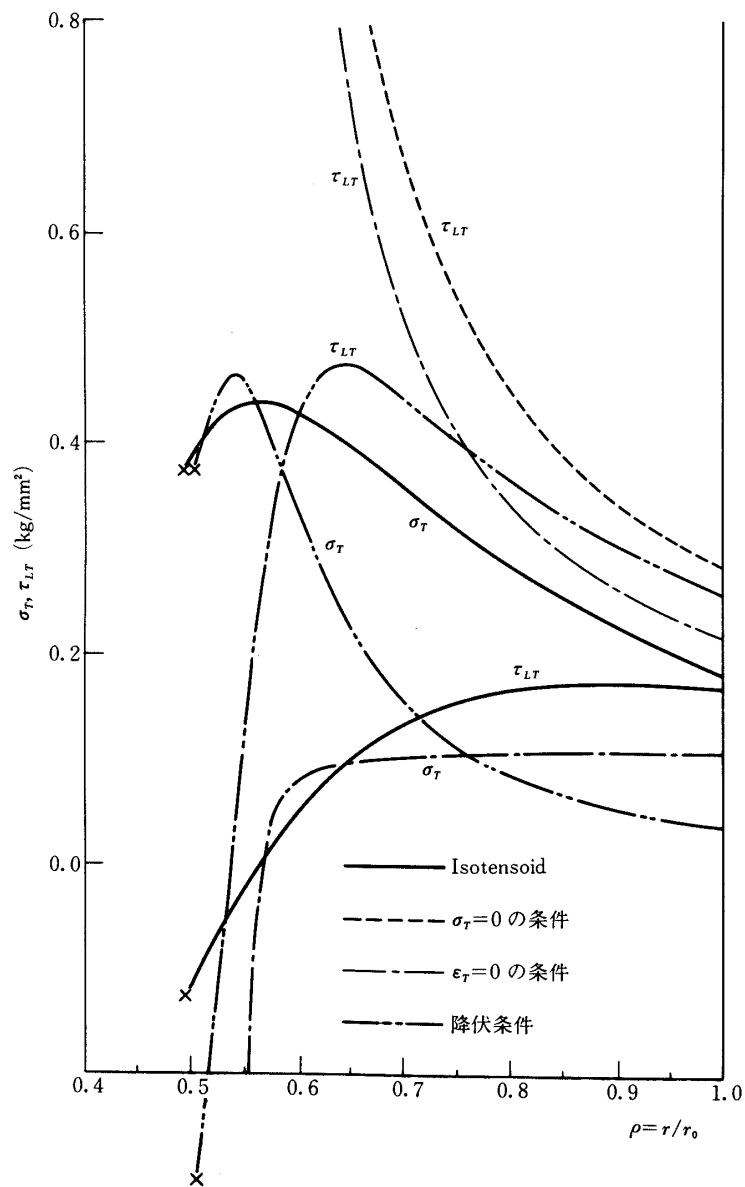


図6 σ_r , σ_L の応力分布 ($\rho = 0.4$, $p = 10 \text{ kg/cm}^2$)

(6) 円筒部におけるヘリカル層と周巻き層の最適肉厚比

円筒部はヘリカル巻き層だけでは、周方向強度が不足するため、周巻き層を積層する。この最適積層比を決めるための解析として、各層の発生応力は積層理論によって求められ、各層の繊維方向を基準とする応力は図7に示すように h_c/h [全厚 $h = h_h + h_c$, h_h ; ヘリカル層厚 = h_0 , h_c ; 周巻き層厚] の関数として求められる。従って $\sigma_{hL} = \sigma_{cL}$, 特に $\sigma_{hT} = \sigma_{cT}$ となる h_c/h (図7の○印) が最適肉厚比となる。

一方、網目理論では、繊維方向の応力 σ_{hL} , σ_{cL} のみと考えており、 $\sigma_{hL} = \sigma_{cL}$ から最適肉厚比は、

$$h_c/h = (2 - 3\rho_0^2) / (3 - 3\rho_0^2) \quad (31)$$

で与えられる。

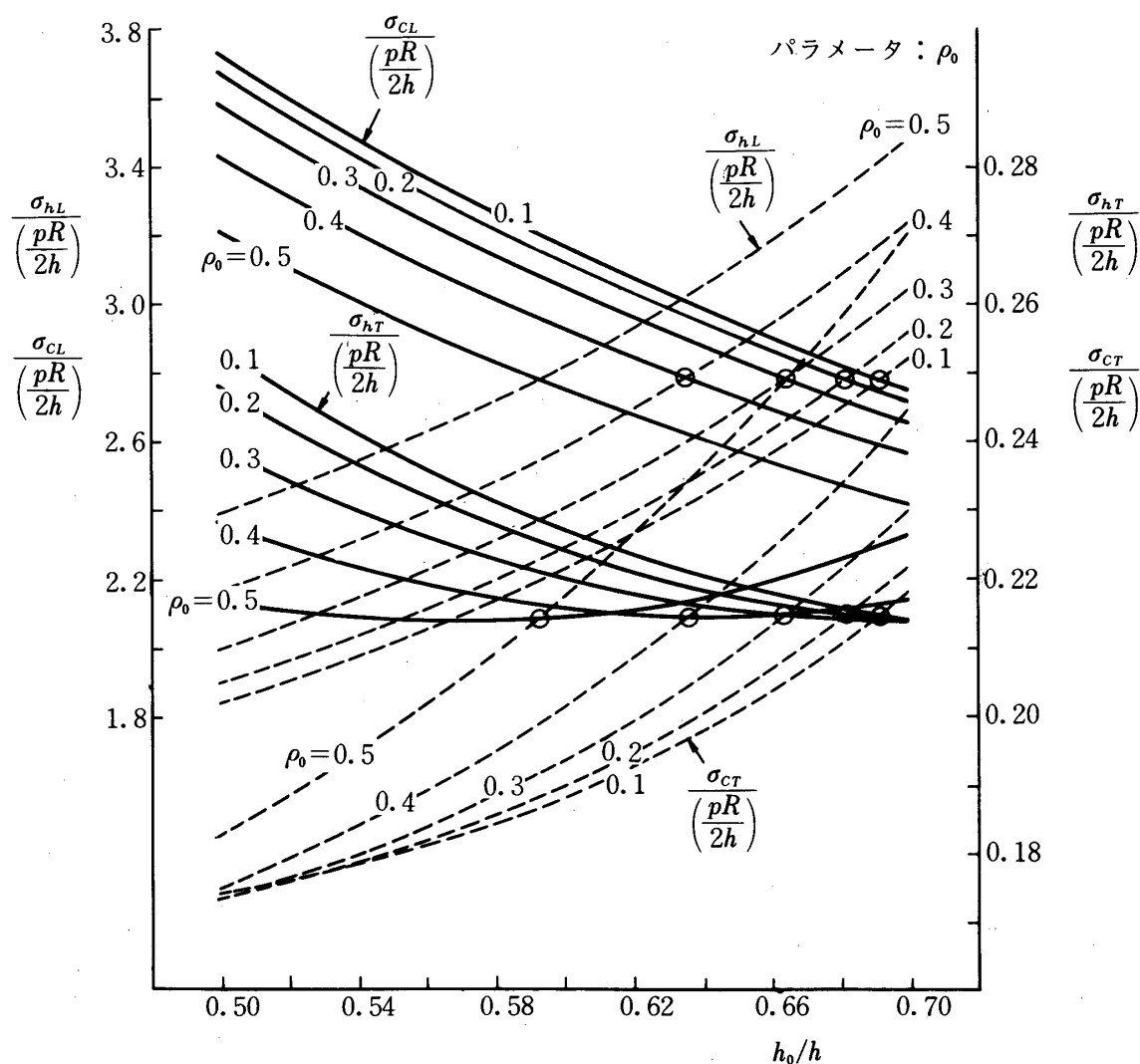


図7 円筒部におけるヘリカル層と周巻き層の最適板厚比

3.3.3 圧力容器の性能係数を最大にする最適形状解析

前項(2)では，繊維方向を基準とする応力・歪に対する設計基準に基づき，直交異方性膜理論によってドーム形状を検討した．ここでは圧力容器としての性能係数 (pV/W) を最大にする形状を検討し，等張力曲面と比較した結果を示す [8]．

(1) 目的関数 I (性能係数)

ロケットチャンバー (図8) としての性能 pV/W (p ; 耐圧力, V ; 内容積, W ; 重量) で評価され，これを無次元化して I を目的関数とする．いまヘリカル巻きドームのみを考える．

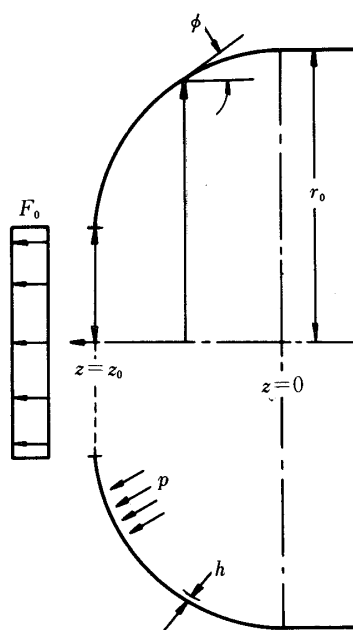


図8 圧力容器の形状

$$I = (pV/W) (r/F_T) \quad (32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{重量} \quad W = 2\pi \int_0^{z_0} r h \times r \sqrt{1 + (dr/dz)^2} dz \\ \text{内容積} \quad V = \pi \int_0^{z_0} r^2 dz \\ \text{内圧} \quad p \end{array} \right.$$

r は比重量, h はヘリカル巻き層肉厚で z の関数である. これを無次元変数で示すと,

$$I = \int_0^{\zeta_0} \rho^2 d\zeta / \int_0^{\zeta_0} \bar{h} \rho \sqrt{1 + (d\rho/d\zeta)^2} d\zeta$$

$$\rho = r/r_0, \quad \zeta = z/r_0, \quad \rho_0 = r_1/r_0, \quad (33)$$

$$\zeta_0 = z_0/r_0, \quad \bar{h} = h F_T / (p r_0 / 2)$$

(2) 合応力と繊維方向基準応力

子午線方向および周方向の合応力をそれぞれ N_s , N_θ とすれば, 開口部線荷重 F_0 も考え (2), (4) 式より無次元合応力 \bar{N}_s , \bar{N}_θ は次式で与えられる.

$$\bar{N}_s = \frac{N_s}{(p r_0 / 2)} = \frac{\sqrt{1 + (d\rho/d\zeta)^2}}{\rho} (\rho^2 + \beta \rho_0)$$

$$N_\theta = \frac{N_\theta}{(p r_0 / 2)} = 2\rho \sqrt{1 + (d\rho/d\zeta)^2} + \frac{d^2\rho/d\zeta^2}{\sqrt{1 + (d\rho/d\zeta)^2}} \times (\rho^2 + \beta \rho_0) \quad (34)$$

ここで, $\beta = F_0 / (p r_0 / 2)$

測地線に沿うヘリカル巻きでは, 肉厚 h は (5), (12) 両式から $r = r_0$ での板厚を h_0 とすれば,

$$(h/h_0)^2 = (1 - \rho_0^2) / (\rho^2 - \rho_0^2) \quad (35)$$

により, ρ の関数として与えられる.

さてヘリカル巻きによるアングルプライ各層の繊維方向基準の応力は

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{Li} \\ \sigma_{Ti} \\ \tau_{LTi} \end{Bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \\ C_{31} & C_{32} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \end{Bmatrix} \quad (36)$$

ここで $i = 1$ (+ α 層), $i = 2$ (- α 層)

$$C_{11} = l^2 + 2lm\chi_1 G_{s\theta_0}$$

$$C_{12} = m^2 + 2lm\chi_2 G_{s\theta_0}$$

$$C_{21} = m^2 - 2lm\chi_1 G_{s\theta_0}$$

$$C_{22} = l^2 - 2lm\chi_2 G_{s\theta_0}$$

$$C_{31} = \pm \{ lm - (l^2 - m^2)\chi_1 G_{s\theta_0} \}, C_{32} = \pm \{ -lm - (l^2 - m^2)\chi_2 G_{s\theta_0} \}$$

で与えられ, 各層の破損基準として次の Hill の降伏条件 (24) 式を用いる.

$$U^2 = (\sigma_L / F_L)^2 + (\sigma_T / F_T)^2 - \sigma_L \sigma_T / F^2 + (\tau_{LT} / F_{LT})^2 \leq 1 \quad (37)$$

これからヘリカル巻きドーム部の肉厚は、(35) 式を用いて

$$\bar{h}^2 = \{ h F_T / (p r_0 / 2) \}^2 \geq a \bar{N}_s^2 + 2 b \bar{N}_s \bar{N}_\theta + c \bar{N}_\theta^2$$

あるいは

$$\bar{h}^2 = \{ h_0 F_T / (p r_0 / 2) \}^2 \geq \frac{\rho^2 - \rho_0^2}{1 - \rho_0^2} (a \bar{N}_s^2 + 2 b \bar{N}_s \bar{N}_\theta + c \bar{N}_\theta^2) \quad (38)$$

を満足しなければならない。

ここで、

$$a = C_{21}^2 + C_{31}^2 (F_T / F_{LT})^2 + (C_{11}^2 - C_{11} C_{22}) (F_T / F_L)^2$$

$$b = C_{21} C_{22} + C_{31} C_{32} (F_T / F_{LT})^2 + \{ C_{11} C_{12} - \frac{1}{2} (C_{11} C_{22} + C_{12} C_{21}) \} \\ \times (F_T / F_L)^2$$

$$c = C_{22}^2 + C_{32}^2 (F_T / F_{LT})^2 + (C_{12}^2 - C_{12} C_{22}) (F_T / F_L)^2$$

(3) 解析方法

目的関数 I を最大にする最適のドーム形状 $\rho(\zeta)$ を

$$\rho = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (\zeta / \zeta_0)^n \quad (39)$$

と仮定すると、両端での条件

$$\text{開口部 } (\zeta = 0) ; \rho = \rho_0 \quad (40)$$

$$\text{円筒部との接合部 } (\zeta = \zeta_0) ; \rho = 1, d\rho / d\zeta = 0$$

より、(39) 式の a_n は

$$a_0 = \rho_0, \sum_{n=0}^{\infty} a_n = 1, \sum_{n=0}^{\infty} n a_n = 0 \quad (41)$$

を満足する必要がある、また凸曲面である条件から

$$d^2 \rho / d\zeta^2 \leq 0 \quad \text{すなわち}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n (\zeta / \zeta_0)^{n-1} \leq 0 \quad (0 \leq \zeta / \zeta_0 \leq 1) \quad (42)$$

でなければならない。

そこで a_n のうち未定係数 a_n , ζ_0 を仮定し、図9に示すフローチャートで I を最大にする

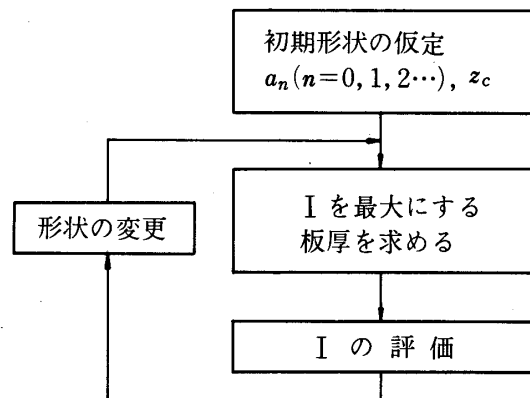


図9 解析方法

繰返し計算を行い, (38) 式で $\rho_0 \leq \rho \leq 1$ に対し右辺の最大値から \bar{h}_0 の板厚が求まる. 目的関数 I は非線形となるので, これをシンプレックス法あるいは Davidon — Fletcher — Powell の傾斜法 [9] にて求める. DFP 法ときには一方向探索として放物線補間による方法を用いる.

(4) 数値計算例とその検討

いまヘリカル巻き層 (CFRP, $V_f = 60\%$) のみの圧力容器の場合を, (30) 式の弾性係数値を用い, シンプレックス法により求めたものを数値計算例として示す.

ただし, 基本破壊強さ値としては次の値を用いた.

$$F_L = 150 \text{ kg/mm}^2, F_T = 4 (F'_T = 8) \text{ kg/mm}^2, F_{LT} = 8 \text{ kg/mm}^2$$

(39) 式の a_n を $n = 7$ までとって表わしたドーム形状 $\rho = 0.4$ の場合を図10に, 合応力, 板厚分布を図11に, 応力分布と降伏状態 U 値を図12に, 共に等張力曲面の解析結果と比較して示す. なお等張力曲面では $\rho_0 \leq \rho \leq \sqrt{3/2} \rho_0$ の範囲で凹面となるので, $\sqrt{3/2} \rho_0$ の変曲点より開口部まで円錐かくで接続した.

以上の計算結果より,

1) 等張力曲面では円錐かくで置換した開口部近傍の応力が最も厳しく, 本最適設計による形状でも開口部近傍と円筒部との接合部近傍の応力が大となっている.

2) いずれの場合も σ_T / F_T が最も大きく, 良く指摘されるように弾性破損を規定するのは繊維と直角方向の引張強さである.

3) 等張力曲面でも, 本解析による曲面でも, 各曲面上の点での降伏危険度を表わす U 値は一定でなく, U の最小値は35~40%程度であり, かなり場所によっては余裕がある. 従って弾性破損を防止する立場から見ると, σ_T の大きい開口部近傍を補強する方法が効果的と思われるが, 実際のロケットチャンバーでは開口部金具があって耐荷するので, キックモーターのドーム形状としては一応等張力曲面によることにした.

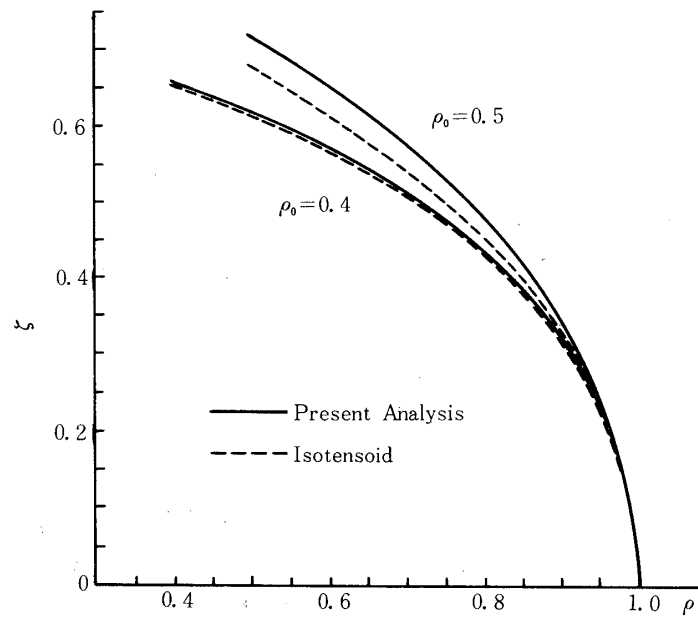
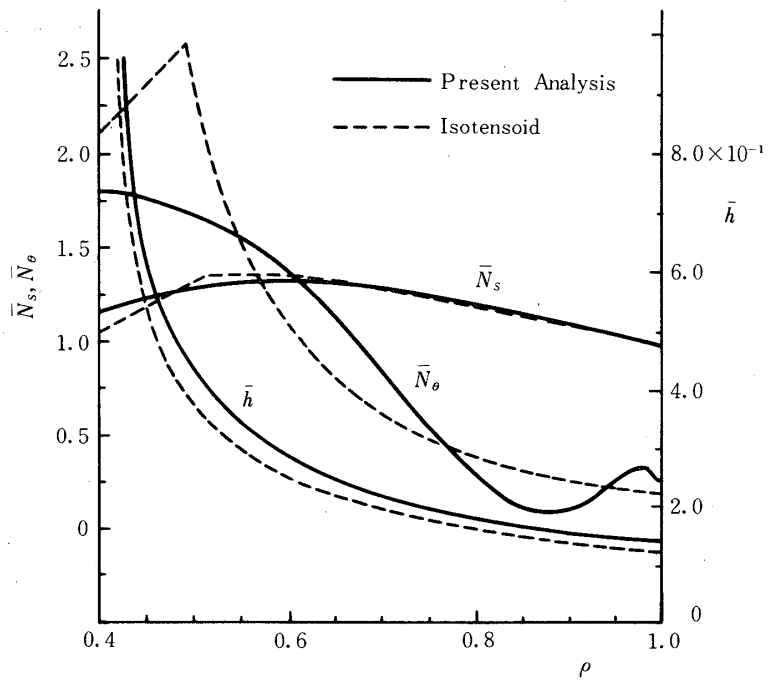


図10 ドーム形状

図11 合応力, 板厚分布 ($\rho = 0.4$)

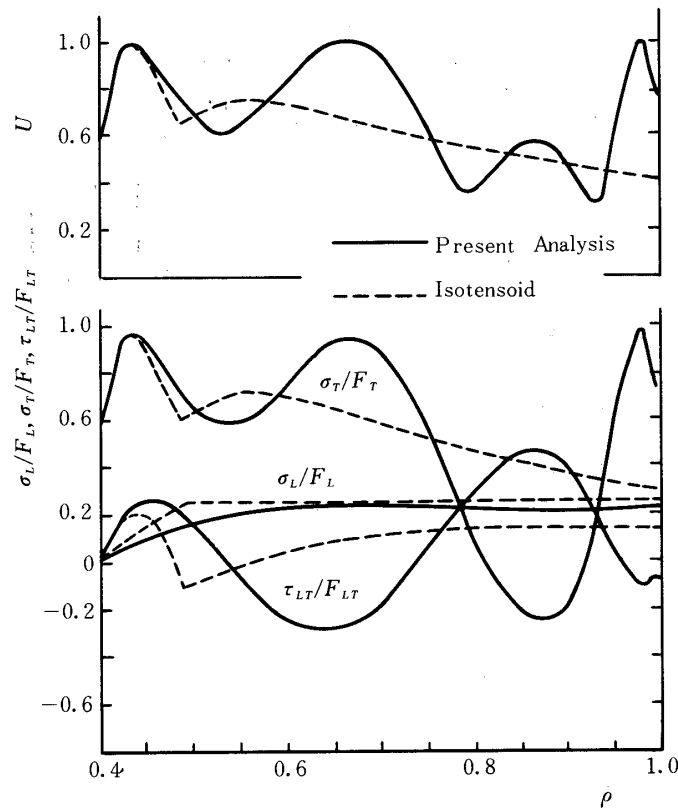


図12 応力分布及び降伏状態

3.4 曲げを考慮した直交異方性シェルとしての解析

一般に、FW圧力容器は内圧をうけると、曲げモーメントを伴って変形する。従って、膜理論によって面内応力・歪成分のみを議論することは、口金部・円筒部との接続部近傍については問題となる。本来圧力容器では曲面形状によって著しく応力状態の異なるもので、厳密なシェル解析によって最適設計すべきであるが、口金部を含むFW圧力容器では極めて困難である。そこで前述の膜理論でおよそのドーム形状をきめ、曲げ発生部は解析解は難しいのでここで述べる有限要素法等による数値計算法で検討することにした。

3.4.1 有限要素法による解析[5][10][11]

分割要素としては半頂角 ϕ の切頭円錐要素を用いる。円筒部およびドームと口金具との接合部では、積層により曲げ変形と面内伸び変形とのカップリング効果が生ずるので、これを考慮して次の合応力、合モーメント～基準面内歪と曲率変化の関係式を用いる。

$$\begin{bmatrix} N_s \\ N_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & \vdots & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & \vdots & B_{12} & B_{22} & B_{26} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_\theta \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} N_{S\theta} \\ \dots \\ M_S \\ M_\theta \\ M_{S\theta} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{S\theta} \\ \dots \\ \kappa_S \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{S\theta} \end{array} \right\} \quad (43)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここで, } A_{ij} &= \sum_k C_{ij}^{(k)} (Z_k - Z_{k-1}) \\ B_{ij} &= \sum_k \frac{1}{2} C_{ij}^{(k)} (Z_k^2 - Z_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \sum_k \frac{1}{3} C_{ij}^{(k)} (Z_k^3 - Z_{k-1}^3) \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$C_{ij}^{(k)}$, Z_k は k 番目の層の弾性係数および基準面からの板厚方向距離である。[B] $\neq 0$ なので中立軸の概念が明確でなく、適当な基準軸を決めて応力～歪マトリックスを計算する。

① ドーム部 (アングルプライ層)

ドーム部は図13に示すように、子午線と交角 $\pm \alpha$ の等厚層が交互に n 回積層された逆対称積層であり、交角 $+\alpha$ の層の子午線、周方向に関する弾性係数は

$$\begin{aligned} C_{11}^{(\alpha)} &= E'_L l^4 + 2(\nu_T E'_L + 2G_{LT}) l^2 m^2 + E'_T m^4 \\ C_{22}^{(\alpha)} &= E'_L m^4 + 2(\nu_T E'_L + 2G_{LT}) l^2 m^2 + E'_T l^4 \\ C_{66}^{(\alpha)} &= (E'_L + E'_T - 2\nu_T E'_L - 2G_{LT}) l^2 m^2 + G_{LT} (l^4 + m^4) \\ C_{12}^{(\alpha)} &= (E'_L + E'_T - 4G_{LT}) l^2 m^2 + \nu_T E'_L (l^4 + m^4) \\ C_{16}^{(\alpha)} &= (E'_L - \nu_T E'_L - 2G_{LT}) l^3 m + (\nu_T E'_T - E'_T + 2G_{LT}) l m^3 \\ C_{26}^{(\alpha)} &= (\nu_T E'_L - E'_T + 2G_{LT}) l^3 m + (E'_L - \nu_T E'_L - 2G_{LT}) l m^3 \end{aligned} \quad (45)$$

ここで, $E'_L = E_L / (1 - \nu_L \nu_T)$, $E'_T = E_T / (1 - \nu_L \nu_T)$

$$l = \cos \alpha, \quad m = \sin \alpha$$

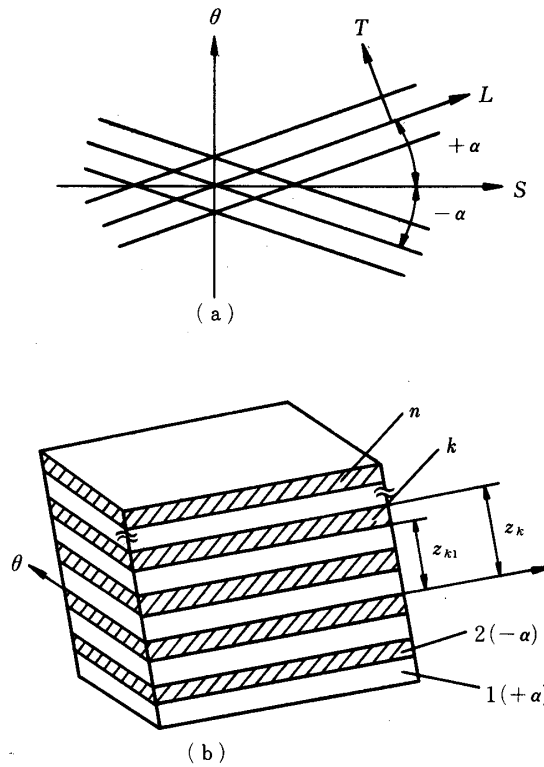


図13 アンゲルプライ積層材

層全体の厚さを h_h とすると、中央面に関する弾性係数は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} A_{ij} \\ B_{ij} \\ D_{ij} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} h_h C_{ij}^{(\alpha)} \\ 0 \\ (h_h^3/12) C_{ij}^{(\alpha)} \end{Bmatrix} \quad ij=11, 22, 66, 12 \\
 &= \begin{Bmatrix} 0 \\ -(h_h^2/2n) C_{ij} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad ij=16, 26,
 \end{aligned} \tag{46}$$

② 中央円筒部（アンゲルプライ＋周巻き補強層）

中央円筒部は厚さ h_c の周巻き層を図14に示すように補強積層されており、円筒部につづ

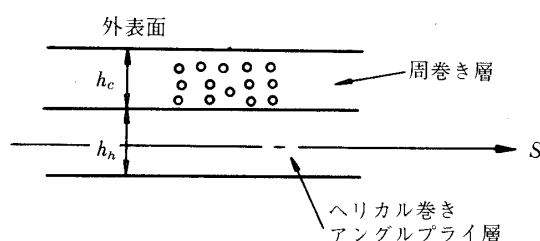


図14 円筒部の積層

く両側ドームの一部も直線的に減厚した周巻き層で補強されている。周巻き層の弾性係数 $C_{ij}^{(R)}$ は次式で与えられる。

$$C_{11}^{(R)} = E_T / (1 - \nu_L \nu_T), \quad C_{22}^{(R)} = E_L / (1 - \nu_L \nu_T), \quad C_{66}^{(R)} = G_{LT} \quad (47)$$

$$C_{12}^{(R)} = \nu_T E_L / (1 - \nu_L \nu_T), \quad C_{16}^{(R)} = C_{26}^{(R)} = 0$$

厚さ h_h のアングルプライ層に厚さ h_c の周巻き層を積層した場合、アングルプライ層の中央面に関する弾性マトリックスの係数は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} A_{ij} \\ B_{ij} \\ D_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_h C_{ij}^{(\alpha)} + h_c C_{ij}^{(R)} \\ \{ h_c (h_c + h_h/2) C_{ij}^{(R)} \} \\ (h_h^3/12) C_{ij}^{(\alpha)} + h_c (h_c^2/3 + h_h h_c/2 + h_h^2/4) C_{ij}^{(R)} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 \\ -(h_h^2/2) C_{ij}^{(\alpha)} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (48)$$

$ij=11, 22, 66, 12$ $ij=16, 26$

さて、切頭円錐要素一端の節円 i から子午線方向に測った距離を s ，半径を r とする。軸対称形状であるが、カップリング効果により周方向にも変位が発生することを考慮し、子午線、周および法線方向変位をそれぞれ u ， v ， w とすれば、要素基準面内のひずみと曲率変化成分～変位成分の関係は大たわみを考慮して

$$\epsilon_s = u, s + (w, s)^2 / 2, \quad \kappa_s = -w, ss$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{\theta} &= (u \sin \phi + w \cos \phi) / r, \quad \kappa_{\theta} = -w, s \sin \phi / r \\
 r s_{\theta} &= v, \quad s - v \sin \phi / r, \quad \kappa s_{\theta} = 2 v, s \cos \phi / r \\
 &\quad - 2 v \cos \phi \sin \phi / r^2
 \end{aligned} \quad (49)$$

非線形解析では歪増分をとるが、 $\Delta \varepsilon_s$ として、

$$\Delta \varepsilon_s = \Delta u, s + w, s \Delta w, s \quad (50)$$

を用いる。

有限要素法での剛性マトリックスを求めるための周方向一ラジアン分の歪エネルギー増分は次の値を用いる。

$$\begin{aligned}
 (1/2) \int_0^L \Delta N_s \Delta \varepsilon_s + \Delta N_{\theta} \Delta \varepsilon_{\theta} + \Delta N_{s\theta} \Delta r_{s\theta} + M_s \kappa_s + \Delta M_{\theta} \kappa_{\theta} \\
 + \Delta M_{s\theta} \Delta \kappa_{s\theta} r ds + \int_0^L N_s^{(0)} (1/2) (\Delta W, s)^2 r ds
 \end{aligned} \quad (51)$$

ここで $N_s^{(0)}$ は前ステップでの子午線膜力を表わす。剛性マトリックスの数値積分には2点のガウス求積公式を用い、また非線形問題の扱いとしては修正荷重増分法を用いる。

3.4.2 キックモーターについての数値計算例

図15に示すようなキックモーター(B)成形練習用チャンバー (No.1) について、上述の有限要素法による数値計算を行い、後述の内圧試験結果と比較した。

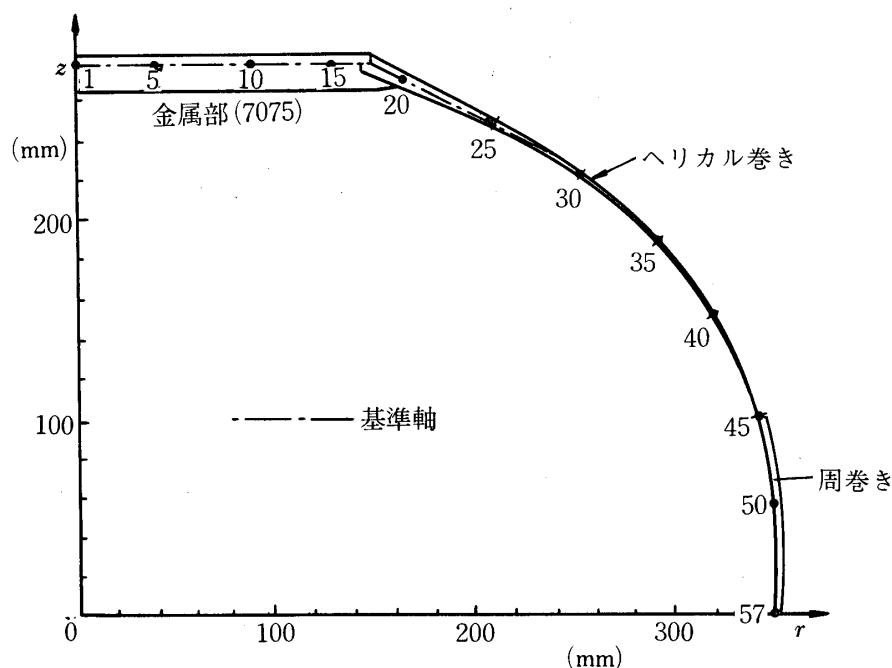


図15 圧力容器の形状および節点番号

$$r_0 = 350 \text{ mm}, \rho_0 ; \text{開口比} = 0.41$$

$$h_h (\text{円筒部ヘリカル巻き層肉厚}) = 1.4 \text{ mm}$$

$$h_c (\text{円筒部周巻き層肉厚}) = 2.3 \text{ mm}$$

本チャンバーは、前述の解析に基づきドーム部は等張力曲形状で、FWの2回のヘリカル巻きで作られ、円筒部の周巻き厚は、3.3.2 (6) の最適設計により $h_c/h = h_c/(h_h + h_c) \approx 0.62$ となっている。CFRPの繊維含有率 $V_f \approx 0.60$ で (30) 式の弾性係数を用いた。要素分割の節点番号を図15に示すが、開口部はAl合金板で閉じた。

$p = 10 \text{ kg/cm}^2$ での線形計算による子午線方向、周方向の内外面歪を図16(a)(b)に示す [5]。

これから開口部近傍には大きな曲げモーメントが生ずるが、その内面にはAl合金の口金具が耐荷している。円筒部との境界にも不連続モーメントを生ずるが、ドーム中間部は当然予想されるように曲げモーメントは少なく、膜理論解とほぼ一致することがわかる。

内圧 $p = 10 \text{ kg/cm}^2$ によるかくに垂直方向の変形を図17に示すが、円筒中央の軸方向変位を零としたものである。

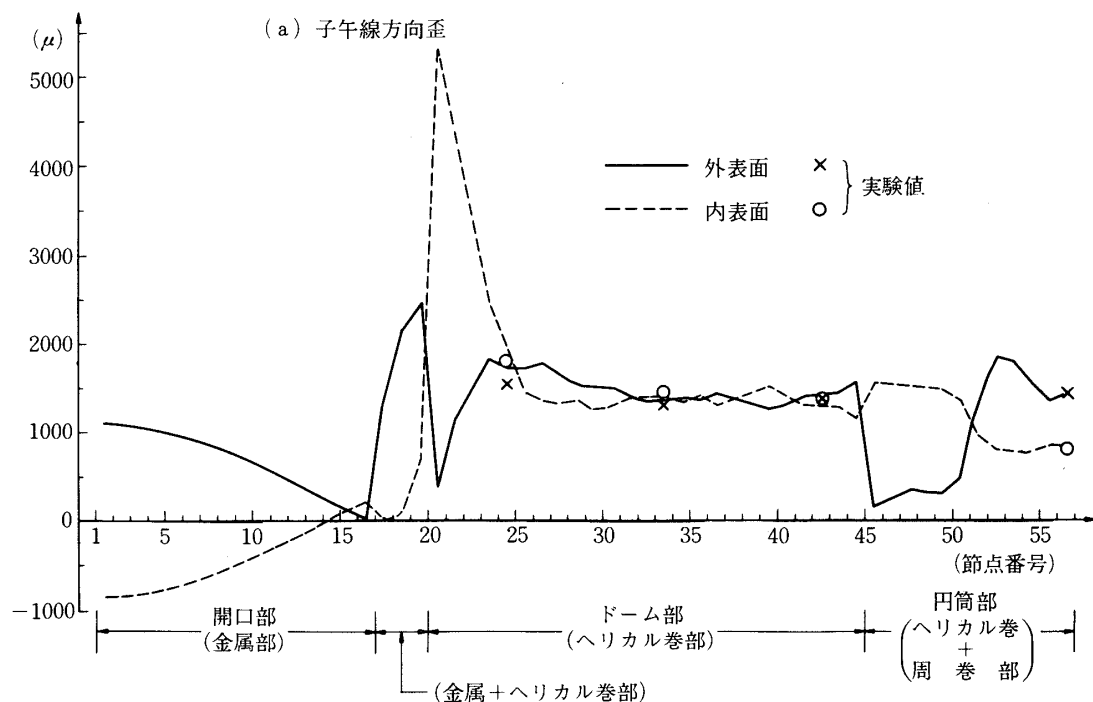


図16 CFRPキックモーター (No.1) のFEMによる表面歪分布
(a) 子午線方向歪

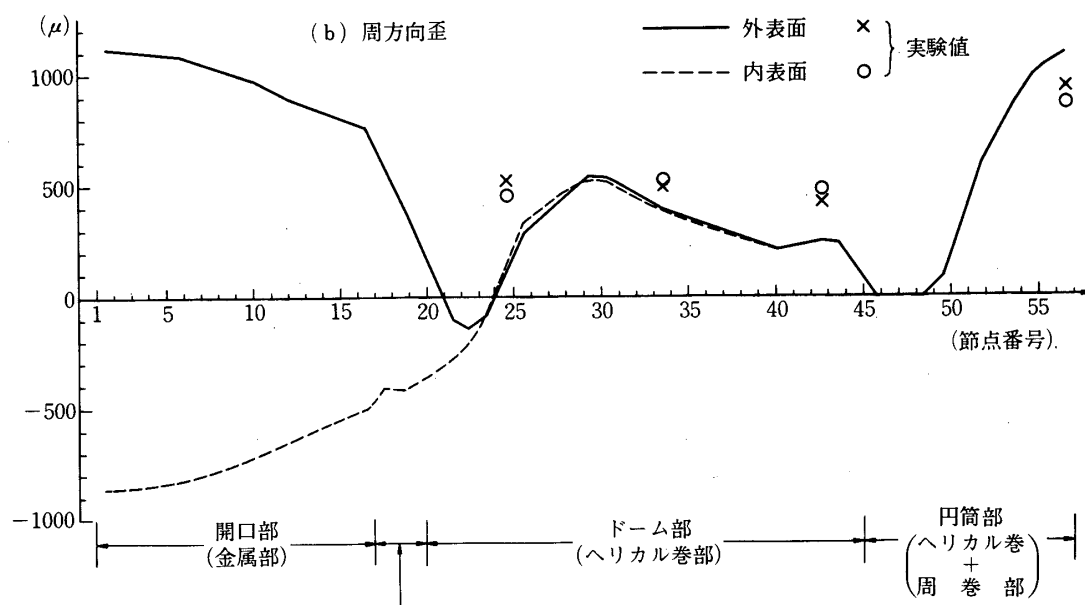


図16 CFRPキックモーター (No.1) のFEMによる表面歪分布
(b) 周方向歪

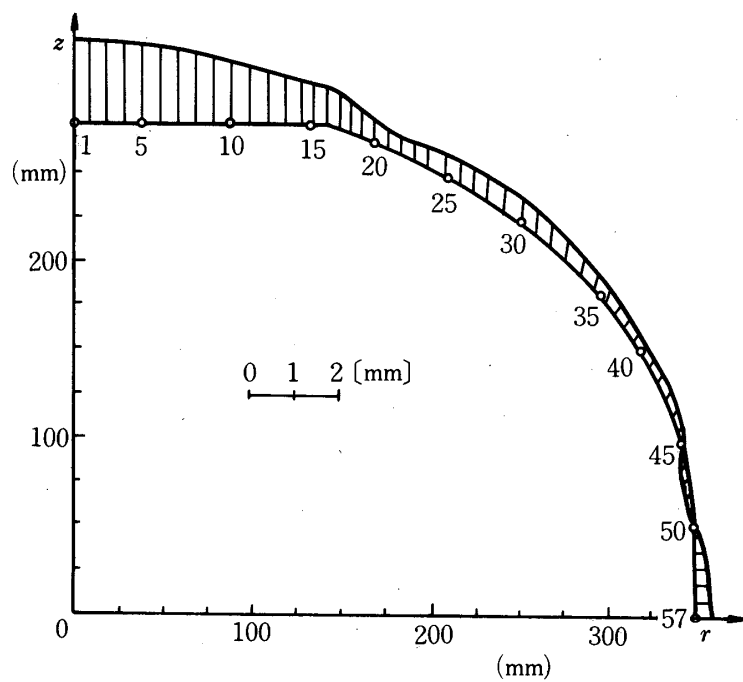


図17 圧力容器の変形

4. キックモーターケースの基礎開発研究

4.1 CFRPケース口金部の強度試験

FWモーターケースには、上部イグナイタ挿入口と下部ノズル開口部に同径の口金具をもち、口金具の溝にローピングを巻きつけて口金部が構成される。内圧を受けた時の口金具とFWドーム部との接着力を含む破壊様式と耐圧力を検討するため口金部のモデル強度試験を行った。

(1) 口金部供試体

口金具にCFRPを装着した口金部供試体を図18に示す。CFRPシート内面に厚さ0.5 mmの合成ゴムシートを接着し、口金具とはシリコンゴム系接着剤を介して、ボルトで締めつけた。

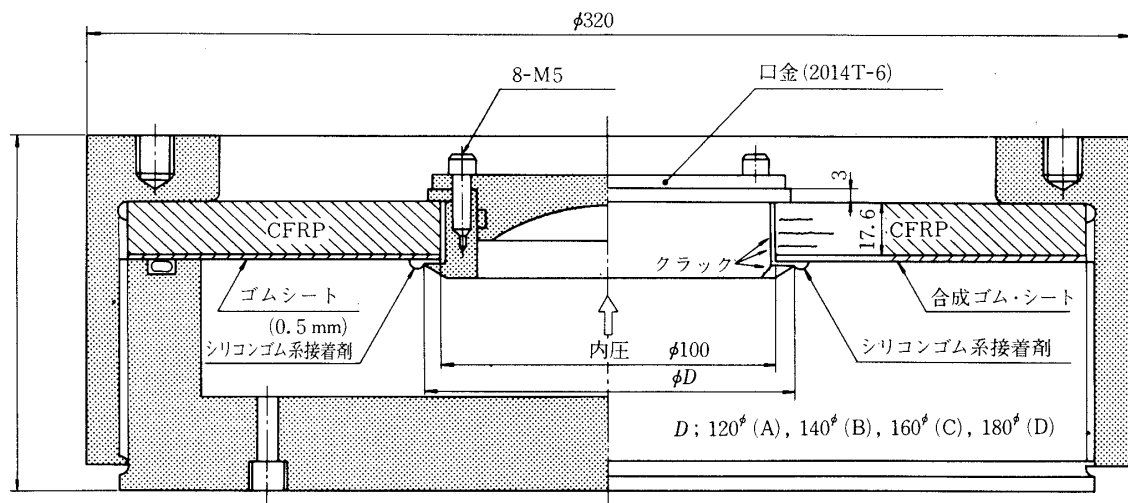


図18 口金部強度試験用供試体

CFRP板は、トウレカーボン繊維T 300 Aを用いた朱子織りクロスを45°おきに4方向に12枚ずつ計48枚積層した擬似等方性板である。厚さは約17.6 mm、比重1.51のものである。

CFRPの内面と接触する口金具の外径Dは、120φ（A）、140φ（B）、160φ（C）、180φ（D）の4種類である。

(2) 内圧負荷試験結果

内圧負荷試験結果を表2に示す。

図18右半分に示したように口金部近傍で、口金あるいはCFRP板にクラックを伴って破壊が発生した。しかし、クラックによる水もれはなく、70～85 kg/cm² 程度の内圧に対して接着部の強度は充分であった。

表2 口金部強度試験結果

内圧 試料	A (120 φ)	B (140 φ)	C (160 φ)	D (180 φ)
0 ~ 70 kg/cm ²	異常なし			
破壊 様 相	80 kg/cm ² で発音 85 kg/cm ² で口金 部近傍にクラックの 徴候が発見された。	75 kg/cm ² で発 音, 80 kg/cm ² 破 壊音, ただし水も れなし。	72 kg/cm ² で 破壊音, ただし 水もれなし。	75 kg/cm ² で 破壊音, 水もれ なし。

4.2 3段ロケットとの接合部（マルマンクランプ部）強度試験

キックモーターはマルマンクランプを用いて下段の3段球形ロケットと結合する。そのため、円筒部とドーム部との接続部近くにCFRP周巻きでV型の突起部を作り、マルマンクランプの一部を構成する。

そこで小型の擬似モデルを製作し、マルマンクランプ部を金属製の対向V溝付治具で固締し $P \times l$ ($l = 264.4 \text{ mm}$) の曲げモーメントを負荷し、曲げ耐力について検討した。

(1) 接合部供試体

図19に示すように、カーボン繊維の周巻きFWで内径 166 mm φ、肉厚10mmの円筒を製

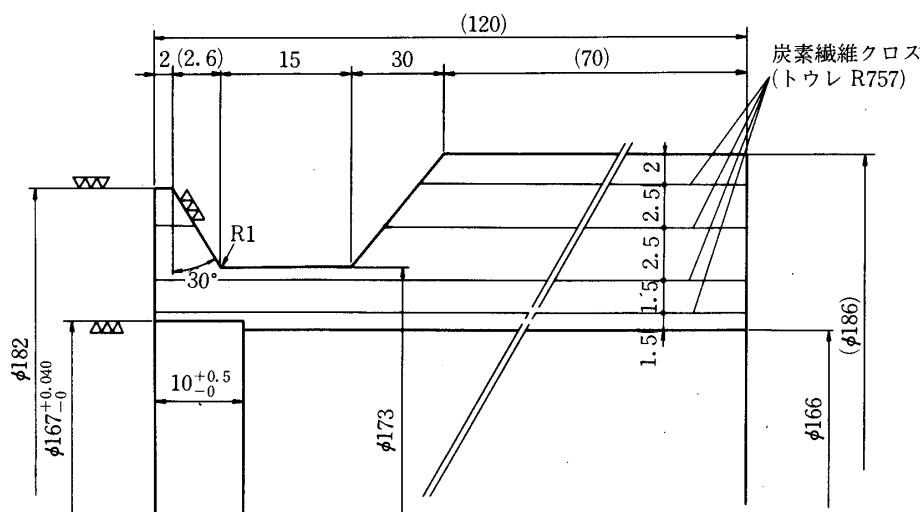


図19 接合部強度試験用供試体

作した。その際硬化時の収縮によるクラック発生を防止するため、カーボンクロス（トウレ R 757）を図示したように4層挿入した。

接合部は旋盤で切削し仕上げた。

(2) 試験結果

A, B 両供試体での試験結果は次の通りである。

供試体 A ; ①荷重 $P = 505 \text{ kg}$ で発音

②荷重 $P = 510 \text{ kg}$ まで負荷

③レッドチェックでフランジ付根にクラックの発生が認められた。

供試体 B ; ①荷重 $P = 325 \text{ kg}$ で発音

②荷重 $P = 429 \text{ kg}$ でフランジ部がすっぽり抜けるように破壊した。

クラックは周巻き層間に挿入したクロス繊維の位置で層間せん断によって発生しているようなので、実機ではクロス繊維を使用しないことにした。

実機の設計には、応力レベルを下げた設計にすれば、この接合方式の可能なことがわかった。

4.3 キックモーターケースの設計決定

第3章で述べたFW圧力容器の力学的設計の理論解析に基づき、2.1節で記述した要求仕様を満足すると共に、各種の基礎開発試験結果を参照して、CFRPによるFWキックモーターケースを設計した。

ドーム部形状、積層成形の決定にはさらに改良したい点もああったが、経費と日時の余裕もなく、取りあえず次のように決定した。

キックモーターケースの形状寸法を図20に示す。口径 ; $2r_0 = 700 \text{ mm}$, 開口径 ; $2r_1 = 296.2 \text{ mm}$, ドーム部は等張力曲面とし、開口部近傍は口金具を挿入して、子午線方向応力を分担耐荷させ、円筒部近傍は周巻き積層で補強する。ドーム部と円筒部は上下開口部径が同じなので、ヘリカル巻き2～3回で成形させる。円筒部の周巻き厚は3.3.2(6)で述べた最適肉厚比とする。

M-3H-3号機のフライト用を完成するまでに製作したモーターケースは次の4種である。

番号	用 途	ドーム部
No. 1	FW成形練習用	2回巻きFW
No. 2	耐圧破壊試験用	3回巻きFW
No. 3	地上燃焼試験用	〃
No. 4	M-3H-3フライト用	〃

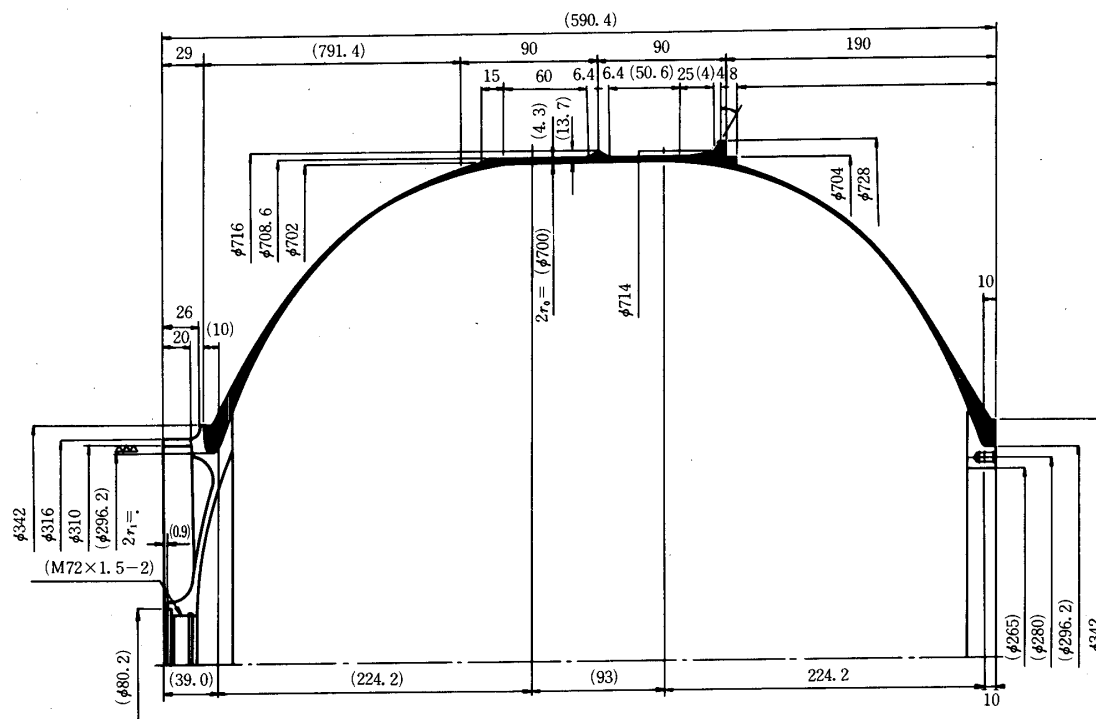


図20 キックモーターBモーターケース

4.4 モーターケースの耐圧試験

(1) No. 1 モーターケース (写真 1)

FW成形練習用に製作したNo.1 ケースについて水圧試験を行った。No.1 ケースはFW一体巻きを2回行ったもので $\pm\alpha$ のアングルプライ \times 2プライ、すなわち計4層積層されたもの

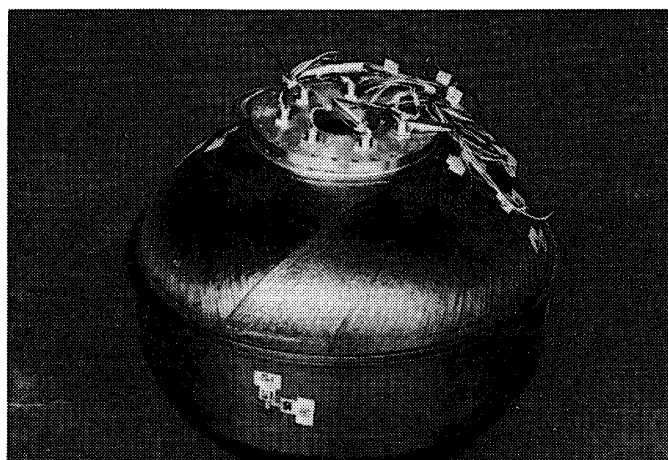


写真1 No.1 モーターケース

である.

$$r_0 = 350 \text{ mm}$$

$$h_h = (\text{円筒部ヘリカル巻き層肉厚}) = 1.4 \text{ mm}$$

$$h_c = (\text{円筒部周巻き層肉厚}) = 2.3 \text{ mm}$$

上下両面ドーム部に各3ヶ所, 円筒中央部1ヶ所において 90° (180°) おきに子午線方向, 周方向歪ゲージを内外面に計55ヶ貼付した.

圧力～歪関係は $p = 38 \text{ kg/cm}^2$ までほとんど直線的であった. 周方向2あるいは4点の平均値をとり, $p = 10 \text{ kg/cm}^2$ の場合について, 子午線方向・周方向の内外面歪を有限要素法による計算値と比較して, 図16にそれぞれ○, ×印で示す. 両者の一致は子午線方向について特に良好であったが, 周方向歪の実測値は幾分大き目であった.

しかし $p = 38 \text{ kg/cm}^2$ で, CFRPモーターケースには全く異状がなかったが, イグナイター側Al合金製(A7075-T73)の口金具が破壊した. すなわち, Al合金製のキャップ部の5mmボルト(16本)が抜け出し, キャップ外縁がリング状に切断した. その結果口金具近傍のFW材の一部にクラックが入った. そこで口金具形状に再検討を加え, 改良すると共に, ロービングが口金具に充分巻き込まれ, しっかり固締されるようにした.

試験後ドーム部の一部を切り取り, 肉厚を計測したが, その結果を図21に示し, (5)式

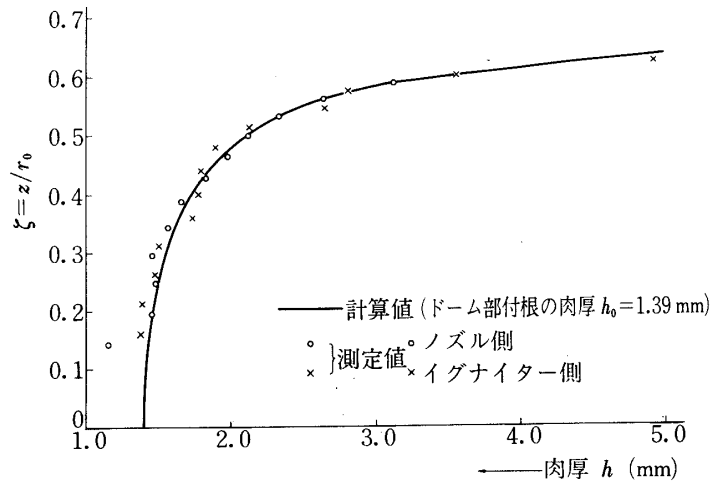


図21 ドーム部の肉厚

による理論計算値と比較したが, 両者の一致は極めて良好であった.

(2) No.2モーターケース(耐圧試験用)

No.1の水圧試験結果に基づき, イグナイター側開口部キャップの形状を改良すると共に, 改良試作試験の経費面の余裕もなかったため, ドーム部ヘリカル巻き2プライ(4層)を3プライ(6層)に増厚し, また円筒部からドーム部にかけて約50mm幅まで直線的に減厚して, 周巻きで補強し, 安全を確保することにした.

その結果,

$$h_h (\text{円筒部ヘリカル巻き層肉厚}) = 2.3 \text{ mm}$$

$$h_c (\text{周巻き層肉厚}) = 2.4 \text{ mm}$$

歪測定点はNo.1 モーターケースと同じである.

$p = 55 \text{ kg/cm}^2$ まで加圧して全く異状がなく, 最大圧 55 kg/cm^2 で 105 秒保持したが, 破壊に至る徴候は見られなかった. 圧力～歪関係はわずかに非線形関係を示したが, 等張力曲面では余り著しくない.

3.4.1 で示した非線形有限要素法によって数値計算したが $p = 55 \text{ kg/cm}^2$ での子午線方向歪 ϵ_s と周方向歪 ϵ_θ の表面歪を図22に示す. 実線はカップリング効果を無視した積層理論解 ((43) 式の [B] マトリックス = 0) であり, 破線は2層とし, カップリング効果を考慮した解である [11]. 開口部近傍やドーム部と円筒部との境界部などモーメントの発生する領域ではカップリング効果による影響が現われるが, 薄肉なので, 特にドーム部では積層理論でも十分な精度があることがわかる. ただ, 積層理論では存在しない $\gamma_{s\theta}$ が, $\pm \alpha$ の逆対

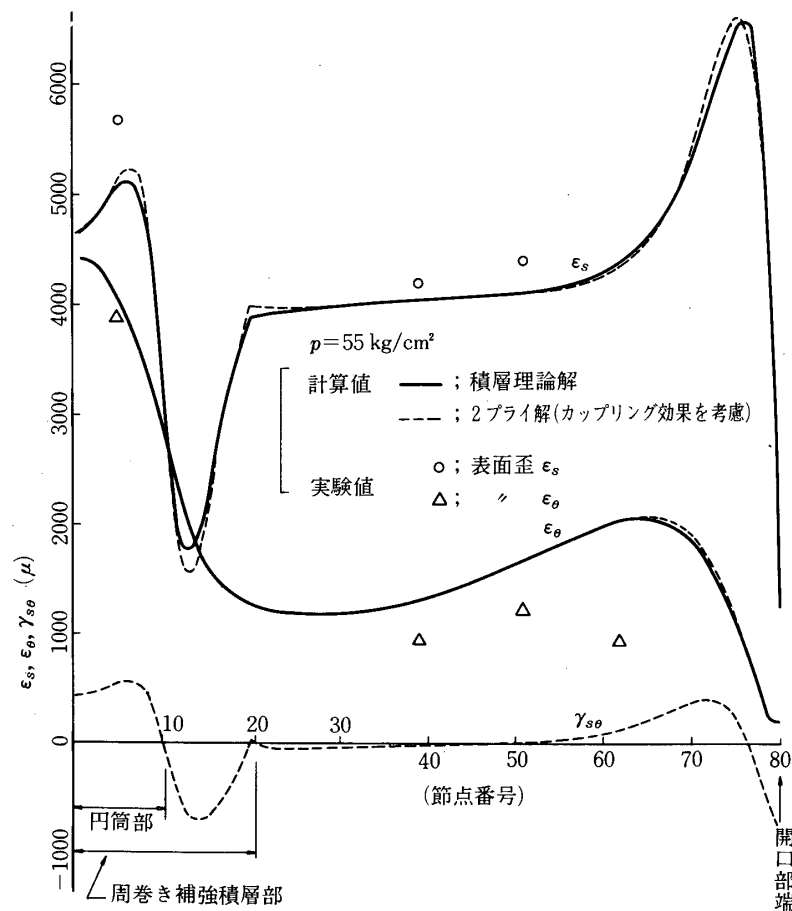


図22 No.2 モーターケースの耐圧試験での歪分布

称積層材では発生することに注意する必要がある。

歪測定値の周方向4点の平均値をとり、 $p = 55 \text{ kg/cm}^2$ の場合の ϵ_s 、 ϵ_θ の表面歪をそれぞれ○印，△印で示す。

ϵ_s 、 ϵ_θ の実験値は計算値と比較して大体一致しているが、 ϵ_s は幾分大きく、 ϵ_θ は幾分小さい。この誤差は凸凹の多い表面に貼付したゲージの測定精度、成形による巻き角度、肉厚、 V_f の誤差によるものである。計測された歪の最大値は 6200μ であり、特に高い値ではない。

ケースの軸方向変位は平均 13.3 mm で、ほぼ円筒部中央に対して対称に伸びており、内圧変形による推力軸の変動は無視できる。また円筒部半径方向の膨張は $1 \sim 1.5 \text{ mm}$ であり、金属製モーターケースと較べて同程度であり、ライニング、推葉に与える悪影響はないと考える。

4.5 モーターケースの剛性試験

耐圧試験を終了したモーターケースを用いて、燃焼中以外の飛翔中に作用する機軸方向圧縮および曲げの2種の外力に対する負荷試験を行った。

(1) 試験方法

モーターケースを中心円筒部のマルマンクランプ部で支持し、

① 圧縮試験は、キックモーター上部の衛星によって発生する最大圧縮荷重 1650 kg (機軸方向加速度 $15G$ 相当 $= 95 \text{ kg} \times 15G \times 1.15$) を上部衛星取付キャップ部を介して 250 kg ステップで負荷した。図23に示すA、B、C点で変位を計測した。

② 曲げ試験は、衛星の横方向加速度 $7G$ によって発生する最大曲げモーメントがキックモーター前端部で 300 kg-m になるように、衛星の代りに負荷用治具を取り付け、横荷重 660 kg を 100 kg ステップで負荷した。

歪は耐圧試験時に貼付した歪ゲージを用い、ダイヤルゲージで変位を測定した。

(2) 試験結果

圧縮試験時 ($F_c = 1650 \text{ kg}$) のモーターケースの軸方向の変位は -1.03 mm 、曲げ試験時 ($F_b = 660 \text{ kg}$) のケース先端のたわみは 2.03 mm であった。

次に圧縮試験時 ($F_c = 1660 \text{ kg}$) の最大歪は 765μ 、曲げ試験時 ($F_b = 660 \text{ kg}$) では 1047μ であった。

変位、歪は共に水圧試験で得た値より十分小さく、下段との結合部のマルマンクランプ部、上段衛星との結合部の強度・剛性も何ら問題はないことが確認された。

その後地上燃焼試験時を考え、飛翔の場合の燃焼時とは異なり、ケースをマルマンバンドで保持した状態での耐圧試験も行ったが、拘束状態での耐圧性も何ら問題がないことを確認し、その後、地上燃焼試験(5章)を行った。

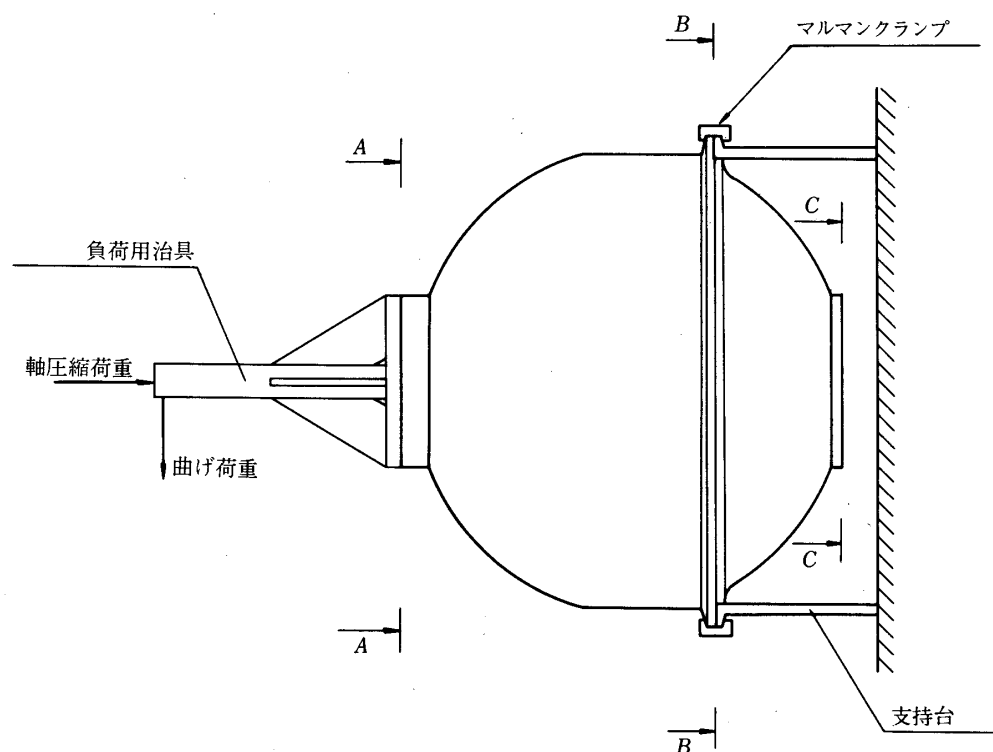


図23 モーターケース剛性試験

4.6 モーターケース水圧破壊試験 (No.2 ケース)

55 kg/cm² までの耐圧試験および剛性試験を完了したNo.2 モーターケースについて水圧による破壊試験を行った。

(1) 試験方法

耐圧試験の場合と同様な試験方法で行った。55 kg/cm² までは耐圧試験と同じステップで昇圧し、それ以後は破壊まで連続的に昇圧し、ドーム上6点の歪ゲージを用いて動歪計測装置で歪増加を記録した。

(2) 試験結果

破壊までの所要時間は加圧開始より439秒であり、55 kg/cm² 以上では51秒で破壊した。

- ① 破壊圧は76.1 kg/cm² で、設計最小破壊圧75 kg/cm² (燃焼最大圧50 kg/cm² × 安全率1.5) をクリアした。
- ② 破壊に至るまで水漏れによる降圧等はなく、ライニングによる気密は十分であった。
- ③ 計測歪値は55 kg/cm² までは耐圧試験時とほぼ同じで、再現性があった。
- ④ 破壊個所は口金部近くで、固定モーメントが大きい位置であり、図22に示すように耐圧試験値並びに計算値でも歪の大きいことが示された所である。この部分は厚肉であるが $\alpha \approx 90^\circ$ に近く、繊維が周方向に配向しており、繊維と直角方向の引張に弱いことから、圧力

容器の強度設計上問題となるところである。等張力曲面から外れたこの部分の強化については、クロスを積層するなどして子午線方向を強化する必要があるが、解析を行ったが、破壊圧が一応設計破壊圧をクリアしたこともあり、改良製作の時間的並びに経費上の余裕もなく、改良は次回に譲ることにした。

以上でキックモーターBの力学的開発研究と試験は予定通り順調に終了したので、形状・成形などに変更を加えることなく、次の地上燃焼試験を行うことにした。

5. キックモーター地上燃焼試験

5.1 試験方法

キックモーターBの力学的開発研究の結果、形状、寸法、成形が決定され、力学的耐圧特性の確認されたCFRPモーターケースについて、2 rpsのスピンをかけ、真空状態（約10 Torr）で高膨張比ノズルをカットすることなく、その燃焼性能と信頼性を確認すると共に、燃焼後の残留内圧の測定を行った。

地上燃焼試験を行ったキックモーターBの諸元を表3に示し概略を図24に示すが、燃焼試験では推力計測のため、同図の下段ロケットとの結合部をイグナイタ側に移した。

なお、試験は航空宇宙技術研究所の御好意により、昭和52年10月6日角田支所のロケットエンジン高空性能試験設備（HATS）を用いて行われた。

表3 地上燃焼試験に用いたモーター諸元

最大径	728 ϕ mm
全長	856.4 mm
重量 推進薬	241.6 kg
モーターケース	11.58 "
ノズル	14.23 "
ライニング	11.9 "
イグナイタ	1.74 "
その他	0.53 "
全重量（PF装置のぞく）	281.68 kg
ノズルスロート径	58.97 ϕ mm
ノズル出口径	380.1 ϕ mm
開口比	41.5
モーターマスレシオ	0.8577

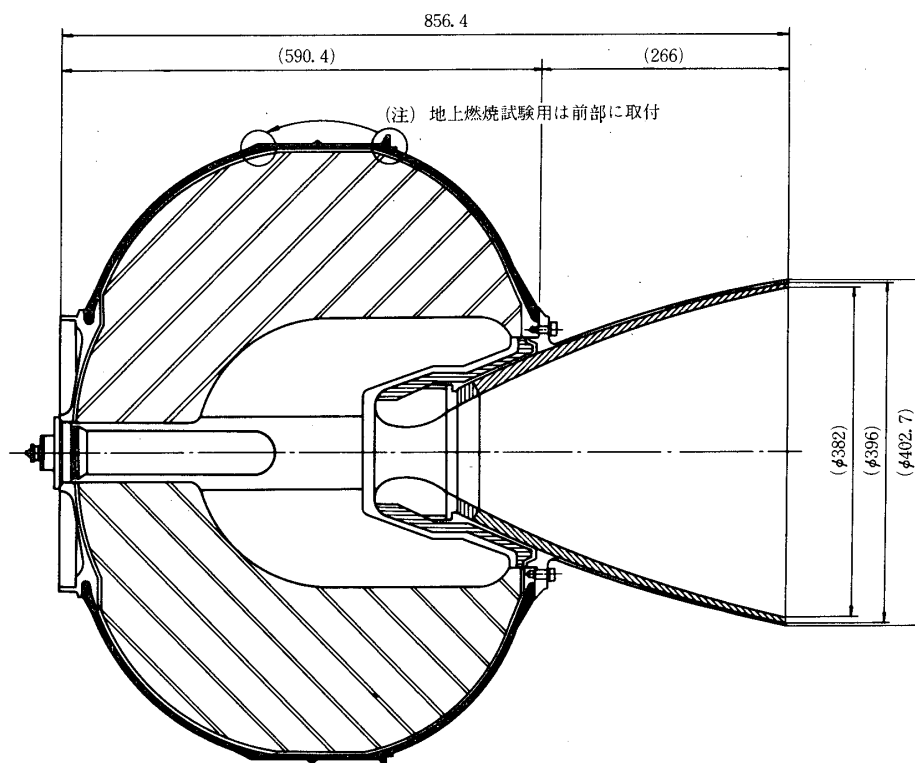


図24 M-3H-3キックモーターB

5.2 燃焼試験結果

(1) 燃焼性能

燃焼は正常で、その性能は予定通りであった。主な性能値は次の通りである。

最大推力	2534 kg *
最大内圧	48 kg/cm ² (絶対圧)
全燃焼秒時	33.2 sec
比推力	283 sec

* ; 真空換算値

(2) CFRP モーターケースの歪測定

歪ゲージ貼付位置および測定歪～時間関係を図25に示し、内圧 p_c も合せ示す。また燃焼時最大歪値として、初期・後期最大内圧48kg/cm²の時の値を表4に示す。S-2は平行部周方向、S-1, 3, 4, 7, 8はドーム部子午線方向の歪である。

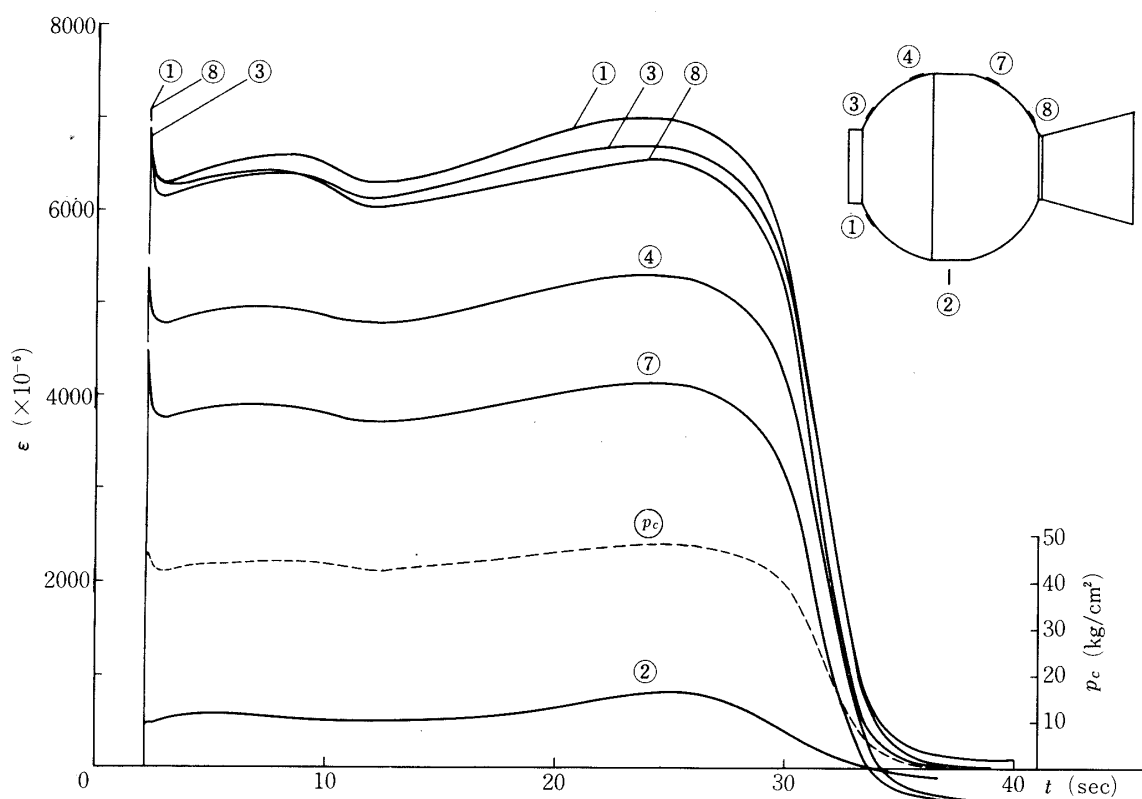


図25 燃焼試験歪測定結果

表4 地上燃焼時の最大歪値

歪ゲージ No.		1	2	3	4	7	8
貼付方向		子午線	周	子午線	子午線	子午線	子午線
$p_c = 48 \text{ kg/cm}^2$ での歪値 (10^{-6})	初期最大内圧時	7110	490	6890	5370	4490	7120
	後期 "	7020	850	6710	5310	4150	6550

① 歪値はほぼ燃焼内圧 p_c に比例している。

② S-2 (平行部周方向) の歪値は、耐圧試験時に比べて可成り低い。これはアダプターとチャンバを結合する接手の剛性が大きく、その拘束が影響しているためと思われる。実際の飛行時には、耐圧試験時の歪 ($3000 \sim 3500 \times 10^{-6}$) に近いものと思われる。

③ S-1, 3, 8 の歪が大きいのは、金具部の拘束による曲げ歪の重量によるものと思われる。

(3) 試験結果の検討

① 燃焼試験中の最大燃焼圧は 48 kg/cm^2 、有効燃焼時間は 27 sec であり、燃焼は順調に行われ、所期の推力が得られ、燃焼後のモーターケースには何ら異状は認められなかった。

② モーターケースの燃焼中のケースの温度上昇は $20\sim 30^\circ\text{C}$ 程度であり、耐熱性の点でも問題はない。

③ 最大内圧 48 kg/cm^2 は、燃焼前の耐圧試験による保証圧力 55 kg/cm^2 以下であると共に、地上内圧破壊試験（高圧保持時間 $2\sim 3$ 分間）での破壊圧力 76 kg/cm^2 に対し、安全率 1.5 以上の要求を満足しており、その実用性と信頼性は確認されたものと思われる。

④ モーターケースの重量は、前後口金具を含めてもわずか 11.68 kg であり、ノズル重量 14.23 kg 、ライニング重量 11.8 kg に比較しても軽量である。これらの燃焼後の焼損厚はわずかであったので、モーターとしてはノズル、ライニングの軽量化をはかる余地があるように思われる。モーターケースとしてもさらに最適化設計と成形技術の向上により軽量化の可能性はある。

6. M-3H-3号ロケット飛しよう試験

上述のように、新しくモーターケース材料にCFRPを採用したキックモーターBは写真

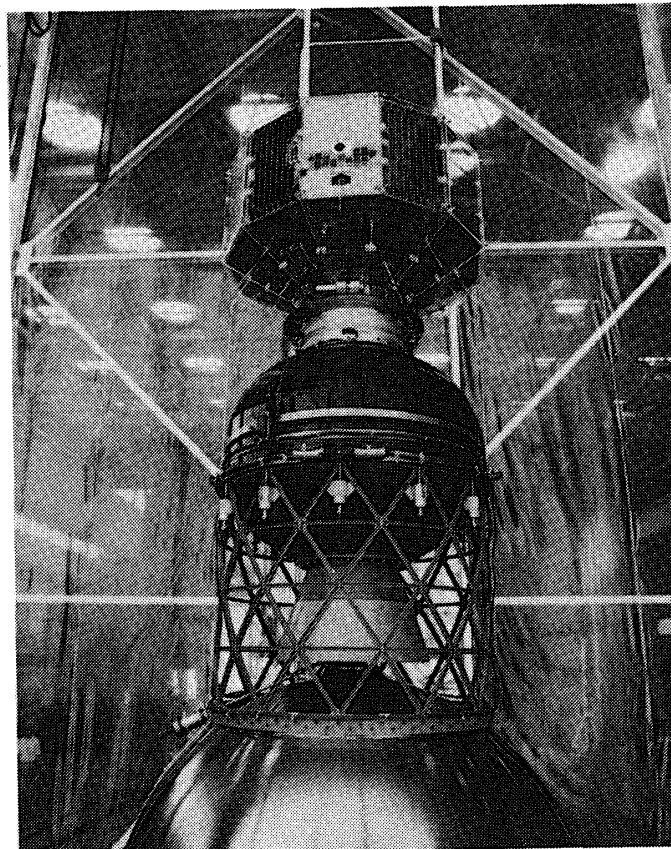


写真2 M-3H-3に搭載され、3段ロケットとEXOS-B衛星間に装着されたCFRPキックモーター

2のようにM-3H-3号機に搭載され、昭和53年9月16日内之浦の鹿児島宇宙観測所から打上げられ、燃焼・飛行径路は正常で第6号科学衛星「EXOSB」(じきけん)をほぼ予定の軌道に投入し、キックモーターとしての機能を十分に果した。

7. むすび—CFRPモーターケースの将来の課題

キックモーターBとしてCFRPケースは、計画試作から打上げまでわずか2年間の開発期間で完成された。軽量かつ信頼性あるFWモーターケースの力学的最適設計の理論解析については、第4章でその一部を記述し、その後も行われているが、日時と試作数が極めて限られたため、理論検討の成果を十分に取り入れられず、また、初期設計段階(昭和51年)では、安全側設計を行わざるを得なかったのは残念である。それでも、口金具を含むモーターケースとしての重量は700 mm ϕ の球形で11.5~14.0 kgであり、かなり軽量化できたものと思っている。

成形会社としても初めての経験ではあったが、一度形状が決まりマンドレルが与えられれば短期間でフィラメントワインディングによる製作が可能であり、FW圧力容器の最適化解析の成果を入れれば、製作回数の増加と共にさらに軽量化と信頼性が向上するものと思われる。

最後に、本モーターの地上燃焼試験設備を使用させて頂き、燃焼実験に協力して下さった航空宇宙技術研究所並びに本所の実験班の方々のご好意に厚く謝意を表します。また、CFRPモーターの開発研究と製作に努力して下さった日産宇宙航空事業部と住友電工・大阪工場ゴムプラスチック事業部の多くの技術者の皆様に御礼申し上げます。

1979年8月31日 航空力学部

参 考 文 献

- [1] 河田幸三・植村益次・森大吉郎; 480 ϕ 球形FWチャンバの設計と解析, 東大宇宙航空研報告, 4, 3(B) (1968/10) 491.
- [2] 植村益次・河田幸三・竹中幸彦・深井保・笹島洋一・野口勉宏・土井永一; FRPロケットチャンバ, 住友電気 No.102 (1970/9) 92.
- [3] 植村益次・井山向史・白石勉孝・野口勉宏; カップロケット用FRPロケットチャンバの開発研究, 東大宇宙航空研報告 9, 4 (1973/10) 795.
- [4] J. Zichel; Isotensoid Pressure Vessels, Amer, Rocket Soc. "Space Flight Report to the Nation" Print (1961/10).
- [5] 植村益次・福永久雄; FW圧力容器の応力解析と最適化の研究; 第6回FRPシンポジウム (1977/3).
- [6] 植村益次・山田直樹; 炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数, 材料 24, 257 (1975/2) 156.
- [7] 山脇弘一・植村益次; ヘリカル巻きFW円筒の破壊強度(Ⅲ)内圧強度, 材料 21, 223 (1972/4), 337.
- [8] 福永久雄・植村益次; FW圧力容器の最適形状について, 第7回FRPシンポジウム (1978/3). 第20回構造強度の講演会 (1978/7).

- [9] J. コワリック, M・R・オスボーン ; 非線形最適化問題 (山本・小山訳), 培風館.
- [10] 飯田一・植村益次 ; フィラメント・ワインディング圧力容器の力学的特性, 材料 24, 266
(1975 / 11) 1044.
- [11] 飯田一・植村益次 ; FW圧力容器の力学的特性 (Ⅱ) 非線形挙動の解析) 日本複合材料学会誌
4, 4 (1978) 163.