

曲げモーメントを受ける補強円筒殻 の最小重量設計

平野陽一・小野田淳次郎
橋元保雄・相原賢二

Minimum Weight Design of Stiffened Cylindrical Shells under Pure Bending

By
Yoichi HIRANO, Junjiro ONODA,
Yasuo HASHIMOTO and Kenji AIHARA

Abstract: A method of structural optimization is applied in designing circular cylindrical shells under bending. The cylindrical shells are stiffened both longitudinally and circumferentially. A one-third scale model of the designed cylindrical shell has been made and tested to check the validity of the design.

概 要

曲げモーメント75 ton-m を受けるフレーム(円きょう)と縦通材で補強された直径2,440 mmの円筒殻の最小重量設計を行い、設計の妥当性を縮尺比1/3のモデルによる実験により確認した。

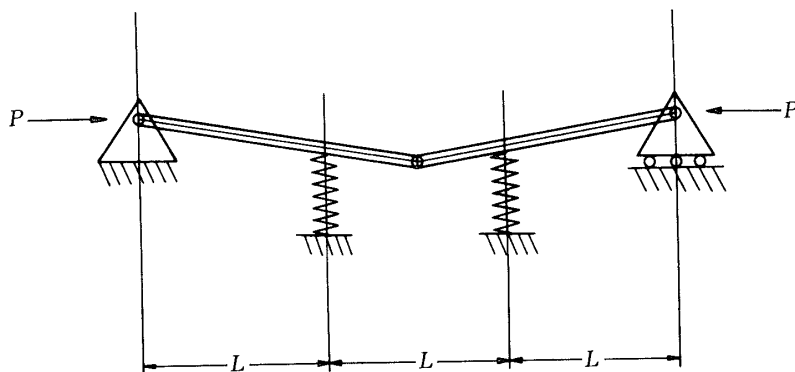
1. はし が き

液体燃料を使用するロケットの胴体(タンク)構造方式として補強円筒殻を採用した場合、円筒殻の板厚、縦通材とフレームの寸法や間隔等を与えられた曲げモーメントに対してどのように決定するかは軽量化という観点から非常に重要である。この決定法の一つとして非線形計画法による最適化手法が考えられるが、数種類の座屈現象が複雑にからむ事と設計変数の多い事もあって本問題にこれを適用する事は困難と思われる。そこで、筆者らは補強円筒殻の曲げ座屈に関する膨大な実験データを使用してフレームの寸法と間隔を決定する Micks の手法[1], [2]とアルミ合金 24S-T補強平板の座屈に関する膨大な実験データ[3]をもとに補強円筒殻の設計を行った。さらに、設計の妥当性の確認のために縮尺比1/3のモデルを使って曲げ試験を行った。以下で、まず設計手法の概要を紹介し、ついで確認実験について報告する。

2. 補強円筒殻の最小重量設計手法

2.1 曲げを受ける補強円筒殻のフレームの必要曲げ剛性

縦通材とフレームで補強された円筒殻が曲げモーメントを受ける時、補強円筒殻はフレームの変形を伴って全体として座屈する場合とフレームは変形しないでフレーム間の縦通材で補強されたパネルだけが座屈する場合がある。設計にあたっては、全体座屈を避けて補強パネルの強度一杯まで使う方針がとられる。その際、フレームの剛性や間隔をどうするかが問題である。さて、全体座屈の一形式としては第1図上のような変形が考えられ、



第1図 曲げを受ける補強円筒殻の全体座屈

これをモデル化したのが第1図下である。このモデル化した系が軸圧縮荷重 P で座屈しないための必要ばね定数 α は

$$\alpha = \frac{P k_1}{L} \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 L はフレームの間隔、 k_1 はモデルにより決まる係数である。第1図に示すモデルの場合 $k_1 = 1.5$ である。なお、変形するフレームの数が2でない時も(1)式は成立する。

さて、曲げモーメント M を受ける円筒殻の単位長当りの最大圧縮力 q_{max} は次式で与えられる。

$$q_{max} = \frac{4M}{\pi D^2} \quad (2)$$

上式で D は円筒殻の直径である。次に全体座屈に関与していると思われるある巾当りの力 P_{eq} は係数 k_2 を導入して上式より次のように書ける。

$$P_{eq} = \frac{k_2 M}{D} \quad (3)$$

一方、直径方向に相対する2点で反対方向に作用する力に対するフレームのばね係数は次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{k_3 E_F I_F}{D^3} \quad (4)$$

次に、(3)式と(4)式を(1)式に代入するとフレームの必要曲げ剛性 $E_F I_F$ が求まる。

$$E_F I_F = \frac{C_f M D^2}{L} \quad (5)$$

ここで、 C_f は曲げ剛性が同じならフレームの断面形状によらずほぼ一定と考えられる係数である。補強円筒殻の曲げ座屈実験データを C_f について整理した結果[2]から、 C_f が $1/16,000$ 以上なら全体座屈が起こらないことがわかる。

2.2 L/D の最適値の決定と縦通材の寸法と間隔の決定

縦通材とフレームで補強された円筒殻の単位長当りの重量を W_T' とすると、 W_T' は単位長当りのパネル(外皮+縦通材)重量 W_P' と単位長当りに換算したフレーム重量 W_F' の和で与えられる。

$$W_T' = W_P' + W_F' \quad (6)$$

ここで、 W_P' は次式で与えられる。

$$W_P' = \pi D \bar{t} w_p \quad (7)$$

上式で、 \bar{t} は縦通材を周方向にならした後の等価板厚、 w_p は外皮と縦通材が同材料の場合のパネルの比重量である。また、 W_F' は次式で与えられる。

$$W_F' = \frac{\pi D A_F w_F}{L} \quad (8)$$

ここに、 A_F と w_F はそれぞれフレームの断面積と比重量である。フレームの断面2次モーメント I_F は断面積 A_F により次式のように表わされる。

$$I_F = k_4 A_F^2 \quad (9)$$

上式で、 k_4 は断面形状により決まる係数である。次に、(5)式と(9)式より I_F を消去した後得られる A_F の表示式を(8)式に代入すると次式を得る。

$$W_F' = \frac{\pi D^2 M^{0.5} w_F}{L^{1.5}} \left(\frac{C_f}{k_4 E_F} \right)^{0.5} \quad (10)$$

結局, W_T' は(7)式と(10)式より次のように書ける.

$$W_T' = \pi D E w_p + \frac{\pi D^2 M^{0.5} w_p}{L^{1.5}} \left(\frac{C_f}{k_4 E_F} \right)^{0.5} \quad (11)$$

いま $w_p = w_F$ とすると必要断面積 A は次のように表わされる.

$$A = \pi D \bar{t} + \frac{\pi C_2 D^2 M^{0.5}}{L^{1.5}} \quad (12)$$

ここに, $C_2 = \{ C_f / (k_4 E_F) \}^{0.5}$ である. いま f_c をフレーム間の縦通材で補強されたパネルの許容圧縮応力とすると, 必要平均板厚 \bar{t} は次式のように書ける.

$$\bar{t} = \frac{q_{max}}{f_c} = \frac{4M}{\pi D^2 f_c} \quad (13)$$

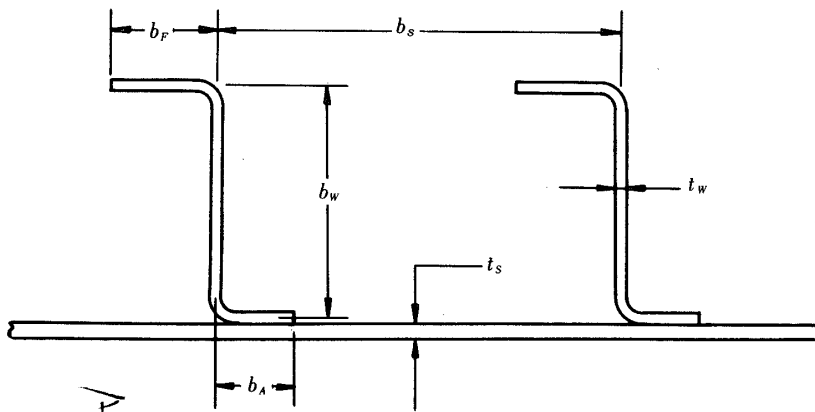
上式を(12)式に代入すると次式を得る.

$$\frac{A}{M^{2/3}} = \frac{4(M/D^3)^{1/3}}{f_c} + \frac{\pi C_2}{(M/D^3)^{1/6} (L/D)^{3/2}} \quad (14)$$

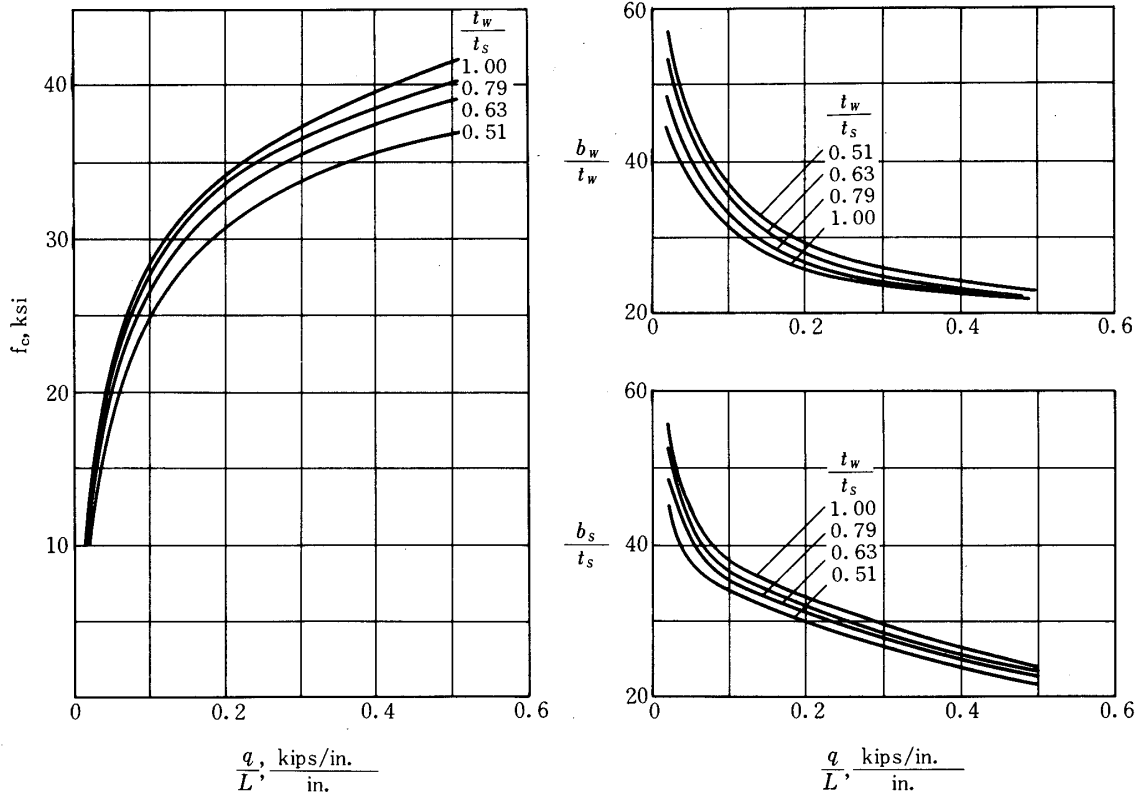
許容圧縮応力 f_c は広巾の柱 (wide column) の圧縮座屈実験データより求めることにする. この実験は種々の断面形状の縦通材を持つ平板について行われており, 第2図に示す断面のアルミ合金24S-T 縦通材を持つアルミ合金24S-T板の場合についてのデータ[3]を第3図に示す. 本報告では円筒殻を考えているので, 平らなパネルの座屈実験データを利用することは安全側と考えられる. 第3図の横軸 q/L は(2)式を使って次のように書ける.

$$\frac{q}{L} = \frac{4M}{\pi D^2 L} = \frac{4(M/D^3)}{\pi (L/D)} \quad (15)$$

本節の主題は L/D の最適値の決定であるが, これは(14)式を最小にする L/D の値を求めることと同等である. まず L/D と M/D^3 の値を仮定すると(15)式より q/L が求まり第3図より f_c が求まる. これらの値と $C_f = 1/16,000$ を(14)式に代入し, 第4図に示すフレームの断面



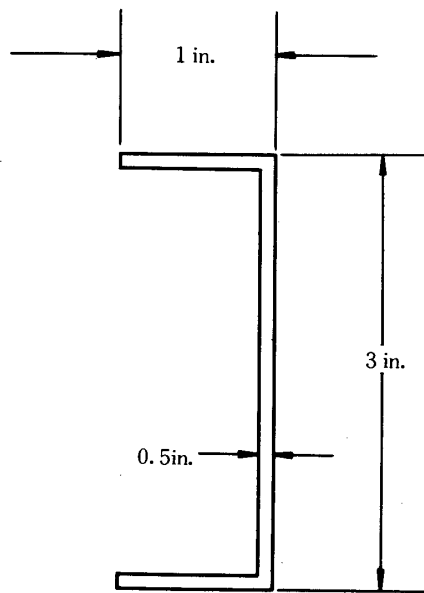
第2図 縦通材寸法



第3図 Z型縦通材で補強された平板の設計チャート[3]

形状 ($k_4 = 5.24$) の場合について $A/M^{2/3}$ の値を計算する。 L/D と M/D^3 の種々の値について同様の計算を行って $A/M^{2/3}$ の値の比較を行うと、 $(M/D^3) = 1 \sim 5 \text{ (psi)}^{1/3}$ の範囲では $L/D = 0.1$ が最適と結論される [1]。

フレーム間の縦通材寸法と間隔は第3図右上及び右下の図より最適値を決定出来る。



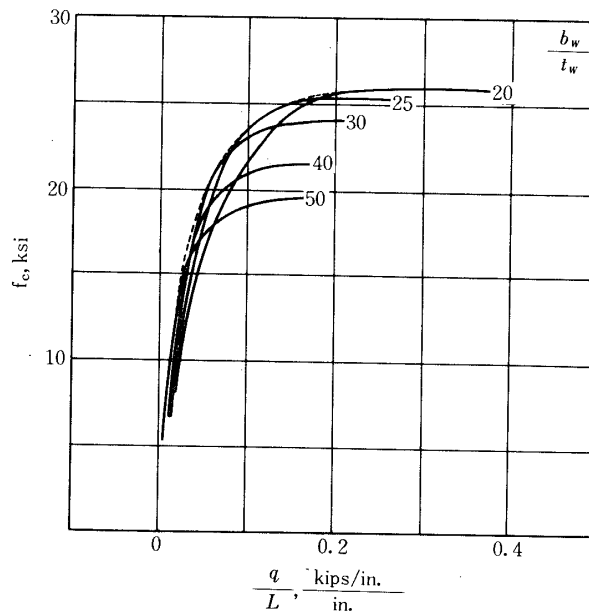
第4図 フレームの断面形状

3. 設計手法の適用

円筒殻の直径 $D = 2,440$ mm で、負荷される曲げモーメント $M = 75$ ton-m とする。この与えられた条件に対して前章の手順により最小重量設計を行う。まず、 $(M/D^3)^{1/3} = 1.94$ (psi)^{1/3} であるから、 $L/D = 0.1$ が最適であることがわかる。即ち、フレームの間隔 L は 244 mm である。この場合 $q/L = 93.5$ psi となる。いま $b_F/b_W = 0.4$, $b_F = b_A$, $t_W/t_S = 1$ とすると第3図右より $b_W/t_W = 37$, $b_S/t_S = 38$ を、第3図左より $f_c = 28$ ksi を得る。さらに(14)式右辺第1項よりパネル断面積 9.52 in² および第2項より単位長当りに換算したフレーム断面積 2.68 in² を得る。これより平均板厚 $\bar{t} = 0.811$ mm, フレーム断面積 55.1 mm² を得る。本例の場合 $b_A = b_F$ として

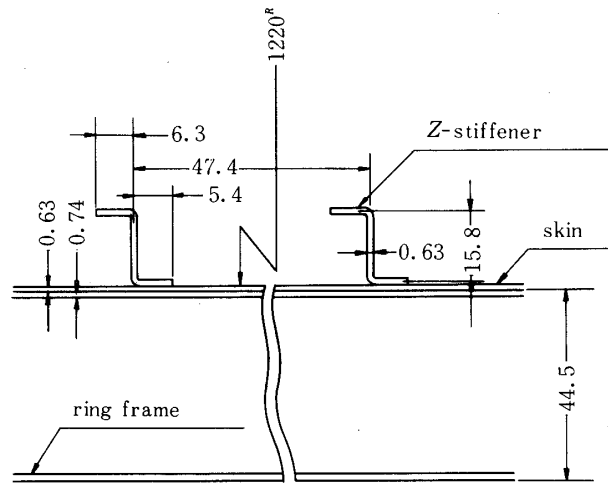
$$\bar{t} = t_S + (2b_S + b_W)t_W/b_S = 2.75t_S \quad (16)$$

であるから、外皮の厚さ $t_S = 0.291$ mm, 縦通材 $b_S = 11.1$ mm を得る。この補強円筒殻の1m当りの重量は 21.3 kg である。この場合、縦通材の本数は 693 本となり非現実的であるので、参考文献[3] で得られる最大の縦通材間隔 $b_S/t_S = 75$ について再設計してみる。この設計は当然のことながら非最適設計ということになる。第5図に $b_S/t_S = 75$ の場合のデータを文献[3]より引用して示す。本例では $q/L = 93.5$ psi であるから、第5図より

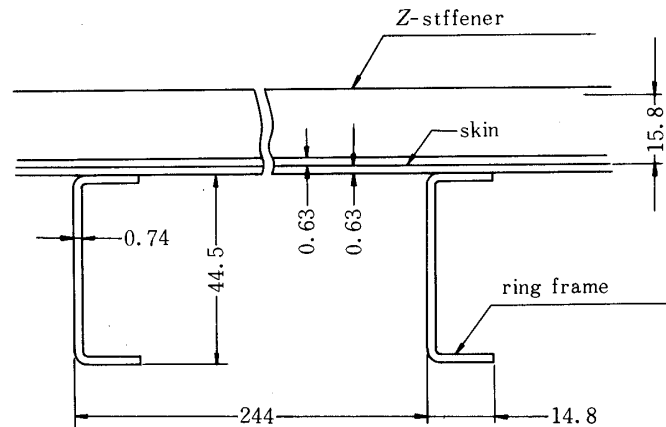


第5図 $b_S/t_S = 75$ の場合の設計チャート[3]

$b_W/t_W = 25$ の場合に最大の許容応力 $f_c = 23.5$ ksi を与えることがわかる。さらに、(14)式右辺第1項よりパネル断面積 7.45×10^3 mm² を得る。すると、平均板厚 $\bar{t} = 0.971$ mm となり、(16)式より $t_S = 0.632$ mm, $b_S = 47.4$ mm を得る。この場合の縦通材本数は 162 本となり、これは製作可能と考えられる本数である。この補強円筒殻1m当りの重量は $b_A = b_F$ として 24.8 kg となる。上述のようにして決定した縦通材寸法と外皮の寸法を第6図に示す。またフレームの断面形状を第7図に示す。



第6図 縦通材162本の場合の設計寸法



第7図 フレームの設計寸法

4. 実験による確認

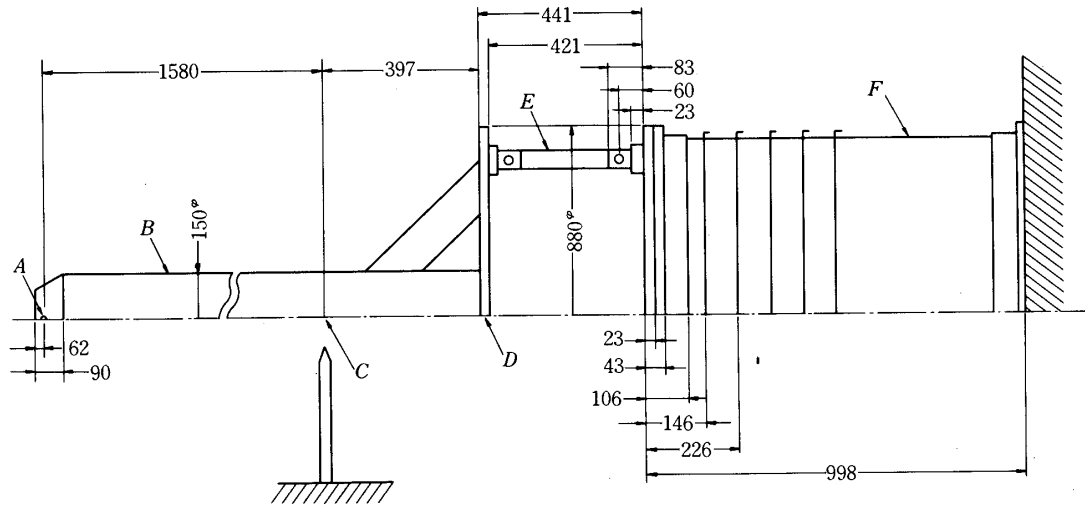
4.1 縮尺比1/3モデルの製作

上述のようにして補強円筒殻を設計したが、これの1/3モデルを製作し設計の妥当性を実験により確認する。製作にあたっては入手出来るアルミ合金板(2024 S-T3)とリベットの寸法や製作法に制限があるため設計通りの寸法は実現出来ず、外板と縦通材の板厚0.211 mmが0.2 mmとなり、フレームの板厚0.247 mmは0.5 mmとなった。ただし、フレームの断面寸法は原設計と断面2次モーメントが同一となるように決定した。実験に使用した補強円筒殻の形状寸法を第8図に、写真を第9図に示す。この試験体に使用した縦通材は160本で、リベットの直径は1 mm、ピッチは5 mmである。円筒殻の両端部には軟鋼製補強リングを取付け、これを介して曲げモーメントを導入した。

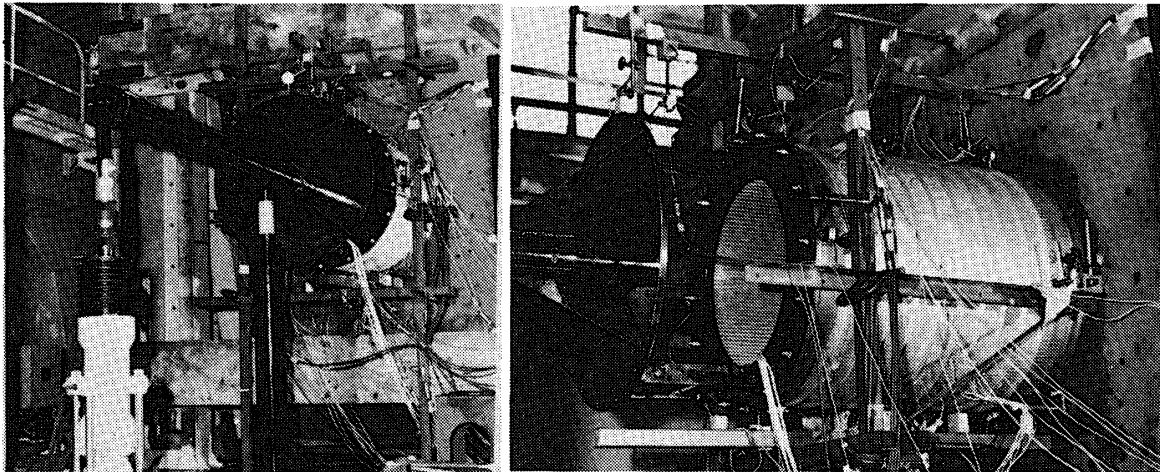
4.2 曲げモーメントの負荷

曲げモーメントは文献[4], [5], [6]を参考にして製作した第10図に示す装置を用いて、

剛壁に取付けた円筒殻に負荷した。油圧ジャッキで負荷アームBの端部Aを下方方向へ押し下げると、剪断力は中間支持点Cで吸収され、曲げモーメントのみがEのリンクを介して円筒殻Fに伝達される。厳密には支持点はD点にあるべきであるが、製作上の都合でC点となった。負荷装置の写真を第11図に示す。



第10図 曲げモーメント負荷機構概略図



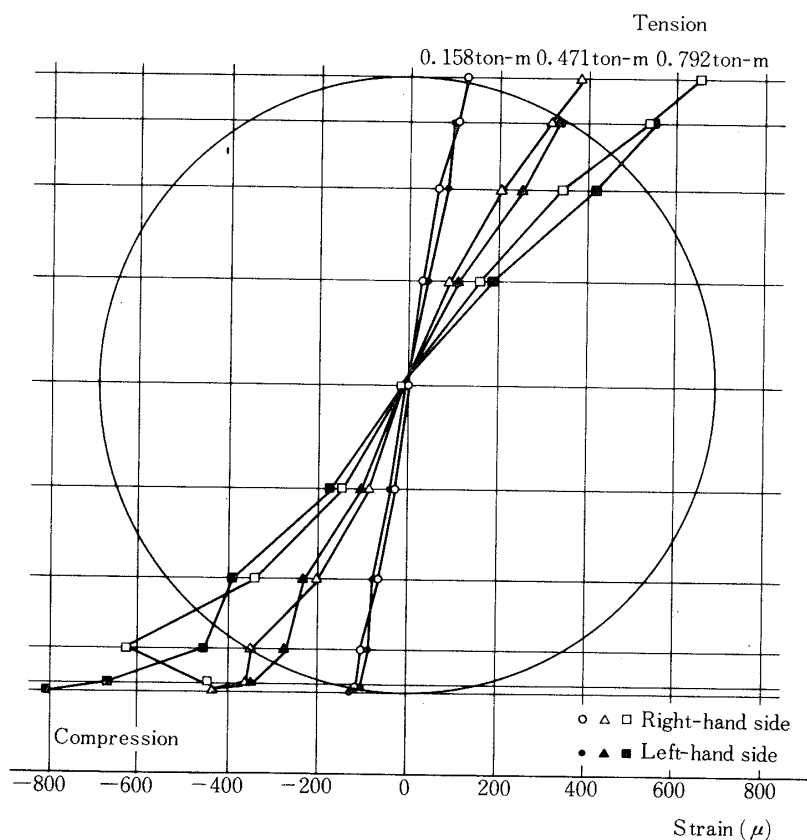
第11図 曲げモーメント負荷機構

4.3 測定項目と測定点

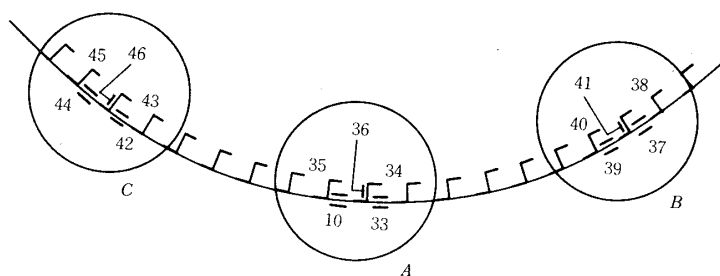
油圧ジャッキとA点の間にロードセルを置き、これより荷重を読み取り、荷重にモーメントアーム1.58mを乗じて負荷モーメントとした。ひずみゲージは60個、ダイヤルゲージは20個使用した。ひずみゲージで円筒殻の中央部にて外皮の曲げひずみの分布測定、中央部の圧縮側にて外板と縦通材のひずみ測定と中央のフレームの周方向のひずみ測定を行った。ダイヤルゲージでは主として負荷機構が正常に作動しているかどうかを調べた。

4.4 実験結果

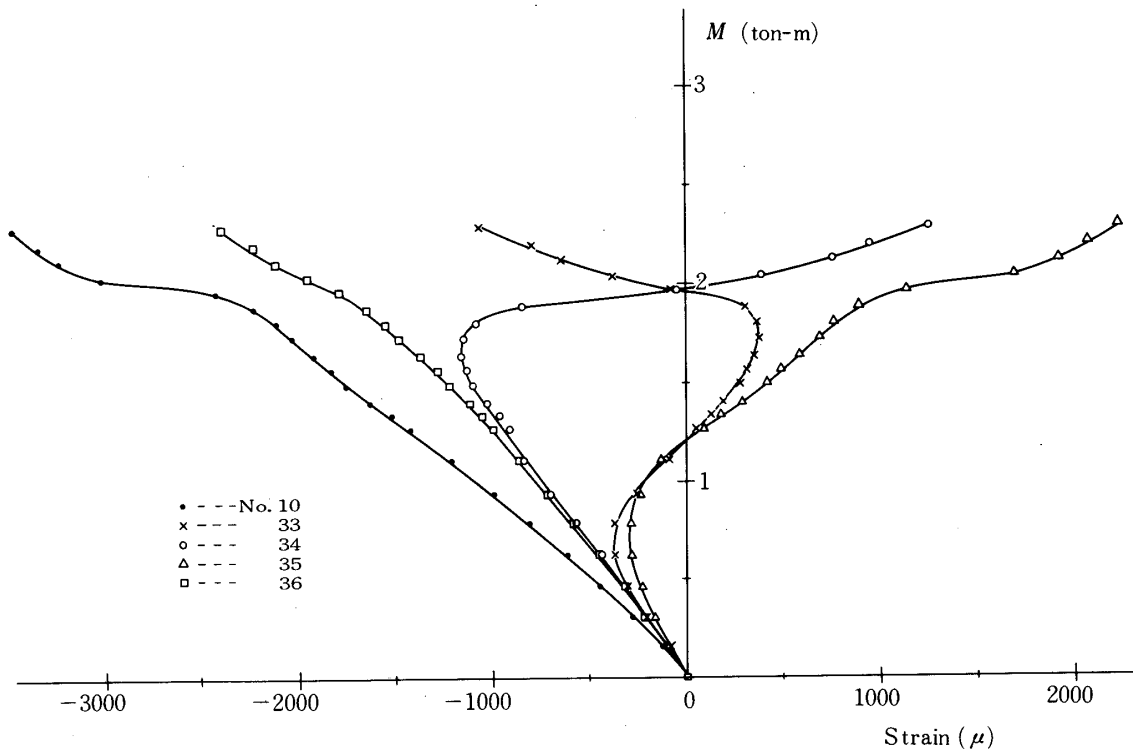
原寸の補強円筒殻の設計荷重は75 ton-mである。実験は縮尺比1/3のモデルを使ったので破壊荷重は曲げによる座屈破壊の相似則より75 ton-mを 3^3 で割った2.78 ton-mである。予荷重として曲げモーメント1.26 ton-mを負荷した後、除荷して異常がないことを確認



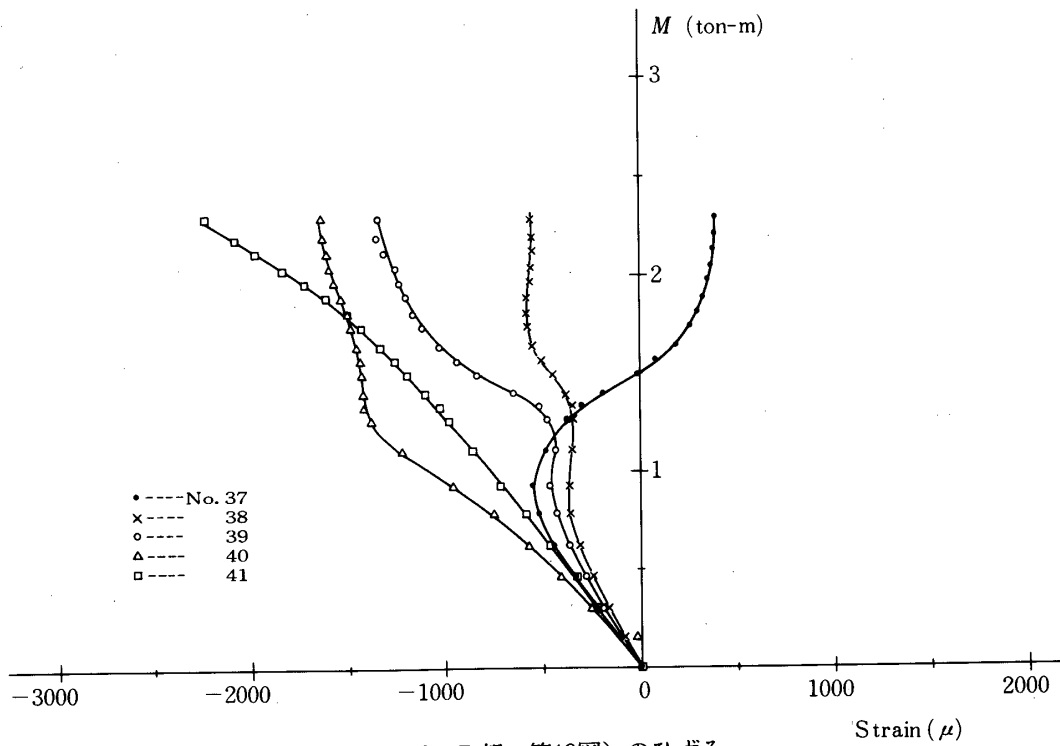
第12図 円筒殻中央部外皮の曲げひずみ分布



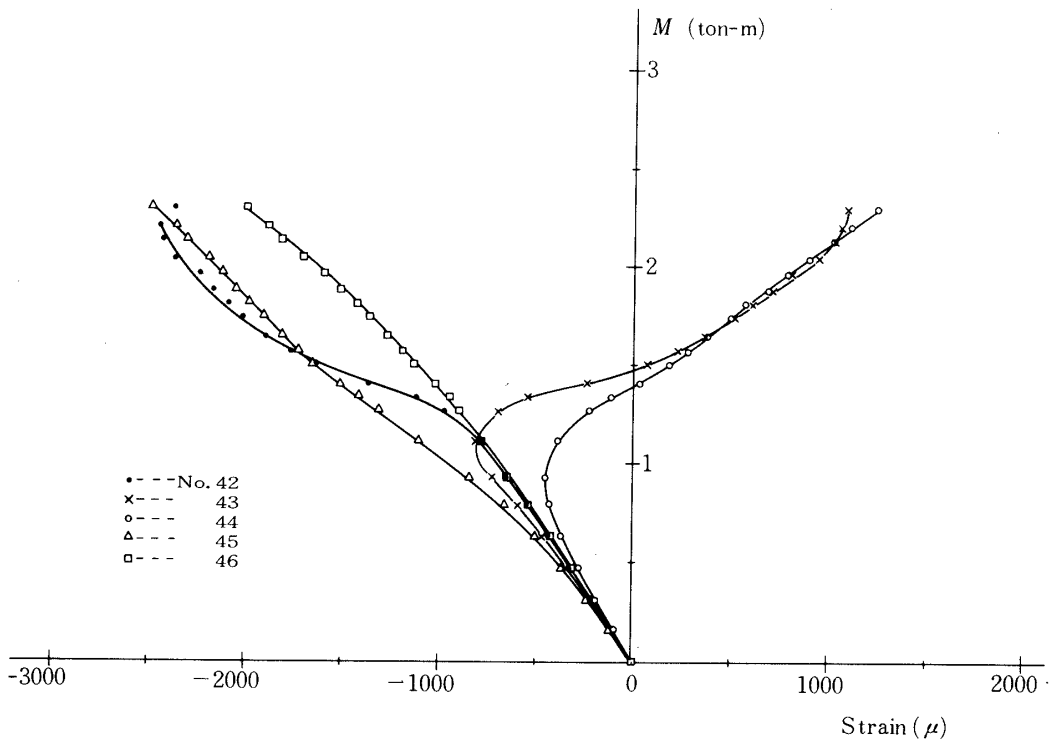
第13図 中央部圧縮側のひずみゲージ貼付位置



第14図 A部 (第13図) のひずみ



第15図 B部 (第13図) のひずみ



第16図 C部(第13図)のひずみ

した。ついで本実験を行った。本実験は 1.27 ton-m までは約 0.158 ton-m づつ荷重をかけ、以後は約 0.079 ton-m づつ荷重を上昇させた。破壊荷重は 2.37 ton-m であった。これは設計荷重の 85.3% である。

設計荷重 2.78 ton-m

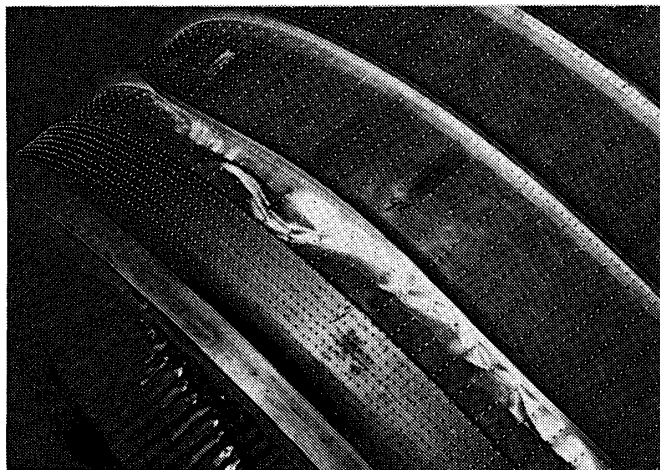
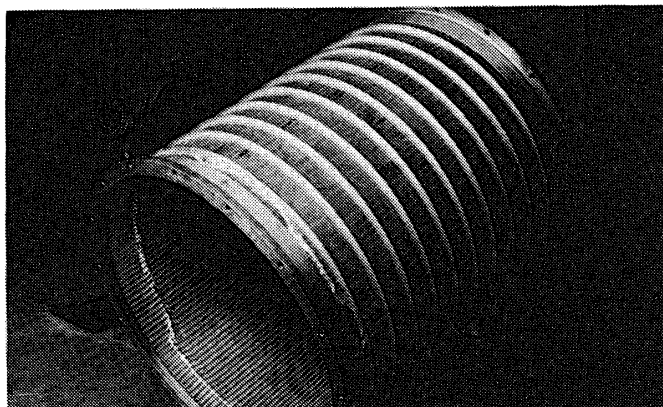
破壊荷重 2.37 ton-m

第12図に円筒殻中央部外皮の曲げひずみ分布を示す。圧縮側の外皮は早期に座屈しているため若干のみだれがあるが、円筒殻に曲げモーメントがうまく導入されていることがわかる。第13図に中央部圧縮側外皮の表裏と縦通材に貼付したひずみゲージ位置を示す。第14, 15, 16図にこれらのひずみを示す。これらの図より明らかなように外皮は早期に座屈するが、縦通材は破壊荷重まで座屈していない。従って、円筒殻の圧縮側では外皮座屈後は縦通材と有効巾分の外皮で荷重を支えていることになる。なお、外皮の座屈は目視でも観察された。

破壊は 2.37 ton-m まで荷重を上昇させた直後にバーンという音響と共に起った。破壊箇所は剛壁取付端部に隣接したセクションに起り、外皮と縦通材とフレームの変形を伴っている。破壊様式は第17図の写真に示す通りである。

5. むすび

縦通材とフレームで補強された円筒殻が曲げモーメントを受ける場合について最小重量設計を行った。設計は過去に行われた膨大な実験データを使って行われた。最小重量設計された補強円筒殻は縦通材間隔が非常に狭いため製作困難と考えられたので、この間隔を外皮



第17図 曲げモーメントによる破壊様式

の板厚の75倍として非最適設計を行った。つぎに、設計の妥当性を調べるために縮尺比 1/3 のモデルをアルミ合金 2024 S-T3 で作り、これを実験に供した。縮尺比 1/3 のモデルの設計荷重は 2.78 ton-m であり、実験による破壊荷重は 2.37 ton-m である。実験値は設計値の 85.3 % である。この差の原因は色々考えられるが、主なものとして(1)円筒殻端部の補強方法不良、(2)剪断力が円筒殻に負荷された可能性が挙げられる。しかし、数種の座屈現象が複雑に入り組んだ本問題では、実験値は設計値に十分近いと言えると筆者らは考えている。なお、本報告では都合でメートル法単位と英国制単位とを混用した。

実験を行うにあたり、森大吉郎教授と砂川恵教授のご指導をいただきました。ここに厚く謝意を表します。

1979年8月29日 航空力学部
新設部(工学)

参考文献

- [1] Micks, W.R.: Minimum Weight of Stiffened Cylindrical Shells in Pure Bending, J. Aero. Soc., Vol. 17, No. 4, (1950), pp. 211–216.
- [2] Shanley, F.R.: Weight-Strength Analysis of Aircraft Structures, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, (1952).
- [3] Schuette, E.H.: Charts for the Minimum-Weight Design of 24S-T Aluminum-Alloy Flat Compression Panels with Longitudinal Z-Section Stiffeners, NACA Report No. 827, (1945).
- [4] Hoff, N.J.: Instability of Monocoque Structures in Pure Bending, J. Roy. Aero. Soc., Vol. 42, (1938), pp. 291–346.
- [5] Peterson, J.P. and Anderson, J.K.: Bending tests of Large-Diameter Ring-Stiffened Corrugated Cylinders, NASA TN D-3336, (1966).
- [6] Anderson, J.K.: Bending Tests of Two Large-Diameter Corrugated Cylinders with Eccentric Ring Stiffeners, NASA TN D-3702, (1966).