

# 非定常翼のクッタの条件について

大島 裕子\*・夏目 明子

On the Kutta Condition about an Unsteady Airfoil

By

Yuko OSHIMA and Akiko NATSUME

**Abstract:** Flow visualization study on the flow field around the trailing edge of an NACA 0012 airfoil under heaving and/or pitching motion was carried out using a water towing tank. Special emphasis is placed on the discussion of the applicability of the Kutta condition to the unsteady airfoils. Based on the generalized Bernoulli equation and the Kelvin theorem on the conservation of the vorticity, the detailed mechanisms of the vorticity shedding from the unsteady airfoil and its eventual roll up into a vortex street were fluid-dynamically clarified. Thus the aerodynamic characteristics such as the stall delay or the dynamic stall phenomena have been discussed, a generalization of the Kutta condition to the unsteady airfoil has been done.

## 要 約

セービングやピッチング運動をしている2次元翼の後縁附近の流場を、主として流れの可視化法を用いて考察した。非圧縮・非粘性の流れの中に定常におかれた2次元翼について成立することが知られているクッタの条件を、循環保存に関するケルビンの定理と、非定常な理想流体のばあいに拡張されたベルヌーイの定理を用いて、非定常翼のばあいに適用し、観察された振動翼の後縁附近の流れについて物理的説明を与えた。こうして、非定常運動をしている2次元翼の空気力学的特性について定性的説明を与えた。

## I. は し が き

理想流体中におかれた定常翼の周りの流れは、“後縁における流速が無限大にならない”というクッタの条件を用いて、理想流体のポテンシャル方程式を解くことによって得られる。このようにして得られた解は、翼に固着した循環を有し、これにより揚力を求めることが出

---

\*お茶の水大学理学部

来, その値は実際に得られる揚力に近いので, この理論の有用性は確立されている. しかし, このように翼が静止状態から出発したとすると, “静止状態から出発した流れでは, 流場中に存在する全循環は0である.” というケルビンの循環定理を満足するためには, 流場中のどこかに, 翼に束縛されていない循環が存在しなければならない. つまり出発の際に, 翼から流れ出して, 流場中に残された循環がなければならない. いわゆる出発渦として実験的にも確認されている現象である. この論文では, このような, クッタの条件, ケルビンの循環保存の定理が, 振動翼のばあいには, どのように拡張されるかを考える.

この問題は, 飛行機の突風に対する応答, 生物, 特に昆虫のはばたき運動に関連して, 古くより注目されてきた [1, 2] ののであるが, 最近では, その後流中に生成された渦が, 非定常な揚力面の特性に大きな影響を及ぼすことがわかり, あらためて非定常な渦流の干渉問題として多くの研究がなされている. [3]—[6].

## II. 流場の可視化実験

第1図に定常なヒービングが運動している2次元NACA0012翼の後流を, 電解法によって可視化した写真を示してある. このような現象は, 二つのパラメータ, 無次元化振動数  $K$  と無次元化振巾  $A$  によって記述されるので, それぞれの実験条件におけるこれらの値を第1表に示してある. ここで  $K$ ,  $A$  は

$$K = \omega c / 2U$$

$$A = \omega a / U$$

である. ただし  $\omega$  はヒービング運動の角振動数,  $U$  は一様流の流速,  $c$  は翼弦長,  $a$  は後縁のヒービング運動の振幅である. 第2図には, 翼が静止状態から突然に一様流速で前進運動とヒービング運動を始めた際と同じく電解法による可視化写真を示してある.

第1表 実験条件

H, cm	U cm/s T sec	1.0			1.5			2.0			3.0		
		K	A	$\theta_{\max}$	K	A	$\theta_{\max}$	K	A	$\theta_{\max}$	K	A	$\theta_{\max}$
0.25	4.24	2.97	0.37	20.5	1.98	0.25	13.8	1.43	0.19	10.8	0.99	0.12	7.0
0.25	2.56	4.90	0.61	31.9	3.27	0.41	22.4	2.45	0.31	17.1	1.63	0.20	11.9
0.50	4.24	2.97	0.74	36.0	1.98	0.50	26.3	1.43	0.37	20.3	0.99	0.25	13.9
0.50	2.56	4.90	1.23	50.8	3.27	0.82	39.3	2.45	0.61	31.5	1.63	0.41	22.4
0.75	4.24	2.97	1.01	48.0	1.98	0.74	36.5	1.43	0.56	29.1	0.99	0.31	20.3
0.75	2.50	4.90	1.84	61.5	3.27	1.23	50.7	2.45	0.92	42.7	1.63	0.61	31.5

U ; 一様流の速度

$\theta_{\max}$  ; 最大見掛け迎角

H ; ヒービング運動の振巾

K ; 無次元化振動数

T ; 振動の周期

A ; 無次元化振巾

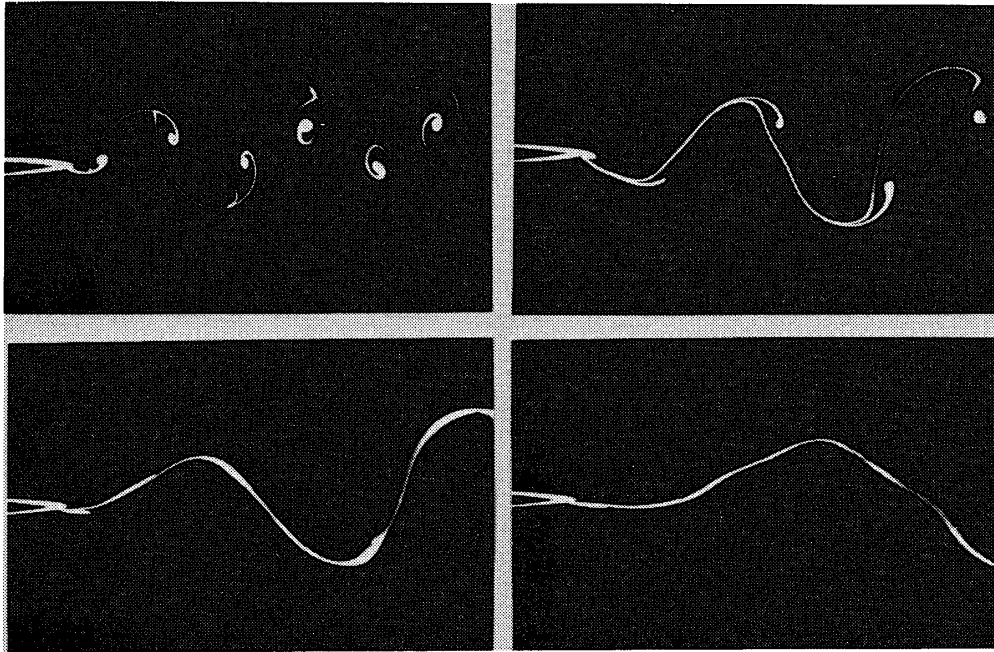


Fig. 1.1 Quasi-stationary states,  $H = 0.25$  cm,  $T = 4.23$  sec,  
 $U = 1.0, 1.5, 2.0$  and  $3.0$  cm/sec

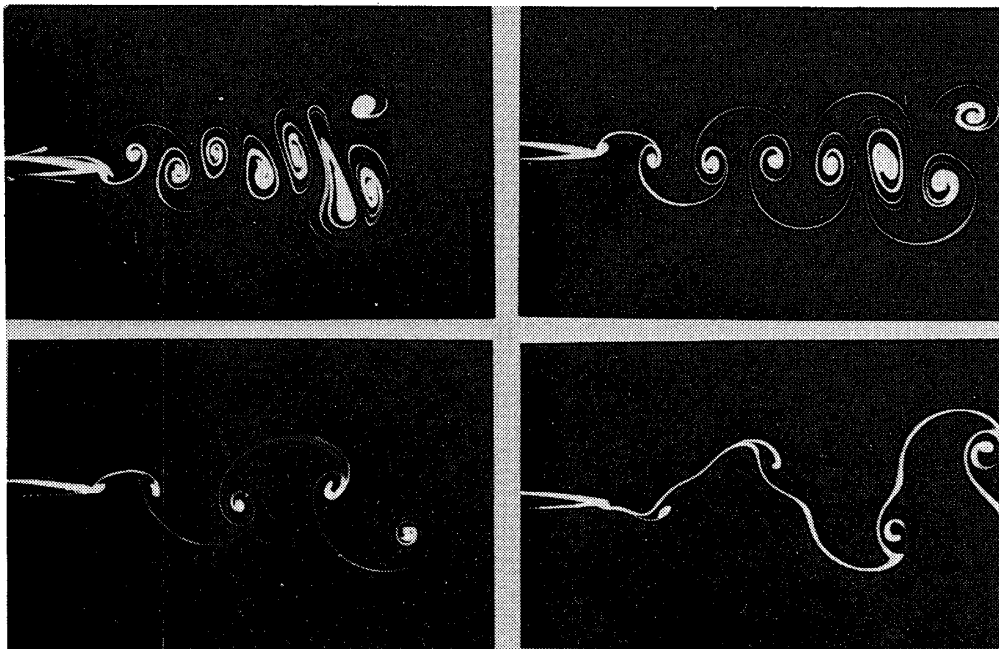


Fig. 1.2 Quasi-stationary states,  $H = 0.25$  cm,  $T = 2.56$  sec,  
 $U = 1.0, 1.5, 2.0$  and  $3.0$  cm/sec

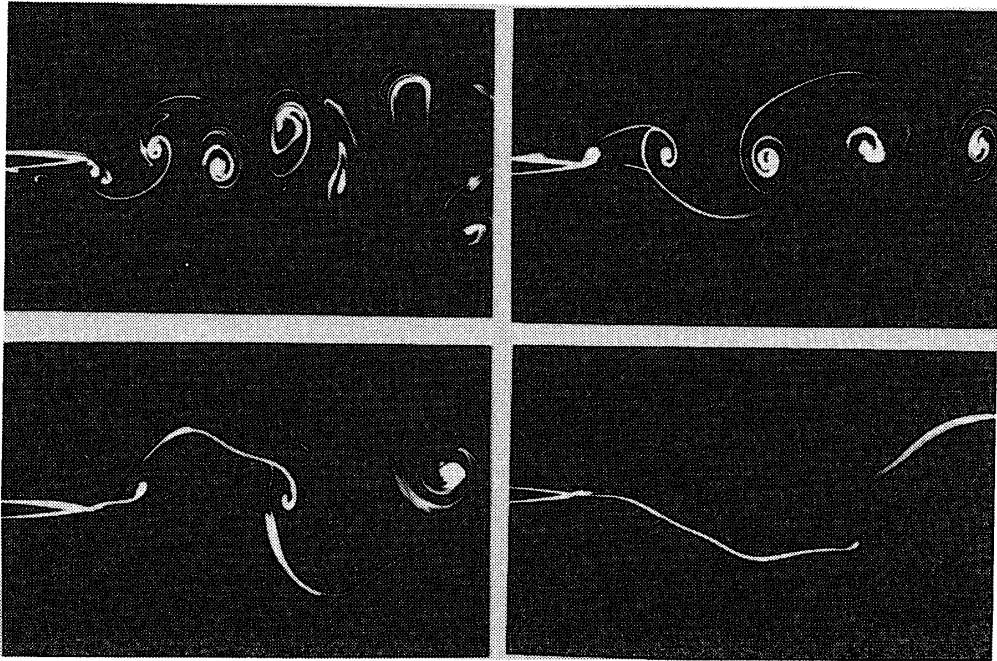


Fig. 1.3 Quasi-stationary states,  $H = 0.5$  cm,  $T = 4.24$  sec,  
 $U = 1.0, 1.5, 2.2$  and  $3.0$  cm/sec

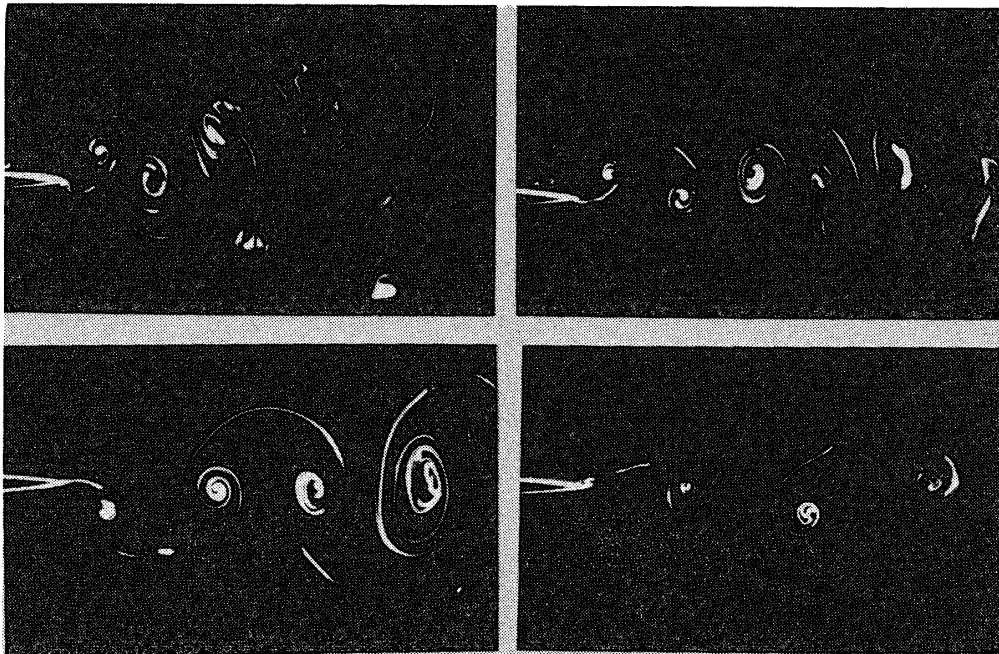


Fig. 1.4 Quasi-stationary states,  $H = 0.5$  cm,  $T = 2.56$  sec,  
 $U = 1.1, 1.5, 2.2$  and  $3.0$  cm/sec

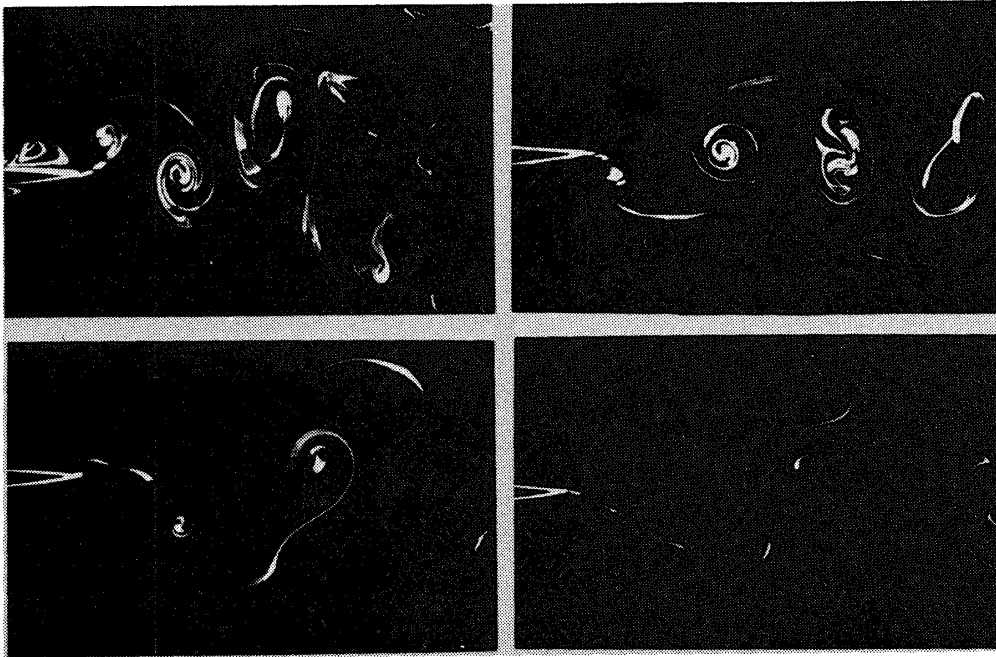


Fig. 1.5 Quasi-stationary states,  $H = 0.75$  cm,  $T = 4.245$  sec,  
 $U = 1.0, 1.5, 2.0$  and  $3.0$  cm/sec

### III. 線型振動翼理論

非粘性流で、流場中の渦度が有限の集中渦系のみで表わされるとすると、流れの場に対してポテンシャルを定義出来る。一般に2次元翼型は適当な変換によって複素面上の円に写像することができ、この際のポテンシャルを定めるラプラスの方程式は、時間微分の項を含まないから、各瞬間におけるポテンシャル場、すなわち流線模様は準定常となる。しかし、流場中の圧力や翼に作用する力を求めるにはポテンシャルの時間微分項を含むベルヌーイの式を使う必要があるので準定常ではなくなる。また、剥離した場合のように、翼面の境界条件が圧力に依存するときは解は準定常ではなくなる。

さて、このような流れ場を表わす解は、未定の定数を含むので、これを定めるために、翼後縁で流速が無限大にならない——という、いわゆるクッタの条件を課する。この条件がいささか恣意的なものであることは、前縁では速度が無限大になることを放置しており、また後縁でも速度の変化、従って圧力の変化の割合は無限大であることを不問にしていることなどからもわかるが、ここでは、このクッタの条件が翼回りの流れについて実際に近い解を与えて来たという経験的事実を重視しよう。

このようにして得られた翼周りの流場について、無限上流から出発し、翼の上面又は下面に沿って流下し、後縁で合体する流管について、拡張されたベルヌーイの式を適用すると、

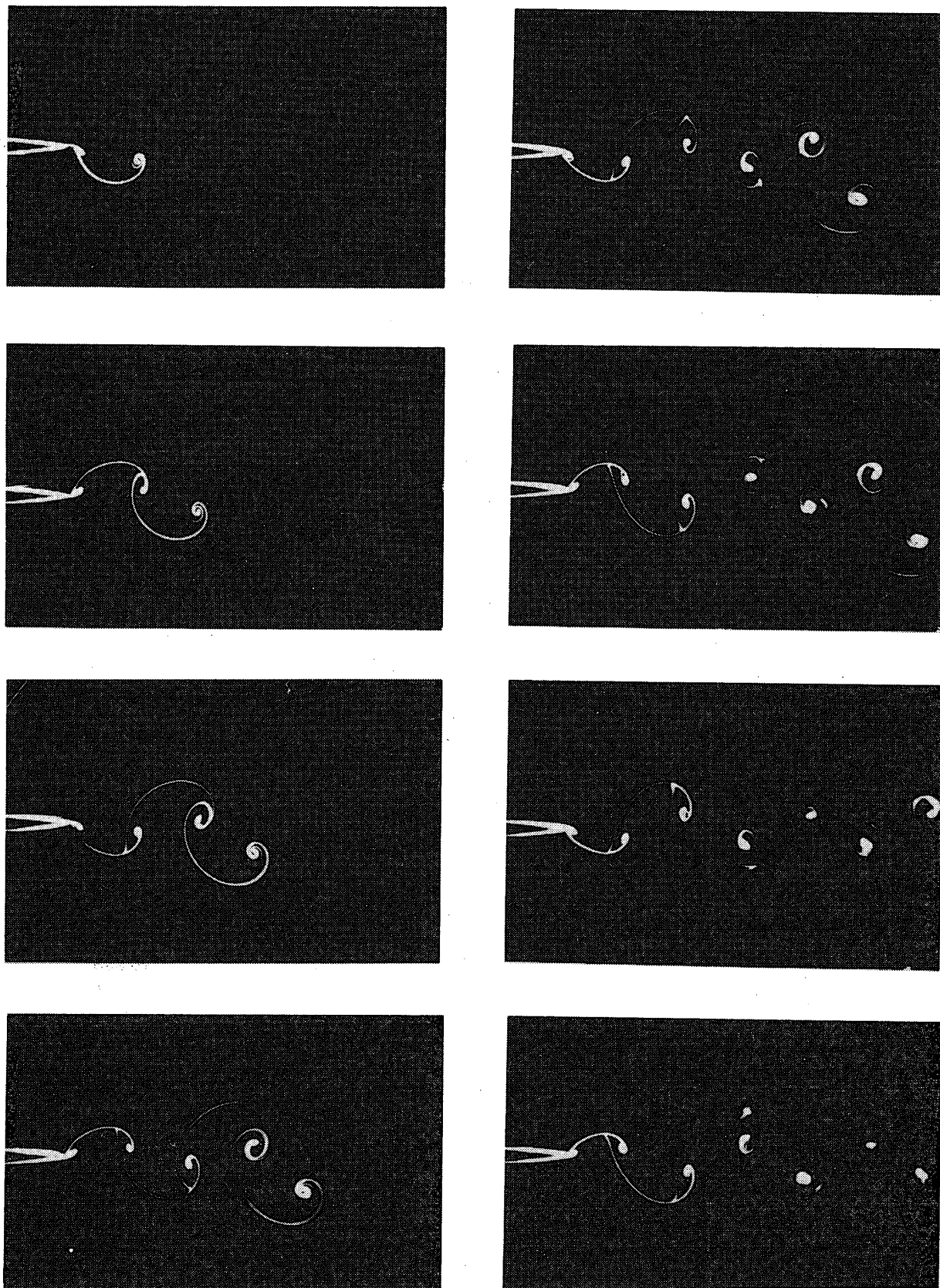


Fig. 2.1 Starting Process,  $H = 0.25$  cm,  $T = 4.24$  sec,  $U = 1.0$  cm/sec,  $t = T/2.12$

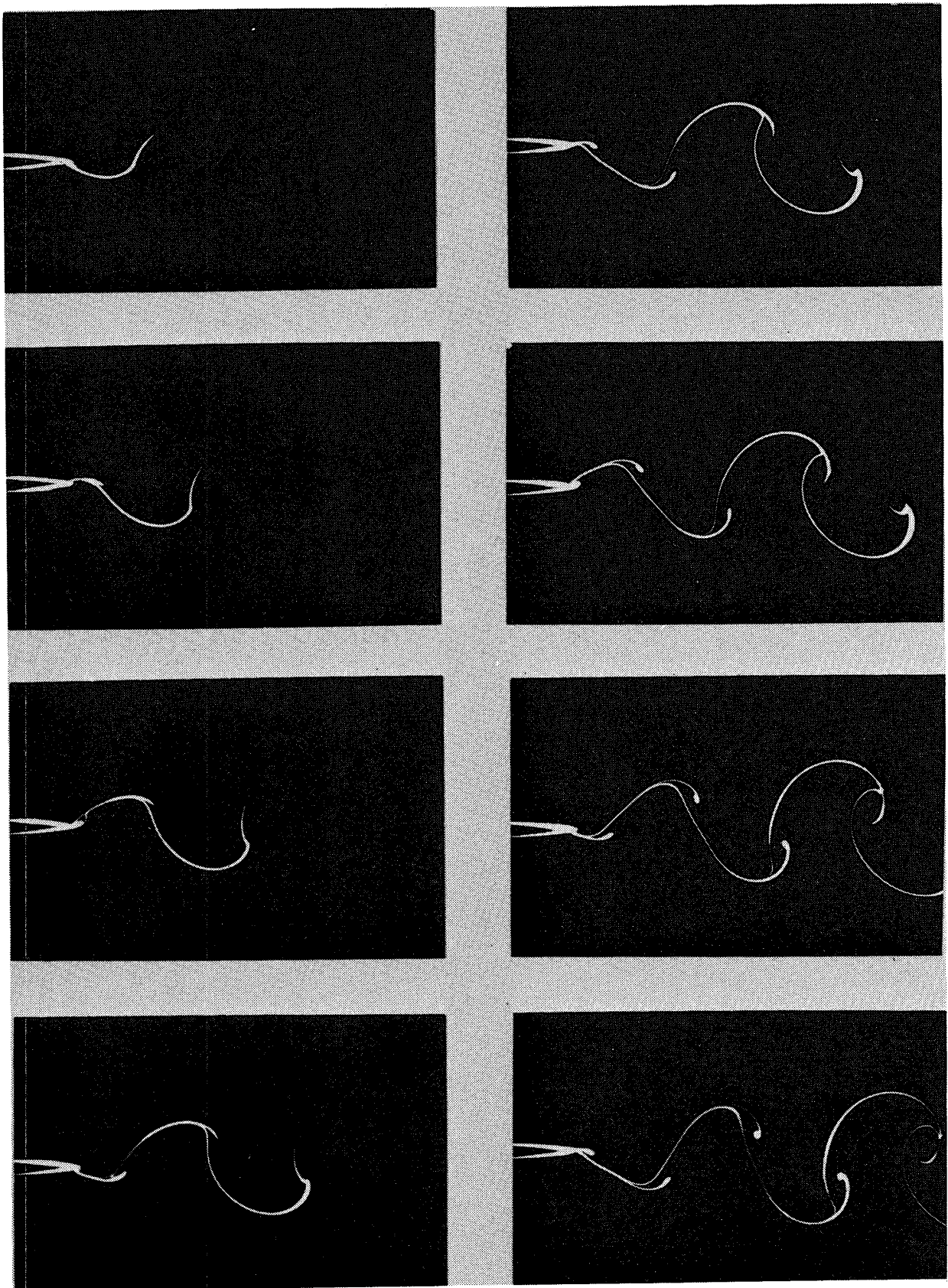


Fig. 2.2 Starting Process,  $H = 0.25$  cm,  $T = 4.24$  sec,  $U = 1.5$  sm/sec,  $t = T/3.18$



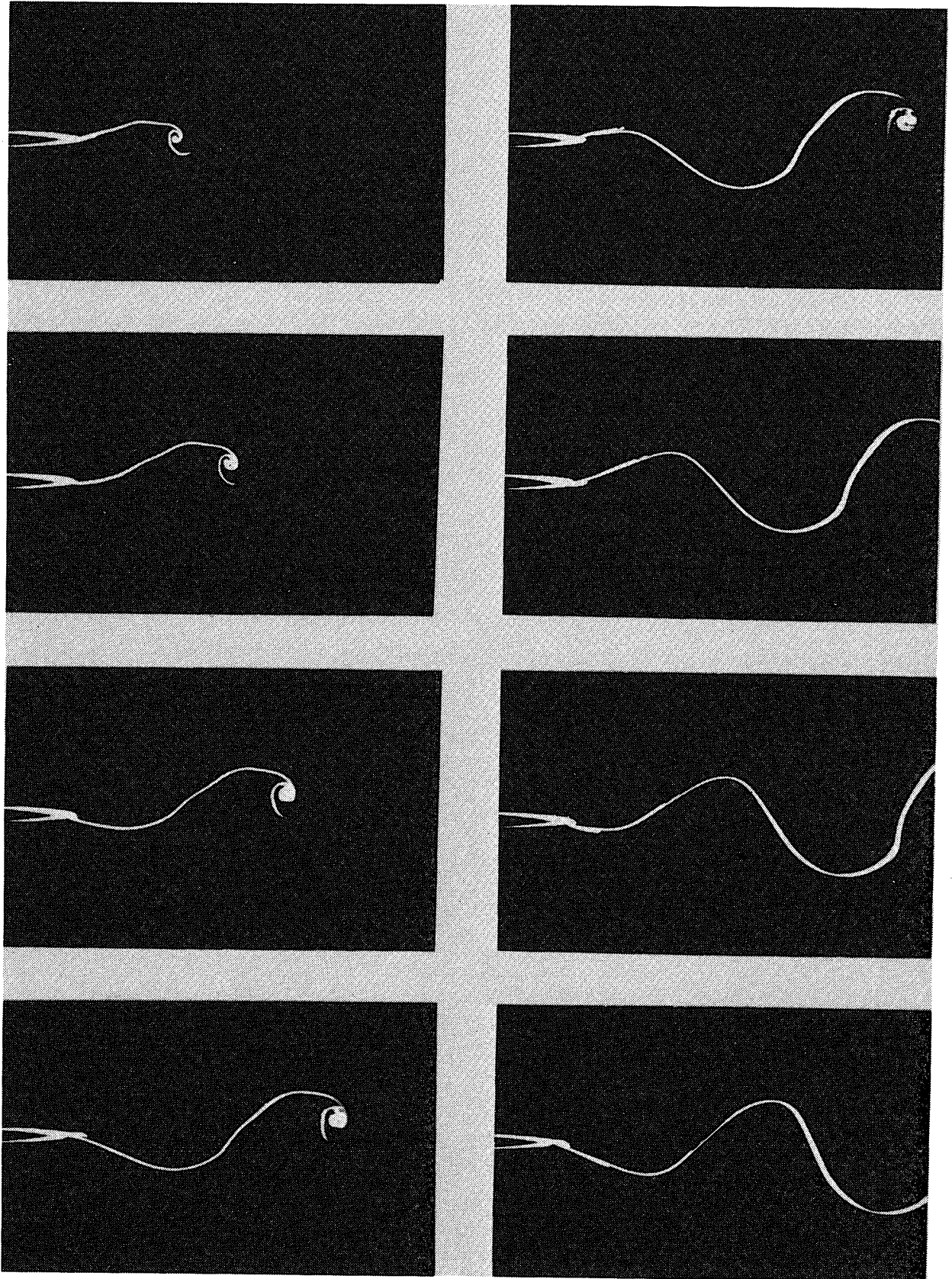


Fig. 2.3 Starting Process,  $H = 0.25$  cm,  $T = 4.24$  sec,  $U = 2.0$  cm/sec,  $t = T/4.24$



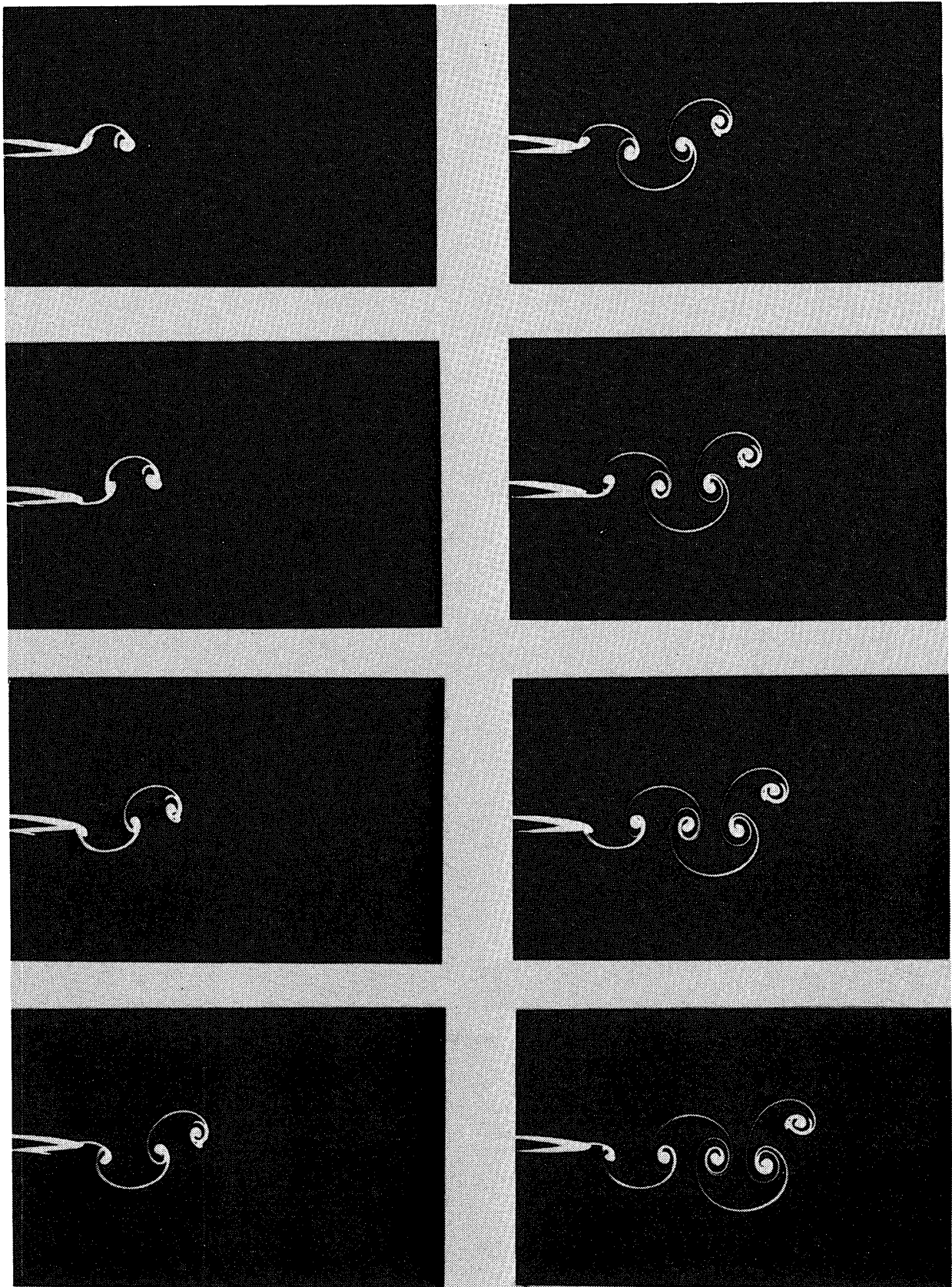


Fig. 2.4 Starting Process,  $H = 0.25$  cm,  $T = 2.56$  sec,  $U = 1.5$  cm/sec,  $t = T/4$

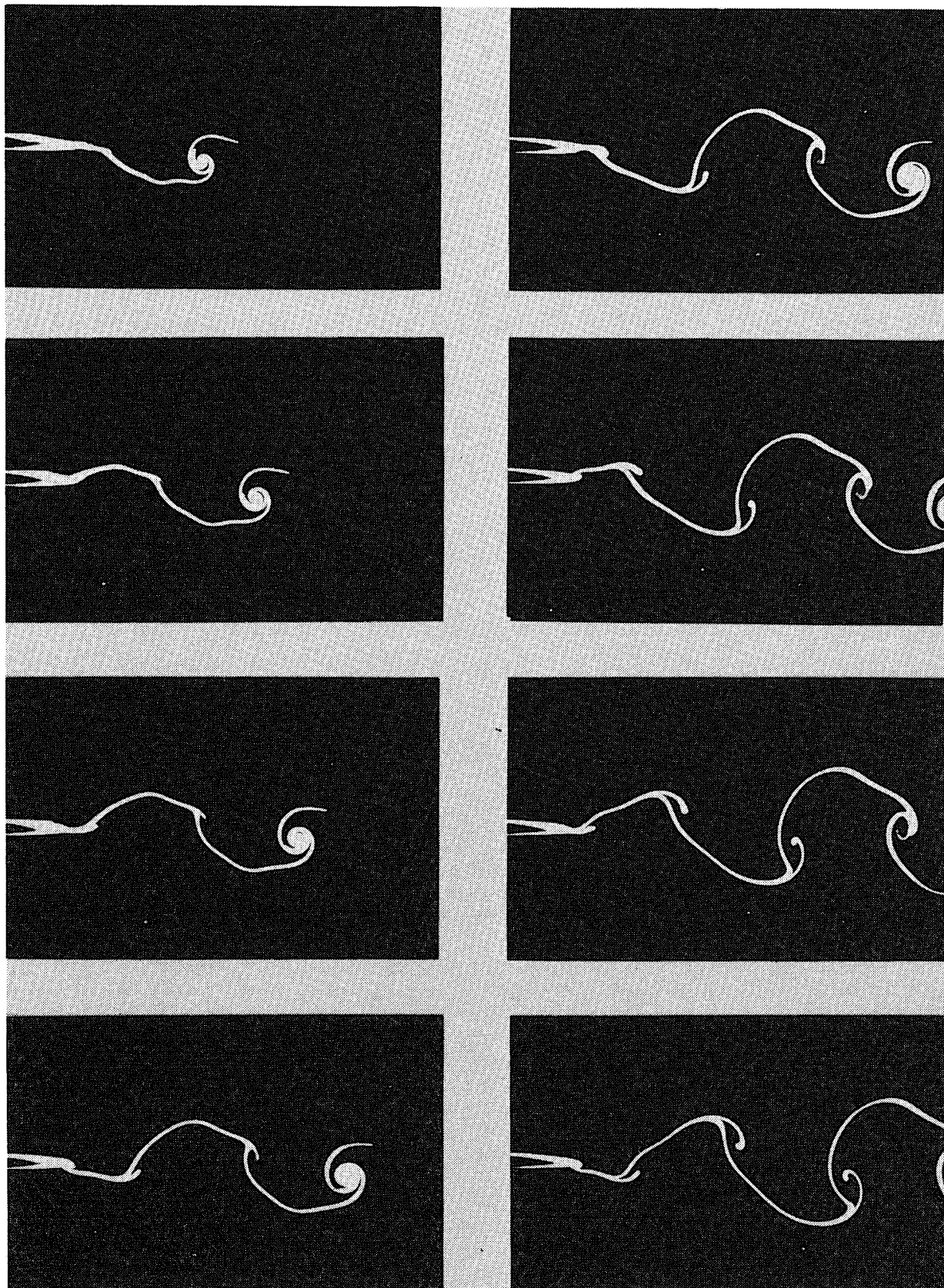


Fig. 2.5 Starting Process,  $H = 0.25$  cm,  $T = 2.56$  sec,  $U = 3.0$  cm/sec,  $t = T/4$



$$H = \frac{1}{2} V_+^2 + \frac{1}{\rho} P_+ - \frac{\partial \varphi_+}{\partial t}$$

$$H = \frac{1}{2} V_-^2 + \frac{1}{\rho} P_- - \frac{\partial \varphi_-}{\partial t}$$
(1)

とかける。ここで  $H$  は無限上流での総圧、 $P$  は静圧、 $\rho$  は一定とした流体の密度、 $\varphi$  は流れのポテンシャルであり、添字+と-はそれぞれ翼上面の値と翼下面の値とを示す。

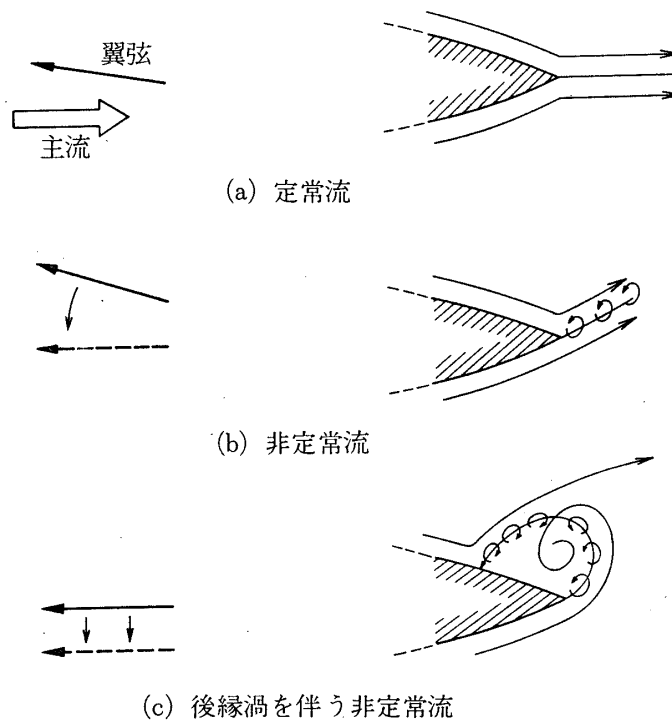
翼の振動が激しくなく、流れが線型と考えられる場合には、この2式の差をとって

$$\frac{\partial (\varphi_+ - \varphi_-)}{\partial t} = \frac{1}{2} (V_+ + V_-)(V_+ - V_-)$$
(2)

となる。ただし  $P_+ = P_-$  であり、 $P_+ - P_-$  は翼の循環  $\Gamma$  に等しく、 $V_+ - V_-$  は後縁から流出する渦層の強さ  $r$  であり、この渦層の流出速度  $\bar{V}$  は  $\frac{1}{2}(V_+ + V_-)$  と考えられるので、

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \bar{V} r$$
(3)

が得られる。[7, 8]. これが、定常翼の場合の、翼後縁から渦度の流出がない、従って後



第3図 後縁付近の流れ

(a) 定常流 (b) 非定常流 (c) 後縁渦を伴う非定常流

縁を離れる流線は後縁角を2等分し、流速は等しいという性質の非定常翼の場合への拡張になっている。

また、翼後縁における局所的な流れの性質を求めるために、2枚の交叉する平板に沿って異なる速度で流れて来て合流する流れを考えて、その合流点から速度差に等しい渦層が発生するとして、ポテンシャル方程式の合流点近傍の局所解を求めると、角を離れる流れのうち、速度の速い方の流れは、流速・方向共に変化せずに流出し、速度の遅い方の流れは、角で一旦停止した後に、速度の速い方の流れと平行に流れ去ることがわかった [8]。このような考察の結果、線型ヒービング運動をしている翼では、後縁を離れる流体分子は、 $r$  に等しい渦度をもつ渦層を後縁軌跡上に形成することがわかった。このような流れは、 $K$  と  $A$  の小さい場合について実際に観察されている。また第3図に、その略図を示してある。

#### IV. 剥離を伴う場合

さて、 $K$  や  $A$  が大きくなると、定常翼の場合に見られるような後縁附近の低圧側翼面で剥離が発生する。この剥離点は、定常流の場合と異なり、移動し、一週期の間に発生と消滅を繰り返す。このような場合の流場は、第3図(C)に示すように、図中で、上から下へ移動しつつある翼では、翼下面すなわち高圧側から流出した流線は、上面の剥離した側の流速が低いために、より強い渦度を発生する、すなわち  $r_+ = V_+, \bar{V}_+ = \frac{1}{2}V_+$  とおくことが出来る。また上面で剥離した流れは、同じように渦層を作るが、その向きは逆方向で、かつ強さも強くない。これら二つの渦層は閉じた狭い領域一剥離領域を作るが、この領域の中の流体分子は、流れ去らないで停滞し、従って、翼から流出した渦度もこの中に停滞する傾向が現れる。このようにして、渦度を蓄積した流体塊は、一周期中の次の位相状態に移ると翼から離れて後流中に一塊として流出する。この流塊は、渦度をその中に集中してもつので、長い期間その同一性を失わず、かつ強い相互干渉をおこして、いわゆる後流の捲き上りを起すことは、可視化写真に見られる通りである。

さて、前と同様に、ベルヌーイの式を、翼下面を流れて翼後縁を離れる流管と、翼上面を流れて剥離点に達した流管について適用すると、式(1)と同じ形式の式が得られる。ただし、 $V_+$  は剥離点直前の流速で、 $P_+$  は剥離領域の圧力と考えることが出来る。剥離点が後縁に十分近いとすると、流れの場は剥離したことによって大きな影響を受けないが、圧力は後縁附近で急激に変化していることを考慮すると、式(3)は

$$\frac{\partial (\varphi_+ - \varphi_-)}{\partial t} = \bar{V} r_+ + \frac{1}{\rho} (P_+ - P_-) \quad (4)$$

のようになるであろう。すなわち、このような流れでは、翼の揚力の増加は後流中に流出する渦度によるだけでなく、静圧の差の効果にもよるので、定常翼の場合より大きい揚力係数が得られることもありうる。

### V. 仮想質量効果

ヒービング運動をしている翼はいわゆる仮想質量効果をもつ。これは振動が弱い場合は線型解に従うが、少し振動が強くなると翼端を周って反対側へ来る流れが強い圧力集中をおこすようになり、流れは線型ではなくなる。実は前節で述べた剥離を伴う流れはこのようにして発生したものであるが、このような強い非線型性をもつ場合には、翼理論によるよりも渦輪や渦対の発生理論による方が考えやすい [3]。一定の内径の円筒の中のピストンを一定時間間隔大きい速度で動かすと、円筒出口から外部空間に一定質量の円筒状の流体塊が放出される。このような流体塊は、時間がたつと、渦輪となって、一定量の循環をもち、一定量の運動量で初めの方向に進行することはよく知られた現象である。

ヒービング運動によっても、後縁のピストン作用によって、主流と直角方向に、循環と運動量を持った流体塊が放出されると考えると、可視化写真に見られるような大きな捲き上りが理解され易いであろう。

仮想質量効果は、線型理論の示すところでは振動数の自乗に比例し、また後縁振巾に比例するが、実験においても、後縁を振動中心とするピッチング運動をしている翼の後流では捲き上りが起らないことが認められており、また放出された渦の位相関係が、振動数が大きくなると仮想質量効果によるものと一致するようになることも知られている [9]。

### VI. 結 論

ヒービング運動をしている2次元翼の後縁附近の流れは、振動が弱い間は線型振動翼理論によって記述出来る。振動が強くなると、二つの非線型効果が現れる。第1は、振動周期中の一部分に現れる後縁剥離で、その剥離領域は、ある期間翼後縁附近に滞溜する。第2は、仮想質量効果で、これによって主流と直角方向に、一定量の循環と運動量をもった流体塊が放出される。前者は、滞溜していた渦度を保持した流体塊が一塊となって後流中に流出して、渦度の集中した渦列を作る作用をし、後者によっては、放出された渦体塊によって作られた運動量をもつ渦管が大きな後流の捲き上りを起す。

このような二つの効果によって、非定常翼における失速の遅れや高い揚力係数の得られることについての定性的な説明が得られた。

1980年2月4日 航空力学部

### 参 考 文 献

- [ 1 ] W.J. McCrosky; Some Current Research in the Unsteady Fluid Flow, J. Fluid Eng. **99**, p8-38 1977.
- [ 2 ] J. Lighthill; *Mathematical Biofluidynamics*, Soc. Indust. and Appl. Math., Philadel. 1975.
- [ 3 ] P.G. Saffman; Vortex Interactions, Ann. Review Fluid Mech. **11**, p95-122 1979.
- [ 4 ] Weis-Fogh; Quick Estimates of Flight Fitness in Hovering Animals, Including Novel Mechanisms for Lift Production, J. Exp. Biol. **59**, p169-230, 1973.
- [ 5 ] J.D. Iversen; Autorotating Flat-Plate Wings; the Effect of the Moment of Inertia,



- Geometry and Reynolds Number, J. Fluid Mech. **92**, p327–348 1979.
- [ 6 ] S.B. Furber and J.E. Ffowcs Williams: Is the Weis-Fogh Principle exploitable in turbomachinery?, J. Fluid Mech. **94**, p519–540 1979.
- [ 7 ] W.R. Sears; Unsteady Motion of Airfoils with Boundary-Layer Separation, AIAA J, **14**, p216–220 1976.
- [ 8 ] J.P. Giesing; Vorticity and Kutta Condition for Unsteady Multienergy Flows; J. Fluid Eng. p608–613 1969.
- [ 9 ] 夏目明子・大島裕子; 振動翼後流の実験, 宇宙研報告 **15**, p353–379 1979.