

超高速回転FW円板の残留熱応力と座屈

植村 益次*・井山 向史・山口 芳子

Discussion on Thermal Residual Stress and Buckling of
Filament-Wound Circular Disc

By

Masuji UEMURA, Hisashi IYAMA and Yoshiko YAMAGUCHI

Abstract: Much attention has been paid to the high-performance fiber reinforced plastic flywheels to store the kinetic energy. However, in the circumferentially filament-wound (FW) flywheels, the cracks are apt to occur along fibers owing to the radial tensile stress due to the thermal residual stress occurred during curing besides the rotational stress.

In the present paper, keeping in mind the residual stress under such circumstances, the analytical formulae were first presented to predict the thermal residual stress and the buckling temperature drop in hybrid discs wound by using glass- and carbon-fibers in inner and outer sides, respectively. Various kinds of disc specimens with different diameters, thicknesses and winding compositions were manufactured. The occurrences of buckling and crack failures were checked in these specimens after curing. The thermal residual stresses were measured by using a technique of cutting away the inner edge successively.

The comparison of experimental evidences with the analytical predictions on thermal stress, buckling and crack failure suggests that the temperature at which the hardening begin can be assumed to be about 150° C, reasonably in the elastic analysis for fiber reinforced epoxy composites. It was also found that the use of soft epoxy resin of rubber type was effective to reduce the residual stress and suppress the crack initiation.

1. ま え が き

エネルギー危機の時代を迎え、省エネルギー・蓄エネルギーの立場から高比強度の繊維強化プラスチックによる超高速回転のフライホイールが注目を浴びている。フィラメント・ワインディング法による周巻き円板は最も基本となる回転円板であるが、繊維と直角方向の引張強さ

(F_T) が繊維方向の引張強さ (F_L) に比べ極めて低く, そのため回転応力および成形硬化時の半径方向の引張残留熱応力によって容易に繊維に沿ってクラックが入り, また薄い場合には座屈する欠点がある. そこで各種形態のフライホイールが提案されているが [1], 筆者ら [2], [3] も各種線巻きパターン層を考え, 周巻き層での積層円板について解析し, 最適積層厚を検討した. その他周巻き円板の半径方向応力を減少させるため内縁に冷しばめ金属板を挿入したり, 外周側に高比剛性繊維 (例えばカーボン繊維) を用いてしめつける方式なども試みられている.

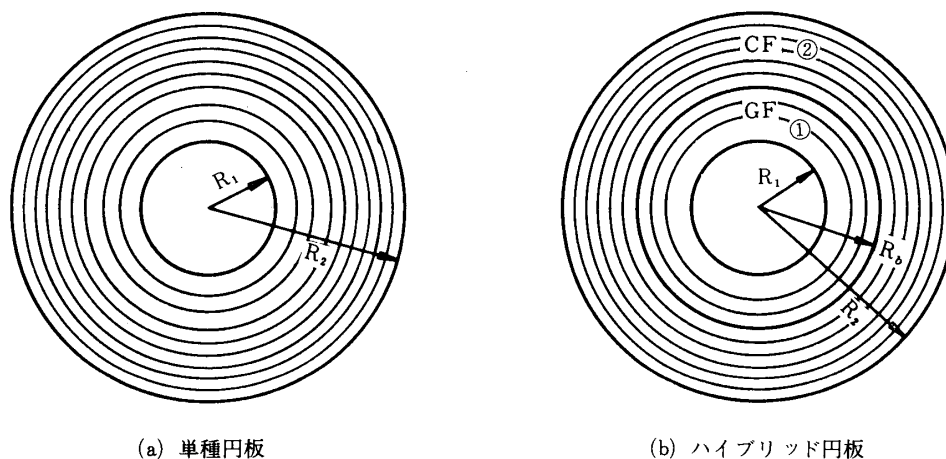
このように周巻き F W 円板には問題があるが, 極めて簡単・安価に製作できるので経済的には捨てがたく, 半径方向引張応力を減少させる方策が重要で, 例えばそれを大きくしている残留熱応力をさらに検討する必要がある.

本文では (1) 残留熱応力が従来の計算法で求めたものと妥当かどうか, また (2) 残留熱応力は外周部で周応力 σ_θ が圧縮応力となるため, 板厚が薄い場合には成形硬化後に座屈するかどうかを検討する. そのため各種外径の円板で板厚を変えて試作し, クラック発生の有無およびクラック発生位置や座屈の有無を確認し, 2 種の残留応力測定法によって実測し, 理論計算値と比較し, 残留応力測定法によって実測し, 理論計算値と比較し, 残留応力推定の妥当性を検討した. なお半径応力を低下させ, クラックが入り難くするには, 軟質樹脂を用い $E_\theta/E_R (= E_L/E_T)$ の比を大きくした方が有利と考え, そのような円板も試作した.

2. 理論解析

2.1 ハイブリッド周巻き円板の残留熱応力の解析

図 1(a) に示すような単種周巻き円板では, 回転による遠心力と硬化成形後の温度低下 ΔT によって, 半径方向応力 σ_r (σ_r) が発生し, 繊維と直角方向引張強さ F_T が小さいために



第 1 図 F W 周巻き円板

繊維に沿ってクラックが入り易い。そこで σ_r を減少させるため、図1(b)に示すように内周側にはガラス繊維(GF)、外周側には高剛性のカーボン繊維(CF)を巻く方が有利である[1]。ここではこのような極対称のハイブリッド周巻きFW円板に発生する残留熱応力の解析式を示す。

(1) 応力～歪関係式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ri} &= E_{ri} [\varepsilon_{ri} + \nu_{\theta i} \varepsilon_{\theta i} - (\alpha_{ri} + \nu_{\theta i} \alpha_{\theta i}) \Delta T] / (1 - \nu_{ri} \nu_{\theta i}) \\ \sigma_{\theta i} &= E_{\theta i} [\varepsilon_{\theta i} + \nu_{ri} \varepsilon_{ri} - (\alpha_{\theta i} + \nu_{ri} \alpha_{ri}) \Delta T] / (1 - \nu_{ri} \nu_{\theta i}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、 σ ；応力、 ε ；歪、 E ；ヤング率、 ν ；ポアソン比、 α ；線膨張係数、 ΔT ；硬化後の温度変化、添字“ r ”、“ θ ”は半径方向、周方向を意味し、それぞれ“ T ”(繊維と直角方向)、“ L ”(繊維方向)に対応する。また添字“ i ”は“1”あるいは“2”となり、それぞれ内側円板、外側円板を表わす。

(2) 平衡方程式

回転応力も合せ考えると

$$d(\sigma_{ri} r) / dr - \sigma_{\theta i} + \rho \omega^2 r^2 = 0 \quad (2)$$

$$\rho = r / g \quad [\rho; \text{比重}, r; \text{半径}, \omega; \text{回転角速度}]$$

(3) 歪～半径方向変位(U)との関係式

$$\varepsilon_{ri} = dU_i / dr, \quad \varepsilon_{\theta i} = U_i / r \quad (3)$$

(4) 基礎方程式

(1)、(3)式を(2)式に代入すれば、平衡方程式は U_i について次の微分方程式で表わされ

$$r^2 \frac{d^2 U_i}{dr^2} + r \frac{dU_i}{dr} - \eta_i^2 U_i = [(\nu_{\theta i} - \eta_i^2) \alpha_{\theta i} + (1 - \nu_{ri} \eta_i^2) \alpha_{ri}] \Delta T \cdot r \quad (4)$$

$$- \frac{\rho_i \omega^2 r^3 (1 - \nu_{ri} \nu_{\theta i})}{E_{ri}}$$

U_i の解は次式で与えられる。

$$U_i = A_i r^{\eta_i} + B_i r^{-\eta_i} + \xi_i r + \rho_i \omega^2 (1 - \nu_{ri} \nu_{\theta i}) r^3 / E_{ri} (\eta_i^2 - 9) \quad (5)$$

$$\text{ただし} \quad \xi_i = [(\nu_{\theta i} - \eta_i^2) \alpha_{\theta i} + (1 - \nu_{ri} \eta_i^2) \alpha_{ri}] \Delta T / (1 - \eta_i^2)$$

$$\eta_i^2 = E_{Li} / E_{Ti} = \nu_{Li} / \nu_{Ti}$$

(5) 応力成分

応力成分は(5)式を(3)式に代入し、(1)式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_i} &= E_{r_i} \left[A_i (\eta_i + \nu_{\theta_i}) r^{\eta_i - 1} - B_i (\eta_i - \nu_{\theta_i}) r^{-(\eta_i + 1)} + \mu_{r_i} \right] \\ &\quad / (1 - \nu_{r_i} \nu_{\theta_i}) + \{ (3 + \nu_{\theta_i}) \rho \omega^2 r^2 / (\eta_i^2 - 9) \} \\ \sigma_{\theta_i} &= E_{\theta_i} \left[A_i (1 + \eta_i \nu_{r_i}) r^{\eta_i - 1} + B_i (1 - \eta_i \nu_{r_i}) r^{-(\eta_i + 1)} + \mu_{\theta_i} \right] \\ &\quad / (1 - \nu_{r_i} \nu_{\theta_i}) + \{ (1 + \nu_{r_i}) \rho \omega^2 r^2 E_{\theta_i} / E_{r_i} (\eta_i^2 - 9) \} \end{aligned} \right\} (6)$$

$$\text{ここで } \mu_{r_i} = \frac{(\alpha_{r_i} - \alpha_{\theta_i})(\eta_i^2 - \nu_{\theta_i}^2) \Delta T}{1 - \eta_i^2}, \quad \mu_{\theta_i} = \frac{(\alpha_{r_i} - \alpha_{\theta_i})(1 - \nu_{r_i} \nu_{\theta_i}) \Delta T}{1 - \eta_i^2},$$

(6) 境界条件

積分定数 A_1, B_1, A_2, B_2 は次の4つの境界条件から決定される。

$$\left. \begin{aligned} r = R_1; \sigma_{r_1} &= 0 \\ r = R_b; \sigma_{r_1} &= \sigma_{r_2}, U_1 = U_2 \\ r = R_2; \sigma_{r_2} &= 0 \end{aligned} \right\} (7)$$

すなわち

$$\left. \begin{aligned} E_{r_1} [A_1 (\eta_1 + \nu_{\theta_1}) R_1^{(\eta_1 - 1)} - B_1 (\eta_1 - \nu_{\theta_1}) R_1^{-(\eta_1 + 1)} + \mu_{r_1}] \\ / (1 - \nu_{r_1} \nu_{\theta_1}) + (3 + \nu_{\theta_1}) \rho \omega^2 R_1^2 / (\eta_1^2 - 9) &= 0 \\ E_{r_2} [A_2 (\eta_2 + \nu_{\theta_2}) R_2^{(\eta_2 - 1)} - B_2 (\eta_2 - \nu_{\theta_2}) R_2^{-(\eta_2 + 1)} + \mu_{r_2}] \\ / (1 - \nu_{r_2} \nu_{\theta_2}) + (3 + \nu_{\theta_2}) \rho \omega^2 R_2^2 / (\eta_2^2 - 9) &= 0 \\ A_1 R_b^{\eta_1} + B_1 R_b^{-\eta_1} + \xi_1 R_b + \rho_1 \omega^2 R_b^3 (1 - \nu_{r_1} \nu_{\theta_1}) / E_{r_1} (\eta_1^2 - 9) \\ = A_2 R_b^{\eta_2} + B_2 R_b^{-\eta_2} + \xi_2 R_b + \rho_2 \omega^2 R_b^3 (1 - \nu_{r_2} \nu_{\theta_2}) / E_{r_2} (\eta_2^2 - 9) \\ E_{r_1} [A_1 (\eta_1 + \nu_{\theta_1}) R_b^{(\eta_1 - 1)} - B_1 (\eta_1 - \nu_{\theta_1}) R_b^{-(\eta_1 + 1)} + \mu_{r_1}] \\ / (1 - \nu_{r_1} \nu_{\theta_1}) + (3 + \nu_{\theta_1}) \rho \omega^2 R_b^2 / (\eta_1^2 - 9) \\ = E_{r_2} [A_2 (\eta_2 + \nu_{\theta_2}) R_b^{(\eta_2 - 1)} - B_2 (\eta_2 - \nu_{\theta_2}) R_b^{-(\eta_2 + 1)} + \mu_{r_2}] \\ / (1 - \nu_{r_2} \nu_{\theta_2}) + (3 + \nu_{\theta_2}) \rho \omega^2 R_b^2 / (\eta_2^2 - 9) \end{aligned} \right\} (8)$$

(7) 単種周巻き円板の場合

境界条件 $r = R_1, R_2; \sigma_r = 0$ より $r/R_2 = \zeta, R_1/R_2 = \lambda, v = \omega R_2$ とおけば次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E_r (\alpha_r - \alpha_\theta) \Delta T}{1 - \eta^2} \left[1 - \frac{1 - \lambda^{(\eta+1)}}{1 - \lambda^{2\eta}} \zeta^{(\eta-1)} - \frac{\lambda^{(\eta+1)} - \lambda^{2\eta}}{1 - \lambda^{2\eta}} \zeta^{-(\eta+1)} \right] \\ &\quad + \frac{(3 + \nu_\theta) \rho v^2}{9 - \eta^2} \left[\frac{1 - \lambda^{(3+\eta)}}{1 - \lambda^{2\eta}} \zeta^{\eta-1} + \frac{1 - \lambda^{(3-\eta)}}{1 - \lambda^{-2\eta}} \zeta^{-(\eta+1)} - \zeta^2 \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{E_{\theta}(\alpha_r - \alpha_{\theta}) \Delta T}{1 - \eta^2} \left[1 - \eta \frac{1 - \lambda^{(\eta+1)}}{1 - \lambda^{2\eta}} \zeta^{(\eta-1)} + \eta \frac{\lambda^{(\eta+1)} - \lambda^{2\eta}}{1 - \lambda^{2\eta}} \zeta^{-(\eta+1)} \right] + \frac{(3 + \nu_{\theta}) \rho v^2}{9 - \eta^2} \left[\eta \frac{1 - \lambda^{(3+\eta)}}{1 - \lambda^{2\eta}} \zeta^{(\eta-1)} - \eta \frac{1 - \lambda^{(3-\eta)}}{1 - \lambda^{-2\eta}} \zeta^{-(\eta+1)} - \frac{3\nu_{\theta} + \eta^2}{3 + \nu_{\theta}} \zeta^2 \right] \quad (9)$$

(8) 数値計算例

数値計算例として、繊維強化エポキシ樹脂で、外側に CFRP、内側に GFRP を用いた場合を示す。次に示す材料常数值は、構成素材と V_f が与えられた時に簡単に求められる筆者らの代数式 [4] [5] で与えられ、実験で確認されたものである。

CFRP ($V_f = 60\%$)

$$E_L = 13,940 \text{ kg/mm}^2, \quad E_T = 833 \text{ kg/mm}^2, \quad \nu_L = 0.316,$$

$$G_{LT} = 484 \text{ kg/mm}^2, \quad \alpha_L = -0.037 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}, \quad \alpha_T = 37 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C},$$

GFRP ($V_f = 60\%$)

$$E_L = 4,580 \text{ kg/mm}^2, \quad E_T = 1,424 \text{ kg/mm}^2, \quad \nu_L = 0.257,$$

$$G_{LT} = 535 \text{ kg/mm}^2, \quad \alpha_L = 7.2 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}, \quad \alpha_T = 31 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C},$$

$\lambda = R_1/R_2 = 0.44$, $\Delta T = -100^{\circ}\text{C}$ とし $\zeta_b = 0.44$ (CFRPのみ), 0.6 , 0.8 , 1.0 (GFRPのみ) の場合の σ_L (σ_{θ}), σ_T (σ_r) 分布をそれぞれ図 2 (a), (b) に示す。

残留熱応力のみについては、ハイブリッド化によって GFRP の部分では増加するが、CFRP の部分では ζ_b 如何によって増減する。しかし回転による発生応力も合せ考え、問題となる合成応力 σ_T 分布を図 3 に示すが、回転時にはハイブリッド化によって CFRP, GFRP 共に減少する。図 4 には境界半径比 ζ_b に対して $(\sigma_T)_{\max}$ 値の変化を示すが、ハイブリッド化による効果の大きいことがわかる。

2.2 ハイブリッド周巻き円板の残留熱応力の実験による計算式

(1) 実験による残留熱応力の計測法

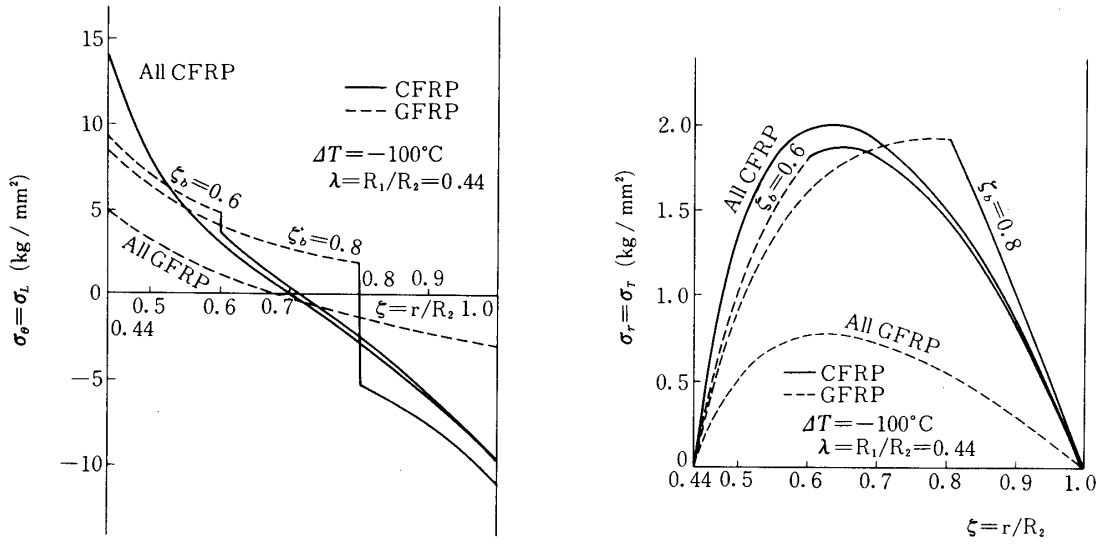
実験による残留熱応力の計測法として次の 2 法を用いた。

①内縁除去法

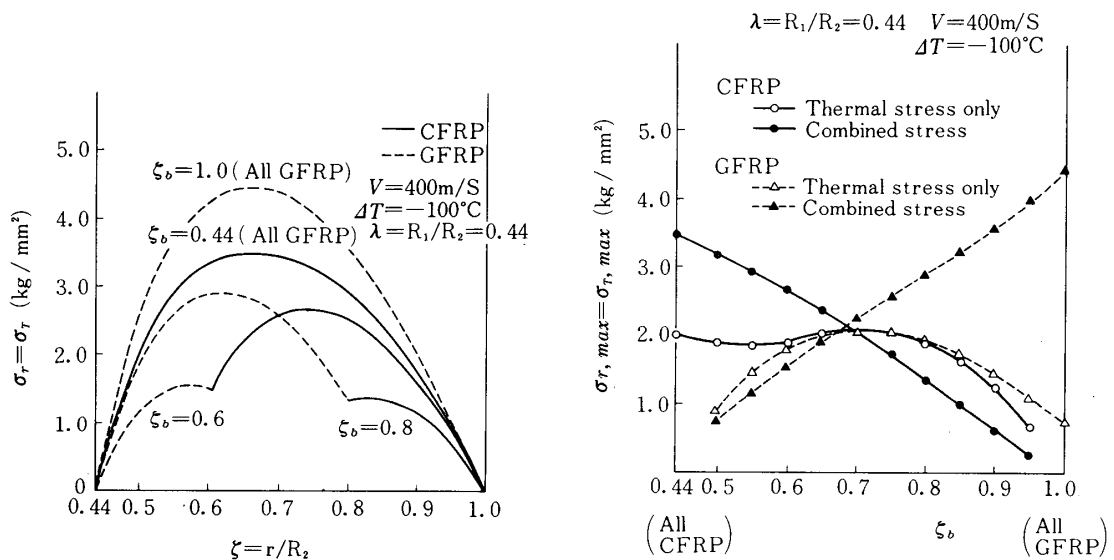
図 5 (a) に示すように、 90° 隔った直交 2 半径上に 10 mm 間隔に半径方向と周方向にひずみゲージを貼付すると共に、更に最外周端面周方向 4 ケ所に同様のゲージを貼付する。内縁よりフライス盤によって順次切削して行き、各点の発生ひずみを計測する。

②半径方向細断法

図 5 (b) に示すように、 15° 隔った 2 半径上に 10 mm 間隔に半径方向と周方向にひずみゲ

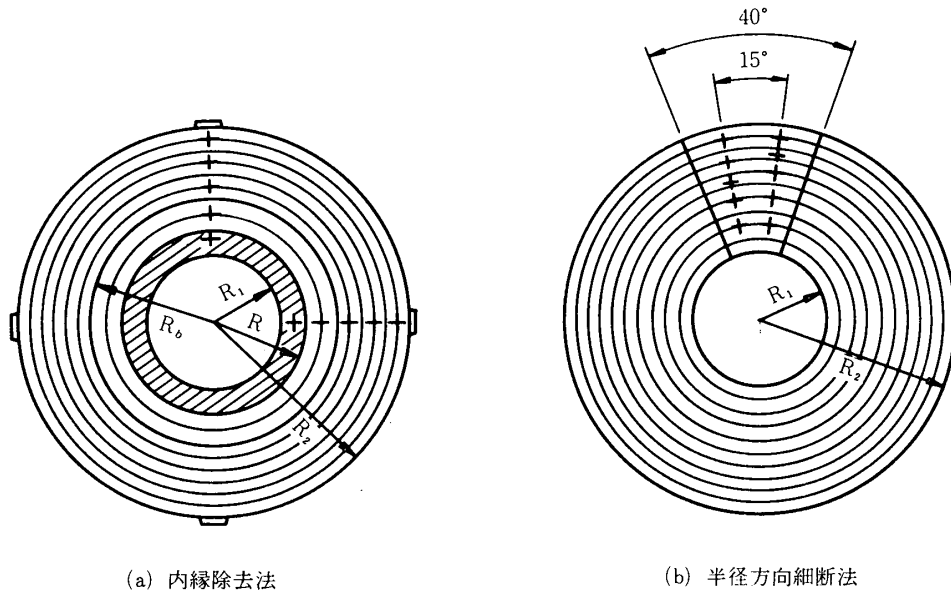


第2図 周巻き円板での残留熱応力の分布 (熱応力のみ, $\lambda = 0.44$, $\Delta T = -100^\circ\text{C}$)
 (a) 周方向応力 (b) 半径方向応力



第3図 周巻き円板での合成半径方向応力の分布

第4図 最大半径方向応力の境界半径による変化



第5図 残留熱応力の計測法

ージを貼付する。ゲージ列を挿んで半径方向に細断し、残留応力を解放させる。細断後の両方向の歪変化値を ϵ_r 、 ϵ_θ とすれば、貼付位置での残留熱応力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -E_r(\epsilon_r + \nu_\theta \epsilon_\theta) / (1 - \nu_r \nu_\theta) \\ \sigma_\theta &= -E_\theta(\epsilon_\theta + \nu_r \epsilon_r) / (1 - \nu_r \nu_\theta) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(2) 内縁除去法による残留熱応力の計算式

いま $r = R$ まで内縁から切削したものとす。このときに発生する半径方向変位を U_i とすると、(5)式において $\xi_i = 0$ として

$$U_i = A_i r^{\eta_i} + B_i r^{-\eta_i} \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

で与えられ、それに伴う応力変化は(6)式で $\mu_{ri} = \mu_{\theta i} = 0$ として

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ri} &= E_{ri} [A_i (\eta_i + \nu_{\theta i}) \zeta^{(\eta_i - 1)} - B_i (\eta_i - \nu_{\theta i}) \zeta^{-(\eta_i + 1)}] / (1 - \nu_{ri} \nu_{\theta i}) \\ \sigma_{\theta i} &= E_{\theta i} [A_i (1 + \eta_i \nu_{ri}) \zeta^{(\eta_i - 1)} + B_i (1 - \eta_i \nu_{ri}) \zeta^{-(\eta_i + 1)}] / (1 - \nu_{ri} \nu_{\theta i}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ただし $\mathbf{A}_i = A_i R_2^{(\eta_i-1)}$, $\mathbf{B}_i = B_i R_2^{-(\eta_i+1)}$

積分定数 \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 , \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 は, $r = R$ での残留熱応力を $\sigma_r(R)$ として, 次の境界条件から決定される.

$$\left. \begin{aligned} r = R_2(\zeta = 1); \sigma_{r2} = 0 &= E_{r2} [\mathbf{A}_2(\eta_2 + \nu_{\theta 2}) - \mathbf{B}_2(\eta_2 - \nu_{\theta 2})] \\ &/ (1 - \nu_{r2}\nu_{\theta 2}) \\ r = R_b(\zeta = \zeta_b); \sigma_{r1} &= \sigma_{r2} \dots \dots \dots \\ E_{r1} [\mathbf{A}_1(\eta_1 + \nu_{\theta 1}) \zeta_b^{(\eta_1-1)} - \mathbf{B}_1(\eta_1 - \nu_{\theta 1}) \zeta_b^{-(\eta_1+1)}] &/ (1 - \nu_{r1}\nu_{\theta 1}) \\ &= E_{r2} [\mathbf{A}_2(\eta_2 + \nu_{\theta 2}) \zeta_b^{(\eta_2-1)} - \mathbf{B}_2(\eta_2 - \nu_{\theta 2}) \zeta_b^{-(\eta_2+1)}] \\ &/ (1 - \nu_{r2}\nu_{\theta 2}) \\ U_1 &= U_2 \dots \dots \dots \\ \mathbf{A}_1 \zeta_b^{\eta_1} + \mathbf{B}_1 \zeta_b^{-\eta_1} &= \mathbf{A}_2 \zeta_b^{\eta_2} + \mathbf{B}_2 \zeta_b^{-\eta_2} \\ r = R(\zeta = \zeta_R); \sigma_{r1} &= -\sigma_r(R) = E_{r1} [\mathbf{A}_1(\eta_1 + \nu_{\theta 1}) \zeta_R^{(\eta_1-1)} \\ &- \mathbf{B}_1(\eta_1 - \nu_{\theta 1}) \zeta_R^{-(\eta_1+1)}] \end{aligned} \right\} (13)$$

$r = R$ まで切削したときに, 外周での周方向歪を $\varepsilon_{\theta 2}(R)$ とすれば

$$U_2(R)/R_2 = \varepsilon_{\theta 2}(R) \quad (14)$$

であり, また残留熱応力も次の釣合方程式を満足する.

$$\sigma_{\theta}(R) = d[R \cdot d\sigma_r(R)]/dR \quad (15)$$

従って, (13)式から求められた積分定数を用いると, $r = R$ での残留熱応力は $\zeta_R < \zeta_b$ の領域では次式で与えられることとなる.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r(R)/E_1 &= \varepsilon_{\theta 2}(\zeta_R) \textcircled{A} \textcircled{D} \\ \sigma_{\theta}(R)/E_1 &= [\varepsilon_{\theta 2}(\zeta_R) \textcircled{B} + \frac{d\varepsilon_{\theta 2}(\zeta_R)}{d\zeta_R} \textcircled{C}] \textcircled{D} \end{aligned} \right\} (16)$$

ここで

$$\left[\begin{aligned} \textcircled{A} &= \alpha_1(\eta_1 - \nu_{\theta 1}) \zeta_R^{-(\eta_1+1)} + \beta_1(\eta_1 + \nu_{\theta 1}) \zeta_R^{(\eta_1-1)} \\ \textcircled{B} &= \beta_1 \eta_1(\eta_1 + \nu_{\theta 1}) \zeta_R^{(\eta_1-1)} - \alpha_1 \eta_1(\eta_1 - \nu_{\theta 1}) \zeta_R^{-(\eta_1+1)} \\ \textcircled{C} &= \alpha_1(\eta_1 - \nu_{\theta 1}) \zeta_R^{-\eta_1} + \beta_1(\eta_1 + \nu_{\theta 1}) \zeta_R^{\eta_1} \\ \textcircled{D} &\equiv [(\eta_2 - \nu_{\theta 2}) \zeta_b^{\eta_2} + (\eta_2 + \nu_{\theta 2}) \zeta_b^{-\eta_2}] / 2\eta_2(\alpha_1 \zeta_b^{-\eta_1} - \beta_1 \zeta_b^{\eta_1}) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_1 &= \zeta_b^{\eta_2 + \eta_1} [(1 - \zeta_b^{2\eta_2})(\eta_2^2 - \nu_{\theta 2}^2) + (E_1/E_2)(\eta_1 + \nu_{\theta 1}) \\ &\quad \{(\eta_2 - \nu_{\theta 2})\zeta_b^{2\eta_2} + (\eta_2 + \nu_{\theta 2})\}] \\ \beta_1 &= \zeta_b^{\eta_2 - \eta_1} [(1 - \zeta_b^{2\eta_2})(\eta_2^2 - \nu_{\theta 2}^2) - (E_1/E_2)(\eta_1 - \nu_{\theta 1}) \\ &\quad \{(\eta_2 - \nu_{\theta 2})\zeta_b^{2\eta_2} + (\eta_2 + \nu_{\theta 2})\}] \\ E_1 &= E_{r1} / (1 - \nu_{r1}\nu_{\theta 1}), \quad E_2 = E_{r2} / (1 - \nu_{r2}\nu_{\theta 2}) \end{aligned} \right.$$

図1(a)のような単種円板の場合には $\zeta_b = 1$ として、添字“2”を無視すれば、次のように簡単化される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_r(R)}{E_r} &= \frac{\eta^2 - \nu_{\theta}^2}{2\eta(1 - \nu_r\nu_{\theta})} \frac{1 - \zeta_R^{2\eta}}{\zeta_R^{\eta+1}} \varepsilon_{\theta 2} \\ \frac{\sigma_{\theta}(R)}{E_r} &= \frac{\eta^2 - \nu_{\theta}^2}{2\eta(1 - \nu_r\nu_{\theta})} [-\varepsilon_{\theta 2}\eta(\zeta_R^{-(\eta+1)} + \zeta_R^{(\eta-1)}) \\ &\quad + \frac{d\varepsilon_{\theta 2}}{d\zeta_R}(\zeta_R^{-\eta} - \zeta_R^{\eta})] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

従って、 $\zeta_r > \zeta_b$ の領域では上式を用いればよい。なお(16)、(17)式での $d\varepsilon_{\theta 2}/d\zeta_r$ は $r = R$ まで切削したときの $\varepsilon_{\theta 2} \sim \zeta_r$ 曲線の勾配から図式で求められる。

2.3 残留熱応力による円板の座屈

2.1節で述べ図2(a)で示したように、周巻き円板では熱硬化後に、外縁近傍では周方向に圧縮残留熱応力が発生する。従って板厚が薄いと硬化後に座屈すると予想される。成形後の座屈の有無から ΔT が推定されるので、ここでは座屈温度変化 ΔT_{cr} を理論的に求める[7]。

(1) 座屈温度変化の解析

2.1節で求めた面内残留応力を用い、座屈微分方程式の固有値問題として解析を求めることはかなり煩雑なので、エネルギー法を用いる。

①座屈に伴う曲げ歪エネルギー U ;

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} [D_r \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\right)^2 + 2D_r\nu_{\theta} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r}\right) \\ &\quad + D_{\theta} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r}\right)^2 + 2D_{r\theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}\right) \right\}^2] r dr d\theta \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここで $D_r = E_r h^3 / 12(1 - \nu_r\nu_{\theta})$, $D_{\theta} = E_{\theta} h^3 / 12(1 - \nu_r\nu_{\theta})$, $D_{r\theta} = G_{r\theta} h^3 / 6$
 h ; 板厚

②残留面内力の座屈に伴う仕事；

$$W = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \left[\sigma_r \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \sigma_\theta \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] h \cdot r dr d\theta \quad (19)$$

③座屈変形は後述および大西ら [6] の実験結果を参照して、

$$w = \sum_{n=2}^{\infty} W_n(r) \sin n\theta \quad (20)$$

ここで、 $W_n(r) = \sum_{m=2}^{\infty} C_{mn} r^m$ とおく。最低次の周方向波数は $n = 2$ である。 $W_n(r)$ としては、 $r = R_1, R_2$ の内外縁で変位拘束がないという幾何学的境界条件を満足するように、べき級数を用いた。 $m = n_4$ までをとって近似計算をする。 n, m をいずれも 2 から和をとったのは、 $\partial U / \partial C_{mn} = (U_{ij})$ マトリックスの正定値性を確保するためである。

④力学的境界条件

$r = R_1, R_2$; “自由” の条件、

$$M_r = 0, Q_r + \partial M_{r\theta} / r \partial \theta = 0 \quad (21)$$

を用いると、各 n について $C_{n_t-3, n} \dots C_{n_t, n}$ は $C_{1, n} \dots C_{n_t-4, n}$ ($n_t \geq 5$ でなければならない) で表わされる。

⑤エネルギー法

このように独立な未定係数 C_{mn} で表わされた U^*, W^* を用い、それらの C_{mn} で極値化すれば、座屈温度 ΔT_{cr} は、

$$\partial (U^* - W^*) / \partial C_{mn} = 0 \quad (22)$$

(各マトリックスは $(n_t - 4) \times (n_t - 4)$) より、下記の形のマトリックスの固有値から求められる。

$$h^2 \bar{U}^* - \Delta T_{cr} \bar{W}^* = 0$$

これから座屈温度は板厚 h^2 に比例することがわかる。

(2) 数値計算例

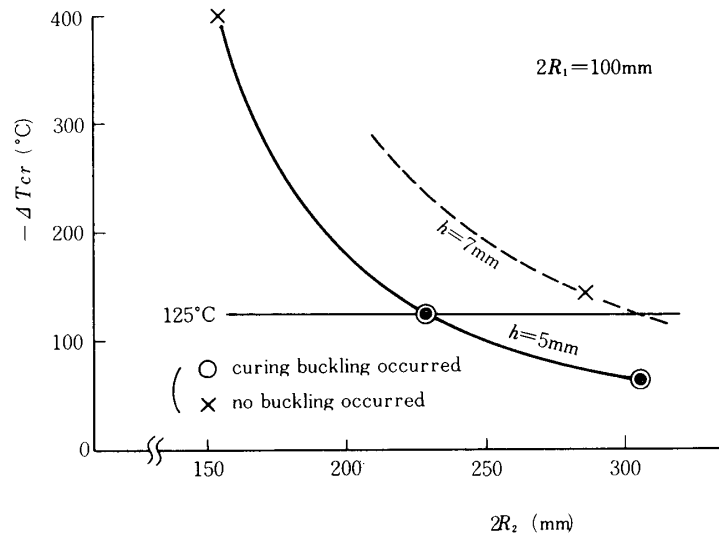
2.1 節で述べた CFRP の物性値を用い、CF 単種円板について最低次 ($n = 2$) の場合の ΔT_{cr} をコンピュータで計算した。

内径 $2R_1 = 100$ mm, 板厚 $h = 5$ mm, 7 mm の場合について、 ΔT_{cr} を外径 $2R_2$ を横軸にとり図 6 に示すが、外径 R_2 が大きく、内外径比 R_1 / R_2 が小さく、また板厚 h が薄い程、 ΔT_{cr} が小さく、座屈し易いことがわかる。

3. 実 験

3.1 FW周巻き試験片

FW周巻きによって製作した有孔円板試験片 (内径 $2R_1 = 100$ mm 一定) の形状を図 1



第6図 座屈温度変化 ΔT_{cr} と外径 $2R_2$ との関係および座屈の有無 (CF 単層円板)

第1表 試験片の寸法諸元

円板の種類	外径 $2R$ (mm) ²		板厚 (mm)	試験片記号	樹脂	座屈		クラック発生実験		最大半径方向応力の理論値	
	公称	実寸法				発生の有無	ΔT_{cr} の計算値 (°C)	発生の有無	半径位置 (mm)	半径位置 (mm)	応力値 $\sigma_{r, max}$ (kg/mm ²)
単層円板 (CF)	225	228	5	N-225-C-1	普通	○	123.3	×		72	2.53
	280	287	7	N-280-C-1	〃	×	144.3	○	66	79	3.07
	〃	281	7	NM-280-C-1	軟質	×		×*	切削中 (65)		
	300	308	5	N-300-C-1	普通	○	63.4	×**		82	3.20
ハイブリッド円板 (GF+CF)	150	155	5	N-150-GC-1	〃	×		○		64	1.24
	225	232	5	N-225-GC-1	〃	○		○	81	82	2.68
	280	286	7	N-280-GC-1	〃	×		○	63, 69	97	3.28
	〃	289	7	N-280-GC-2	〃	×		○	74	97	3.30
	300	306	5	N-300-GC-1	〃	○		○	100	101	3.44
	〃	305	5	N-300-GC-2	〃	○		○	89	101	3.43

* 切削開始後クラック発生, ** 大変形座屈したので応力緩和

に示し、寸法諸元を実験結果と共に表1に示す。

ハイブリッド円板は、内側にガラス繊維 (GF)、外側にカーボン繊維 (CF) を用い、境界は内外径の中央 ($R_b = (R_1 + R_2) / 2$) とした。

3.2 試験片組成と成形条件

(1) ガラス繊維

ガラスロービング ER 2310 (旭ファイバーグラス製)

(2) カーボン繊維

トレカ T-300 B, 6000 filament (東レ製)

(3) 樹脂

エポコート 828 100部 (油化シェルエポキシ製)

硬化剤 NMA 80部

添加剤 TDMP 1部

(4) 軟質系樹脂 (試験片 NM-280-C-1 のみで使用)

エポコート 828 80部

エポコート 871 20部

硬化剤 NMA 84部

添加剤 TDMP 1部

(5) 硬化条件

室温-(4 hr)-90°C/2 hr-(1.5 hr)-170°C/4 hr-徐冷

3.3 残留熱応力測定要領

(1) 内縁除去法

2.2節で述べ、図2に示すように半径方向に10mm間隔で歪ゲージを貼付した。N-280, N-225試験片では半径方向に5mmピッチ, N-150の試験片では2.5mmピッチで順次内縁より切削し、その都度各点の歪を計測した。

一例としてN-225-C-1試験片について、切削半径とその時の半径方向および周方向歪を図7に示す。

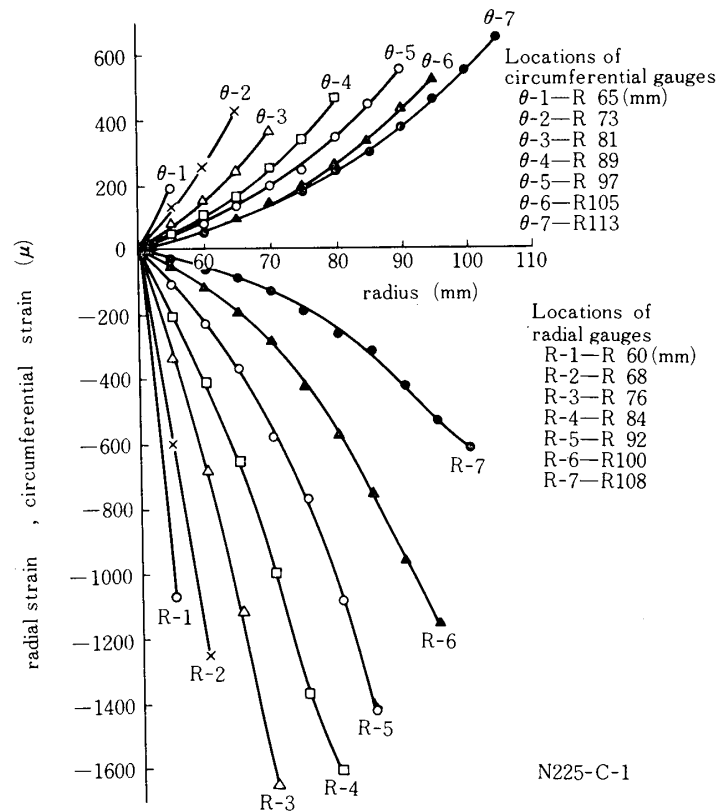
(2) 半径方向細断法

歪ゲージの半径方向貼付位置は内縁除去法の場合と同様である。図5に示すように歪ゲージを挿んで約40°の扇状に切断したときの歪変化を測定した。なおこの方法を用いたのはNM-280-C-1試験片のみである。(軟質樹脂を用いたときのCFRPの物性値がすべて確認されていないので、本文では理論値との対比を省略した。)

4. 実験値と理論値との比較検討

4.1 残留熱応力

上記のようにして測定した歪値に基づき、内縁除去法については(16)、(17)式により計算した残留応力値を単種円板N-225-C-1, N-280-C-1についてそれぞれ図8、



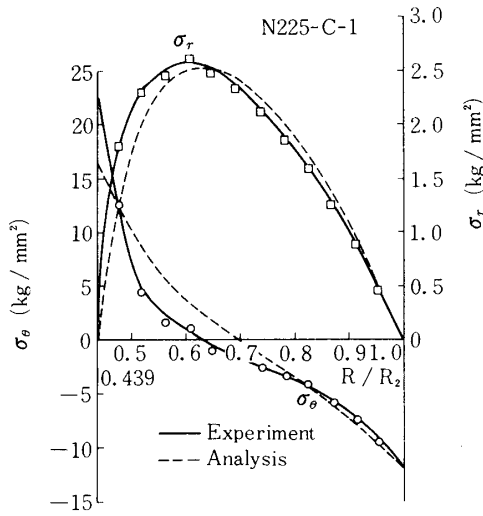
第7図 切削時の半径・周方向歪～切削半径の関係
(N-225-C-1)

図9に実線で示し、ハイブリッド円板N-150-GC-1について図10に実線で示す。計算に用いた特性値は2.1(8)節で述べた数値である。なお硬化後の温度変化を $\Delta T = -125^\circ\text{C}$ として計算した。上述の測定値に用いた材料特性値に基づき、理論式(8),(9)式による値を図8, 図9, 図10に点線で示す。

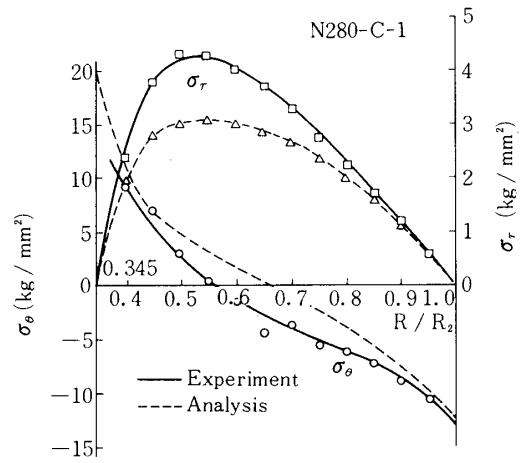
両者を比較すると、残留熱応力の半径方向分布の傾向は良く一致しているが、残留熱応力の大きさについては、通常エポキシ樹脂の場合一般に $\Delta T = -125^\circ\text{C}$ とすれば理論値は実験値と大体一致するようである。試験時の室温は約 25°C 程度であり、硬化条件は $90^\circ\text{C}/2\text{hr}$ の後に $170^\circ\text{C}/4\text{hr}$ の2次キュアを行っており、硬化開始温度として、何度をとるかは議論のある点である。従来は硬化温度を 150°C 前後とする意見が多く[6]、 ΔT として $-(150^\circ\text{C}-25^\circ\text{C}) = -125^\circ\text{C}$ とするとN-225-C(図8), N-280-C(図9)での実験値と理論値の一致は良くなるが、N-150-GCでは $\Delta T = -110^\circ\text{C}$ 程度が妥当と思われる。

4.2 残留熱応力による座屈

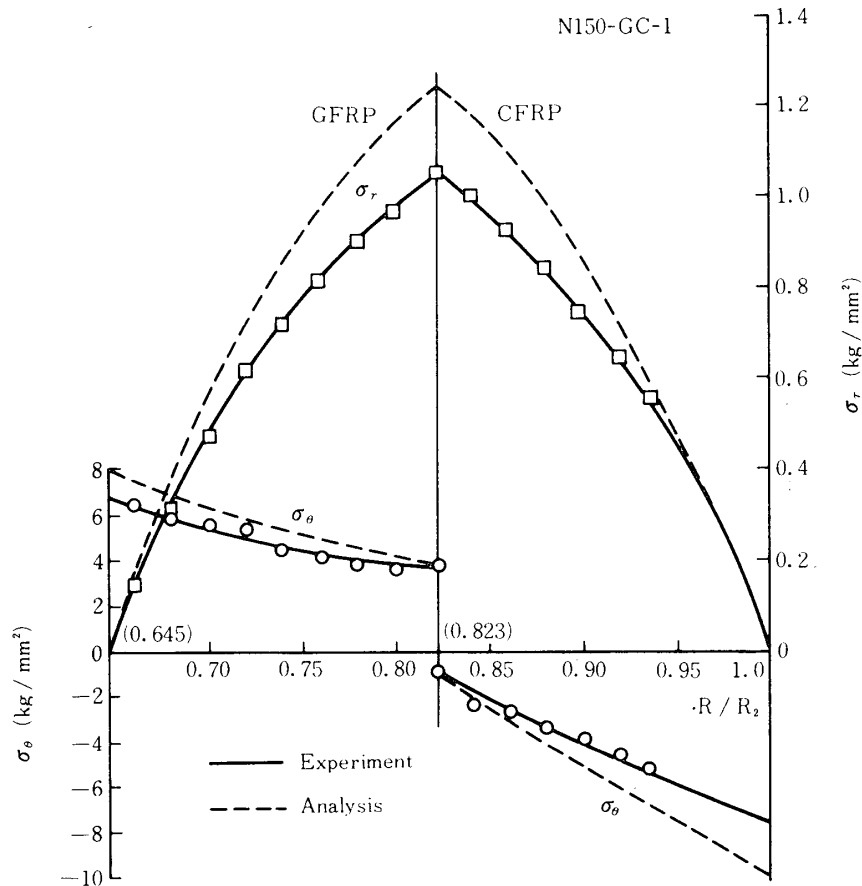
FW周巻き円板の座屈の有無を表1に示し、図6にそれぞれ○印、×印で示すが、温度変



第8図 残留熱応力 σ_θ , σ_r 分布
(N-225-C-1)



第9図 残留熱応力 σ_θ , σ_r 分布
(N-280-C-1)



第10図 残留熱応力 σ_θ , σ_r 分布
(N-150-GC-1)

化 $\Delta T \approx -125^\circ\text{C}$ が座屈発生の境界になっている。残留熱応力の測定結果と照合して、硬化後の温度変化を $\Delta T = -125^\circ\text{C}$ とし、化学的収縮を考えないで解析すれば、座屈の観点から見ても残留応力の妥当な推定値を与えるものと思われる。

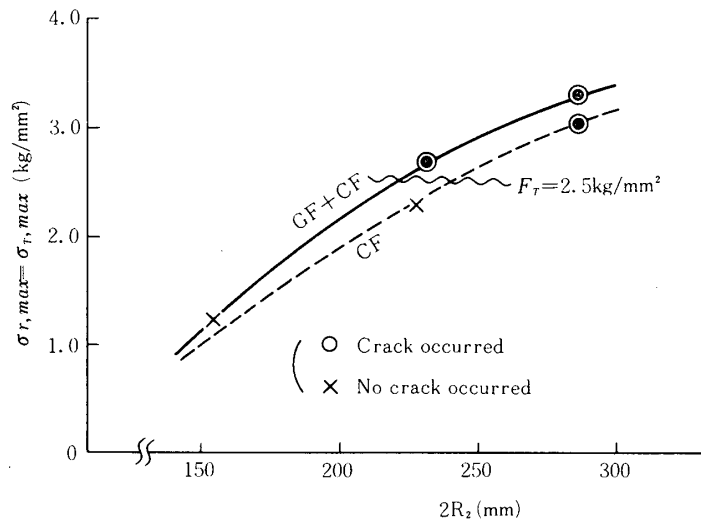
4.3 残留熱応力によるクラック発生

FW周巻き円板の成形時にクラックが発生したかどうか及びその半径位置を表1に示す。また、その寸法諸元の下で、 $\Delta T = -125^\circ\text{C}$ としてクラック発生の原因である半径応力 σ_r (σ_r)の最大値 $\sigma_{r, \max}$ とその半径位置も表1に示し、円板外径 $2R_2$ に対して図11に示す。

図11には、単層円板とハイブリッド円板の両者についての結果を示し、クラックの発生したものを○印、発生しなかったものを×印で示す。内径 $2R_1 = 100\text{ mm}$ 一定として、外径の増大と共に $\sigma_{r, \max}$ は増加し、内外径比 $\lambda = R_1/R_2$ が小さい程クラックの発生し易いことがわかる。ハイブリッド円板ではGFとCFの境界で σ_r が最大である。

図11から $\sigma_{r, \max}$ が約 2.5 kg/mm^2 がクラック発生の限界と思われる。N-300-C-1はクラックが入らなかったが、大変形を伴って座屈しており、座屈によって応力緩和されたものと思われる。クラック発生の半径位置は、すべて理論値と一致したわけではないが、大体両者は一致している。

軟質エポキシ樹脂を用いたNM-280-C-1試験片は普通の樹脂を用いたN-280-C-1と同一寸法であったが、期待通り前者ではクラックの発生は見られず、 E_T の小さい材料は、 F_T の低下も考えられるが、周巻き回転円板では $\sigma_r = \sigma_T$ も減少し、有効な対策であることが分った。



第11図 半径方向残留熱応力の最大値と外径との関係
およびクラックの有無

5. む す び

以上周巻き円板の超高速回転フライホイールへの応用の重要性に鑑み、硬化成形時の残留熱応力と、それによる座屈現象を単種円板とハイブリッド円板について解析すると共に、各種内外径比のFW円板を試作し、①残留熱応力を測定すると共に、②クラック発生の有無、③座屈現象発生の有無を確認し、理論解析結果と比較して次の結論を得た。

(1)成形時の硬化開始温度を大体 150°C と見なし、その後の温度減少 $\Delta T = -125^{\circ}\text{C}$ (室温 25°C の場合) と見なして、残留熱応力を算出することが妥当である。

(2) $\Delta T = -125^{\circ}\text{C}$ と考えた解析によって、クラック発生と座屈現象の発生も予測でき、実験結果と大体一致した。

(3)残留熱応力の解析に際して、硬化中の化学収縮と樹脂の線膨張係数の温度に対する依存性も考えられるが、それを無視して弾性解析しても、近似的には妥当と思われる。しかし α の精度も問題なので、CFRP では $\alpha_T \Delta T \approx -4.6 \times 10^{-3}$ ($\alpha_T \approx 37 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, $\Delta T = -125^{\circ}\text{C}$) 程度として推定するのも一法である。

(4)FW周巻き回転円板の場合、軟質の樹脂を用いることは有効であり、クラック発生を抑制できる見通しを得た。

本研究に際し当研究所工作部の中村宏技官から実験面で多大な御支援を頂いたことに対し厚く感謝致します。

最後にFW周巻き円板を試作して下さった石川島播磨重工技術研究所の皆様にも厚く謝意を表します。

1980年11月27日 航空力学部

参 考 文 献

- [1] 植村益次; 複合フライホイールの最近における開発研究, 機械の研究, **30**, 10~12 (1978/10~12)
- [2] 辺 吾一・植村益次・遠藤真宏; 各種積層法によるCFRP フライホイールの最適化, 機械学会論文集, **45**, 393 (1979.5)
- [3] O. Byon & M. Uemura; Optimal Design of Fiber Composite Flywheels Reinforced Besides Circumferentially, Proc, 23th National SAMPE Conference, (Anaheim, Calif) (1978.5)
- [4] 植村益次・山田直樹; 炭素繊維強化プラスチック材の弾性係数, 日本材料学会誌, **24**, 257 (1975.2) 156.
- [5] 植村益次・井山向史・山口芳子; フィラメント・ワインディング材の熱膨張係数と残留応力 日本航空宇宙学会誌 **26**, 296 (1978.9) 471.
- [6] 大西 博・田中豊嘉; CFRP 円板の残留応力による座屈の解析, 第1回複合材料シンポジウム前刷集 (1975.11) 62.
- [7] 石川隆司・植村益次; CFRP 極異方性円板の熱残留応力による座屈, 動燃受託研究報告書 (1978.3)