

モアレ法による楕円筒殻の座屈変形測定

平野 陽一・相原 賢二
市田 和夫・砂川 恵

Measurement of Buckling Deformations of Elliptical Cylindrical
Shells by Moiré Topography Method

By

Yoichi HIRANO, Kenji AIHARA, Kazuo ICHIDA,
and Megumi SUNAKAWA

Abstract: Axial buckling tests of elliptical cylindrical shells were conducted. Thirty specimens were used, and their major-minor axis ratio ranged from 1 to 2. The shells were made of rigid-vinyl PVC sheet. The sheet which was cut in size was wrapped around an aluminum mandrel, and the overlap section along a line of maximum curvature was bonded. Then the sheet was heated up to 120°C in an electrical furnace. At this temperature the sheet softened, shrank, and was maintained in intimate contact with the mandrel. After heat treatment the sheet retained its elliptical shape, when it was removed from the mandrel.

Experimental buckling loads were compared with the empirical ones which were obtained by a formula based on maximum radius of curvature. The qualitative agreements between them were good. Load-end shortening curves for shells of various major-minor axis ratios were obtained. It was observed that buckling occurred successively after first buckling, and that load increased above first buckling load for the shells whose major-minor axis ratio was equal to 2. Buckling deformations were measured by moiré topography method. By this method equal contour lines of the shells before and after buckling were obtained. Equal contour lines for deformations were derived from the difference between the contour lines of the shells before and after buckling.

概 要

楕円筒殻を断面が真円の場合を含め5種類製作し、これを使って圧縮座屈実験を行った。楕円筒殻は座屈後に荷重と縮みの関係において真円筒殻と異なる挙動を示した。又、座屈荷重の実験値を断面の最大曲率半径を半径として持った真円筒殻の座屈応力をもとにした推定値と比較した。その結果、推定値の曲率半径に対する特性は実験値のそれと定性的に一致することが明らかになった。さらに、

座屈変形を光学的変位測定法であるモアレ・トポグラフィ法により測定した。

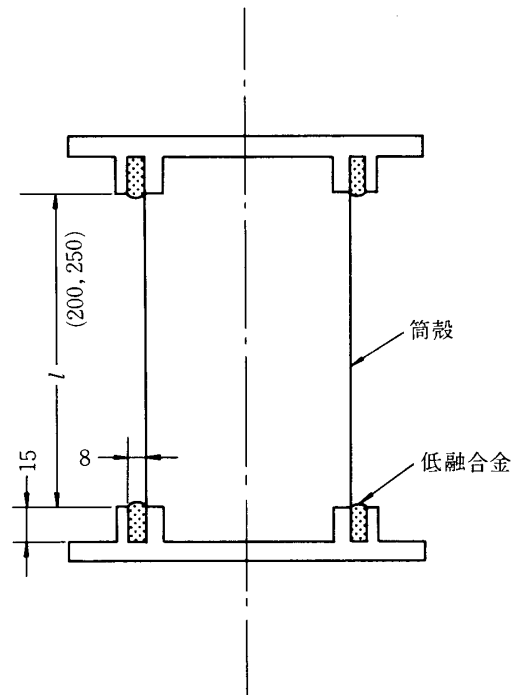
1. はしがき

軸圧縮荷重を受ける楕円筒殻の座屈は真円筒殻の座屈と異なる特性を持っている。楕円筒殻の座屈は段階的に何度も起こり、それに対応して座屈波も段階的に発生する。これは断面の曲率半径が周方向に一定でないことに起因する。本報告で種々の長径／短径比を持つ楕円筒殻の座屈荷重及び座屈波形を実験により測定した結果について報告する。

楕円筒殻の軸圧縮座屈についての解析的或は実験的研究はかなりなされている。Kempner [1] は周方向の曲率が $1/r = (1/r_0) [1 + q \cos(2s/r_0)]$ で与えられる扁平円筒殻 (oval cylindrical shell) の座屈応力を求めた。但し、上式で、筒殻の周長は $2\pi r_0$ で与えられるものとし、 s は周方向座標、 q ($|q| \leq 1$) は扁平度を表わすものとする。Kempner はさらに $|q|$ が小なる楕円筒殻の座屈応力は断面の最大曲率半径を持つ円筒殻の座屈応力により近似的に求まることを示した。Hutchinson [2] は、Kempner タイプの扁平円筒殻及び楕円筒殻 (elliptical cylindrical shell) の両者について初期不整と関連づけて座屈直後の挙動を調べると共に座屈応力を計算した。又、Mylar 材で作った楕円筒殻の実験も行っているが、よい実験とは言えないと思う。Almroth-Brogan-Marlowe [3] は差分法により楕円筒殻の座屈後の解析を行い、荷重-縮み曲線には 2 個以上の最大点があり円筒殻の場合と異なる特性があることを明らかにした。さらに、座屈後のいくつかの点に対応する撓み波形を求めた。Tennyson-Booton-Caswell [4] は軸対称初期不整を持つ楕円筒殻の座屈実験を行った。試験体は遠心鋳造によるエポキシ円筒殻の端部をアルミ製楕円形端板に接着したもので、かなり正確な形状が出ている。この実験により座屈が段階的に進行する場合や 1 次座屈後に 1 次座屈荷重以上に荷重が増加する場合があることが明らかにされた。Feinstein-Erickson-Kempner [5] は Kempner タイプの扁平円筒殻について Mylar A 材を熱処理して作った試験体により座屈実験を行った。この実験でも前述した扁平円筒殻特有の座屈後の特性が観察された。他に、Feinstein-Chen-Kempner [6]、Tvergaard [7] の研究があげられる。

2. 試験体の製作法及び寸法

試験体は公称厚さ 0.3 mm の硬質塩化ビニール板を使って製作した。この板をアルミ製金型に巻きつけて、断面の長軸部分 (最小曲率半径部) で 10 mm 重ね合わせてアクリル系接着剤で接着した。接着後 24 時間たって電気炉に入れ、金型温度 120°C になった時点からその温度に 30 分保持した後、炉の加熱を停止しゆっくり冷却する。金型温度が室温になったら炉外に出し型抜きをする。硬質塩化ビニール板は加熱により収縮するので型に密着して正確な形状に成形される。所定の筒長に切断した後、第 1 図に概略示すアルミ製端板に試験体をはめ込み低融合金を溝に流し込む。以上の手順で楕円筒殻試験体が出来あがる。実験に供した試験体は a/b (長径／短径比) 1.0, 1.25, 1.5, 1.75, 2.0 の 5 種類、有効長 l は 200 mm と 250 mm の 2 種類で全部で 10 種類である。各種類について 3 個ずつの試験体を使用したのので、全部で 30 個である。又、各楕円筒殻の周長は半径 r_0 が 80 mm の円筒殻の



第1図 筒殻試験体

それと等しく $2\pi \times 80 \approx 503$ mm である。試験体の寸法等をまとめて第1表に示す。材料のヤング率 E は電子光学的変位測定器により求めた結果の平均より $E = 311.6$ kg/mm² とした。引張試験片の寸法は全長 260 mm, 巾 40 mm, 板厚 0.3 mm で標点距離は 100 mm である。使用した試験片は楕円筒殻成形時と同じ熱履歴を経ている。試験機のクロスヘッド速度は 0.1 mm/min である。なお、硬質塩化ビニールのヤング率はそのクリープ特性のため負荷速度により若干異なる。そこで、後述する筒殻の圧縮挫屈実験時のクロスヘッド速度と同じ速度で引張った時の上記ヤング率を使用した。

第1表 試験体諸寸法

a/b	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
記号	C	E 1	E 2	E 3	E 4
長径 a	80	88.62	95.05	99.95	103.76
短径 b	80	70.89	63.37	57.12	51.88
最大曲率半径 R_{max}	80	110.78	142.57	174.90	207.52
端板重量 (kg)	3.0	3.0	2.9	2.8	2.7

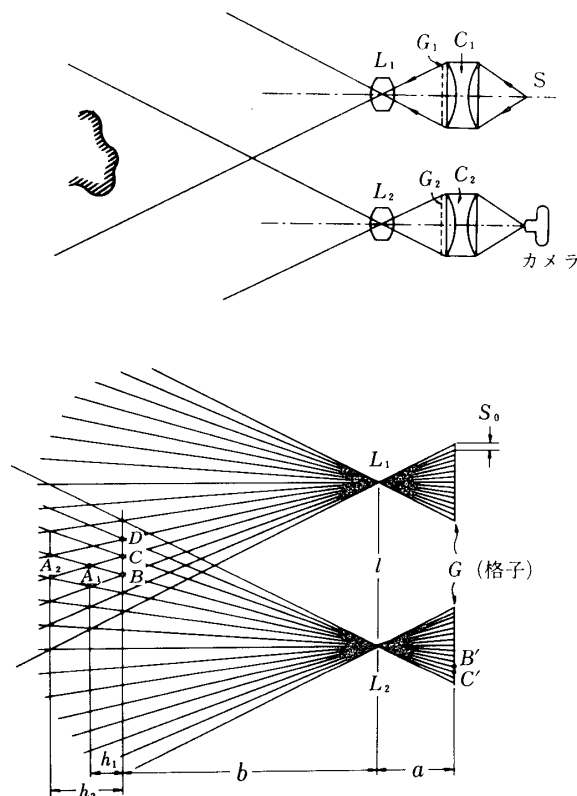
3. モアレ・トポグラフィ法による変位測定

モアレ・トポグラフィ法は幾何光学的に物体の等高線を求める方法で、格子照射法と格子投影法とがある。測定物体が比較的平坦な時には格子照射法が簡便であるが、ここでの測定物体は楕円筒殻であるので格子投影法を使用して試験体の座屈前及び座屈後の等高線を求めることにした。格子投影法の原理は第2図に示す通りで、2個の同一の基準格子を使う。投影系の格子の影を物体に投影し、この影を結像系の格子を通して見るという方法である。この方法によれば等高線モアレ縞を観察することが出来る。結像系でピントをあわせた物体上の基準面より1次の縞の面までの距離 h_1 は第2図を参照して次のように求められる [8]。

$$\triangle A_1BC \sim \triangle A_1L_2L_1$$

より

$$BC:l = h_1:(h_1 + b) \quad (1)$$



第2図 格子投影法光学系及び原理図 [8]

$$\triangle BCL_2 \approx \triangle B'C'L_2$$

より

$$BC : B'C' = b : a \quad (2)$$

$B'C'$ は基準格子のピッチ S_0 であるから(2)式より

$$BC = S_0 b / a \quad (3)$$

を得る. レンズの焦点距離を f とすると

$$1/a + 1/b = 1/f \quad (4)$$

なる関係がある. (1)式と(3)式を使って

$$h_1 l = S_0 b (h_1 + b) / a \quad (5)$$

を得る. ついで(4)式と(5)式より

$$h_1 = b(b-f)S_0 / [fl - (b-f)S_0] \quad (6)$$

が求められる. 同様にして N 次の縞の面までの距離 h_N は

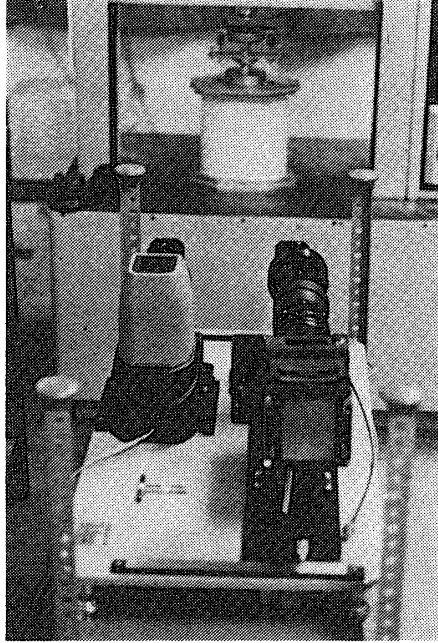
$$h_N = b(b-f)NS_0 / [fl - (b-f)NS_0] \quad (7)$$

となる.

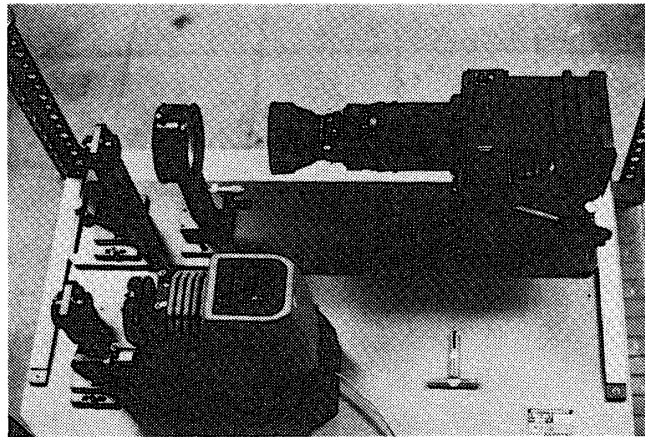
本実験では $S_0 = 0.025$ mm (40本/mm) の格子を使った. 又, $f = 80.4$ mm, $l = 220$ mm, $b = 846$ mm 又は 876 mm で, $h_1 = 0.914$ mm 又は 0.984 mm である. h_N は本来縞次数 N に比例しないが, 本実験では S_0 が小なので $h_N \approx Nh_1$ として十分な精度がある. 結像系で見られる像をカメラで写したものは単なる筒殻の等高線であるので, 座屈変形を求めるには座屈前と座屈後両者の等高線が必要である.

4. 実験結果

実験装置の全景を第3図に, 光学装置の写真を第4図に示す. 試験体から約1m離れた所に光学装置を設置した. まず, 荷重0の状態でもアレ写真を撮った. この写真のモアレ縞は例えば, 第11(0)図に見られるように筒軸に平行である. ついで, 試験機のクロスヘッド速度 0.1 mm/min で荷重を試験体に向け, 荷重と試験体の筒軸方向の縮みを X-Y 記録計で計測した. 座屈は荷重の急激な低下とともに発生し, 記録紙上で明確に読みとることが出来た. 円筒殻(C)の場合には1次座屈発生後かなりの軸方向縮みが生じた後2次座屈が生じたが, 他の試験体の場合には1次座屈後続いて数次にわたって座屈が発生した. 楕円筒殻の場合にはまず光学系側(表側)或はその反対側(裏側)の最大曲率半径の部分が座屈し, ついでその反対側が座屈した. 理論上は座屈は表側と裏側両面で同時に起きるべきであるが, 実際は表側或は裏側どちらかで1次座屈が生じると考えられる. 表側と裏側両方の最大曲率半



第3図 実験装置全景



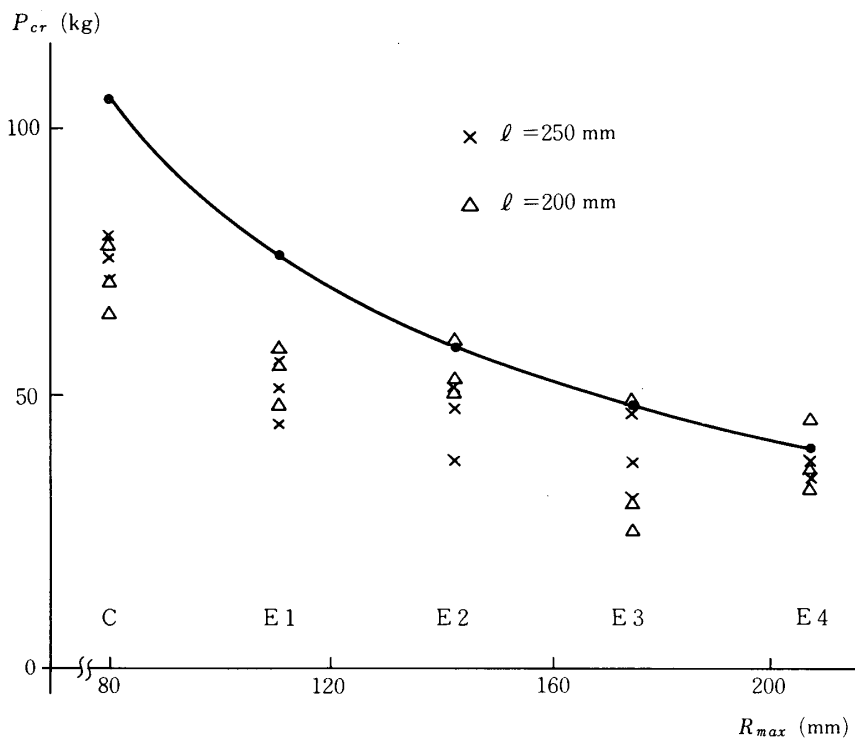
第4図 モアレ・トポグラフィ法光学装置

径部分で座屈が生じた後は、軸方向縮みの増加と共に他の部分が段階的に座屈していった。モアレ写真は1次座屈直後はもちろん、1次座屈後も適切な時期に撮影していった。撮影は試験機を止めることなく行った。

座屈荷重の実験値を第2表に示す。実験は各種類につき3個ずつの試験体を使ったから全部で30個の試験体について行われた。同表の座屈荷重は1次座屈の値である。さらに、同

第2表 実験による座屈荷重と推定値

	C	E 1	E 2	E 3	E 4
$\ell = 200$ mm	71.0	59.0	60.9	49.8	45.7
	65.0	49.0	51.4	24.8	31.7
	77.0	55.5	52.9	28.8	36.7
$\ell = 250$ mm	79.8	45.2	48.1	31.0	38.2
	70.5	50.5	51.9	37.8	36.2
	75.5	55.5	38.4	47.3	35.7
推 定 値	107.8	77.9	60.5	49.4	41.6



第5図 座屈荷重と最大曲率半径

表中に断面の最大曲率半径 r_{max} を持つ円筒殻の座屈応力 σ_{cr} に基づく座屈荷重の推定値を次式より求めて示した.

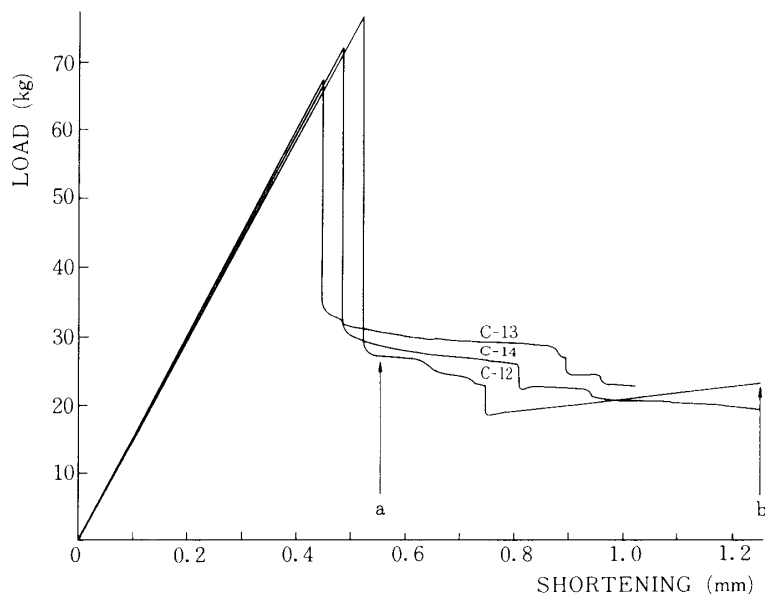
$$\sigma_{cr} = 0.6(t/r_{max})E \quad (8)$$

$$P_{cr} = (2\pi r_e + 10)t\sigma_{cr} \quad (9)$$

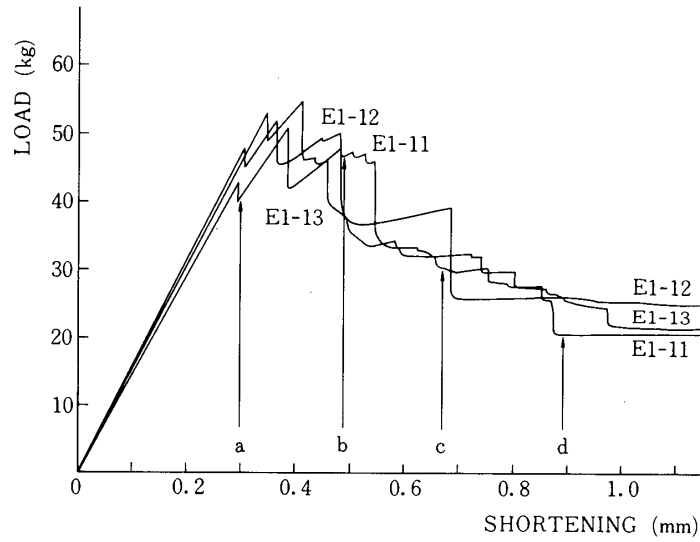
但し、上式で r_e は 80 mm である. 第 5 図に最大曲率半径 r_{max} を横軸にとって座屈荷重を示した. 実線は (9) 式による推定値である. 実験値は推定値の傾向とよく一致していることがわかる. 従って, 実用上は前に示した推定式を使って座屈荷重の推定を行うことが出来る.

全試験体の荷重と縮みとの関係を第 6 図から第 10 図に示す. 第 6 図より明らかなように円筒殻の場合は 1 次座屈時に大きな荷重低下があり, それ以後の荷重上昇はほとんどないと言ってよい. しかし, 楕円筒殻の場合は 1 次座屈後の荷重低下が円筒殻ほど著しくない. 特に, E 4 試験体の場合には 1 次座屈荷重以上に荷重の増加がみられる.

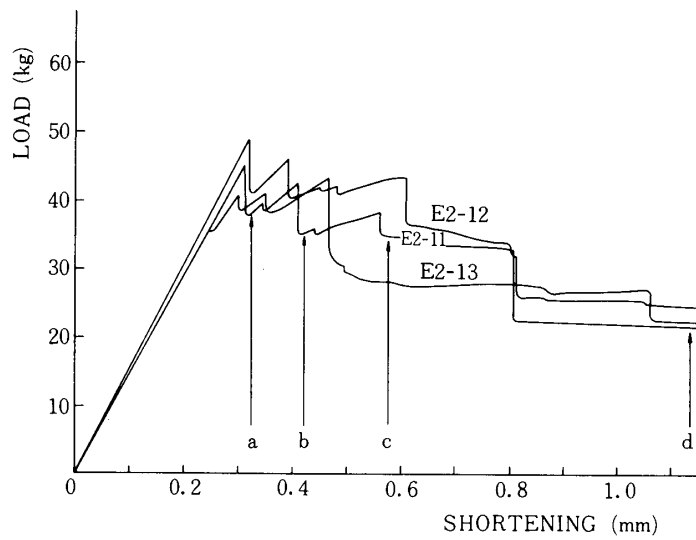
第 11 図以降に筒長 250 mm の場合の全種類の試験体についてのモアレ写真とこれに対応する変位の等高線図を示した. ここでいう変位は光学系の格子面に垂直方向の変位であり, 変形前の筒面に垂直方向の変位ではない. 変位の等高線は概略次のようにして求めた. まず, 無荷重時の筒殻のモアレ写真を撮ると筒軸に平行に等高線モアレ縞が現われる. ついで, 変形後のモアレ写真を撮る. この写真は変形した筒殻の等高線である. いま求めたいのは座屈による変位の等高線であるから, 変形前と後のモアレ等高線の差のようなものを求めねばな



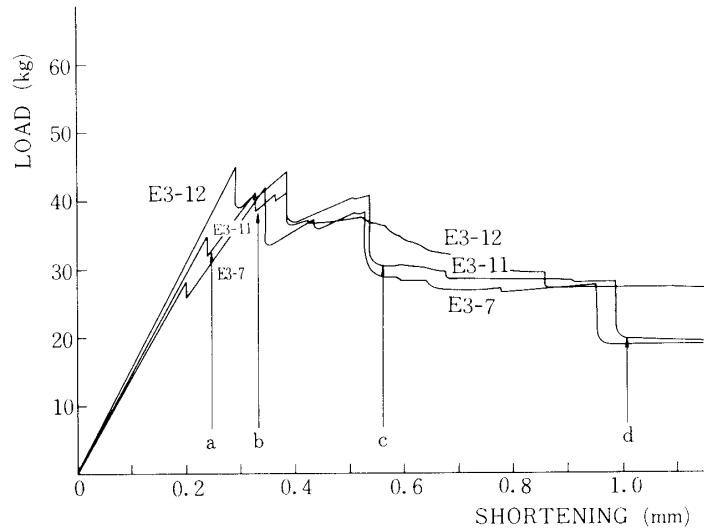
第 6 図 円筒殻 (C) の荷重-縮み曲線



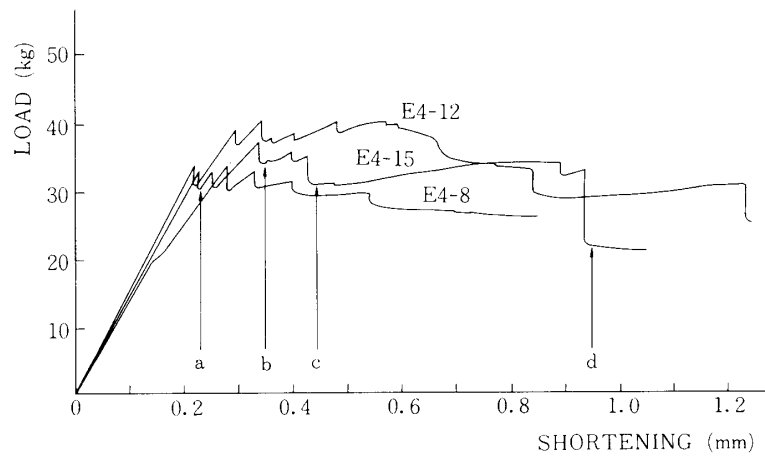
第7図 楕円筒殻 (E 1) の荷重-縮み曲線



第8図 楕円筒殻 (E 2) の荷重-縮み曲線



第 9 図 楕円筒殻 (E 3) の荷重 - 縮み曲線



第 10 図 楕円筒殻 (E 4) の荷重 - 縮み曲線

らない。そのために、まず変形前の筒殻のモアレ写真の筒軸をほぼ25分割し、等高線モアレ縞との交点を作る。ついで、この各交点の位置に対応する変形前の縞次数と変形後の縞次数の差を求めれば、その位置の変位の大きさが縞次数差の形で求められる。全交点について上述の操作を行い、同じ縞次数差の点を結めば変位の等高線が求められる。第11図以降に示した写真と図はE3の場合を除き1次座屈が表側に生じた場合である。E3の場合は表側に1次座屈が発生した試験体がなかったため等高線を示さなかった。なお、光学系と筒殻の距離 b は、C、E1、E2の場合846mm、E3、E4の場合876mmである。従って、C、E1、E2の一縞の差は0.914mm、E3、E4の一縞の差は0.984mmである。第11図以降の図の説明文中の a 、 b 、 c 等は前出の荷重一縮み曲線中の a 、 b 、 c 等に対応している。モアレ写真の上部に示した数字は無負荷時の筒殻中央部における縞次数を表わしている。変位等高線図の上部の数字はやはり無負荷時の縞次数で写真に対応する位置に記入しており、一種のスケールの役割をしている。変位等高線中の数字は求められた変位の縞次数を表わしており、+記号は光学装置から離れる方向を示し、-記号はその逆方向を示している。又、図中の縦軸と横軸の原点は筒殻の中央点に対応している。

5. むすび

本報告で軸圧縮荷重を受ける楕円筒殻の座屈実験について述べた。測定項目は座屈荷重、座屈前後の荷重一軸方向縮み特性、モアレ・トポグラフィ法による座屈変形前後の筒殻の形状である。実験による座屈荷重の最大曲率半径に対する傾向はその半径を持つ円筒殻の座屈応力に基づく推定値の傾向とよく一致している。測定された荷重一軸方向縮み曲線は円筒殻と楕円筒殻の差をはっきり示している。楕円筒殻では座屈が段階的に進行すること、楕円筒殻は1次座屈後の荷重低下が小であること、 $a/b=2.0$ の場合には1次座屈荷重以上に座屈後の荷重増加があることがわかる。モアレ・トポグラフィ法による変形前後の筒殻の形状測定結果より、変位の等高線を求めることが出来た。ただし、この等高線は光学系の格子面に対する等高線である。本実験の特徴は正確な断面形状を持つ楕円筒殻を使ったことと座屈変位を光学的に測定したことである。測定した座屈変位を解析による結果と比較することが今後の課題である。

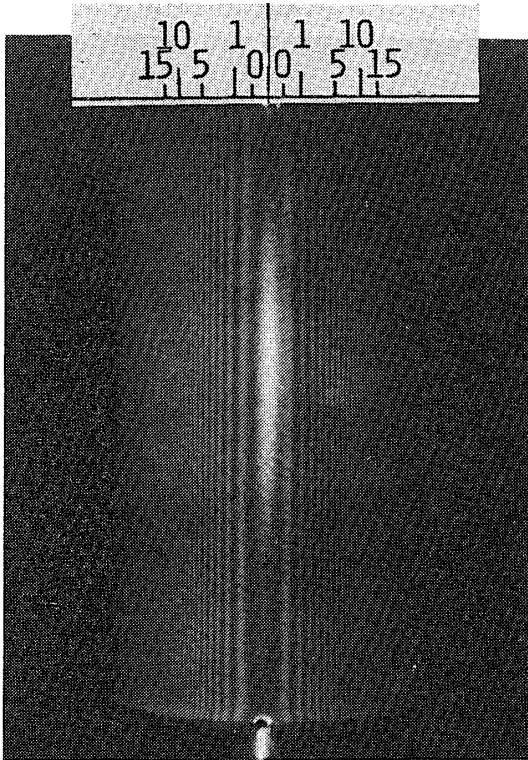
1980年11月20日 航空力学部

参考文献

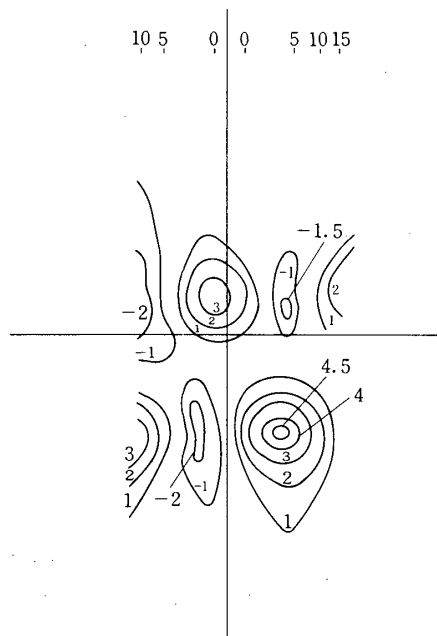
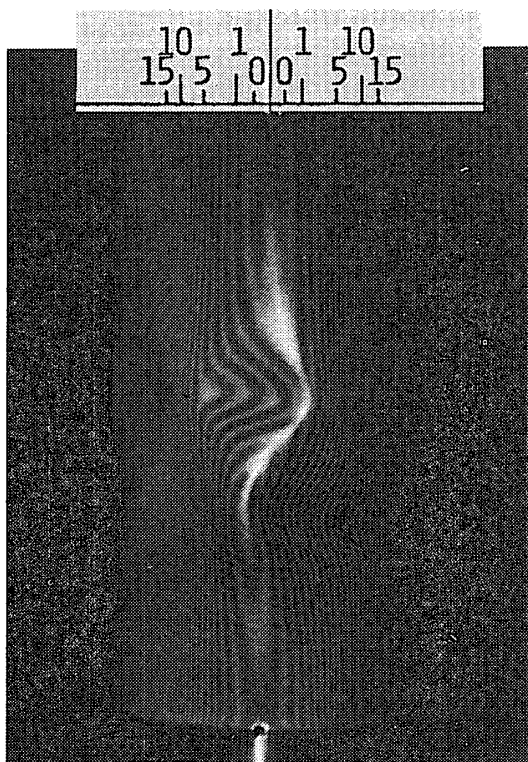
- [1] Kempner, J., "Some Results on Buckling and Postbuckling of Cylindrical Shells", Collected Papers on Instability of Shell Structures, NASA TN D-1510, 1962, pp. 173-186.
- [2] Hutchinson, J.W., "Buckling and Initial Postbuckling Behavior of Oval Cylindrical Shells under Axial Compression", J. Appl. Mech., Vol. 35, No. 1, 1968, pp.66-72.
- [3] Almroth, B.O., Brogan, F.A. and Marlowe, M.B., "Collapse Analysis for Elliptical Cones", AIAA J., Vol. 9, No. 1, 1971, pp.32-37.
- [4] Tennyson, R.C., Booton, M. and Caswell, R.D., "Buckling of Imperfect Elliptical Cylindrical Shells under Axial Compression", AIAA J., Vol. 9, No. 2, 1971, pp.

250-255.

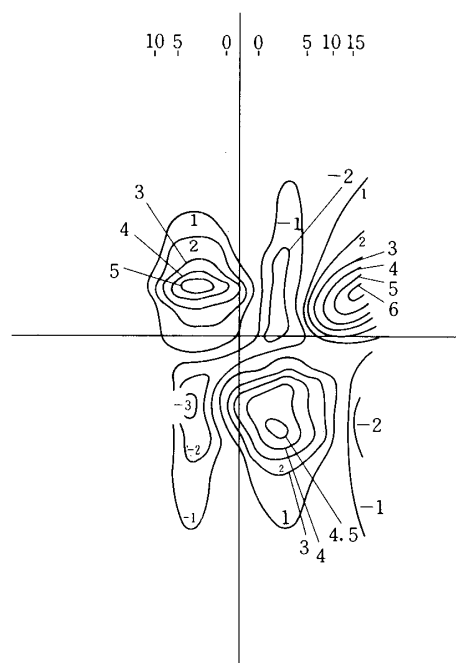
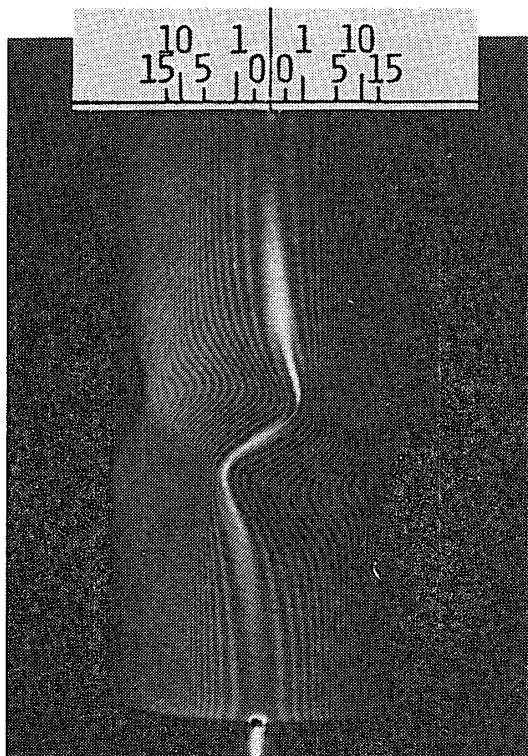
- [5] Feinsein, G., Erickson, B. and Kempner, J., "Stability of Oval Cylindrical Shells", *Experimental Mechanics*, Vol. 11, No. 11, 1971, pp. 514-520.
- [6] Feinsein, G., Chen, Y.N. and Kempner, J., "Buckling of Clamped Oval Cylindrical Shells under Axial Compression", *AIAA J.*, Vol. 9, No. 9, 1971, pp.1733-1738.
- [7] Tvergaard, V., "Buckling of Elastic-Plastic Oval Cylindrical Shells under Axial Compression", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 12, No. 9/10, 1976, pp.683-691.
- [8] 鈴木(正), 金谷, 鈴木(喜), "モアレ縞による三次元計測", *精密機械*, 40巻, 9号, 1974, pp. 746-752.



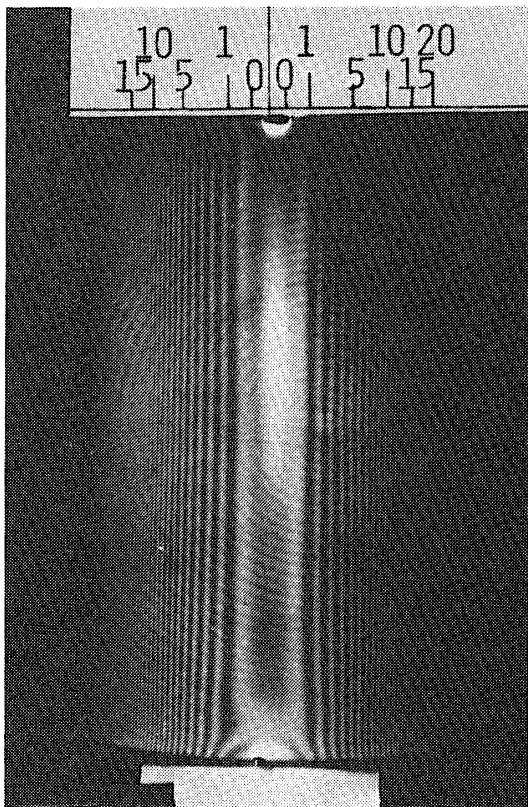
第11(0)図 円筒殻 (C-12) の無負荷時のモアレ写真



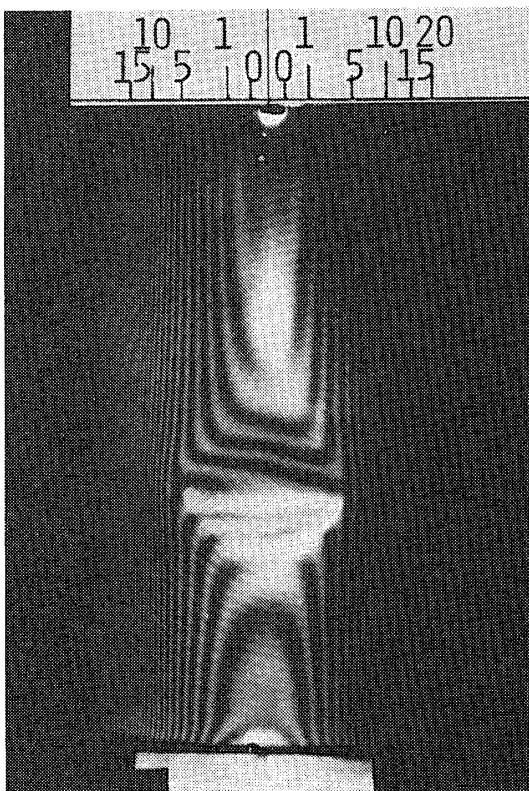
第 11(a)図 円筒殻 (C-12) のa点におけるモアレ写真と変位等高線



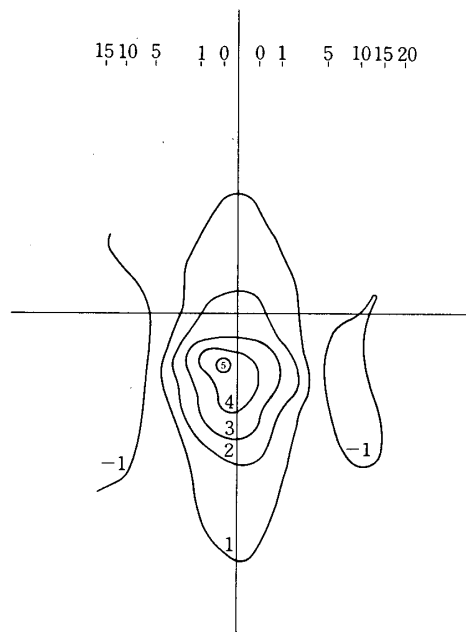
第 11(b)図 円筒殻 (C-12) のb点におけるモアレ写真と変位等高線

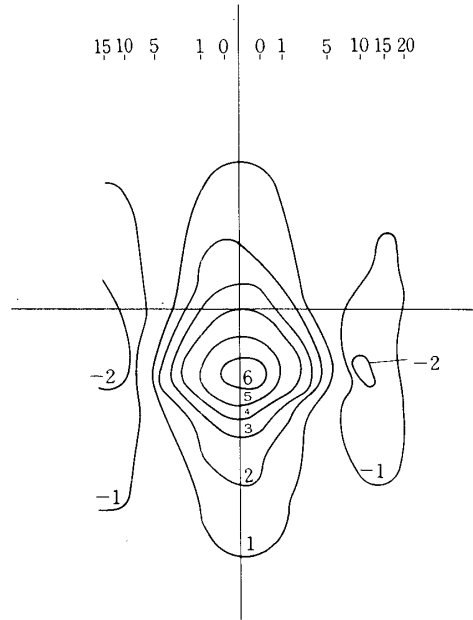
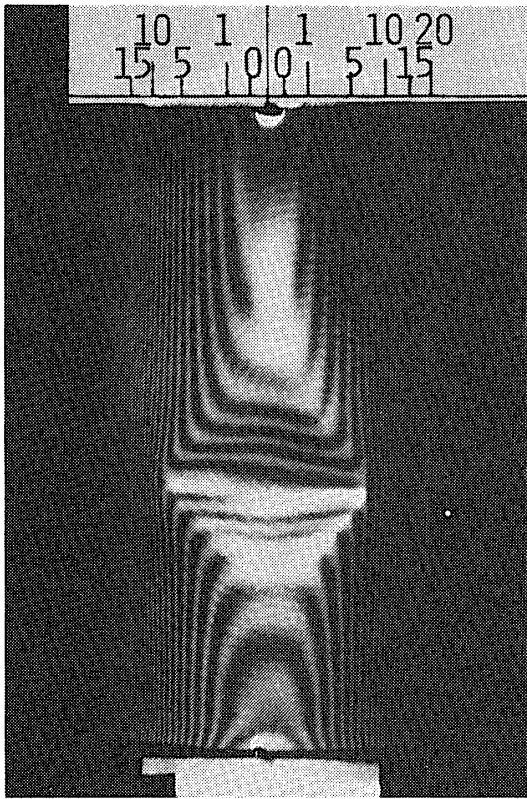


第12(0)図 楕円筒殻(E1-11)の無負荷時のモアレ写真

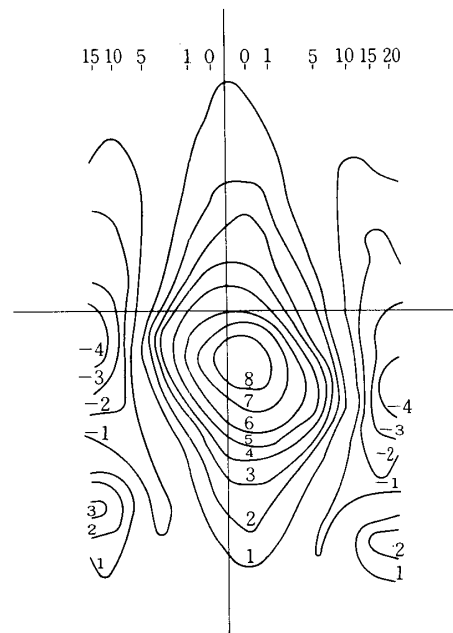
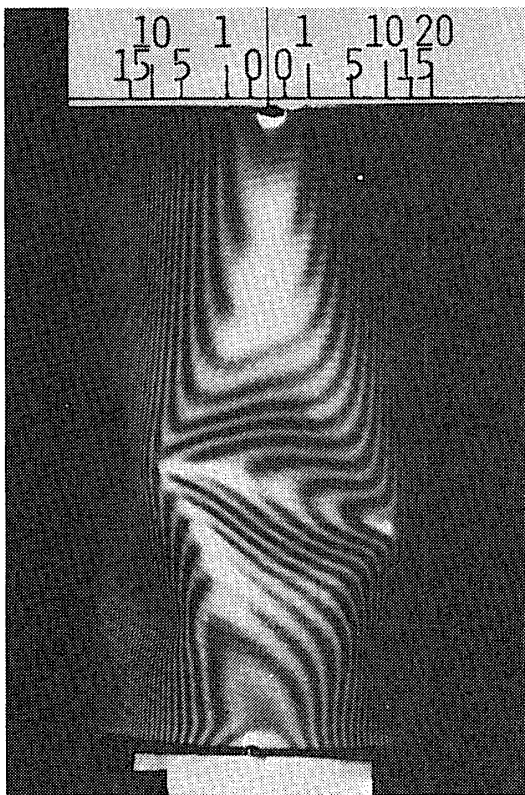


第12(a)図 楕円筒殻(E1-11)のa点におけるモアレ写真と変位等高線

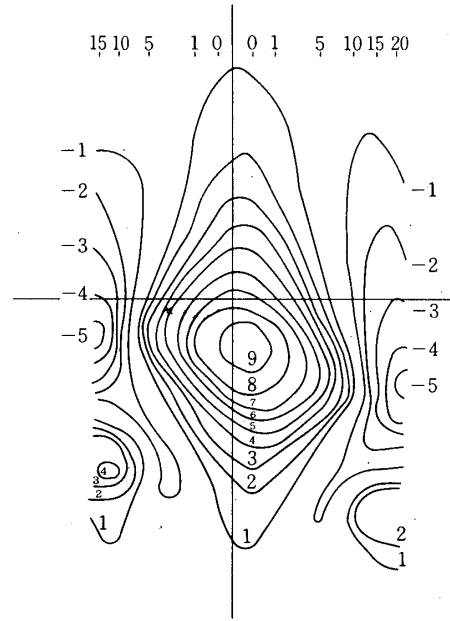




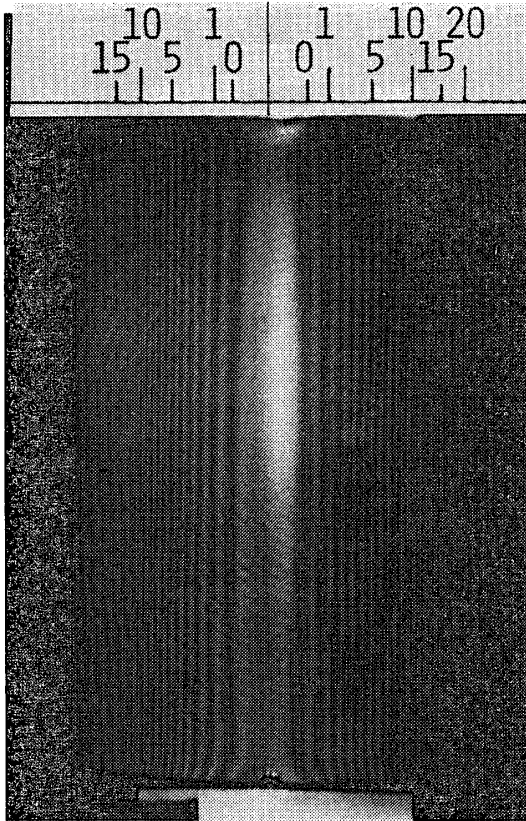
第 12 (b) 図 楕円筒殻 (E1-11) の b 点におけるモアレ写真と変位等高線



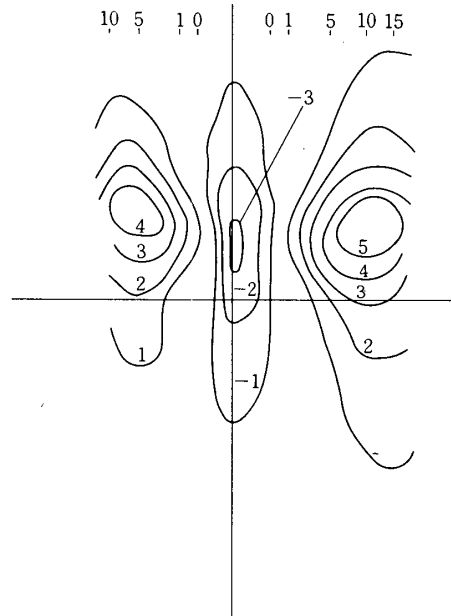
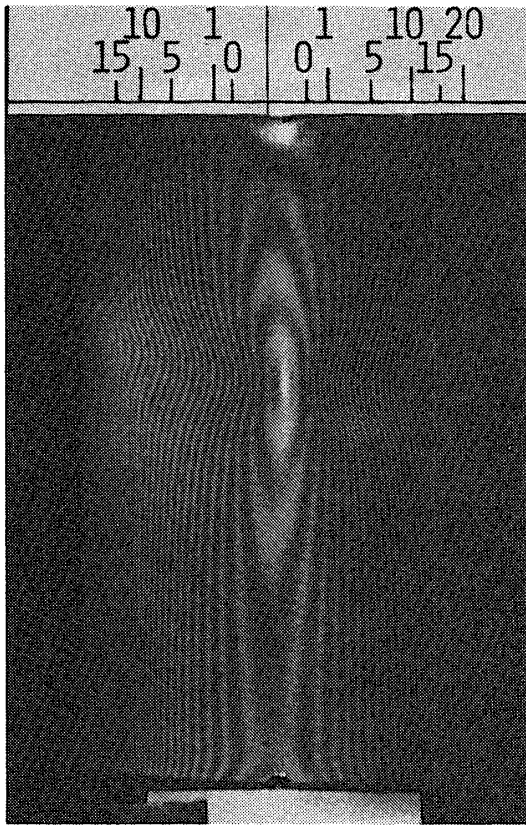
第 12 (c) 図 楕円筒殻 (E1-11) の c 点におけるモアレ写真と変位等高線



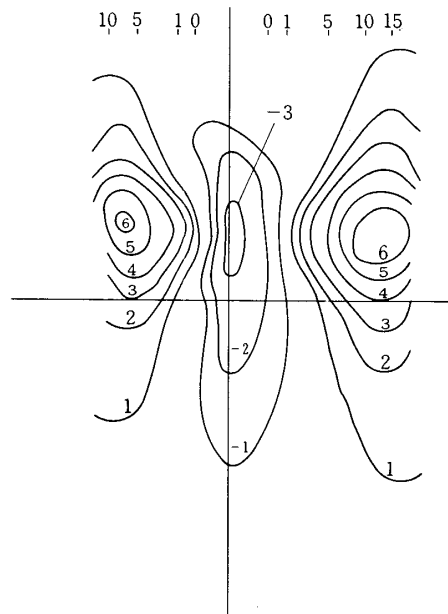
第 12(d)図 楕円筒殻(E1-11)のd点におけるモアレ写真と変位等高線



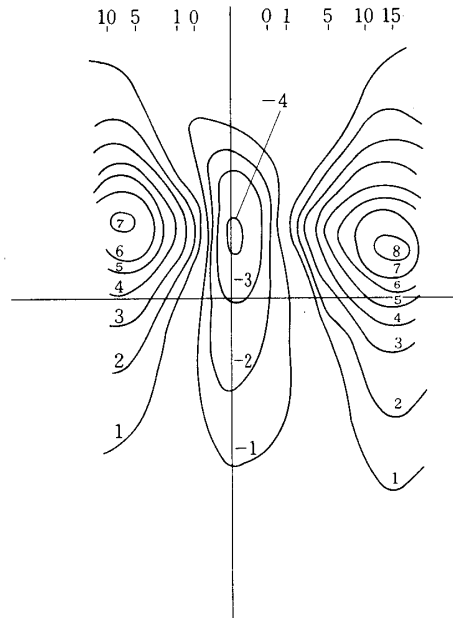
第 13(0)図 楕円筒殻(E2-11)の無負荷時のモアレ写真



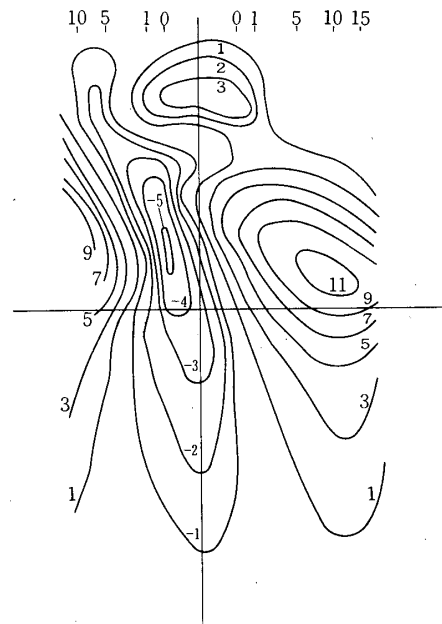
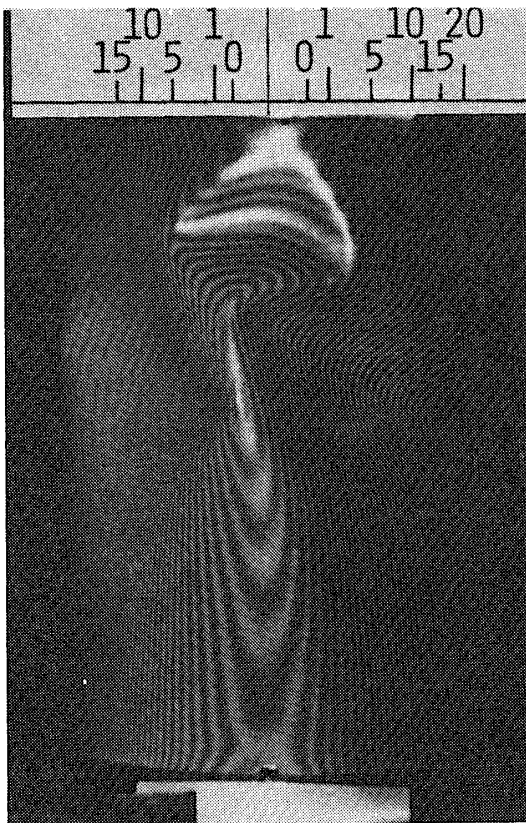
第 13(a)図 楕円筒殻(E2-11)の a 点におけるモアレ写真と変位等高線



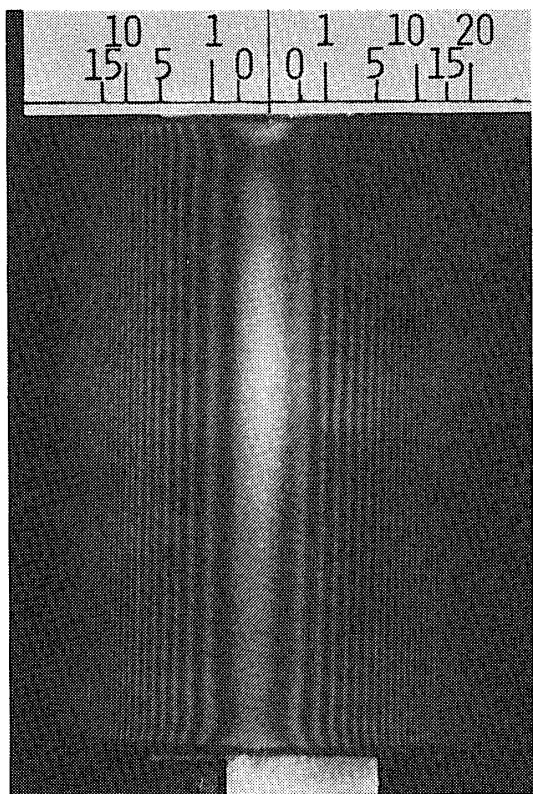
第 13(b)図 楕円筒殻(E2-11)の b 点におけるモアレ写真と変位等高線



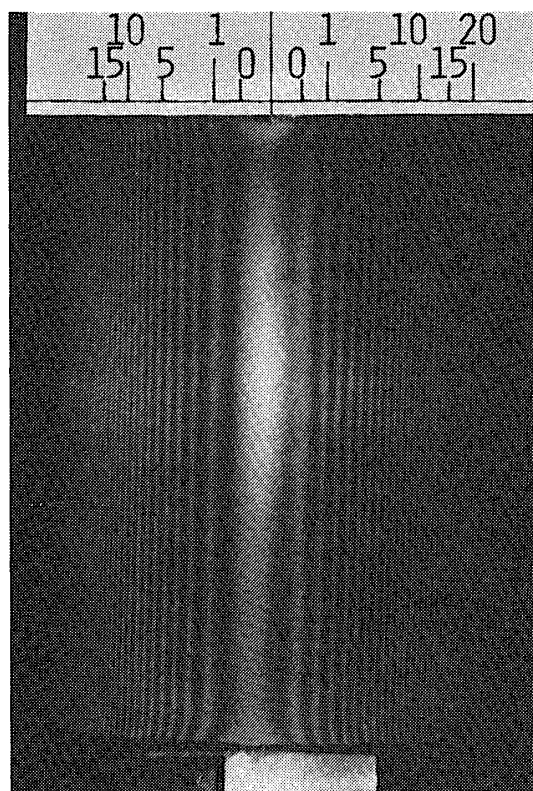
第 13(c)図 楕円筒殻(E2-11)の c 点におけるモアレ写真と変位等高線



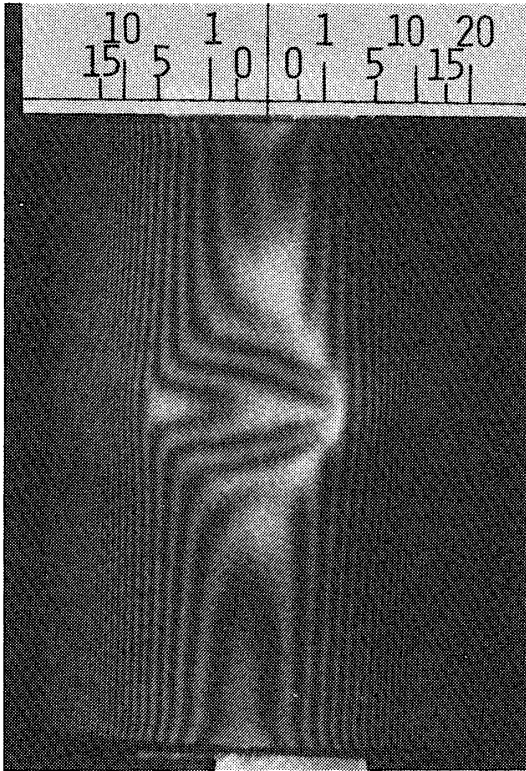
第 13(d)図 楕円筒殻(E2-11)の d 点におけるモアレ写真と変位等高線



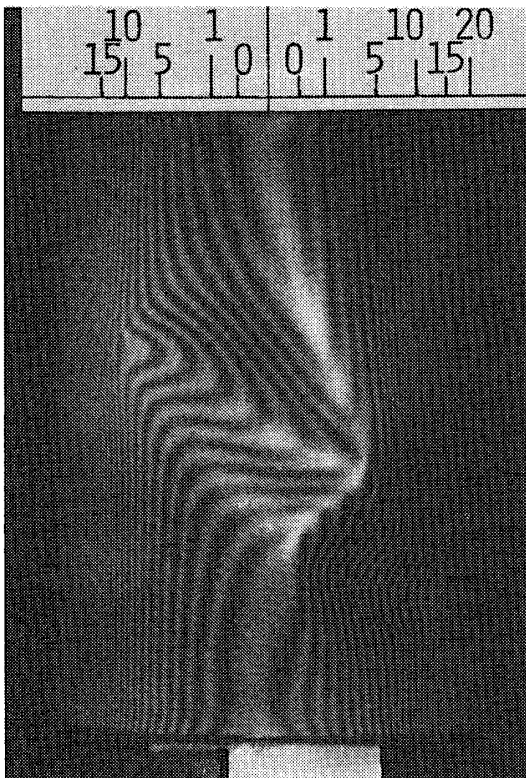
第 14(0)図 楕円筒殻(E3-11)の無負荷時のモアレ写真



第 14(a)図 楕円筒殻(E3-11)のa点におけるモアレ写真



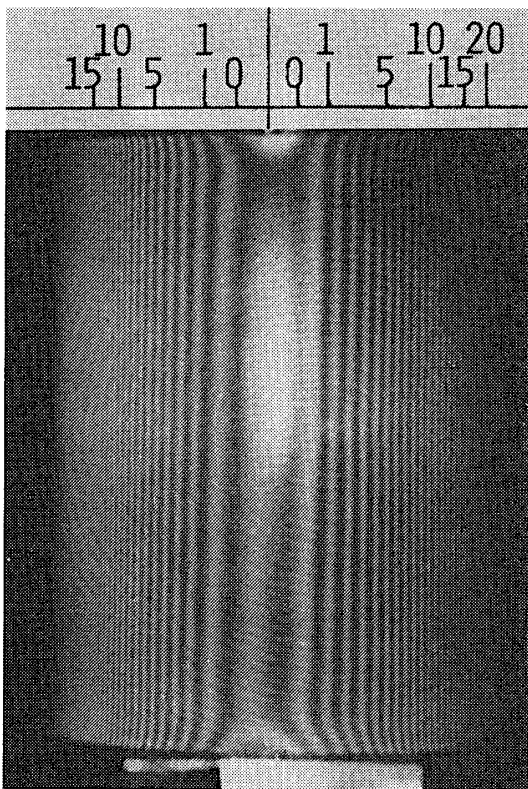
第14(b)図 楕円筒殻(E3-11)のb点におけるモアレ写真



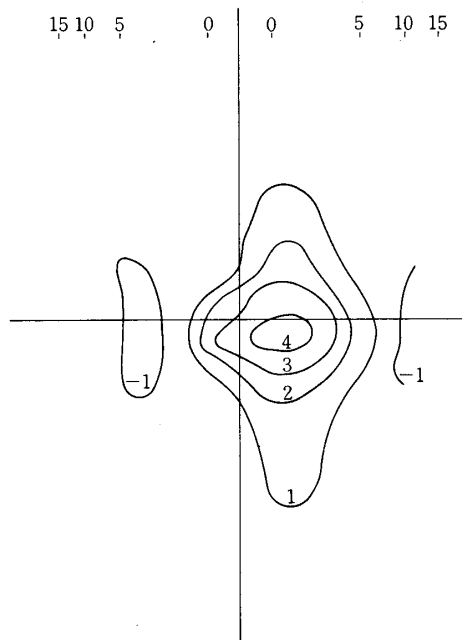
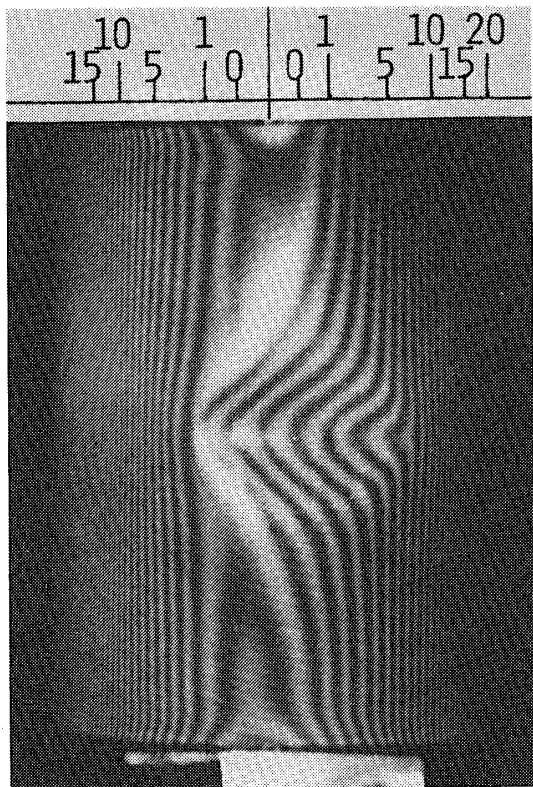
第14(c)図 楕円筒殻(E3-11)のc点におけるモアレ写真



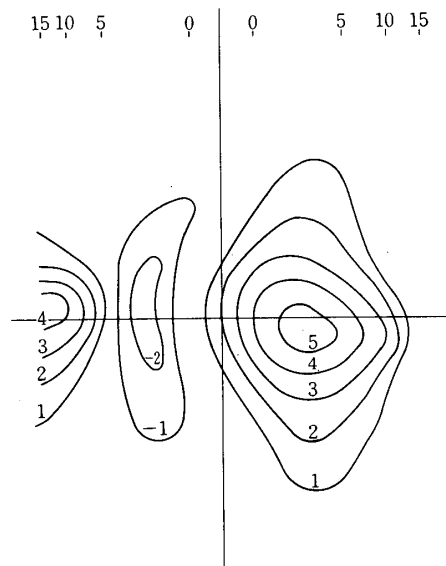
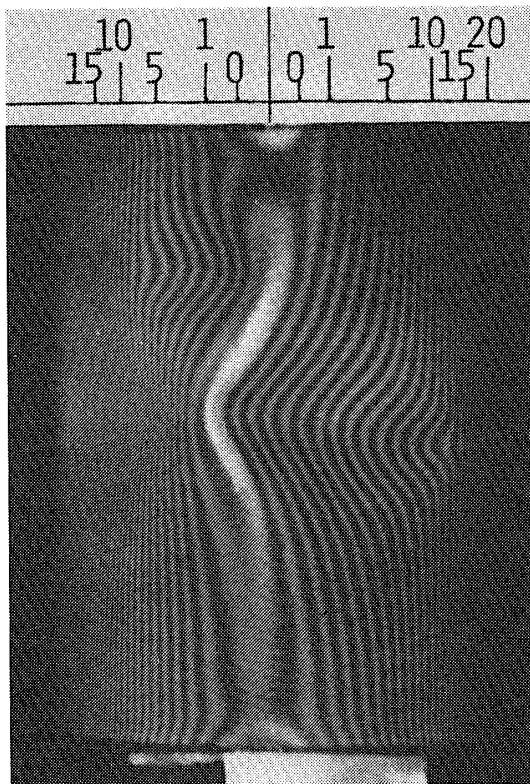
第 14(d)図 楕円筒殻(E3-11)のd点におけるモアレ写真



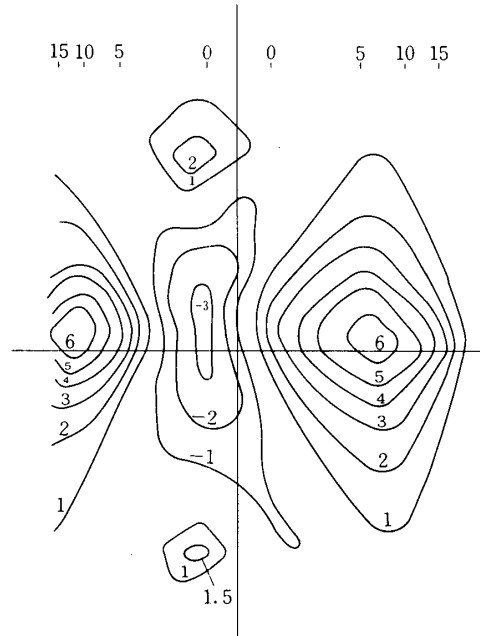
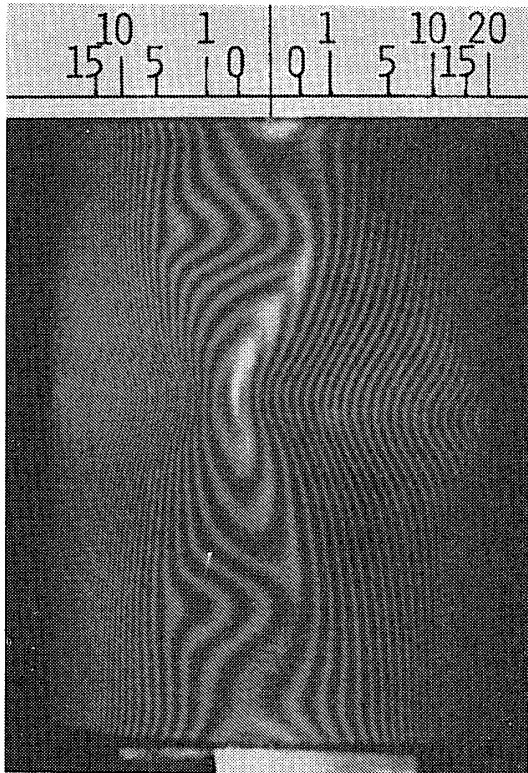
第 15(0)図 楕円筒殻(E4-15)の無負荷時のモアレ写真



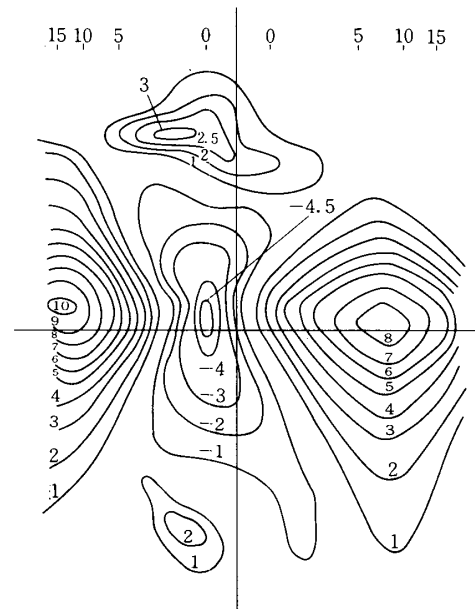
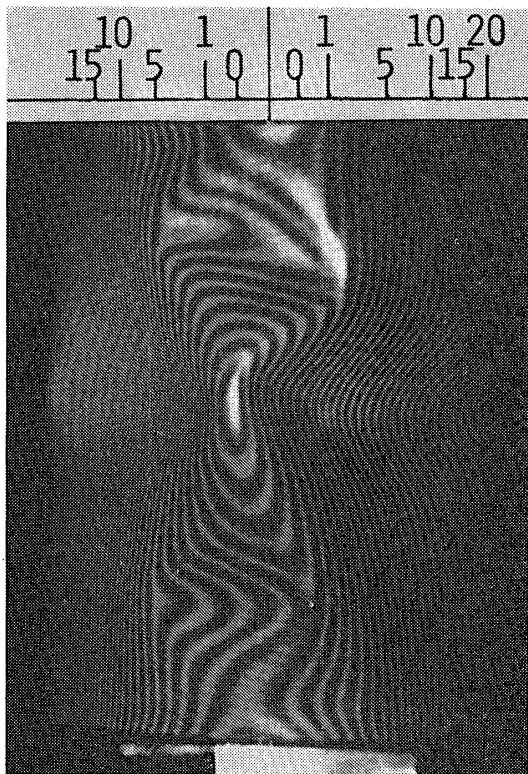
第15(a)図 楕円筒殻(E4-15)のa点におけるモアレ写真と変位等高線



第15(b)図 楕円筒殻(E4-15)のb点におけるモアレ写真と変位等高線



第 15 (c) 図 楕円筒殻 (E4-15) の c 点におけるモアレ写真と変位等高線



第 15 (d) 図 楕円筒殻 (E4-15) の d 点におけるモアレ写真と変位等高線